



in plana, inscribendo scilicet aut circumscribendo polygona, donec differentia fiat minor assignata. Sufficit autem considerari, quamlibet (fig. 183) rectam AB (vel quodlibet planum ABC), si ita moveatur, ut unum punctum non succedat in locum alterius, et recta a quovis puncto descripta, ut ${}_1A_2A$, eundem semper angulum faciat ad rectam mobilem AB (vel ad planum ABC), describere parallelogrammum ${}_1A_2B$ (vel parallelepipedum ${}_1A_1C_2A$), quod est in ratione composita mobilis rectae (plani) et lineae ab uno puncto verbi gr. centro gravitatis descriptae, seu factum ex mobilis extensione in viam centri. Et ideo si plures sint rectae mobiles vel plura plana, idem semper angulus viae rectilineae cujusque puncti ad suam rectam vel suum planum, tota via vel figura generata erit aggregatum ex his parallelogrammis vel parallelepipedis, id est aggregatum (ut ostendimus) ex ductibus rectarum vel planorum in centrorum vias. Jam si omnes motus sint aequidirecti seu paralleli, aggregatum ex progressibus partium seu factis ex ductu partium in viam centri sui aequatur progressui totius, seu toti eodem modo in viam sui centri ducto. Itaque via generata a mobili ex rectis vel planis composito per motum non in se succedentem, eundem angulum ad mobile servantem, quamdiu quodlibet punctum non nisi rectam eamque parallelam lineae alterius puncti describit, aequatur facto ex mobili in eandem rectam secundum eundem angulum ducto, seu facto ex mobili in rectam planumve extenso, in quod recta eodem angulo servato ducatur; sed idem est, si puncta mobilis polygonas lineas vel curvas aequidirecte et eodem semper ad mobile angulo describant. Tantum enim repetitur, quod in rectis ostendimus. Et idem est, si mobile ex rectis planisque compositum in lineam curvam vel superficiem gibbam generet quamcumque. Generaliter igitur si mobile feratur motu aequidirecto non in se succedente, et aequiangulo ad mobile et in easdem partes tendente, via generata aequatur facto ex ductu extensionis ipsius mobilis in viam centri gravitatis eodem ducendi angulo servato, idque licet puncta aut aliquae partes subinde quiescant ob rationem adductam in fine demonstrationis praecedentis.

Hujus theorematum casus est regula Pappi vel Guldini. Ut si (fig. 184 et 185) circa axem immotum AB agatur trilineum ABC describens solidum $BA_1C_2C_3CAB$, ejusque centrum gravitatis describat arcum circulaem ${}_1G_2G_3G$; patet solidum generatum factum esse motu trilinei in se non succedente, nullum enim punctum alteri

succedit (ut fieret si trilineum hoc planum per unum idemque planum duceretur), et cujuslibet puncti motum esse aequidirectum, tangentes enim circulorum in locis, ubi puncta sunt eodem tempore, sunt parallelae. Patet et motum esse aequiangulum ad mobile, quilibet enim arcus circuli a quocumque descriptus, id est ejus tangens semper facit ad mobile angulum rectum. Itaque solidum dictum rotatione genitum aequatur facto ex trilineo ABC in viam centri gravitatis, seu in ${}_1G_2G_3G$ normaliter ducto, id est solido cylindriciformi, cujus basis est planum trilineum (A)(B)(C) priori aequale, altitudo vero est recta (A)H aequalis arcui ${}_1G_2G_3G$, normaliter ducta in hanc figuram (A)(B)(C) jacentem. Si C fuisset centrum gravitatis non trilinei, sed lineae AC, tunc eodem argumento superficies solidi dicti rotatione hujus lineae genita aequaretur superficiei cylindriciformi (A)HK(C) factae ex recta (A)H (id est ${}_1G_2G_3G$ in rectam extensa) normaliter ducta in lineam (A)(C) ipsi AC aequalem. Sed ex nostris demonstrationibus ampliari potest haec doctrina. Exempli causa in plano paginae (fig. 186) evolvatur lineae ABE (secundum inventa Hugeniana) seu filum lineae huic rigidae circumplicatum, ita ut pars quaevis AB extendatur in filum BC curvam ABE tangens, pars vero residua BE restet in lineae curva; et extremo fili C describatur lineae ACF; quaeratur via centri gravitatis Q_2GL . Nempe primum ejus punctum Q est centrum gravitatis fili in primo situ Q, nempe centrum gravitatis curvae ABE; ultimum punctum L est centrum gravitatis fili in ultimo situ, seu cum totum extensum est in rectam EF, cujus in medium punctum cadit, seu L rectam EL bisecat. Sed intermedium aliquod punctum ${}_2G$ sic habebitur in situ fili pro parte extensi ut ${}_2C_2BE$. Sumatur H quod est centrum gravitatis partis non extensae ${}_2BE$, et M quod est centrum seu punctum medium partis extensae seu rectae ${}_2B_2C$; jungatur HM, et secetur in ${}_2G$ sic ut fiat M_2G ad H_2G , ut fili pars seu arcus EB ad fili partem extensam seu rectam ${}_2C_2B$. Hinc data extensione et centrīs gravitatis arcuum curvae ABE, et data extensione lineae QGL datur area spatii ABEFCA. Et haec ideo succedunt, quia ostendimus regulam de via centri gravitatis succedere, etsi pars mobilis nunc quiescat nunc moveatur, ut hoc loco pars fili nondum evoluta adhuc quiescit. Itaque regulam Guldini a rotationibus ad alia motuum genera produximus.



Propositio 16.

Eadem corporum Phaenomena (seu situs eorum inter se datis temporibus) per varias Hypotheses (seu motuum et quietium ac directionum assignationes) obtineri possunt. Et si phaenomena effici possunt per motus uniformes rectilineos uno modo, poterunt per tales alii adhuc modis innumeris praestari, cuiusque demum mobili quies vel datus motus rectilineus uniformis assignetur.

Si duo sint puncta A et B, ex ipsis solis utique discerni non potest, utrum quiescat aut dato gradu moveatur. Assumptis pluribus punctis A, B, C, sufficit distantias easdem pro iisdem temporibus aut proportionales servari, ut etiam iidem anguli serventur, quia datis trium quorumque punctorum distantis triangulum est datum, si in rectam non cadant, adeoque et anguli sunt dati; imo datis saltem iisdem distantiarum proportionibus triangulum speciei datum est, adeoque et anguli. Angulis autem eodem modo quoad puncta quaecunque prodeuntibus oculus in aliquo punctorum positus hypotheses discernere non potest, cum nihil aliud observare possit. Idemque est in pluribus quam tribus punctis, quorum configurationes specie determinantur, adeoque et habentur anguli, si triangula inter quaecunque tria puncta specie dentur. Supposito jam esse aliqua puncta inter se situm non mutantia, ut sunt in corporibus durabilibus (veluti coelestibus) extremitates diametrorum, et ex servatis angulis aut mutatis velut ex diametris apparentibus qui sane quantitate angulorum cognoscuntur, distantiarum conservationes mutationesque colligimus, et tunc non tantum specie, sed et magnitudine cognoscimus aspectus sive configurationes. Quodsi igitur saltem hypothesin excogitemus easdem distantias pro iisdem temporibus exhibentem, phaenomenis est satisfactum; idque facile est, cum problema solvi possit: Dato pro arbitrio motu puncti unius, assignare motus punctorum quotocunque tales, ut datis temporum momentis data prodeant phaenomena seu anguli. Quodsi motus sint rectilinei uniformes, etiam distantiae punctorum uniformiter mutabuntur, et celeritates respectivae erunt rectilineae uniformes. Sed et eae variis hypothesis obtineri possunt, ita ut unicuique ex illis assignando quietem (si placet) vel motum datum eadem prodeant. Oculo enim in uno punctorum

posito, caetera omnia velut ipso quiescente moveri videbuntur salvis iisdem phaenomenis. Quod ut appareat distinctius, considerandum est, omnem motum concipi posse ut compositum ex parallelis ad datas rectas, duas quidem in plano, tres autem in solido, ita ut composito existente uniformi et componentes uniformes esse possint, et si quidem in pluribus motibus inter se collatis, secundum componentes parallelos ad eandem rectam discerni hypotheses non possunt, omnino discerni non posse, quia ipsi motus per parallelos componentes determinantur. Et quoniam jam ostendimus, si tria quaevis puncta servant eadem phaenomena, inter se servari phaenomena omnia, superest tantum ut ostendamus, in tribus motibus uniformibus parallelis phaenomena discerni non posse.

