DYNAMICA

DE POTENTIA ET LEGIBUS NATURAE CORPOREAE.

PARS II.

SECTIO PRIMA.

DE CAUSA ET EFFECTU ACTIVIS.

Definitio 1. Activum vel Potentia praeditum est Thema (vel rerum status), ex quo sequetur mutatio certis quibusdam praeterea positis inertibus, seu quae talia sunt, ut ex ipsis solis positis utcunque nulla mutatio sequatur. Sequente autem mutatione Thema ipsum dicetur agere.

Ita grave sustentatum, vel elasticum tensum corpora sunt, quae habent agendi potentiam, quoniam revera agent seu mutationem producent, si certam hypothesin faciamus, per se nihil producere valentem, veluti circa retinaculorum figuram aut firmitatem. Exempli causa, simplice conversione claviculae seu epistomii aqua gravis e vase effluit, vel aër compressus erumpit, etsi inter hypothesin clausi aut aperti epistomii nulla sit per se differentia quoad vim agendi seu mutationes producendi; et certe si inclusum grave vel Elastrum abesset, nihil hic referret, vacuo vase clausum an apertum epistomium poneretur. Nempe activa sunt, seu per se agunt, quae non nisi sublatione impedimenti opus habent. Impedimentum autem hoc loco intelligo per se iners, aut certe cujus operatio ad rem de qua agitur non pertinet, quod speciatim Retinaculum vocari posset.

Definitio 2. Si duo sint Themata potentiam habentia, et ex unius actione sola sequatur alterum vel saltem sine requisita suppositione potentiae alterius priori jam coexistentis, tum prius est Causa, posterius Effectus activus vel effectus absolutus. Quodsi ex causa non possit alius praeterea effectus simul existens sequi, causa plena erit et effectus integer.

Causa et Effectus varie admodum accipiuntur, neque illas ambiguitates evolvere hujus loci est; sufficit nostros significatus certa definitione constitui. Interim considerare operae pretium est, nos paulo ante (cap. 1 sect. 3) per Effectum formalem motus intellexisse quantitatem materiae per longitudinem viae esse translatam, seu quantitatem mutationis quae ex solo alicujus corporis liberrimo motu nascitur; hic vero per Effectum Activum vel Absolutum intelligimus Thema quoddam in materia productum, quod vim quandam agendi habet, ut corpus grave esse supra horizontem elevatum ad aliquot pedes, sublato enim impedimento inde rursus decidens, aget; idem est de arcu tenso. Quin et sufficit impetum alicui corpori impressum esse, ut Effectum aliquem Activum productum dicamus, quamquam iste retinaculo destruatur, quod in gravitate vel Elastro non fit, quia scilicet natura semper novas impressiones, licet sensibus nostris occultas subsituit. Et productione talis Effectus potentiam habentis, absoluta causae potentia optime aestimari potest, quam aliae mutationes productae non aeque indicant. Ut autem intelligamus quid sit Effectus integer, cogitemus pilam A (fig. 136) currentem in plano horizontali obstantia aliud post aliud Elastra tendere B, C, E, circumactis eorum claviculis, ita factis ut sponte liberare se rursus Elastra regredique non possint. Caeterum primi aut secundi Elastri tensio non erit effectus integer, sed ultimi demum, si nimirum ponamus eo tenso pilam nil amplius posse, sed omni sua potentia consumta conquiescere. Itaque Themata duo hic sunt potentiam habentia, nempe Causa plena, scilicet pila certo motu praedita, quem totum possidebat antequam in ullum ex Elastris incideret, et Effectus integer, scilicet aggregatum ex Elastris a pila tensis. Intelligendum est autem, pilam in sola haec Elastra aliquid suae potentiae impendisse mediumque fuisse liberrimum, et planum horizontale fuisse perfecte politum, vel certe obstacula inde nata fuisse tam exigua ut considerationem non mereantur. Nam alioqui si pilam ponamus in tapete decurrere, ipsa fila vel pili tapetis pro totidem Elastris flectendis haberi adeoque vis ea impensa computari deberet; idemque est in aliis obstaculis exiguis quibuscunque. Quamvis autem haec Elastra B, C, D rursus suo tempore agere, et novos effectus producere possint, qui etiam pro effectibus (licet mediatis) pilae haberi possunt, illi tamen effectus novi non possunt coexistere prioribus, nempe omnibus Elastris

tensis, uti nec Elastra tensa, quorum actio ad novum effectum producendum intercedit, causae primae nempe motui pilae initio dato coexistere.

Axioma et Definitio 3. Effectus integer aequivalet causae plenae, adeoque non datur Motus perpetuus Mechanicus, sive Causa non potest producere Effectum Activum, qui plus possit, quam ipsa causa, sed nec Effectum integrum, qui minus possit, quam ipsa causa. Etsi enim pars potentiae ab impedimentis absorbeatur, non destructa tamen, sed in impedimenta translata est, quae in effectum integrum computantur. Et potentiae quantitas in themate est, cujus mensura est quantitas alterius thematis activi determinati, quae ipsi inest themati priori potentiam habenti ejusve causae plenae aut effectui integro.

Effectum integrum aequivalere Causae plenae, propositio est Metaphysicae sublimioris, quae non nudis vocabulis impenditur, sed rerum universalia tractat. Hanc legem constantissime observat Natura, et veritas ejus vel hinc intelligi potest, quod ea sublata nullus superest modus potentias aestimandi aut de Effectuum magnitudine statuendi ex causis.

Propositio 1.

Si quoddam Thema Activum constituatur ex pluribus Thematibus repetitis unicuidam Activo gemellis, erit potentia prioris Activi multipla potentiae posterioris Activi in ratione numeri repetitionum.

Nam Activum (repetitum) sumi potest pro mensura potentiae (per def. 3). Quantitas autem mensurati est ad mensuram, ut numerus (repetitionum) ad unitatem.

Exempli causa, tres pulveris pyrii aeque conferti et per omnia similes modioli triplam habent potentiam unius. Tres arcus tensi gemelli inter se triplam unius arcus gemelli singulis vim habent.

