

est quod multiplicatum per eorum numerum producit quantitatem aequalem eorum summae.

Ut si virga sit tricubitalis, cujus unus cubitus habeat gravitatem specificam ut 3, alter ut 4, tertius ut 8, erit gravitas specifica media arithmetica seu totius compositi  $3 + 4 + 8$  divisi per 3, seu  $\frac{15}{3}$  seu ut 5. Ita si corpus ex variis metallis compositum ubique variet specifica gravitate ob varias eorum in variis partibus misturas, tunc ipsi toti attribuetur gravitas specifica, quae sit media arithmetica inter omnes punctorum (seu partium aequalium inassignabilium magnitudine quantum satis exiguarum, ut gravitas eorum specifica pro uniformi ubique in ipsis sine errore notabili in toto haberi possit) specificas gravitates, estque ea ipsa gravitas specifica, quae prodiret massa ipsa in corpus (ad sensum) homogeneum igne refusa. Nam ut prius pondus resultabat ex singulis gravitatibus specificis aequalium elementorum seu punctorum in unum additis, ita nunc idem pondus prodit ex media illa gravitate specifica iisdem elementis applicata, seu per illorum numerum multiplicata.

**Definitio 4.** Longitudo percursa a mobili est medium arithmeticum inter omnes longitudes seu lineas a quovis mobilis puncto percursas. Dicitur et longitudo tractus.

Fit saepissime, ut diversa puncta mobilis inaequales simul lineas describant, ut fit cum mobile est fluidum vel discretum, imo et cum solidum et continuum est, veluti cum agitur circa aliquod centrum, et tunc attribuenda est mobili longitudo percursa media; estque (ut suo loco a nobis ostenditur) longitudo viae centri gravitatis figurae ipsius mobilis, quando omnia mobilis puncta tendunt in easdem partes.

**Definitio 5.** Spatium a mobili percursum seu tractus est factum ex ductu voluminis, quod occupat mobile, in longitudinem percursam.

Hoc spatium coincidit figurae a nobis descriptae, quando durante motu unum punctum mobilis non succedit in locum alterius, et linea a quovis puncto mobilis descripta eundem semper angulum facit ad mobile. Unde etiam eo casu via mobilis seu figura descripta a mobili mensurari potest per viam centri gravitatis in magnitudinem mobilis ductam; sed in aliis casibus non coincidit via cum tractu seu spatio percursa a nobis hic definita.

**Definitio 6.** Velocitas est (formalis) affectio mobilis, quae est proportionalis longitudini quam percurreret mobile intra datae magnitudinis tempus eadem ipsa affectione retenta, et proinde manere intelligitur haec affectio, quamdiu aequalibus temporibus aequales sunt longitudes percursae.

Formalem affectionem mobilis hic intelligimus, quae ipsi inest quatenus mobile est. Si jam duo sint mobilia M et N, et mobile M tempore T ea quam habet formali affectione retenta percursurum esset longitudinem L, at mobile N tempore aequali ipsi T sua itidem tali affectione simili retenta percursurum esset longitudinum  $\lambda$ , sitque longitudo L dupla, tripla, vel utcumque multipla longitudinis  $\lambda$ , sitque etiam exinde dicta affectio mobilis M similiter dupla, tripla, vel generaliter aequimultipla talis affectionis ipsius mobilis N, tunc tales affectiones dicentur velocitates. Itaque ut longitudo percursa a mobili est media arithmetica inter longitudes percursas a punctis mobilis, ita et velocitas mobilis est media arithmetica inter velocitates a punctis percursas, et quando tendunt omnia puncta in easdem partes, est velocitas centri gravitatis figurae.

**Definitio 7.** Longitudo translationis est medium arithmeticum inter omnes longitudes percursas aequalium materiae in mobili contentae elementorum.

Differt a longitudine percursa seu a longitudine tractus, quod in ea determinanda medium tantummodo quaeritur inter longitudes omnium elementorum aequalium voluminis sive figurae mobilis, vel (quod eodem redit) omnium figurae punctorum, sed quoniam in una figurae parte plus materiae est quam in alia, ita ut unum punctum alio densius concipi possit, ideo possunt fingi elementa materiae minima, seu quasi puncta sive signa, quorum plura pauciorave in voluminis punctis continentur prout est densius; et inter longitudes ab omnibus istis signis percursas media arithmetica est ipsa longitudo translationis, toti massae seu materiae adscribenda. Et quatenus omnia puncta mobilis tendunt in parallelis ad easdem partes, longitudo translationis est ipsa longitudo percursa a centro gravitatis totius massae.