Sint (fig. 187) trium punctorum A, B, C motus paralleli AA, BB, CC, et in rectam AA ex punctis B, C agantur normales β , K, junganturque AB, AC; ajo quocunque motu uniformi assignato ipsi puncto A, assignari etiam posse motus uniformes competentes punctis B et C, ut eadem phaenomena prodeant. Nam qui motus assignantur punctis β et K, assignabuntur et punctis A et B; jam manifestum est, utcunque moveatur aut quiescat punctum A, tales motus uniformes assignari posse punctis β et K, in eadem recta positus, ut eadem prodeant celeritates respectivae seu distantiarum variationes uniformes. Et proinde pro eodem temporis momento eadem prodibunt magnitudines rectarum A β , AK, β K, ut pro uno momento $1A_1\beta$, $1A_1K$, $1\beta_1K$; et pro alio momento $2A_2\beta$, $2A_2K$, $2\beta_2K$. Eadem ergo (quacunque facta hypothesi) dato momento prodeunte magnitudine rectae $2A_2\beta$, et manente semper ob parallelismum recta B 2β , idem prodibit angulus $2B_2A_1A$, et similiter angulus $2C_2A_1A$; ergo (ob eandem quoque semper manentem distantiam inter rectas BB, CC) idem quoque prodibit angulus $2B_2A_2B$ pro dato momento; adeoque semper prodeuntibus iisdem angulis pro eodem tempore eadem prodeunt phaenomena. Idemque est, si puncto A pro motu quies assignetur. Quod autem de puncto A ostendimus, de alio quocunque valet, et quod de tribus quibuscunque, utique de omnibus; et quod de omnibus punctis, etiam de situ ipsorum mobilium verum est. Itaque nihil prohibet, quamcunque hypothesis veram esse, si nihil aliud quam Mathematicam possibilitatem desideremus. Intelligimus scilicet quod in motu pure mathematico est solumque agnoscitur potest, situs nempe et eorum mutationes. Sed pars physica, causae agendi sci-



licet et virium subjecta, et aptae rationibus reddendis explanationes alterius sunt considerationis. An autem eadem quoque phaenomena serventur pro quacunq[ue] hypothesi facta, quando corpora concurrunt inter se, infra dicemus. Porro si plures essent hypotheses, et secundum unam corpora moveantur uniformiter, secundum aliam secus, nec adsint externae causae, praeferenda est hypothesis motus uniformis, quia omnis motus per se est talis. Igitur hic quoque talis erit, ubi causae mutantur absunt. Interim in rectilineis motus uniformes plures idem praestare possunt, quodcumque demum subjectum quieti aut motui dato assignetur.

Propositio 17.

Si puncta quocumque moveantur in lineis rectis, etiam centrum gravitatis earum movebitur in linea recta; et si motus punctorum sint uniformes vel saltem proportionales inter se, etiam motus centri gravitatis erit uniformis vel saltem prioribus proportionalis.

Sint (fig. 188) primum puncta duo, unum A percurrens rectam $1A_2A$, alterum B percurrens rectam $1B_2B$, sintque motus proportionales, id est eadem sit proportio linearum eodem tempore seu simul absolutarum; dico, et centrum gravitatis C etiam percurrere rectam $1C_2C$, eamque motu etiam prioribus proportionali. Ducatur $1BD$ parallela ipsi $1A_2A$, in quam ex $1B$ perpendicularis agatur $1BD$, et per $1A$ ducatur quantumlibet parva $1AF$ parallela ipsi $1BD$. Si poneretur A moveri recta $1AF$ motu ad ipsius B motum proportionali, utique ferretur motibus $1A_2A$ et $1AF$ proportionalibus inter se et cum motu ipsius B. Moverentur ergo puncta A et B (per prop. 2) motibus compositis, illud ex $1A_2A$ et $1AF$, hoc ex $1BD$ et DN , qui omnes sunt inter se seu ipsi $1A_2A$ proportionales. Dum igitur puncta A et B moventur motibus rectilineis parallelis et proportionalibus $1A_2A$ et $1BD$, utique et centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelis et ad ipsum $1A_2A$ proportionali in $1CE$ aut parallelis; seu promovebitur ad partes quas postulat directio ipsi $1A_2A$ parallela secundum rectae alicujus CE magnitudinem (per prop. 11). Et similiter dum puncta A et B moventur motibus rectilineis $1AF$ et DE , etiam centrum gravitatis C feretur motu rectilineo ipsis parallelis et ipsi D_2B adeoque et ipsi $1A_2A$ proportionali E_2C ; seu promovebitur in par-

tes quas postulat directio ipsi D_2B parallela secundum alicujus $1CG$ vel E_2C magnitudinem (per dict. prop. 11). Cum ergo centrum gravitatis C feratur motibus rectis ipsis $1A_2A$ adeoque inter se proportionalibus, compositis uno $1CE$, et altero $1CG$ vel E_2C , feretur utique motu recto ipsi $1A_2A$ proportionali (per dict. prop. 2). Idemque est, quantumcumque sit parvitas ipsius $1AF$, adeoque idem est, licet ea plane evanescat, mobileque A feratur non nisi motu $1A_2A$, ut erat propositum. Sunt autem motus $1A_2A$ et $1B_2B$ assumti quicunque rectilinei inter se proportionales (etiam in diversis utcumque planis). Itaque habemus generaliter demonstratam propositionem in punctis duobus. Sed quod de duobus ostensum est, ad tria producitur et alia quocumque, si pro motu duorum assumamus motum centri, et huic novum tertii puncti motum adjungamus, motus enim centri horum duorum erit motus centri omnium trium. Quare generaliter in punctis quocumque habetur propositum.

Propositio 18.

Si conatum quantitates et directiones exprimantur per rectas a puncto conante eductas usque ad puncta quaedam terminantia, conatus compositus exprimetur recta a puncto conante ad punctorum terminantium commune centrum gravitatis ducta sed multiplice per numerum punctorum.

Sint (fig. 189) puncti A conatus quocumque, ut rectae AB, AC, AD, et punctorum B, C, D centrum gravitatis sit G; ajo, conatum compositum esse ut rectam AGH, quae sit ad AG, ut numerus punctorum B, C, D ad unitatem. Nam ducto angulo recto, EAF, patet conatus AB componi ex AL et AM, et AC ex AN et AP, et AD ex AQ et AR, et AG ex AS et AT. Conatus autem compositi AQ, AN, AL dant conatum AQ + AN + AL. Jam AS est media Arithmetica inter AQ, AN, AL, quia distantia centri gravitatis G ab axe AF ducta in numerum punctorum, quae hoc loco pondera aequalia intelliguntur, aequatur summae distantiarum singulorum punctorum ab axe. Itaque conatus AS ductus in numerum punctorum dat conatum AQ + AN + AL. Eodem modo conatus AT ductus in numerum punctorum dat conatum AM + AP + AR. Ergo conatus AS cum conatu AT, id est conatus AG ductus in numerum punctorum, id est conatus AH aequatur conatibus AQ, AN, AL, AM, AP, AR, id est conatibus AB, AC, AD simul sumtis. Simile argumentum in solido institui potest, ubi



unus conatus potest resolvi in tres ad tria plana angulum rectum (si placet) comprehendentia et in A concurrentia normales.