Propositio 2.

Si duo sint Themata Activa, quorum quodque ex repetitis uni activo gemellis constituatur, erunt potentiae inter se, ut numeri repetitionum.

Activum A contineat gemella ipsi B vicibus tribus, et activum C contineat gemella ipsi B vicibus duabus; ajo esse potentiam A ad potentiam C ut 3 ad 2. Nam potentia A est ad potentiam B ut 3 ad 1 (per prop. 1 hic) et potentia B est ad potentiam C ut 1 ad 2 (per prop. dict. 1). Ergo (ex Elem.) potentia A est ad potentiam C ut 3 ad 2.

Exempli causa omnibus paribus similibusque potentia ponderis trium librarum est ad potentiam ponderis duarum librarum sesquialtera, seu ut 3 ad 2 sive tripla subdupla.

Propositio 3.

Fieri non potest, ut ex causa oriatur effectus, qui causae gemellum contineat et aliquid praeterea Activum.

Sit Causa A, ex qua oriatur Effectus aliquis B plus C, sitque thema B per omnia gemellum ipsi A, et C sit Activum. Hoc ajo fieri non posse. Cum enim B sit gemellum ipsi A activo (ex hyp.), erit et B activum; ergo totus effectus B plus C est activus et major causa A, quia praeter B gemellum ipsi A continet C activum seu potentia praeditum. Sed hoc fieri non potest, quia (per axioma praeced.) Effectus activus non potest esse potentior causa.

Ita fieri non potest, ut pondus librae unius descendens ex altitudine certa velut pedis efficiat aliquid, ex quo oriatur non tantum libram rursus ascendere ad altitudinem pedis, sed etiam aliquid praeterea produci activum, v. g. aliquid quantulumcunque praeter libram attolli. Id ipsum enim est Motus perpetuus Mechanicus, qui in excessu potentiae effectus super potentiam causae consistit. Et semel obtento excessu, repetita actione prima habebitur excessus novus priori aequalis, et ita tandem excessus quantuscunque, et data libra aquae cadente semel ex altitudine montis, poterit per hoc solum, tantum aquae ex subjecto planitiei lacu in montem et super eo excavatum receptaculum attolli, ut postremo loco unius librae aquae quae in monte fuerat habeatur lacus in monte, qui perpetuum flumen praebere possit, perpetuum inquam, quia non tantum delabentem aquae quantitatem sed et plus aliquid (ad resarcienda detrimenta a fundo bibente, aëre exsiccante, aliisque causis orta) semper elevare rursus valebit. Quae sane absurda esse satis constat, et perpetuis naturae experimentis refu-

tantur, alioqui quidlibet ex quolibet effici posset, neque ulla certa esset ratio potentiarum aestimandarum.

Propositio 4.

Si Effectus integer sit Causae similis, erit eidem gemellus.

Sit Causa A, Effectus integer B, causae similis; ajo esse B gemellum ipsi A. Cum enim sit B similis ipsi A (ex hyp.) et aequalis potentia eidem (ex axiomate praeced.), erit omnino aequalis. Alioqui eo ipso dissimilis foret, si in minore plus potentiae reperiretur quam proportione magnitudinis. Jam aequalia et similia nihil aliud sunt quam gemella.

Itaque si grave ex altitudine aliqua descenderit sursumque vertens iter rursus ascendat, nec aliud quicquam activum produxerit quam elevationem suam, seu si totam potentiam suam descensu quaesitam in reascensum impendat, dicendum est praecise ascendere ad tantam altitudinem, quanta est ea ex qua descenderat. Cum enim effectus productus sit ejusdem gravis elevatio (similis causae quae etiam erat elevatio ejusdem gravis ante descensum), non potest esse aequalis causae, quin sit aequalis elevatio, et fiet status postremus per omnia gemellus primo.

Propositio 5.

Effectus integer causam plenam vel ejus gemellum reproducere potest.

Cum enim aequalis sit ejus potentia cum potentia causae (per axioma praec.), tantum opus est circumstantias ita disponi, ut aliquid simile prodeat causae, quod semper fieri potest, quia (per def. 1 hic) circumstantias nulla actione, aut non nisi per causae actionem producta, defin. 2 concurrentes pro arbitrio assumere licet, unde (exemplo demonstrationis praeced.) prodibit gemellum.

Sic funependulum oscillans, si ponatur nihil prorsus virium in flexionem funis aut resistentiam aëris similiaque exigua detrimenta impendere, utique rursus assurget ad priorem altitudinem, et globulus ex durissimo lapide tornatus in subjectum ferrum politum incidens reflectendo rursus tam alte assurget, ut prope manum feriat.

Propositio 6.

Nihil refert quoad magnitudinem potentiae, utrum Effectus aliquis integer sit mediatus an immediatus.

Sit causa A, effectusque in B immediatus, rursusque mediante B effectus mediatus C, ita ut B sit effectus ipsius A et causa ipsius C. Quia A est potentia aequalis ipsi B et B ipsi C (per axioma), erit et A aequivalens ipsi C.

Effectus integer immediatus est, qui est ab ipsa causa productus seu qui nulla alterius quam causae actione in aliquid, ex causa oritur, et siquidem totus simul existit, utique eo ipso momento existit, quo causa potentiam suam consumsit seu agere posse desiit. Sufficit igitur immediatum Effectum integrum causae aequalem esse, ut quemvis alium causae inaequalem esse concludamus. Et vero vel ideo effectum causae aequalem esse necesse est, quia alioqui diversis mediantibus ex eodem inaequalia oriri possent nec certa esset mensura potentiarum. Interim in praxi quo plura intercedunt, eo majus est detrimentum accidentale.

Propositio 7.

Eadem est semper potentia in quovis Systemate corporum cum aliis non communicantium.

Cum enim corpora cum aliis non communicent (ex hyp.), status quilibet corporum posterior erit effectus integer status eorum prioris (per def. 2), et proinde (per axioma et prop. 6) potentia aequalis. Itaque eadem est semper potentiae quantitas.