**Definitio 8.** Intensio motus seu vigor refertur



ad longitudinem translationis, ut velocitas ad longitudinem percursam.

Itaque est affectio proportionalis longitudini translationis intradatae magnitudinis tempus ipsamet affectione retenta absolutae; et est velocitas media inter omnium materiae signorum seu elementorum minimorum (vel aequalium saltem) velocitates; itemque est velocitas centri gravitatis totius massae in modo jam explicato.

Definitio 9. Impetus est factum ex ductu vigoris in molem.

Ut si mobilis centrum gravitatis sit duplo velocius, quam alterius, et mobile ipsum altero triplo gravius, erit impetus mobilis sextuplo major.

Definitio 10. Translatio seu effectus formalis a motu est factum ex longitudine translationis ducta in molem.

Nempe si pondus sex librarum transferatur per longitudinem quinque pedum, effectus formalis a motu seu quantitas translationis erit trigicupla ejus, quae foret, si pondus unius librae esset translatum per longitudinem unius pedis. Voco autem effectum motus formalem, quia nihil aliud hic consideratur praecise quam motus mobilis, non vero aliud extrinsecum obstaculum occurrens, neque gravitas aliave peculiaris mobilis qualitas motum juvans vel impediens.

Definitio 11. Si ratio habeatur densitatis in mobili, magnitudo mobilis dicitur moles; longitudo translationis dicitur longitudo exaltata; vigor mobilis seu intensio motus dicitur velocitas exaltata; et ut factum ex ductu vigoris in molem dicitur impetus, ita factum ex ductu velocitatis in volumen dicitur impetus restrictus, item protractio seu elementum tractus. Si vero cesset densitatis consideratio (ut si mobilia sint aequae densitas), tunc coincidunt volumen et moles, longitudo percursa et longitudo translationis, velocitas mobilis et intensio motus seu vigor, protractio mobilis et quantitas motus seu impetus, denique spatium a mobili percursum seu tractus coincidunt cum translatione seu quantitate effectus.

Definitio 12. Media temporis velocitas, protractio, intensio motus (seu vigor), quantitas motus (seu impetus), est media arithmetica inter omnes mobilis velocitates, protractiones, intensiones motus (vel vigores), quantitates motus (vel impetus), quae mobili singulis temporis instantibus competunt, ac proinde idem producunt mediae illae quantitates in totum tempus absolute ductae, quod singulae temporis elementis aequalibus ordinatim applicatae.

Haec ad compendium aestimandi utilia sunt, ut semper varientia ad constantia ipsis aequivalentia reducantur.

#### Conclusio prima.

Factum ex (1) velocitatibus, (2) intensiombus motus seu velocitatibus exaltatis sive vigoribus, (3) protractionibus seu impetibus restrictis, (4) quantitatibus motus seu impetibus, tempore in quovis instanti quo mobili competunt ordinatim applicatis, seu quod idem est, factum ex media temporis (1) velocitate, (2) intensione motus, (3) protractione, (4) quantitate motus in totum tempus ducta, aequatur respective quantitati (1) longitudinis percursae, (2) longitudinis translationis, (3) spatio percursa seu tractui, (4) translationi integrae seu quantitati effectus.

Itaque tempore in elementa aequalia cogitatione divisio seu uniformiter crescente, velocitates sunt ut elementa momentanea longitudinum percursarum, et ut ita dicam, velut longitudinis percurrendae inchoamenta; et pari jure intensiones motus seu vigores sunt elementa longitudinis translationum; accedentibusque voluminibus et motibus (constantibus), protractiones seu impetus restricti (facti ex velocitate in volumen) sunt ut elementa tractus seu spatii (quippe facti ex longitudine percursa in volumen); unde et protractiones a me subinde elementa tractus appellantur. Et pari denique jure impetus ipsi (absolute dicti) seu quantitates motus (factae ex longitudine translationis in molem) sunt elementa effectus formalis seu translationis (quippe quae fit ex longitudine translationis ducta in molem).