Propositio 19.

Si puncta conatum ejusdem puncti infinitorum repraesentatrices rectas terminantia cadant in quandam locum extensum, tunc directio conatus inde compositi tendet ad centrum gravitatis loci, magnitudines vero talium conatum erunt in ratione composita distantiarum centri gravitatis ejusque loci a punctis conantibus et magnitudinum ejusque loci.

Sint (fig. 190) puncta conantia A et L, et punctum A tendat conantibus infinitis AB seu tendat ad unumquodque ex punctis B lineae BB, in ratione ejusque rectae AB, similiterque tendat L conatibus omnibus LM; sit loci BB centrum gravitatis C, et loci MM centrum gravitatis G; dico punctum A revera tendere versus C, et punctum L versus G, sed nisum aut conatum ipsius A fore ad nisum aut conatum ipsius L in ratione composita AC ad LG et loci B, B ad locum M, M. Nam si sit (fig. 191) recta fracta DEFH polygonae aequalium laterum, idem est centrum gravitatis hujus lineae, quod est punctorum mediorum ejusque lateris, nempe P, Q, R, idemque verum est, numerum utcumque multiplicando, donec polygonae abeat in curvam. Unde quae demonstravimus in praecedenti de centro gravitatis punctorum, habent locum in centro gravitatis ipsius lineae; eademque et ad polyedram superficiem, imo et ad locum solidum produci possunt, si scilicet hedrae aequales in superficie, aut cubi aequales in solido assumantur, pro quibus deinde eorum puncta media seu centra gravitatis substitui possunt.

SECTIO TERTIA.

DE CONCURSU CORPORUM.

Propositio 1.

Si corpora quocumque concurrant quomodounque, aequalis semper manet potentia absoluta,

hoc est, summa factorum ex ponderibus seu materiae quantitibus ejusque corporis in altitudines ductis, ad quas vi suarum celeritatum ascendere possunt, seu factum ex pondere sive quantitate materiae omnium simul sumtorum ducta in altitudinem centri gravitatis communis, ad quam id vi celeritatum praesentium in corporibus existentium ascendere posset.

De summa factorum ex pondere seu mole in altitudines jam constat ex demonstratis capite de Causa et Effectu. Nam per prop. 7 dicti cap. eadem manet potentia in corporibus, quae sola invicem agunt. Potentiae autem sunt in ratione composita ex simplice ponderum et duplicata velocitatum, seu ex composita ponderum et dictarum altitudinum (per prop. 15 ibid.). Porro eadem est quantitas summae ex ascensibus in corpora singula ductis, et facti ex ascensu centri gravitatis in summam corporum per prop. 14 cap. 2. Sect. I Part. II, quia altitudines intelliguntur perpendiculares adeoque inter se parallelae. Abstrahitur autem animus ab eo, quod fieret si durante concursu accederet actio gravitatis vel alia quaecumque praeter jam conceptam a corporibus seu praeter eam quam habent in ipso concursu.

Propositio 2.

Si Elastrum, quatenus se restituit, in duo corpora agat, imprimet illis conatus corporibus reciproce proportionales.

Sint (fig. 192) duo corpora A et B connexa per Elastrum, quod se restituens in ipsa agat; veluti si sit compressum ea a se invicem repellendo, vel si sit distensum ea ad se invicem attrahendo; ajo celeritates quas accipiunt corpora, esse corporibus reciproce proportionales. Ponantur enim corpora esse pondera eo ipso dum ab Elastre moventur elevanda, ut si ponantur esse horizonta, et suspensa a funibus perpendicularibus aequalibus ex C et D; manifestum est magis resistere, quod magis quam reciproca ad pondus ratione elevatur. Itaque conatus quos a corporibus accipiunt, corporibus reciprocos esse necesse est (per prop. 16 cap. de causa et effectu). Cumque id continuata restitutione semper contingat, etiam impetus vivi ex conatibus repetitis, semper pro-



portionalibus conflati seu impressae tandem celeritates erunt corporibus reciproce proportionales, prorsus ut prop. 41 cap. de causa et effectu Sect. 4.

Propositio 3.

Iisdem positis, etiamsi plura duobus sint corpora, succedet quod propositione praecedenti diximus, aggregatum ex quibusdam simul sumtis pro uno corpore sumendo, et elevationem centri componentium pro elevatione ipsius aggregati. Itaque generaliter centrum gravitatis unius vel aggregati plurium accipiet celeritatem, quae sit ad celeritatem quam accipit centrum gravitatis reliquorum, reciproce ut pondera corporum quorum ea sunt centra gravitatis.

Ostenditur ut praecedens. Si corpora ex filis perpendicularibus suspensa intelligantur, distribuendo enim omnia corpora in duo aggregata et unumquodque aggregatum concipiendo ut unum corpus habens centrum gravitatis (veluti si per lineas rigidas connecti intelligantur), fieri non potest, ut centra magis quam reciproce pro ponderibus eleventur, cum illud pondus quod plus elevari debet, magis resistat; pondera autem velut in centra gravitatis reducta intelligi possint eadem potentia manente (per prop. 3 cap. 1 Sect. 1 Part. II).

Plura corpora simul ab uno eodemque Elastro se restituentem impellentur, si aer compressus plura ostia a corporibus totidem obstructa inveniens corpora simul omnia propellat. Idemque continget in tormenti repulsa, dum emititur globus. Et vis haec est alternativa, ita ut si unum non possit cedere, reliqua recipiant vim totam.

Propositio 4.

Si duo globi gemelli (hoc est aequales et per omnia similes) sibi occurrant in recta per amborum centra transeunte, et partes eorum post ictum quiescant ut ante; ambo regredientur ea qua venere velocitate et contraria directione in eadem recta. (fig. 193).

Cum enim post concursum nec progredi possint (alioqui se penetrarent), nec flectere in latus, cum nulla sit ratio in quam po-

tius partem flecti debeant, nec quiescere, alioqui effectus foret debilior causa, tanta quippe vi perdita, nisi scilicet eam transtulerint in partes, quod est contra hypothesin; regredi igitur debent, et ita quidem, ut in summa sit eadem vis quae ante. Sed cum nulla sit ratio cur unum plus virium altero accipiat, utrumque accipiet vim dimidiam. Et initio etiam unumquodque habebat dimidiam. Ergo eandem accipiet vim quam habebat ante. Sed idem corpus eandem accipiens vim quam habuit ante, etiam eandem accipit celeritatem. Igitur constat propositum.

Propositio 5.

Nulla dantur corpora perfecte inflexibilia.

Ponantur enim dari, itaque poterunt dari duo tales globi, iique concurrentes, ut in prop. praecedenti. Sed ita (fig. 193) globus in loco $2A$ positus a conatu pergendi in directione, ut $1A2A$, transibit ad conatum contrarium $2A3A$, idque momento, quod est absurdum. Omnis enim mutatio fit per intermedia. Itaque in tali concursu cedere in partibus suis seu flecti corpora necesse est, ut paulatim deveniant ad quietem, et deinde Elastrose restituente motum contrarium priori recipiunt per gradus. Idem sic quoque ostenditur, quod necesse est in corporibus concurrentibus aliquando mutari velocitates, idque fieret in momento concursus, si corpora essent perfecte rigida. Sed nulla potest esse in Natura mutatio momentanea assignabilis sive notabilis, et proinde ab uno velocitatis gradu ad alium nisi per intermedios transiri non potest.