Hinc sive corpus unum sit, semper eandem retinebit potentiam, sive plura inter se concurrentia, semper eadem erit potentia in omnium summa.

Propositio 8.

Eadem semper potentia est in Universo.

Neque enim corpora universi cum corporibus aliis communicare possunt, quae Universo non contineantur. Itaque Universum est systema corporum cum aliis non communicantium, ac proinde (per praeced.) eandem semper potentiam habet.

Ex propositione hac male intellecta natus est eorum error, qui crediderunt eandem semper conservari motus quantitatem in Universo, quam ipsi cum potentia confundunt. Quantum autem

intersit, ostendimus suo loco. Ostendi etiam potest facile, aequalibus temporibus eandem esse quantitatem Actionis in Universo, cum potentia semper agat, quantum potest, adeoque aequaliter aequalibus temporibus. Longe autem aliud est quantitas actionis, ut nos peculiari capite eam explicuimus, quam quantitas motus, ut ab illis definitur, qui eandem motus summam conservari volunt, eamque non in tempore, sed in momento quovis intelligunt, magnitudinem corporis in velocitatem eo momento ipsi competentem ducentes, ut quantitas motus ab ipsis sic appellata nascatur. Sed eam semper eandem in corporibus conservari falsum est, ut infra ostendemus.

Propositio 9.

Quae eundem integrum effectum (vel gemellos) producere possunt, habent potentias aequales.

Sit causa F producens effectum G, et causa L producens effectum M, sintque effectus (integri scilicet) G et M gemelli; ajo causas F et L esse aequipotentes. Nam causa F aequipotens est effectui G, et effectus G effectui M (eidem scillicet vel gemello), et effectus M causae L; itaque causa F causae L.

Ut si (fig. 137) chorda tensa ex situ recto AB inflectatur in situm ACB, tam lapsu ponderis D ex altitudine DC, quam lapsu ponderis minoris E ex altitudine tanto majore EC, ita scilicet ut chorda non ultra ab ipsis inflecti possit, utique gravium D et E elevationes super horizontem HCR potentias aequales habebunt, cum idem ad summum efficere possint.

Propositio 10.

Quae a gemellis causis produci possunt, aequipotentia sunt.

Sit causa F producens effectum G, et causa L producens effectum M, et causa F et L (quas plenas intelligo) sint eaedem vel gemellae. Quia effectus G aequalis causae suae F, et causa F causae gemellae L, et causa L effectui suo M, utique effectus G aequalis seu aequipotens est effectui M.

Ut si corpus unius librae celeritate unius gradus praeditum vim suam omnem in arcu aliquo tendendo consumat, et aliud corpus priori aequale et aequivelox consumat suam in tendendo alio arcu; arcus tensi, etsi inaequales aut dissimiles, erunt tamen aequipotentes, et is qui in aequali tensione foret debilior, erit tanto magis tensus.

Propositio 11.

Causae plenae sunt Effectibus integris proportionales.

Sit causae plenae potentia L, effectus integri potentia M; rursus alterius causae plenae potentia P, effectusque ejus integri potentia M. Quia igitur L est aequalis M et P ipsi Q, utique erit L ad P ut M ad Q.

Ponamus (fig. 138) pondera D et E cadendo ex altitudinibus perpendicularibus DH, ER elasmata quaedam inter se gemella in transitu eodem gradu tendere posse, D quidem tria A, B, C, at E duo F et G, et ambo cadendo neque egisse aliquid amplius nec agere posse, sed D post ultimum elasma C tensum omnem suam vim amisisse, ut si eo momento horizontem in H attingere ponatur, nulla prorsus vi eum feriat; similiterque E post tensum elasma ultimum G eo ipso omnem impetum descendendo acceptum consumpserit, nulloque ictu horizontem feriat in R. His positis, erit potentia ipsius D elevati altitudine DH ad potentiam ipsius E elevati altitudine ER ut numerus Elasmatum, quae tendi possunt a potentia priore, ad numerum Elasmatum, quae tendi possunt a posteriore. Nam cum effectus integri sint Elasmatum tensorum gemellorum aggregata, utique (per prop. 2) potentias eorum manifestum est esse ut numeros Elasmatum gemellorum, seu ut numeros repetitionum mensurae, quae hoc loco est potentia unius elasmatis tensi.

Propositio 12.

Duorum ponderum aequalium ad eandem altitudinem elevatorum eadem potentia est, quamcunque habeant figuram aut volumen.

Sint (fig. 139) pondera A et B aequalia, ad eandem altitudinem elevata, quae differant figura, eandem vero habeant gravitatem specificam, adeoque et volumen aequale. Inscribantur cuique cubuli aequales utrobique et aequaliter positi, aequali numero, qui vel exhaurient, vel differentiam relinquent data minorem, si satis magnus sit numerus et sufficiens parvitas. Horum cubulorum, quorum quilibet aequalis et similiter positus ipsi C, sit eadem elevatio quae ipsius C (ponendo corpus A vel B si tantum descen-

derit quantum elevatum est C, amplius nunc descendere non posse adeoque nec partem ejus), erit potentia ipsius C elevati ad altitudinem CR mensura potentiae (per def. 3 hic) quae cum aequaliter repetatur tam in A quam in B, erunt eorum potentiae aequales (per prop. 2 hic). Quodsi gravitate specifica differant pondera, sumendi sunt cubi unius similiter positi quidem cubis alterius, sed inaequales volumine in reciproca ratione specificarum gravitatum, quos aequivalere ex natura gravitatis specificae supponitur.

Propositio 13.

Ponderum ad eandem altitudinem perpendicularem elevatorum potentiae sunt ut pondera.