Definitio 13. Velocitas, intensio motus seu vigor, impetus etc. sunt vel communia vel potestativa.





Communia, quae paulo ante definivimus, sumendo media arithmetica diversarum velocitatum in materiae aut temporis elementis assignabilium; Potestativa vero, quae ad potentiam aestimandam serviunt, ita scilicet ut quadratum velocitatis mediae potestativae mobili assignatae ductum in molem det mobilis potentiam absolutam secundum prop. 5 cap. de potentia motrice absol., et quadratum velocitatis mediae (potestativae) quam habet mobile durante tempore ductum in tempus et molem exhibeat actionem mobilis formalem per totum illud tempus, secundum prop. 17 cap. de actione motus formali.

Conclusio secunda.

Si diversorum mobilis punctorum seu molis elementorum inaequales sint velocitates, et ex quadratis velocitatum in sua cujusque molis elementa ordinatim ductis fiat ductus, et sit velocitas alia, cujus quadratum si absolute ducatur in eandem molem, prodeat ductus novus, priori aequalis; tunc haec velocitas erit ipsa velocitas media potestativa mobili attribuenda, cujus quadratum ductum in molem dat mobilis potentiam. Idem est, si pro mole adhibeas temporis elementa, et velocitatum (potestativarum) mobilis quocumque temporis elementum existentium quadrata ducas ordinatim in respondentia temporis elementa, ut inde fiant ductus. Quod si jam sumatur velocitas alia, cujus quadratum si absolute ducatur in idem tempus, proveniat ductus novus priori aequalis, tunc haec velocitas erit ipsa velocitas temporis media potestativa, cujus quadratum ductum in tempus ac praeterea in molem mobilis dat mobilis actionem formalem, hoc tempore durante exercitam, seu tantundem revera egit mobile, ac si per totum tempus non nisi hanc velocitatem uniformem exercuisset.

Haec patent ex def. 13. Nam velocitas assignata media potestativa, quadrato suo seu potestate in totam molem seu in totum tempus ducta, ducitur in omnia molis vel temporis elementa, id est, si ipsa (quod in arbitrio est) aequalia assumantur, in eorum numerum seu in numerum velocitatum singulis elementis respondentium. Ducta autem hoc modo velocitatis hujus

mediae potestas seu quadratum aequat (ex constructione) velocitatum singularum potestates seu quadrata simul sumta, adeoque ejus potestas seu quadratum est arithmetice medium inter omnes singularum velocitatum potestates seu quadrata, seu velocitas assignata est inter omnes media potestativa, et eadem, cum singulorum elementorum potestatibus aequetur, utique omnes simul poterit seu aequabitur potestati totius. Manifestum enim est, totius potentiam ex partium potentis conflare.

Caput IV.

Specimen calculi analytici pro phorometria dynamica.

Pars prior: De calculo quantitatum ordinariorum.

- 1) Tempus,  $t$ .
- 2) Velocitas,  $v$ .
- 3) Volumen seu extensio,  $e$ .
- 4) Densitas seu gravitas specifica,  $g$ .
- 5) Pondus seu moles,  $m$ .
- 6) Fit autem  $m$  ut  $ge$ , seu pondera sive moles sunt ut producta ex  $g$  in  $e$ , seu in ratione composita voluminum et gravitatum specificarum. Est quoque  $m = ge$ , quia omnis gravitas specifica ducta in suam extensionem dat molem.
- 7) Tractus seu spatium, quod mobile percurrit sive metitur, sit  $r$ .
- 8) Si voluminis  $e$  velocitas  $v$  duret per tempus  $t$ , erit  $r$  ut  $ent$ .
- 9) Longitudo tractus vel longitudo translationis  $l$  est ut  $vt$ ;
- 10) et fit  $le$  ut  $r$ .
- 11) Impetus  $y$  ut  $ve$ , si nulla habeatur ratio densitatis; vel  $y$  ut  $vm$  seu  $vge$ , si habeatur ejus ratio, modo motus mobilis sit aequidistributus seu aequalis in quolibet puncto velocitatis. Ceterum impetu  $y$  existente  $vm$ , quantitatem  $ve$  distinctionis gratia voco protractionem  $\pi$ ; unde  $\pi d = y$ , est enim quasi elementum tractus.
- 12) Effectus formalis seu quantitas translationis  $f$  est ut  $le$ , seu coincidit cum tractu  $r$ , si nulla habeatur ratio densitatis. Sed si haec quoque in rationes veniat, erit  $f$  ut  $tm$ , modo omnium punctorum velocitas sit aequalis.