Hinc intelligitur, Atomos Naturae legibus consentaneos non esse. Caeterum quande nos corpora rigida adhibemus, ea intelligimus, quae flexilia sunt quidem, sed summa promptitudine se restituant. Principium autem generale, quod mutationes vel transitus non fiant per saltus sive temporis sive aliorum determinantium respectu, maximi in Mathesi et Natura momenti est. Usi jam eo sumus in prop. 38 cap. de causa et effectu, et alibi ope ejus methodum ostendimus a posteriori opiniones non bene concinnatas dignoscendi. Videantur Novellae literariae Batavae anni 1687 mense Julio.



Propositio 6.

Corpora non agunt immediate in se invicem motibus suis, nec immediate moventur, nisi per sua Elastra.

Cum omnia corpora sint flexilia (per præcedentem) et facilius sit corpus utcumque firmum flectere nonnihil, quam ei impetum dare vel adimere (per prop. 30 cap. de causa et effectu); itaque corpus flectetur prius nonnihil, quam ullum determinatum velocitatis gradum vel impetum accipere possit ab alio, vel ejus actione amittere. Cumque eadem ratio semper subsistat, et flexu licet facto rursus novus flexus facilius sit quam impulsus, quo semper determinatae est velocitatis, ejus scilicet minimum quae est impellentis; unde semper assumi potest flexus minor, donec plane vis impellendi consumatur. Nunquam igitur corpus, nisi flectetur ab alio, impelletur autem non nisi ab Elastro suo restituentem, quod statim incipit agere ad corpora invicem dimovenda.

Quod corpora prius flectantur quam impellantur, discimus etiam experimentis. Hinc si magna sit ictus velocitas, potius frangentur, quam movebuntur, ut videmus ictu glandis plumbeae ex pyrio sclopeto potius perforari januam paulum apertam quam claudi. Etsi enim alioqui majore vi sit opus ad perforandum quam claudendum, hic tamen majore vi opus fuisset ad subito claudendum, quam subito perforandum requirebatur. Hinc patet etiam, corpus unum semet vi elastri sui seu motus intestini ab alio repellere seu dimovere, ut qui intra navem sunt eam conto a ripa repellunt. Ex hujus autem propositionis demonstratione attente considerata poterunt paradoxa elici, unde apparebit naturam corporis et motus longe aliam esse, quam credi solet. Sed ab iis nunc absteo.

Propositio 7.

Si duo corpora in se invicem agant, eadem est vis agendi respectiva seu (in casu concurrenti) vis ictus, in quocumque demum corpore sit motus, modo eadem sit vis intendendi elastrum, seu celeritas mutandi distantiam corporum, quam voco respectivam. Et aequalis est actio et passio utriusque invicem exercita. Idemque ad plura corpora porrigitur ad modum propositionis 3.

Nam (fig. 194) Elastrum, quo mediante corpus A agit in B vel contra, eodem modo intenditur, posita aequali celeritate respectiva, appropinquandi scilicet aut recedendi, quibus verbi gr. linea elastica AB distenditur aut coarctatur. Actio autem corporis in corpus non est nisi per Elastrum (ex prop. 6), et Elastrum aequaliter agit in ambo corpora simul, vires ipsis imprimens aequales respectivas (per prop. 2 hic; adde prop. 41 Sect. 4). Itaque ambo aequaliter patiuntur, adeoque (cum non nisi a se invicem licet mediante Elastro patiuntur) et aequaliter invicem agunt. Atque idem est intelligendum de concursu corporum immediato, ubi Elastrum est in partibus ipsorum.

Propositio 8.

Duo corpora directe concurrentia velocitatibus quae sint corporibus reciproce proportionales, tota vi sua invicem agunt, et qua velocitate venere reflectuntur, si modo satis elastica sint, nec vis ictus a partibus ipsius corporis absorbeatur.

Sistunt enim se mutuo (per prop. 41 Sect. 4). Itaque tota vis qua agunt ab ipsis amissa transfertur in eorum Elastrum, quippe cum (per prop. 6 hic) non nisi ab Elastro in contrarias partes agi possint, progredi autem vel deflectere nequeant. Accipiunt autem velocitates reciproce proportionales (per prop. 2 hic) adeoque (cum summa eandem vim dare debeat per prop. 1 hic) priores.

Propositio 9.

Vis respectiva qua duo corpora possunt agere in se invicem, est ea pars vis absolutae, quae habetur corporibus velocitates tribuendo ipsis corporibus reciproce proportionales et tantas, ut inde sequatur eadem celeritas respectiva, quam nunc ob concursum praesentem habent.

Ponamus (fig. 195) distantiam corporum fuisse A_1B , et deinde esse A_2B , et ita ista mutatione intensum esse Elastrum CD, quo mediante corpora invicem agunt. Jam si esset celeritas A_2A ad celeritatem B_2B , ut B ad A, corporum hos motus habentium vis absoluta aequaretur vi eorum respectivae (per prop. 8). Et vis respectiva corporum sic motorum aequatur vi respectivae eorundem motu aliter utcumque distributo motorum, dummodo eadem



maneat celeritas respectiva accedendi ad se invicem, seu eadem differentia inter ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per prop. 7). Ergo vis absoluta dicta aequatur respectivae propositae.

Propositio 10.

Vis agendi corporum respectiva per eorum actionem in se invicem non mutat quantitatem, nec inde mutatur celeritas respectiva, modo corpora non nisi invicem agant et patiantur, nec portio virium ab eorum partibus retineatur. Quae autem de duobus corporibus dicta sunt, ad plura producuntur in modum propositionis 3 vel 7.

Nam vis agendi respectiva translata est in Elastrum (per quod solum corpus agit in corpus prop. 6), et cum ea vis non absorbeatur vel a tertio aliquo corpore vel a partibus corporum (ex hypothesi), corporibus redditur ab Elastro. Jam si eadem maneat vis respectiva, necesse est, ut eadem quoque maneat celeritas respectiva, alioqui corpora eandem in se agendi vim respectivam non haberent, si forte denuo concurrerent aut in se agerent (per prop. 7). Idem sic intelligitur: Celeritas respectiva eadem eandem facit Elastri intensionem. Elastri autem seu ictus vis est tanta, quanta corporum amborum celeritatibus reciproce proportionalibus eandem respectivam efficientibus latorum (per prop. 9). Haec ergo vis ablata est, et periret nisi redderetur corporibus. Sed ex hypothesi non absorbetur a partibus aut causa externa; ergo tota redditur. Quod quomodo fiat, ita distincte cognoscemus. Dum (fig. 196) A et B concurrunt celeritatibus ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$, et ex ${}_1A_1B$ transeunt in ${}_2A_2B$, secemus rectam ${}_1A_1B$ in puncto C sic, ut sit AC ad BC, ut B ad A; erit vis ictus perinde ac si concurrissent A celeritate ${}_1A_1C$, et B celeritate ${}_1B_1C$ (per prop. 9). Haec vis absoluta, quam componerent, si duo motus detraherentur a vi absoluta totali, residua vi iret totum compositum simul. Utique enim vis residua est in ipso composito sublata vi ictus, alioquin aliquid de tota vi periret contra prop. 1. Totum autem compositum iret simul, si corpora a se invicem per restitutionem Elastri non iterum repellerentur; nam quamdiu adhuc corpora se urgent, nondum totam vim ictus in Elastrum transtulere (vid. demonstr. prop. 6), eo vero momento quo se urgere desinunt, manent simul (perdito conatu magis appropinquandi seu celeritate respectiva)

nisi quid novum superveniat, quod est restitutio Elastri. Jam si Elastrum motu communi cum corporibus feratur, ea a se invicem dirimet eodem modo ac si motus ille communis abesset (ut in prop. 2), celeritate scilicet reciproce proportionali singulorum tanta, quantam vis Elastri et magnitudo corporum, id est vis respectiva prior nempe Elastri impressa postulat. Necesse est ergo eandem corporibus dari celeritatem recedendi, quae prius appropinquandi fuit, seu A abscedere a concursu celeritate ut ${}_1A_1C$, et B celeritate ut ${}_1B_1C$, adeoque eandem esse quae ante celeritatem respectivam. Celeritas autem communis, qua itra essent si abesset restitutio, ea foret, quae ante concursum fuit centri gravitatis, nempe ${}_1C_2C$, ut mox apparebit.