Sint (fig. 140) pondera A, B, C et L, M ad eandem altitudinem elevata supra horizontem, ajo potentiam ponderis B esse ad potentiam ponderis LM, ut pondus ABC ad pondus LM. Jam sit mensura communis ponderum pondus N ad eandem altitudinem elevatum, quod in ABC reperitur ter, in LM bis (vel alio). Itaque et elevatio ipsius N vel gemelli in isto reperitur ter, in hoc bis; potentiae autem sunt, ut repetitiones ejusdem suae mensurae (per prop. 2 hic) et repetitiones hic ut pondera; ergo et potentiae ut pondera erunt. Si pondera in mensuram communem resolvi non possint, sufficit assumi alia quae in communem mensuram resolvi possint tam parum ab his differentia, ut error sit minor dato, adeoque nullus.

Familiarius enuntiando: **Potentia librarum duarum elevatarum super horizontem ad altitudinem perpendicularem unius pedis dupla est potentiae librae unius elevatae tantundem.**

Propositio 14.

Ponderum aequalium potentiae sunt ut altitudines eorum perpendiculares supra horizontem.

Sint (fig. 141) pondera aequalia A et B, unum elevatum super horizontem HR pedibus tribus $_1AH$, alterum pedibus duobus $_1BR$; ajo esse potentiam ipsius A ad potentiam ipsius B ut 3 ad 2. Nam si A descenderit ex $_1A$ altitudine unius pedis atque in $_2A$ quieverit, amisit potentiam, quanta est elevatum esse altitudine unius pedis super horizontem. Sed retinet adhuc potentiam descendendi per $_2AH$. Et descendendo porro deinde per alterum pedem per $_2A\,_3A$ amisit tantundem adhuc semel, et descendendo denique per ${}_3AH$ tertium, tunc autem amisit omnem. Itaque ter habet potentiam elevationis ad unum pedem. Eandem B habet bis. Sunt ergo eorum potentiae ut 3 ad 2 (per prop. 2 hic), seu ut elevationes. Idem est in numeris quibuscunque, imo et in proportionibus incommensurabilibus, quia assumi possunt commensurabiles tam parum ab ipsis quam volumus differentes, ita ut error sit minor dato.

Familiarius enuntiando: *Potentia librae ad duos pedes supra horizontem elevatae dupla est librae elevatae ad unum pedem supra horizontem.*

Propositio 15.

Potentiae ponderum elevatorum supra horizontem sunt in ratione composita ponderum et altitudinum perpendicularium.

Sint (fig. 142) pondera A(2) et B(5) elevata ad altitudines ${}_1A_2A$ (3) et ${}_1B_2B_3B$ (4); ajo esse potentiam (6) ipsius A ad potentiam (20) ipsius B in ratione composita ex ratione ponderum A(2) et B(5), et altitudinum ${}_1A_2A$ (3) et ${}_1B_3B$ (4). Et quidem si altitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_3B$ essent aequales, forent potentiae ut pondera (per prop. 13 hic); itaque in ratione composita ponderum et altitudinum, quia aequalitatis ratio in compositione nil mutat. Si sint inaequales, sumatur majoris altitudinis ${}_1B_2B_3B$ (4) pars ${}_1B_2B$ (3) aequalis minori ${}_1A_2A$ (3). Jam potentia (6) ipsius A (2) elevati in altitudinem ${}_1A_2A$ (3) est ad potentiam (15) ipsius B (5) elevati ad altitudinem ${}_1B_2B$ (3), ut A (2) ad B (5) (per prop. 1 hic), et potentia (15) elevati B (5) per ${}_1B_2B$ (3) est ad potentiam (20) B (5) elevati per ${}_1B_2B_3B$ (4), ut ${}_1B_2B$ (3) vel ${}_1A_2A$ (3) ad ${}_1B_2B_3B$ (4). Ergo jungendo prima postremis, potentia (6) est ad potentiam (20) in ratione composita A (2) ad B (5), et ${}_1A_2A$ (3) ad ${}_1B_2B_3B$ (4), seu in ratione composita ponderum et altitudinum.

Familiarius: *Potentia duarum librarum elevatarum ad pedes tres est sextupla potentiae unius librae elevatae ad pedem unum.* Reperietur enim in priore sexies repeti posteriorem.

Propositio 16.

Si pondera elevata sint reciproce ut altitudines, erunt potentiae aequales; et vicissim, si potentiae sint aequales, pondera sunt reciproce ut altitudines.

Sit pondus trium librarum elevatum ad pedes quatuor, et pondus duarum librarum elevatum ad pedes sex, ita ut sit pondus majus 3 ad minus 2, uti est altitudo ponderis minoris 6 ad altitudinem ponderis majoris 4; ajo potentias A elevatarum librarum 3 per pedes quatuor, et B elevatarum librarum 2 per pedes sex esse aequales. Est autem 3 ad 2 ut 6 ad 4 (ex hyp.); ergo (ex Elementis) factum ex 3 in 4 aequale est facto ex 2 in 6. Sed potentia A est ad potentiam B in ratione composita 3 ad 2 et 4 ad 6 (per praec.) seu (ex Elem.) ut factum ex 3 in 4 ad factum ex 2 in 6, et facta haec nunc aequalia esse ostendimus. Ergo potentiae A et B sunt aequalas.

Familiarius: *Aequalis potentia est unius librae elevatae ad tres pedes et trium librarum ad unum pedem elevatarum;* utrobique enim reperietur unam libram elevatam esse ad unum pedem, quod potentiae mensura est.

Propositio 17.

Aequalis potentiae est elevare unam libram ad duos pedes vel duas libras ad unum pedem, id est generaliter si altitudines elevationum sint reciproce proportionales ponderibus, potentiae elevandi sunt aequales.

Nam causae plenae sunt effectibus integris proportionales (per prop. 11 hic); cum ergo pondera ad altitudines ipsis reciproce proportionales elevata aequalem potentiam habeant (per prop. 15), erunt et potentiae elevandi in causis elevare valentibus aequales.

Dubitari scilicet poterat, an non elevandi idem pondus ad eandem altitudinem diversa sit potentia pro diversis elevandi modis, ita ut diversa ratione elevandi eadem potentia possit idem pondus elevare plus vel minus. Sed constituto semel axiomate, quod causa plena effectui integro aequivalet, eadem semper potentia ad eundem effectum determinatum potentia praeditum quomodocunque producendum requiretur.