13) Actio formalis  $a$  est ut  $fv$ , seu in ratione composita effectus et velocitatis.

14) Hinc  $a$  ut  $lmv$ , item ut  $ly$ .

15) Et quia  $l$  ut  $vt$  per 9 hic, fit  $a$  ut  $mtvv$ , seu actiones sunt in ratione composita temporum, mobilium et quadratorum velocitatum, si scilicet sit motus aequidistributus et uniformis.

16) Hinc varia theoremata concludi possunt, quorum aliqua suis locis exposuimus; exempli causa: Si mobilia aequalia aequalibus temporibus moveantur motibus uniformibus et aequidistributis, erunt actiones eorum ut quadrata longitudinum percursarum, seu  $a$  ut  $ll$ . Nam generaliter (per 15 hic)  $a$  sunt ut  $mtvv$ , et quia hoc loco  $m$  et  $t$  utrobique aequalia seu constantia, seu ut unitates, fient  $a$  ut  $vv$ ; jam  $l$  ut  $vt$  (per 9); ergo hoc loco ob tempora aequalia (seu ut unitates) sunt  $l$  ut  $v$ . Ergo  $a$  ut  $ll$ .

17) Si  $p$  sit potentia motrix absoluta, fit  $a$  ut  $pt$ , seu potentiae sunt ut actiones uniformes aequalibus temporibus exercitae; et si tempora sint inaequalia, actiones sunt in ratione composita temporum et potentiarum.

18) Ergo  $p$  ut  $mvv$ , seu potentiae sunt in ratione composita ex simplice mobilium (seu molium) et duplicata velocitatum. Nam  $a$  ut  $pt$  (per 17), rursus  $a$  ut  $mtvv$  (per 15); ergo  $pt$  ut  $mtvv$ , seu  $p$  ut  $mvv$ .

Pars posterior: De calculo per quantitates inassignabiles, seu de Analysisi infinitorum nova ad Phorometriam adhibita.

19) Quamdiu partes mobilis sunt aequalis ubique densitatis (mobili scilicet existente similari) et aequalis omnes velocitatis (motu scilicet existente aequidistributo), et velocitates mobilis eadem per quasvis temporis partes (motu existente uniformi), sufficit calculus praecedens per quantitates vulgo receptas. Sed si variet ubique densitas aut velocitas in loco aut tempore, ad quantitates numero infinitas et magnitudine infinite parvas veniendum est seu ad incrementa aut decrementa vel differentias duarum quantitarum ordinarium proximarum inter se. Exempli gratia: Dum grave motum accelerat, duae proximae sibi velocitates  $v$  et  $(v)$  a me dicentur habere differentiam infinite parvam  $dv$ , quae est incrementum velocitatis momentaneum, quo transit mobile a velocitate  $v$  ad  $(v)$ . Itaque in Geometriam introduxi novum circa analysisin infinitorum calculi genus, suo quodam Algorithmo alibi a me explicato in-

structum, ubi notis differentiae et summae eodem fere modo utor, quo notis radicis et potestatis in Algebra uti solemus.

20) Generaliter igitur, si sit quantitas aliqua ut velocitas  $v$ , incrementum ejus momentaneum seu proximarum velocitatum differentiam voco  $dv$ . Eodem modo si tempus sit  $t$ , temporis elementum sive momentum voco  $dt$ , et extensionis  $e$  elementum  $de$ ; atque ita in caeteris.

21) Si ex pluribus finitis vel infinitis alicujus quantitatis elementis unumquodque peculiare habeat attributum ejusdem nominis, sed diversae magnitudinis, verbi gr. peculiarem gravitatem specificam; potest toti attribui medius quidam gradus, qui ductus in totum tantundem producat, quantum summa conflata ex simul additis ductibus particularibus, per cujusque elementi ductionem in attributi sui magnitudinem natis.