Si tamen corpora non satis elastica sint, et ita partes compressae vim absorbeant nec prorsus restituant corporibus, tantundem decedit potentiae respectivae, et proinde si corpora ex materia quadam molli et tenui consent, ita ut post ictum cohaereant, perit vis respectiva, et restat solummodo vis progressiva totius, de quo jam. Quodsi materia non satis perfecte elastica sit, ut lignum, pars vis respectivae seu potentiae ictus absorbebitur a partibus ligni, pars reddetur corporibus totis, in quantum a se invicem ob ictum reflectuntur.

Propositio 11.

Potentia absoluta aggregati plurium corporum ex motu eorum orta componitur ex vi eorum respectiva agendi in se invicem, et vi progressiva (agendi in tertium) per modum unius seu vi directionis.

Sint corpora quotcumque in motu vel quiete posita, et ponantur subito connecti a lineis rigidis vel elasticis si placet (quod vim nec auget nec minuit, cum thema hoc per se non sit activum), et omnis vis quae est in corporibus recedendi a se invicem vel accedendi, hoc est vis respectiva a lineis rigidis vel elasticis sustinebitur, et in elastrum vel vinculum qualecunque transferetur. Et haec vis ab Elastro aut firmitate vinculorum recepta, a tota potentia praesentis thematis, quippe permanente (per prop. 1), detracta relinquet potentiam, qua corpus totum unitum, ex corporibus pluribus datis compositum, progredi conabitur.



Propositio 12. Non mutatur per concursum vis progressiva seu vis directionis in summa quae est composita ex pluribus corporibus, sed eadem est ante et post concursum, et proinde in per se libere motis, eademque quantitas non quidem motus, sed tamen progressus secundum quascunque parallelas, eademque celeritas centri gravitatis totius compositi remanebit. Nec refert, corpora sint mollia an dura seu perfecte elastica.

Nam potentia absoluta semper manet eadem (per prop. 1) et componitur ex vi respectiva seu ictus, et progressiva seu directionis totalis (per prop. 11); manet autem eadem vis respectiva sive in corporibus sive in eorum partibus absorbentibus (per prop. 1); ergo et vis directionis totalis eadem manet. Porro cum eadem maneat vis progrediendi, ut ostendimus, ea scilicet quae vi respectiva adempta, seu massa in unum rigidum congelascente, superesset, utique eadem quoque manet celeritas progrediendi, nam eadem vi in eodem corpore manente, eadem manet celeritas. Itaque et eadem quantitas progressus seu factum ex celeritate progrediendi in totam corporis molem seu pondus, si scilicet celeritas illa seu progrediendi impetus exitum sortiatur, quod fit si scilicet libere et per se moveantur corpora, alioqui stabit ea celeritas intra conatum, ut si centro immobili inter circulandum corpora retineantur, ne directionem quam secundum tangentes habent, prosequi possint; quamquam haec impedimenta non revera, sed in speciem tantum contingere inferius ostendimus, cum nullus conatus destruat, sed tantum aliis componatur. Porro si corpora per se libere moveantur, seu vi sui impetus pristini ac secundum suam directionem, movebuntur linea recta ac motu uniformi. Et proinde tunc centrum gravitatis eadem semper celeritate ibit in eadem recta ad easdem partes. Nam intelligantur exstingui corporum vires respectivae, quod fieri potest, si intelligamus corpori cuilibet celeritatem respectivam aequalem et contrariam priori (recedendi si accesserat, et contra) et corporibus sese respicientibus reciproce proportionalem esse additam; ita enim exstinguitur ille motus, qui ut prop. 9 ostendimus vim respectivam constituit, quippe unus contrario aequali compensatus; tunc igitur tota massa cessante mutatione distantiae inter partes massae movebitur per motum unius

rigidi motu rectilineo aequidistributo, adeoque centrum gravitatis uniformiter et directe progredietur. Utor autem hic potius hypothesi motus compensati quam connexionis in rigidum, ne in casu obrigescentiae progressio pro parte in circulationem convertatur, quae rectilinea manebit, si motibus uniformibus rectilineis jam existentibus (ex hypothesi) nihil aliud quam conatus compensantes rectilinei addantur per prop. 3 cap. 2 Sect. 1 Part. II. Porro ante hanc innovationem, quae distantiarum mutationem sustulit, totius massae centrum gravitatis eodem ut nunc modo movebatur, quod inde ostendo, quia duorum quorumlibet corporum centrum eodem modo movebatur ut nunc. Ergo et centrum gravitatis totius aggregati. De centro autem duorum quorumlibet res sic patet, quia sive corpora a se non recedant sive recedant celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora, eodem loco manet centrum gravitatis. Hinc ergo denuo demonstratum habemus (quod supra cap. de directione prop. 11 primum in parallelis ostenderamus, et prop. 17 cap. ejusdem ex solis considerationibus Geometriae in libero corporum non concurrentium motu eruimus), punctorum quocunque adeoque et corporum lineas rectas motu uniformi describentium centrum gravitatis in linea recta motu uniformi progredi, et quidem eadem celeritate, qua tota massa sublata vi respectiva progredi debet. Quae celeritas habetur, vim respectivam (ex prop. 9 determinandam in singulis corporibus, adeoque et in toto) detrahendo a vi totius absoluta (per prop. 11), restabit vis progressionis, unde ex data massa corporis habetur et celeritas progressionis hujus massae. Caeterum hic progressus centri gravitatis totalis non mutatur a corporum concursu, quia ipsorum concurrentium (in quibus mutatio ista credi posset) centrum gravitatis a concursu non mutatur, in quantum enim in se invicem agunt, agunt per Elastrum (prop. 6), quod celeritatem respectivam (veluti velocitatem a se invicem recedendi) inter ipsa distribuit proportionem corporibus reciproce proportionali (per prop. 2 et 3 hic); at quae ad se accedunt vel a se recedunt celeritate reciproce proportionali, ex hoc locum centri gravitatis non mutant, quippe quod etiam corporum distantiam in partes secat, corporibus ad quos pertinent reciproce proportionales. In universum igitur, corporum per se (seu vi pristina retenta) et libere (sine retinaculo) adeoque lineis rectis et motu uniformi motuum centrum commune gravitatis uniformiter pergit in recta ad