Propositio 18.

In libra rectilinea si distantiae ponderum a centro librationis sint ponderibus proportionales reciproce, tunc fiet aequilibrium.

Sint (fig. 143) pondera A et B, quae librae rectilineae ACB extrema puncta ${}_1A$, ${}_1B$ tota sua vi trahere conentur versus horizontem HR; sitque C_1A ad C_1B, ut pondus B ad pondus A, verbi gr. si A pondus sit duplum ponderis B, sit distantia a C centro librationis, nempe BC, dupla distantiae AC; dico pondera esse in aequilibrio. Ponatur enim elevari alterutrum ut A ex ${}_1A$ in ${}_2A$ translato ${}_1B$ in ${}_2B$, et libra ${}_1AC_1B$ translata in ${}_2AC_2B$, situm verticalem; ducantur perpendiculares ad verticalem ${}_1AD$ et ${}_1BE$; ob triangula CD_1A et CE_1B similia erit CD ad C_1A seu ad C_2A, ut CE ad C_1B seu ad C_2B; ergo et D_2A ad E_2B, ut C_2A ad C_2B, seu erit D_2A ad E_2B ut B ad A, seu reciproce ut pondera. Itaque cum eadem potentia sit A duarum librarum (si placet) esse elevatum super horizontem ${}_1AD$ ad altitudinem D_2A unius (verbi gratia) pedis, et B unius librae esse elevatum supra horizontem ad altitudinem duorum pedum (per prop. praec.); non est ratio cur unum potius quam aliud obtineat. Nulla igitur est ratio cur A ascendat, B descendat. Idemque est argumentum, si contra ascenderet B, descenderet A.

Poterit etiam ostendi, dari motum perpetuum mechanicum alterutro ascensu admisso. Et Pseudomechanemata huic errori innituntur. Placet tamen eam methodum varietatis causa sequenti propositioni applicare.

Propositio 19.

Si duorum vasorum inter se inferius communicantium liquores graves sint similes, et habeant suas supremas superficies in eodem horizonte, erunt in aequilibrio.

Sint (fig. 144) tubi AB et CD inter se communicantes in E, pleni aqua vel alio liquore utrobique eodem, sintque superficies aquae AF, CG in eodem horizonte; ajo aquam in aequilibrio esse. Ponatur enim alterutram praevalere, et aquam CD expelli ab aqua AB; quicquid expelletur utique elevabitur super horizontem CG seu AFGC ad altitudinem aliquam ut H, si tubus DC paulo minus quam ad H productus intelligatur. Ergo ex H expulsa aqua effluet in vas AB, et ita motus perpetuo durabit, isque mechanicus seu cum excessu; poterit enim aqua delapsu suo ex H, antequam perveniat ad AF, aliquam machinam circumagere et aliquid operari salvo defluxu, et proinde salva perpetuitate, quod est absurdum (per axioma superius). Itaque aqua in aequilibrio est seu quiescit, si aliunde in motum non concitetur.

Propositio 20.

Si pondus in plano inclinato sit ad pondus liberum ut hypotenusa ad cathetum trianguli rectanguli, horizonte, plano inclinato et perpendiculari contenti, pondus inclinatum et liberum sunt in aequilibrio.

Sit (fig. 145) pondus liberum D, in plano inclinato positum E, ipsum planum inclinatum AC, triangulum ABC, uti hypotenusa AC, cathetus AB, horizon seu basis BC, sitque D ad E ut AB ad AC; ajo esse in aequilibrio. Ponatur alterutrum descendere, v. gr. D in H, ascendereque adeo E in F; erunt DH et EF aequales. Compleatur triangulum FGC simile et similiter positum ipsi ABC, erit FG elevatio ipsius E, quae est ad FE id est ad DH, ut AB ad AC, seu ut D ad E. Ergo elevationes vel depressiones (perpendiculares scilicet) sunt reciproce ut pondera. Itaque nihil agitur (ut in demonstratione propositionis 18) seu aequilibrium est inter pondera.

Jam varias hujus propositionis a Jordano olim inventae demonstrationes habemus. Unam nunc annotare placet, quia praesenti methodo nostrae consentit, et ostendit, negato aequilibrio dari motum perpetuum mechanicum, seu (ut ego loquor) effectum potiorem causa. Sit enim (fig. 146) chorda sive catena LMN circa triangulum LMP. Patet si in alterutram partem fiat motus, eum semper duraturum, omnibus ad priorem statum semper redeuntibus. Itaque omnia sunt in aequilibrio. Jam parte MNP dictae catenae, quae in aequilibrio est et libere dependet, per cogitationem sublata, residuum MLP adhuc in aequilibrio erit, id est pondus LM cum pondere LP, quae pondera sunt inter se, ut ipsae rectae.

Propositio 21.

Si solidum grave natet in liquido gravi, pars liquidi volumine aequalis parti immersae solidi est aequalis pondere toti solido.

Sit (fig. 147) solidum AB (ut lignum) cujus pars EB immersa fluido (ut aquae), et sit vasis magnitudo talis, ut circulus EM sit aequalis respondenti annullo CEMD; erit aqua CELBMD volumine aequalis parti immersae EB. Haec autem aqua suspensa sustinetur a solido AB, ne descendere possit in locum EB; ergo est solidi ponderi aequalis. Tantundem autem immergitur solidum aquae, quaecunque sit figura vasis, et omnino semper manifestum est partem aquae expulsam sustineri. Generaliter igitur verum est tantum immergi de solido, ut pars aquae; cujus locum pars solidi immersa occupat, sit solido toti pondere aequalis.

Propositio 22.

Duo Elastica homogenea licet magnitudine inaequalia ad eundem gradum tensa eandem vim coërcentem sustinent.