22) Itaque si totius alicujus virgae metallicaе cylindricaе gravitatem specificam a summo ad imum continue crescentem habentis extensio seu longitudo sit  $e$ , ejusque elementum quodvis vocetur  $de$ , et respondens cuique elemento gravitas specifica seu densitas sit  $g$ , et gravitas specifica totius (quae oriretur tota massa metallica in unam massam similem igne fusa) vocetur  $G$  (adhibita majuscula); fiet  $G e = \int de g$ , adeoque  $G = \int de g : e$ , et  $de g = \frac{(1)}{e} G e$ ,  $(2)$   $G = \int de g : e$ , et  $de g = \frac{(3)}{e} G e$ ,  $(4)$   $dm$ , posito per artic. 6 hic, esse  $m = ge$ . Nam quia omnis gravitas ducta in suam extensionem dat molem, ergo etiam  $g$  (gravitas h. l. extensionis elementaris seu ipsius  $de$ ) dat  $dm$  molem elementarem.

23) Si elementa sint aequalia, seu  $de$  constans, erit  $G$  media arithmetica inter omnes  $g$ . Nam si omnes  $de$  sint aequales, tunc  $e$  seu  $\int de$  nihil aliud erit quam  $de$  multiplicata per numerum ipsarum  $de$ . Sit numerus ille  $n$ , et fiet  $e = nde$ . Jam  $\int de g = de \int g$ , posito  $de$  esse constantem, ex nostri calculi differentialis legibus. Itaque hos valores ex aequal. 5 et 6 substituendo in aequ. 1 fit  $nG = \int g$ , et proinde  $G$  est media arithmetica inter omnes  $g$ ; ducta enim in ipsarum numerum  $n$  producit  $nG$ , ductum, qui aequatur ipsarum summae  $\int g$ . Quae omnia collatis exemplis figurisque in cap. de ductibus ac de tractu propositis melius intelligentur. Ad exemplum autem gravitatis speci-





ficae et extensionis etiam in aliis (veluti velocitate ac tempore) procedemus.

24) Nimirum si elementa voluminis  $d\bar{e}$  peculiares habeant velocitates, protractio mobilis  $\pi$  erit  $= \int d\bar{e} v$ , id est  $= ve$ , per artic. 11 hic.

25) Media autem velocitas  $V = \sqrt{d\bar{e} v} : e$ , quae proinde velocitas  $V$  ipsi mobili attribui poterit; nam si omnes ejus partes moverentur velocitate aequidistributa  $V$ , tantundem protractionis efficerent, quantum nunc motu non aequaliter distributo efficiunt.

26) At tractus ipse  $r = Vet$  (per artic. 8 hic) seu  $\int d\bar{e} vt$  posito motum mobilis per tempus  $t$  uniformiter durare.

27) Sin vero mutetur motus mobilis, et diversis temporis elementis sive momentis  $dt$  diversa sit velocitas,

28) tunc fiet tractus  $r = e \int v dt$ , singulis  $V$  mobili competentibus in sua respondentia temporis elementa ordinatim applicatis.

29) Ubi si rursus velimus novam mediam temporis inter omnes  $V$  velocitatem comminisci, qua si mobile uniformiter ferretur, tantundem tractus per propositum tempus efficeret, quantum nunc velocitate variata, eam novam velocitatem mediam poterimus vocare  $(V)$ ,

30) et fiet  $r = e(V)t = e \int d\bar{e} v = \int d\bar{e} \sqrt{d\bar{e} v}$ , ubi  $v$  significat quamlibet velocitatem, quam quaevis mobilis particula habet in quovis temporis elemento, adeoque velocitates numero infinites infinitas; at  $(V)$  significat velocitatem inter infinitas mediam, omnibus particularum mobilis velocitatibus coexistentibus aequivalentem, et proinde continet velocitates totius mobilis infinitas pro infinitis temporis momentis; denique  $(V)$  continet velocitatem unicam, inter varietate infinitas  $V$ , adeoque inter infinites infinitas varietates  $v$  mediam, mobili attributam, aequivalentem reliquis omnibus et in qualibet mobilis parte et in quovis temporis momento variantibus.