easdem partes, sive corpora haec inter se concurrant, sive non. Idemque est, si motus esset proportionaliter crescens. Porro centro gravitatis directe et uniformiter progrediente, etiam corporum per se libere motorum, quorum hoc est centrum, quantitas progressus in easdem partes in iisdem parallelis manebit idem. Nam (fig. 197) assumpta recta quacunq̄ue LM, positoque puncta mobilia A, B, C progredi in rectis motu uniformi ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$, ${}_1B_2B$, itaque etiam secundum parallelas huic rectae uniformiter progredientur celeritatibus quae repraesentabuntur rectis ${}_1\alpha_2\alpha$, ${}_1x_2x$, ${}_1\beta_2\beta$, posito normales vel inter se parallelas ex dictis locis punctorum A, B, C in rectam LM esse ductas. Sed in motibus parallelis punctorum quibuscunq̄ue factum ex via centri gravitatis ut ${}_1x_2x$ in pondera punctorum A, B, seu in rectas AC+CB aequatur summae vel, si contrarii sint motus, differentiae facti ex pondere A ducto in suam viam ${}_1\alpha_2\alpha$, et ex pondere B ducto in suam ${}_1\beta_2\beta$, hoc est, quantitati progressus in summa (ut ostendimus prop. 12 cap. 2 sect. 1 Part. II), et quod de punctis duobus, id de quibuscunq̄ue verum esse ostendimus, adeoque et de mobilibus quibuscunq̄ue quae per puncta constituuntur, seu nihil aliud sunt quam summae punctorum, hoc est corporum sufficientis ad evitandum errorem dato minorem paritatis. Sed aliter quoque ostendi potest, quod de punctis, idem de mobilibus quibuscunq̄ue verum esse, quorum puncta moventur motu rectilineo aequidistributo, ut hoc loco singula corpora moveri supponimus. Fit enim progressus corporis talis ex facto viae unius alicujus puncti in corporis pondus ductae, perinde ac si totum pondus in unum ex punctis (ex. gr. in centrum) esset redactum. Cum igitur assumtis parallelis ad rectam datam LM eadem sit quantitas summae progressus et facti ex progressu centri gravitatis totalis in summa corporum, progressus autem centri gravitatis ${}_1C_2C$ in easdem partes semper aequalis sit celeritatis, adeoque respectu ad parallelas rectae LM, ita ut progressus quoque ${}_1x_2x$ semper aequalis sit celeritatis; utique et summa totalis progressus in easdem partes (detractis scilicet progressibus contrariis si qui sunt per dict. prop. 12) secundum parallelas quascunq̄ue idem manebit.

Haec autem vera esse patet etiam, si per molliem corporum concurrentium pars ictus absorbeat, translata in concurrentium partes insensibiles, quoniam vis directionis totalis a vi ictus nullo modo pendet, nec per eam alteratur. Unde fit ut haec re-

gula etiam sic satis vera reperitur in corporibus sensibilibus, quae libere satis moventur, uti in pendulis observari potest, etsi pars potentiae respectivae in concursu pereat, et eatenus in praxi summa totius potentiae absolutae non conservetur. Detrimentum tamen ipsum factis aliquot experimentis in datae speciei materia ad calculum revocari, et inde in reliquis ejusdem materiae praedici potest. Quodsi corpora per concursum cohaerescant, soli potentiae directricis conservationi locus erit, vi ictus amissa.

Caeterum observare operae pretium est, quod in vi respectiva conservetur quantitas motus, itemque in vi directiva quantitas progressus, seu factum ex pondere in velocitatem, etsi alioqui potentis conservatis celeritates non conserventur, ut prop. 40 cap. de Causa et Effectu ostendimus. Cujus rei ratio est, quod hic eadem quoque manet quantitas materiae. Sed eo ipso potentiae sunt in ratione composita corporum et quadratorum celeritatum, manente quantitate materiae, necesse est idem manere quadratum celeritatis, adeoque et ipsam celeritatem eandem. Manere autem semper eandem quantitatem, in quam duci debet potentia, tam in vi ictus, quam in vi directrice, manifestum est. Nam in vi ictus seu respectiva eadem manet vis respectiva in quolibet corpore respectu cujusque alterius, quae est media vis ictus totalis, qui ab ipsis fieri invicem potest, adeoque eadem quoque manet ejusdem corporis respectiva celeritas, licet contrariam directionem recipiat. In quantitate progressus quoque eadem manet quantitas materiae, nempe totius corporum aggregati, ac proinde eadem vi progressiva seu directrice manente, etiam celeritas centri gravitatis seu progressus totius manet. Sed non ideo eadem manet quantitas motus in summa, quia progressus totalis invenitur detrahendo sibi progressus contrarios; unde eatenus compensando quantitas motus ex parte perit. Ex quo nascitur propositio sequens 13.

Propositio 13.

Tum demum eadem manet quantitas motus ante concursum et post concursum, cum et ante concursum corpora ibant simul ad easdem partes, et post concursum rursus simul eunt ad easdem, non vero ad contrarias invicem partes. Quodsi ante concursum duo corpora sibi ibant in contrarias et post concursum rursus, secundum certas scilicet paral-



lelas, eatenus differentia inter quantitates motuum ante concursum aequatur differentiae post concursum. Quodsi corpora progressum ex consentiente mutant in contrarium vel contra, summa quantitatum motus in progressu consentiente aequabitur differentiae earundem in progressu contrario, secundum easdem scilicet utrobi parallelas in quibus contrarietas sumitur. Idemque locum habet in pluribus, quatenus nonnulla tanquam aggregata in unum considerando, omnia simul pro duobus haberi possunt, ut supra.

Demonstratio manifesta est ex Scholio praecedente. Manet enim eadem quantitas progressus ante et post concursum; quae si per meram additionem progressuum (id est quantitatum motus) corporum amborum in utroque statu colligitur, utique manet et quantitas motus absoluta; quatenus vero detractio opus est in alterutro aut utroque statu, progressus iste integer est quantitatum motus secundum illas parallelas differentia. Atque ita eatenus motuum seu progressuum singulorum differentia in uno statu differentiae aut summae quae est in alio statu aequatur.

Propositio 14.

Si corpora suo impetu moveantur, tunc quaecumque demum fiat hypothesis phaenomenis corporum quoad situs inter se semel satisfaciens in statu aliquo priore seu in causa, satisfaciet etiam in statu quocumque posteriore seu effectum, eademque semper prodibunt phaenomena, seu (ut paucis dicam) Hypotheses diversae a se invicem discerni non possunt.

Nam posito motu libero ex vi semel impressa praecedente, hoc est rectilineo uniformi, ante concursum non possunt discerni hypotheses (quod quidem Geometricè constat ex prop. 16 cap. 2 sect. 1 Part. II.). Sed nec concursu discernuntur. Nam modo eadem sit corporum celeritas respectiva, corpora eodem modo agunt in se invicem, seu eadem sit vis ictus (per prop. 7 hic). Vis autem ictus transfertur in corporum Elastum, et corpora concurrentia, nisi Elastum ipsis vim ex toto aut parte restitueret, ferrentur simul (ut ostendimus ad prop. 10). Elastum igitur eam restituente duo componuntur Motus (non arbitrio fingentium nostro, sed ab ipsa

natura rei), unus communis, alter proprius corporibus reciproce proportionalis, et quidem priori aequalis, atque adeo priorem reddens celeritatem respectivam (ut ostendimus prop. 10), si Elastum totam vim acceptam restituat; sed si pars virium a partibus corporis non satis elastici absorbeatur, elastum nihilominus quantam vim dabit corporibus, eandem dabit reciproca proportione, tantumque celeritas respectiva prior certa proportione imminuetur. Cumque haec omnia eodem modo fiant, quicumque fuerit verus corporum motus ante concursum, constat igitur per concursum quoque hypotheses discerni non posse.

Propositio 15.

Si motus communis rectilineus corporibus addatur, eadem manent eorum actiones mutuae eademque phaenomena inter ipsa. Et si corpora plura praeter motus proprios unius corporis (velut navis) motu communi rectilineo ferantur, nihil inde mutatur quoad proprios motus.

Motus enim communis distantias corporum inter se adeoque celeritates respectivas non mutat, ut manifestum est. Unde jam (per prop. 7, hic) etiam vires respectivae et (per demonstr. prop. 16 cap. 2 sect. 1 Part. II.) phaenomena ipsorum inter se non mutantur.