Sit (fig. 148) aër tubi AB per argentum vivum incumbens CD, quod ex altitudine AC descenderat, compressus in spatium DB, ita ut jam aequilibrium sit inter pondus coërcens CD et Elastrum aëris DB, a quo pondus sustinetur. Sit vas quantumcunque E tubo communicans in B, sed ita ut communicatio sit intercepta per epistomium clausum. Ajo, si poneretur E plenum aëre ad eundem gradum compressus quem recepit compressus aër DB, et postea communicatio detur aperto epistomio B, novam virium aëris E accessionem nihil posse in pondus CD neque illud attollere, sed omnia permanere ut ante. Ponamus enim initio epistomium fuisse apertum et hydrargyrum ex altitudine majore FC descendisse, atque ita eodem modo compressisse aërem DBE, ut nunc, claudatur deinde epistomium, manifestum est ideo magis posse comprimi aërem DB a pondere CD quam ante, (cum substans aër BE ponderis CD) actionem in aërem DB non impediat. Ergo potuisset aër DB comprimi amplius, manente communicatione; ergo totus aër DBE magis comprimi potuisset, contra hypothesin. Nihil ergo refert, clausum an apertum sit epistomium, majorque adeo an minor aër eodem modo tensus a pondere coërceatur.

Hinc discimus, ut liquores graves in aequilibrio sunt secundum gravitates specificas seu densitates et altitudines, nulla ratione habita amplitudinum (prop. 19), ita liquores elasticos in aequilibrio esse secundum elastri vel densationis gradum, nulla ratione habita voluminis seu magnitudinis. Et, si ponamus aërem nostrum quem respiramus esse compressum pondere superioris, uti revera est, manifestum est in exigua ejus particula esse vim resistendi elastro totius reliqui aëris ipsum comprimere tentantis, quemadmodum et ponderi; unde mirum non est, in vase clauso elastrum aëris inclusi, licet parvi, vim totius incumbentis atmosphaerae, nunc exclusae, supplere.

Ex his intelligimus etiam in unoquoque corpore vim quandam esse resistendi potentiae totius Universi ipsum immutare tentantis, quamdiu scilicet ratio non est, cur unum prae alio cedat, quam vim etiam alternativam aliquando vocare soleo, estque (ut ita dicam) *tota in toto, et tota in qualibet parte*, ut Philosophi loqui solent *de anima*, quae formula non alia aptius similitudine illustrari potest. Interim considerandum probe est, multum interesse inter *vim coërcendi* aërem DB vel DBE intra spatium in quo est compressus, et inter *vim redigendi ipsum* intra hoc spatium; illa est aequalis pro magno aut parvo aëre aequitenso, haec non item. Nam ut aër ex statu ordinario AB redigeretur intra DB, opus fuit descensu hydrargyri ex altitudine AC; sed ut aër FBE redigeretur intra spatium DBE eodem, quo ante gradu compressionis, oportuit hydrargyrum descendere ex majori altitudine FD. Caeterum si primo fuisset altitudo hydrargyri CD, seu (adhibito embolo pro hydrargyro) minus pondus embolo impositum, non potuisset hic aër coërceri intra hoc spatium, neque adeo haec obtineri compressio, licet descendisset pondus ex altitudine quantacunque. Sane ex vi impressi impetus pervenisset aër ad compressionem adhuc majorem, sed restituens sese in minore tandem compressione quievisset.

Propositio 23.

Posito calorem habere eandem vim dilatandi corporis quam habet Elastrum condensationis, pondera materias aequalium condensationum coërcentia erunt ut calores.

Nam si duae sint portiones aëris (ut hujus exemplo utamur) eaeque aequaliter densae, una calidior altera, perinde esset (ex hyp.) ac si una prius aeque densa, mox fieret altera densior in ea ratione in qua est revera calidior; in qua ratione autem esset densior, in ea ratione augeri debet pondus coërcens (per praec.), pondera ergo coërcentia sunt ut calores.

Propositio 24.

Eodem posito pondera coërcentia sunt in ratione composita densitatum et calorum.

Demonstratur ex prop. 22 et 23 eodem prorsus modo, ut prop. 15 demonstrata est ex prop. 13 et 14.

Frigidum concipio tanquam id, in quo vis dilatandi aërem est minor ordinaria. Nam quod aqua gelascente dilatationem fieri videmus et vasa etiam rumpi, aliam causam habet, et fieri videtur ideo quod magna copia aëris in exiguas admodum partes motu intestino liquidorum divisi et valde compressi jam tum (magis multo quam frigus ipsum efficere in ordinario aëre potest) in aqua latet, qui dilatare se a motu aquae intestino, dum fluida est, prohibetur, fere ut motus aëris guttas aquae minores decidere prohibet, quod in exiguis superficies (atque adeo et resistentia quam inveniunt) pro pondere aut vi contenta nimis magna est; remittente autem motu in congelatione se aperiens partesque majores minorum conjunctione componens aër ille compressus magnam vim exercet, illam scilicet, quae ipsi primo a motu fluidi intestino aliisve causis erat data, comprimendo. Similisque vis videtur et in Nitro esse.

Propositio 25.

In eadem hypothesi calores sunt in ratione composita spatiorum et ponderum aequalem materiae quantitatem intra illa spatia coërcentium.

Nam calores sunt in directa ratione ponderum et reciproca densitatum compositis. At spatia in casu molium aequalium seu aequalium quantitatum materiae sunt reciproce ut densitates. Ergo ratio reciproca densitatum est directa spatiorum, et proinde calores sunt in ratione composita ponderum coërcentium et spatiorum.

Ex hac propositione deducitur vera ratio thermometrum seu indicem caloris et frigoris construendi, ut aequales caloris et frigoris gradus divisione designentur.

Propositio 26.

Quicquid movetur in linea curva, progredi conatur in tangente curvae.

Ponatur (fig. 149) regula rectilinea mobilis AB procedere per rectam immotam AA, angulo eodem servato (si placet) recto; et interea in regula moveatur punctum C; poterit ea esse proportio velocitatum, ut punctum C describat curvam quamcunque CC. Patet autem punctum C pergere ex $_1C$ velocitate et directione composita ex ipsis $_1CD$ et D_2C, adeoque directione $_1C_2C$, quae mi-

nus errore quovis assignabili differt a curvae tangente, si intervallum $_1A_2A$ assumatur quantum satis est parvum; itaque directio est in curvae tangente, id est, in ea moveri conatur; et revera movebitur, si a regula aut alio coërcente liberetur.