31) Exemplo melius res intelligitur. Sit (fig. 134) recta  $AB$  movenda in eodem plano circa centrum  $A$ ; itaque velocitates punctorum seu elementorum ipsius rectae  $AB$  coexistentes sunt majores in proportione distantiarum a centro. Ponamus jam praeterea

vertiginis hujus velocitatem crescere uniformiter a quiete, seu aequalibus per aequalia tempora incrementis; unde mobili repraesentato per  $AB$ , velocitate puncti alicujus  $B$  per  $BC$ , velocitates omnes simul existentes mobilis elementis respective applicatae exhibebuntur (fig. 135) per triangulum rectangulum  $ABC$ ; fiat parallelogrammum rectangulum  $EAB$  huic triangulo aequale, eritque  $AE$  velocitas mobilis media. Rursus sit tempus  $BD$  angulo in  $B$  recto, et pyramis rectangula  $DABC$  repraesentabit omnes velocitates infinites infinitas cujusque puncti in unoquoque instanti, et ut triangulum  $ABC$  repraesentarat omnes velocitates mobilis existentes eodem temporis instanti, ita triangulum  $DBC$  repraesentat omnes velocitates temporis competentes eidem mobilis puncto  $B$ ; sumatur jam  $DF$  talis, ut sit rectangulum solidum  $FDBA$  aequale pyramidi  $DABC$ , et erit  $FD$  media mobilis velocitas, qua si mobile  $AB$  ferretur per tempus  $DB$  motu aequidistributo et uniformi, idem foret tractus idemque (si mobile simile ponatur) effectus formalis seu quantitas translationis, qui in motu per temporis momenta et mobilis puncta variat.

32) His jam ad calculum translatis,  $AB, e; DB, t; BC, v; AE, V; DF, (V)$ ; triang.  $ABC, \pi$ ; pyramis  $DABC, r$ ; habebit locum calculus paulo ante dictus. Fit enim  $\pi = Ve$ ;  $r = (V)te = le$ . Sed  $V = \sqrt{d\bar{e} v} : e$ , et  $(V) = \int d\bar{e} v : t$ , adeoque  $l = \int d\bar{e} v$ . Unde patet esse  $\pi = \int d\bar{e} v$ , et  $r = \int d\bar{e} \sqrt{d\bar{e} v}$ . Et hoc quidem generatim.

33) Sed quia in hoc casu  $v$  coexistentes sunt ut  $e$ , fiet  $\pi$  ut  $\int d\bar{e} v$  vel ut  $\int d\bar{e} e$ , id est (per leges calculi differentialis) ut  $ee$  vel ut  $vv$ ; protractiones  $\pi$ , vel (si mobile sit simile) impetus  $\gamma$ , simul existentes in linea  $AB$ , sunt ut quadrata partium  $AB$  vel  $A(B)$ , et totius mobilis  $AB$  protractiones vel impetus successive existentes sunt ut quadrata velocitatum puncti  $B$ .

34) Hinc jam in nostro casu  $r$  ut  $\int d\bar{e} vv$ . Sed  $t$  rursus sunt ut  $v$ , in casu praesenti, cum  $v$  velocitates puncti  $A$  crescant proportione temporis seu durationis. Ergo fit  $r$  ut  $\int d\bar{e} vv$  vel ut  $\int dt tt$ , adeoque tractus (vel in casu mobilis similis, etiam effectus) diversarum mobilis partium  $AB$  et  $A(B)$  in casu praesenti sunt in triplicata ratione velocitatum  $v$ , ultimis punctis  $B, (B)$  competentium, id est ipsarum linearum  $AB, A(B)$ ; totius autem mobilis





vel datae in mobili partis AB tractus vel effectus diversi per diversa tempora inde ab initio sumta, sunt in triplicata ratione temporum impensorum.

36) Ceterum quia  $\int \overline{dv} = vv : 2$ , fit  $AE = BC : 2$ ; et quia  $\int \overline{dv} vv = v^3 : 3$ , fit  $DF = BC : 6$ . Nam  $\int \overline{dv} \int \overline{dv} v = \int \overline{dv} vv : 2 = v^3 : 6$ .