Hinc sequitur, motuum compositionibus nos tuto uti posse salva potentia, quod tamen alioqui dubitationem aliquam recipiebat. Neque enim corpus, quod duabus celeritatibus aequalibus inter se compositis fertur, habet potentiam in directione composita aequalem summae potentiarum in directionibus componentibus, nisi cum directiones angulum rectum comprehendunt. Interim legum praecedentium beneficio natura nihilominus ejusdem potentiae absolutae conservationem consequitur, quae a composito motu aestimatur. Haec autem experimentis consentiunt. Etsi in navi motu recto progrediente nec succussiones patiente ludas motus ludicari, eadem phaenomena experire quae in terra. Et quae ex navi projiciuntur sagittae, navem vi remorum avolantem consequuntur inque eam recidunt, experimento Gassendi, perinde ac in navem pro anchoris stantem, quia scilicet praeter motum projectionis, etiam motus navis sagitta habuit antequam inde se jungeretur. Unde qui cum magno aliquo corpore nec directe procedente defertur, et ab externis exploratae quietis aut cogniti motus notandis exclusus est,



non habet quo cognoscat, utrum quiescentem an progredientem locum sit sortitus. In motibus circularibus aliisque curvilineis videntur haec prima fronte locum non habere, cujus causam et correctionem in sequentibus investigare operae pretium erit.

Propositio 17.

Omnes Motus sunt compositi ex rectilineis uniformibus.

Nam omnis motus per se est uniformis et rectilineus; actio autem omnis in corporibus constitit in motu. Itaque motus rectilineus non nisi impressione alterius, etiam per se rectilinei (salvo licet priore) supervenientis inflecti potest, ac proinde nulla intelligi potest origo motus curvilinei et difformis, nisi per compositionem rectilinearum uniformium.

Haec propositio ut ad sequentes quasdam demonstrandas adhiberi potest, ita vicissim demonstrari potest ex sequentibus, quippe quae et aliunde demonstrantur, ut apparebit imprimis ad prop. 20. Hinc si corpus captum ab alio ex motu rectilineo in gyrum se vertere cogatur, arbitror revera pergere in recta linea, licet vi adhaesionis, quam a motu quodam derivo, ad centrum repellatur. Suspicio autem, Naturam arcanis quibusdam modis omnes suos conatus etiam particulares conservare et ad exitum perducere. Certe in concursu corporum aequalium contingit (quemadmodum infra ostendemus), ut celeritates absolutas ac directiones permulent inter se. Inde si certo tempore (fig. 198) A et B pervenerint ex $1A, 1B$ in $2A, 2B$, et aequali tempore a concursu $2A, 2B$ perveniant in $3A, 3B$, fiet ut omnia perinde eveniant, ac si sine ullo concursu unumquodque suam viam fuisset prosecutum; loco enim ipsius A, quod semoto concursu pervenisset nunc in locum $3B$, jam eo pervenit B, et loco ipsius B, quod semoto concursu pervenisset nunc in locum $3A$, jam eo pervenit A. Cumque sibi sint aequalia, patet Naturam scopum suum aequipollenter obtinuisse. Et quemadmodum videmus Naturam in sono propagando res elasticas trementes secare per se in partes aequales, quod scilicet ea ratione melius consentiunt vibrationes; ita fieri potest, ut sponte Naturae ita fiant concursus, quasi corpora inaequalia ex pluribus partibus aequalibus componerentur. Hinc etiam cum omnes conatus quodammodo exitum habere arbitrer, si (fig. 199) corpora A, B radii cujusdam extremitatibus affixa circa medium

velut centrum ferantur atque ita recedere ab eo conentur, arbitror revera recedere et tendere ab B ad C, sed impulsu contrario corporum insensibilium rursus versus centrum repelli a C ad B, neque aliam esse causam adhaesionis, ut mox amplius patebit.

Propositio 18.

Si in corporum concurrentium composito ex concursu gyros oriatur, is fit circa centrum commune gravitatis, et motibus contrariis reciproce proportionalibus seu respective aequalibus utrinque compensantur. Atque ita et vis respectiva eadem et vis progressiva seu progressus dicti centri rectus uniformis conservatur ut in motibus rectilineis, ita et in circularibus uniformibus, aliisque curvilineis qui horum compositione nascuntur. Quodsi tales non sint motus, saltem tales intelligi possunt conatus, et speciatim ultimi conatus ante concursum, qui proinde dictos per se motus vel saltem, si impediantur, tales rursus conatus producent summam directionis conservantes.

Haec quidem directionis totalis conservatio sequitur ex precedente, quoniam in rectilineis uniformibus veram esse supra ostendimus (prop. 12), et ex his per dictam praecedentem omnes alii componuntur. Sed hoc interpretandum foret subintelligendo motus quosdam insensibiles corporum insensibilium ambientium, quorum impressione corporum partes ad se invicem impelluntur, unde firmitas seu cohaesio exurgit. Idem tamen, his etiam non comprehensis, aliunde ostendi potest, sumendo corpora firma per se more solito exclusis causis firmitatis; sed tunc propositio non valet quidem generaliter, succedit tamen in motibus uniformibus et in conatibus quibuscunque, ut eam concepimus.

Ponamus (fig. 200) duo corpora A, B aequalia aequalibus motibus parallelis et contrariis directionibus incidere in excipulas seu cavitates C et D in extremitatibus rectae CD positas, atque ita motus rectilineos in gyrum convertere, manifestum est centrum eorum G (quod in medio est rectae CD) ut quieverat ante gyrationem, ita et quiescere post eam, siquidem ipsam rectam velut molis expertem, aut si corporea est, ut centrum suum etiam in G habentem consideremus. Quod si corpora sint inaequalia



aut inaequali celeritate ferantur, oriatur collectatio quaedam, et quidem concurrentium motus ex hypothesi (et conatus semper) sunt rectilinei et uniformes, secundum leges motuum rectilineorum uniformium seu liberorum et per se evenientium hactenus ostensas, licet vel ab externa actione, vel ab obstaculo deinde mutantur.

Itaque perinde moveri conabuntur corpora A, B, pariterque eorum centrum gravitatis commune, ut leges supradictae jubent, adeoque centrum si prius quieverat adhuc quiescet, si prius movebatur, moveri porro conabitur aequabili motu in directum. Hi autem conatus non impediuntur in ipsa conversione motus rectilinei in circularem nisi differentia incomparabiliter parva seu inassignabili. Ponamus enim (fig. 201) punctum A conari progredi recta ${}_1A_2A$, sed incidens in D extremum radii AD cogi circulari ac deflectere in $({}_2A)$ seu ${}_2D$, et pro recta ${}_1A_2A$ describere arcum ${}_1D_2D$; patet initio seu in ipsa mutatione motus recti in gyrum, directionem non mutari differentia majore quam quae est anguli contactus quovis rectilineo incomparabiliter minoris, et differentiam inter rectam ${}_1A_2A$ et arcum ${}_1D_2D$ esse ipsis differentibus incomparabilem, ac proinde vim centrifugam (quae est ut ipsa recta ${}_2A$ (${}_2A$), differentia scilicet radii A (${}_2A$) et secantis R ${}_2A$) esse celeritate (quae est ut recta ${}_1A_2A$) incomparabiliter minorem, adeoque initio pro nihilo habendam esse mutationem, quae demum in progressu continua repetitione fit notabilis; idemque est in caeteris omnibus punctis, quae a conatu rectilineo ad gyrum transeunt. Et punctum quod quiescere debet, si abesset gyrus, quiescet nunc quoque non obstante corporum gyro, quia ne initium quidem mutationis intelligi in ipso potest, et nulla existente ${}_1A_2A$, multo magis nulla est deflexio et vis centrifuga, ipsaque adeo ${}_2A$ (${}_2A$). Itaque si quiescit centrum gravitatis ante concursum, seu initio concursus, celeritatem progrediendi nullam habet, et proinde etiam ex vi concursus conatibusque inde ortis per se rectilinis celeritatem nullam habere debet, gyro quoque superveniente motum nullum habebit, neque adeo circulabitur, cum gyrum nihil aliud esse ostenderit, quam motum per se rectilineum futurum, nunc inassignabili alteratione deflexum. Ex hoc ipso jam quod de quiescente centro ostendimus, conficitur idem et in moto. Quoniam enim ostensum est prop. 15 compositiones motuum rectilineorum seu hypothesos variationes nil mutare in phaenomenis, ideo pos-