Propositio 27. Definitio 4.

Quicquid movetur in linea circulari, recedere conatur a centro circuli, et vis recedendi conatus centrifugus appellatur.

Sit (fig. 150) mobile A motum in arcu circuli $_1A_2A$ descripto circa centrum C. Cum conetur ex $_2A$ pergere in tangente $_2AT$ (per praeced.), tangens autem $_2AT$ recedat a centro C, utique et mobile A a centro C recedere conabitur. Idem est, si motus sit compositus ex circulari et alio.

Propositio 28. Definitio 5.

Continuato per aliquod tempus conatu centrifugo corporis, oritur in eo celeritas recedendi a centro, et conatus centrifugus est ad celeritatem continuato recedendi conatu conceptam, ut finitum ad infinitum. Vim autem quae est hoc modo ad celeritatem seu quae est infinities minor celeritate, eam voco mortuam; at vim celeritatem habentis aut cum hac comparabilem appello vivam.

Rotari incipiat (fig. 151) in plano horizontali B axis tubi vacui CB, in quo sit globulus vel aliud mobile $_1M$, quod recedet a centro (per praeced.) et delatum aliquousque, ut in $_2M$, acquiret aliquem celeritatis gradum; manifestum est continuum esse incrementum, seu impressionem novam conatus centrifugi; itaque infinitis impressionibus novis conatus centrifugi inter loca $_1M$ et $_2M$ nascitur celeritas acquisita in $_2M$, ac proinde ratio vis cujuslibet impressionis novae seu conatus centrifugi ipsius ad celeritatem acquisitam, ut in $_2M$, est infinite parvi ad finitum, seu finiti ad infinitum.

Nimirum impetus omnis continuis conatibus acquisitis infinitoplus est conatuum singulorum, ut etiam ex descensu gravium constat. Atque hoc erat, quod merito pro miraculo fuit Galilaeo, vim percussionis infiniti rationem habere ad vim gravitatis. Malui tamen uti conatu centrifugo ad demonstrandam hanc infiniti rationem. Est enim considerationis apertae et intellectae, cum gravitatis natura non sit certa demonstratione cognita. Unde etiam viri docti dubitarunt, an per omnes intermedios gradus transeatur in gravitate; de quo non possunt dubitare in motu centrifugo, si modo tubus rigidus et motus continuus esse ponatur. *Vis* etiam in Elastro sustinendi aliquod pondus est *Mortua*, et similiter Vis in pondere coërcendi Elastrum (de qua diximus prop. 22). Sed Vis ponderis quam habet ad Elastrum comprimendum v. gr. aërem ex statu ordinario redigendum intra aliquod spatium arctius, *Viva* est; opus enim est descensu ex aliqua altitudine, seu impetu concepto, nec solum mortuum pondus sufficit.

Propositio 29.

Gravitas et conatus centrifugus sunt comparabiles inter se, et datur conatus centrifugus gravitati aequalis, imo et superior, qui non sustinere tantum, sed et attollere gravia potest ad altitudinem quantamcunque.

Nempe (fig. 152) circa axem AB rotetur tubus inclinatus CD supra infraque apertus, et infra in aquam immersus. Ponatur autem inferior aliqua pars tubi CE horizontalis, utique in ea vim concipere potest aqua tantam (si modo satis magna sit longitudo CE, et velocitas rotationis), ut exiliat per D, modo ED pars inclinata non nimis alta sit. Vicissim potest tanta esse altitudo ipsius ED, ut aqua assurgens vi impetus concepti perveniat quidem aliquousque in tubo EFD, non tamen usque in D, sed tantum ad F; itaque suspensa manebit aqua FEC, vi conatus centrifugi; et ita erit conatus centrifugus a tali circulationis celeritate ortus gravitati in tali inclinatione tubi aequalis. Ex his etiam manifestum est (etiamsi pars tubi inferior recta abesset), si conatus centrifugus gravitatem semel vincat, semper vincere eadem manente tubi inclinatione, et proinde continuata aequaliter circulatione aquam in eodem tubo elevatum iri ad altitudinem quantamcunque, cum quaevis pars aquae majorem habeat ascendendi quam descendendi conatum. Unde non refert, quanta ejus sit altitudo in tubo.

Propositio 30.

Gravitatis vel Elastri vis mortua est, sive est ad potentiam celeritatis, ut finitum ad infinitum.

Sequitur ex praecedenti prop. 29, quia comparabilis est co-

natui centrifugo (per prop. 29), cujus vim mortuam esse ostendimus (prop. 28) nisi continuata scilicet sollicitatione excitetur. Idem et sic ostenditur, quod pondus quantulumcunque cadens ex altitudine quantulacunque AB (fig. 153) attollere potest corpus quantumcunque et cujuscunque ponderis C (ope librae BDE brachiorum aequalium), sed ad altitudinem proportione minorem (per prop. 16 hic). Itaque quantulumcunque grave A celeritate quantulacunque perveniens ad B vincit pondus C utcunque magnum, adeoque celeritatis potentia est infinitupla potentiae gravitatis. Idem est de vi elastica, quae etiam mortua est, cum ponderi ex prop. 22 aequivaleat.

Haec interim supponunt gravitatem continue agere secundum Mathematicas rationes. Neque etiam ad sensibilia respiciunt, ubi tam exigua esse potest vis, ut elevatio ponderis magni non sit notabilis aut impressus impetus a mediantibus, libra, filo et similibus absorbeatur. Interim vires mortuae continuatione excitantur et impetum seu celeritatem concipiunt.

Propositio 31.

Si duo pondera per easdem lineas descendant, eandem acquirunt celeritatem sine discrimine magnitudinis ponderum.

Descendant (fig. 154) per easdem lineas (vel gemellas) duo, grave AB et grave C; ajo celeritatem ab AB majore quaesitam per descensum in ${}_2A_2B$ esse aequalem celeritati quaesitae a minore in ${}_2C$. Sumatur A pars ipsius AB aequalis ipsi C. Manifestum est nihil referre, utrum pars A sola descendat an comitata alia parte B; sola autem A acquiret eam celeritatem quam C, cum sint gemella, ergo et in AB; sed in AB eadem est celeritas totius AB, ergo et quae minoris C.

Propositio 32.

Altitudines perpendiculares, ex quibus labendo acquisitae sunt gravium celeritates, sunt in duplicata ratione celeritatum.

Hoc demonstravit Galilaeus certa assumta lege accelerationis uniformis, ut scilicet incrementa velocitatum sint aequalibus temporibus aequalia. Nos rem independenter ab ea hypothesi demonstramus ex inventa potentiae motricis absolutae mensura capite peculiari exposita (Sect. 3 cap. 2). Nam potentiae mobilium seu ponderum aequalium in motu positorum sunt ut quadrata celeritatum (per prop. 4 cap. 2 Sect. 3). Vicissim potentiae eaedem sunt ut potentiae effectuum integrorum (per prop. 11 hic). Effectus autem integer ponderis, vi velocitatis suae ascendentis est ut altitudo perpendicularis (per prop. 14 hic). Et proinde potentiae corporum pondere aequalium et celeritatibus praeditorum sunt ut altitudines, ad quas vi earum celeritatum aequalia pondera attolli possunt; ergo et altitudines sunt ut quadrata celeritatum, per quas effici possunt. Sed eaedem sunt celeritates, per quas in horizonte existentes effici possunt elevationes supra horizontem, et quae corporibus inde in horizontem descendentibus rursus acquiruntur. Sic (fig. 155) cum pondus A in plano horizontali certa celeritate $_1A_2A$ datum ejusque vi, impetu sursum converso, ascendens ad $_3A$ indeque rursus descendens ad $_2A$ priorem celeritatem, quam in $_2A$ habuerat, recuperet (alioqui status in $_2A$ prior et posterior essent inaequales, causa plena et effectus integer, quod est absurdum; integer inquam effectus, subintelligitur enim a medio aut plano inclinato, in quo grave ascendit descenditque, nihil prorsus de impetu absorberi). Itaque celeritates descensu quaesitae a gravibus aequalibus sunt ut quadrata altitudinum. Manifestum autem est eandem celeritatem acquiri ex eadem altitudine, quaecunque sit corporis magnitudo (per prop. 31 hic). Itaque generaliter celeritates descendendo quaesitae sunt ut altitudinum quadrata.

Hinc vicissim demonstratio Galilaei valet ad nostras demonstrationes de aestimatione potentiae confirmandas argumento a posteriori; ex nostra autem demonstratione tota sequitur Galilaei hypothesis. Postquam enim hoc loco ostendimus altitudines esse ut quadrata celeritatum, sequitur incrementa altitudinum esse in ratione composita ex ratione celeritatum et ratione incrementorum celeritatis; sed incrementa longitudinum in omni motu sunt in ratione composita celeritatum et incrementorum temporis (per prop. 7 cap. 4 Sect. 2); ergo incrementa temporis sunt ut incrementa celeritatum, adeoque tempora ut celeritates, seu aequalibus temporibus aequales celeritates a gravibus acquiruntur. Calculus noster talis est: Sit altitudo A, celeritas C, tempus T. A est ut CC (ut hic demonstravimus); ergo $d\overline{A}$ ut $Cd\overline{C}$ (ex nostra analysi infinitorum alibi publicata). Sed $d\overline{A}$ ut $C\,d\overline{T}$, (per nostras de velocitate in genere demonstrationes); ergo $d\overline{C}$ ut $d\overline{T}$, ac proinde (per

eandem analysin infinitorum) etiam C ut T, quod speciminis loco annotasse non abs re fuit. Atque ita tandem scientia motus gravium ab hypothesi liberata est. Illud vero praesupponatur, gravia plus vel minus a centro terrae distantia eandem vim descendendi habere, vel saltem errorem in casibus, de quibus agitur, non esse consideratione dignum; id enim supponit propositio 14.

Propositio 33.

Gravia easdem acquirunt celeritates, si ex eadem altitudine perpendiculari descendant quacunque licet via perpendiculari vel inclinata.

Ejusdem enim causae, gravis scilicet ad determinatam altitudinem super horizontem elevati, aequales inter se sunt effectus integri, cum ambo sint aequales ipsi causae communi. Effectus autem integer gravis supra horizontem elevati est status velocitatis, quam habet ubi labendo horizontem attingit. Tunc enim omnem cadendi ulterius facultatem consumsisse, et vim elevationis seu status pristini in vim acquisiti status novi, nempe impetus concepti, convertisse manifestum est, cum nihil aliud egisse supponatur. Idem ex praecedenti patet; cum enim altitudines generaliter sint ut quadrata celeritatum, ideo aequalibus altitudinibus aequales erunt celeritates.

Hujus propositionis demonstrationem Galilaeus in Scientia nova de motu non dederat, supplementum tamen affectum inter posthuma repertum est. Ex nostris principiis res primo obtutu constat.

Propositio 34.

Celeritates, quibus aqua erumpit in jactibus, sunt in subduplicata ratione altitudinum aquae incumbentis seu ut celeritates quas ex iis altitudinibus cadendo acquivissent.

Ponatur (fig. 156) lumen C tubi AB ita versum esse, ut aqua jactu sursum tendat quasi intra tubum recasura. Itaque cum ferentibus ita circumstantiis effectus causam reproducere possit (per prop. 5 hic), sequitur praecise tantum esse aquae erumpentis celeritatem, ut si ea pergeret, perveniret usque ad altitudinem tubi A, atque ita semper motum continuaret, alioqui enim effectus causae aequalis non esset. Celeritates autem sunt in subduplicata ratione altitudinum, ad quas attolli aequalia pondera possunt per prop. 32.