sumus talem assignare motum communem toti composito, ut perinde sit ac si omnia in navi ferantur, in qua spectanti quiescat centrum gravitatis, etsi absolute seu ex ripa immota spectanti eadem prodeant phaenomena quae antea. Jam in navi omnia fieri debent eodem modo, sive moveatur sive quiescat navis. Itaque in navi etiam post concursum-gyro licet oriente quiescat centrum gravitatis, si ante concursum quieverit, quemadmodum paulo ante ostendimus futurum esse, si navis motus abesset, seu centrum revera quiesceret absolute. Interim totum motu navis seu motu communi progredietur, et ita efficietur, ut extra navem spectanti centrum gravitatis, prout ante concursum supposuimus, aequabiliter porro progredietur, atque ita absolute loquendo progredietur ut ante sine ulla gyratione; caetera autem puncta (ut in navi) gyran- tur circa ipsum centrum velut immotum, et praeterea simul cum ipso motu communi rectilineo progressionis totalis progrediuntur; quatenus autem gyran- tur, compensant invicem progressus et regressus seu motus contrarios corporibus reciproce proportionales ex natura gyri, in quo utique latera opposita in contrarias partes feruntur, atque ita semper vis respectiva conservatur; et si liberarentur omnia a gyro et directiones in tangentibus prosequerentur, haberent priores celeritates respectivas, quas ante gyrum habebant, et gyran- tia utcumque divisa in duas partes haberent celeritates earum invicem recedendi corporibus reciproce proportionales et iis quas ante concursum habuerant aequales. Itaque ut in motibus rectilinis per celeritates contrarias corporibus reciprocas, ita et nunc in gyris oppositis per easdem eadem proportionem distributas celeritates respectivae, adeoque et respectivae vires conservantur; dum interim motu communi centri gravitatis seu totius compositi motibus contrariis respective aequalibus superaddito praeter vim corporum agendi in se invicem, etiam ipsa vis agendi communis, seu vis progressiva totius compositi vel summa directionis totalis conservatur. Caeterum plures gygri particula- res quoque fieri possunt in componentibus, ubi etiam centri cu- jusque particularis ratio habetur.

Res etiam ex praecedenti propositione ostendi poterat, hoc modo, quod ubique vires tam respectivae quam progressivae conservantur in motibus rectilinis uniformibus, tales autem sunt omnes (ex praecedenti), posito scilicet adhaesiones quoque seu firmitates, et adeo aequidistantiam quoque a centro servatam ex



insensibilibus impressionibus ambientium oriri. Sed quia ambientium impressiones a conatibus recedendi gyranium compensantur, nec inde quicquam viribus ipsis corporum insitis a motu rectilineo in gyrum versis derogatur, supererunt eadem quae ante vires tam totales, quam respectivae, ut explicatum est. Quae sane admirandam nec satis consideratam hactenus Naturae in tuendis legibus constantiam atque harmoniam declaram. Videri poterat fallere regulas nostras, cum (fig. 202) corpus A in corpus aliquod immobile B incurrit; aut cum radius CD circa centrum firmum C mobilis, cavitae seu excipula D capit corpus E rectilineo motu adveniens, et in gyrum cogit; vel cum corpora F et G in libram HML, cujus centrum firmum M, brachia autem opposita HM, LM, incurrunr lineis FH, GL ab eadem parte librae (verbi gratia, ambo tendendo sursum aut ambo deorsum), sed in brachiis oppositis. Tunc enim reflecti potest corporum motorum centrum gravitatis (ut centrum ipsius A a corpore B repulsi), vel in gyrum se flectit, ut E incidens in excipulam D; vel denique reflectitur aut pergit pro ratione situs, ut centrum ipsorum F et G, quodsi incideret in M, reflecteretur.

Sed haec obiectio solvi facile potest; praeterquam enim quod omne corpus perfecte firmum, si daretur, considerari debet ut infinitum respectu aliorum, unde centrum gravitatis omnium commune in ipsum immobile cadit adeoque quiescit, sciendum est revera nullum esse corpus immobile; quod autem nobis tale apparet, ideo videtur eundem semper locum tenere, quia telluris globo aut alteri corpori magno adhaeret, quod quidem movetur loco nonnihil quantum postulant hae ipsae leges nostrae, sed motus ejus insensibilis ob summam tarditatem quam corporis magnitudo postulat percipi nullo modo potest. Idem est, si corpus aliquod firmum vi insensibilium corporum continue resistentium suum locum tueatur. Semper igitur verum manebit, et vim respectivam corporum invicem, et vim progressivam directionis totalis conservari. Hanc Naturae legem non consideravit quidam ex celeberrimis nostri saeculi Philosophis, dum putavit, ad cogitationes voluntatesque animarum non quidem mutari quantitatem motus, mutari tamen directiones motuum in corporibus. Sed hoc fuit non minuere, sed transferre tantum difficultatem. Neque enim Natura minore cura summam virium directricium, quam absolutarum (quas ille Philosophus cum quantitate motus confudit) conservare

studet. Et fieri potest, ut concomitantia quadam (si ita appellare licet) a Conditore ab initio stabilita consentiant animarum et corporum actiones, etsi neutris leges alterius occasione minima ex parte violentur, quod mirum videri non debet, cum unaquaeque singularis substantia ita comparata sit, ut in notione sua completa totum Universum involvat, et secundum certos considerandi modos omnia per se ac velut sponte facere dici possit. Adde prop. 6. Sed ista quidem hujus loci non sunt.

Propositio 19.

Non tantum in motibus rectilineis (ut hactenus ostendimus) sed et in universum vera est, quam stabilivimus Naturae Lex de aequipollentia hypothesis, seu quod Hypothesis semel respondens phaenomenis praesentibus respondebit semper adeoque et phaenomenis consequentibus, quomodocunque corpora agant inter se, modo scilicet corporum systema sit cum aliis incommunicans, seu nullum superveniat agens externum.

Hoc demonstratur ex prop. 16, quod scilicet nihil aliud sunt motus omnes quam rectilinei uniformes compositi, in quibus res succedit per prop. 14. Sed idem aliter demonstratur ex generali Axiomate, quod quorum determinantia discerni non possunt, eorum nec discerni possint determinata. Ac proinde cum in causa seu statu praecedente hypotheses diversae discerni non possint, quamdiu scilicet corpora motibus rectilineis liberis feruntur, utique nec in effectibus seu statibus sequentibus quibuscunque poterant discerni; neque adeo in concursibus aut aliis quibuscunque eventibus, licet forte quidam motus ex rectilineis in circulares ob corporum cohaesiones vel firmitatem et obstantia retinacula convertantur. Cum ergo omnes motus etiam circulares alive curvilinei potuerint orti esse ex praecedentibus rectilineis uniformibus per objecta forte retinacula in curvilineos mutatis, et motus semel datus quomodocunque prius fuerit productus, eosdem eventus nunc habere debeat, quos alius per omnia gemellus licet aliter productus; ideo generaliter Hypotheses nullis unquam phaenomenis poterunt mathematico rigore discerni. In universum, cum motus fit, nihil in corporibus invenimus quo determinari possit, quam mutationem situs, qui semper in respectu consistit. Itaque motus sua natura est re-