37) Atque haec prolixius exponenda fuerunt, ut in novum Notationis genus, quo infinitum ipsum sub leges Analyseos cogitur et innumerabiles graduum varietates eidem calculo subjiciuntur, lectorem magno, siquando intelliget, fructu suo, nec minore voluptate introduceremus. Calculum autem in exemplo aliunde et communi Geometria manifesto exposuimus, ut ratio calculandi in aliis multo subtilioribus, nec ad receptas vulgo Geometrarum methodos facile cessuris appareret.

38) Quod si jam ad varietatem temporum et velocitatum accedat varietas densitatum in mobili, quam in praecedenti exemplo ablegaveramus, complicatior adhuc oritur calculus differentialis. Fit ergo  $m = \int \overline{de} g = Ge$ , et velocitate cujusque  $\overline{dm}$  seu cujusque elementi materiae sive molis (hoc est cujusque  $\overline{de} g$ ) existente  $v$ , fit impetus mobilis  $y = \int \overline{de} gv$  vel  $\int \overline{dm} v$ .

39) Hinc ut velocitatem inveniamus mediam non voluminis seu extensionis (quam velocitatem mobilis simpliciter appello), sed potius molis, quam voco vigorem seu motus intensionem, et designabo nunc nota  $\mathcal{S}$ , fit  $\mathcal{S} = \int \overline{dm} v : m$  seu  $\int \overline{de} gv : \int \overline{de} g$ , quia  $y = \mathcal{S}m$ .

40) Effectus autem mobilis  $f = \int \overline{dt} \int \overline{dm} v = mt(\mathcal{S})$ , eritque  $(\mathcal{S})$  vigor totius temporis medius, et posito  $\lambda$  esse longitudinem translationis, seu  $\lambda m = f$ , fit  $\lambda = t(\mathcal{S}) = \int \overline{dt} \int \overline{dm} v : m$ .

41) Sed quoniam ostensum est, potentiam oriri ex quadratis velocitatum in molis elementa ductis, fit  $p = \int \overline{dm} vv$ .

42) Et si  $\varphi$  sit velocitas potestatum, seu cujus quadratum in molem ductum dat mobilis potentiam, fit  $m\varphi\varphi = p$ , adeoque  $\varphi\varphi = \int \overline{dm} vv : m$ .

43) Actio autem  $a = \int \overline{p} dt = \int \overline{dt} \int \overline{dm} vv = \int \overline{dt} \varphi\varphi m = mt(\varphi)(\varphi) = t(p)$ . Eritque  $\varphi$  velocitas potestativa media mobilis in certo momento  $\overline{dt}$ , et  $(\varphi)$  velocitas potestativa media mobilis pro toto tempore, et  $p$  potentia mobilis in certo momento  $\overline{dt}$ , et  $(p)$  potentia mobilis media per totum tempus  $t$ , quae ducta in tempus absolute, dat quantitatem actionis.

44) Et sane si mobile diversas in diversis punctis habeat densitates et velocitates, differunt in eo velocitas ipsi attribuenda communis  $V$  [quae ducta in volumen  $e$  dat protractionem  $\pi$ , in tempus  $t$  dat longitudinem tractus  $l$ , in volumen  $e$  et tempus  $t$  dat tractum  $r$ ], velocitas exaltata (seu intensio motus vel vigor)  $\mathcal{S}$  [quae ducta in molem  $m$  (id est volumen simul et gravitatem specificam) dat impetum  $y$ , in tempus  $t$  dat longitudinem translationis  $\lambda$ , in molem  $m$  simul et tempus  $t$  dat effectum formalem  $f$ ], et denique velocitas potestativa  $\varphi$  [cujus potestas seu quadratum in molem  $m$  dat potentiam  $p$ , in molem  $m$  et tempus  $t$  dat actionem formalem  $a$ ]. Et quidem  $V = \int \overline{de} v : e$  et  $\mathcal{S} = \int \overline{dm} v : m$ , et  $\varphi\varphi = \int \overline{dm} vv : m$ .

45) Et has quidem quantitates medias gravitatum, velocitatum, potentiarum introduximus, ut infinitae varietates punctorum et instantium ad quantitates constantes aequivalentes reduci, et theoremata nostra circa motum aequidistributum et uniformem demonstrata ad omnia alia motuum genera transferri possint.

46) Quisquis autem hujus praesentis calculi simulque Geometriae intelligens fuerit, non minus facile moles, velocitates, tractus, impetus, motuum effectus, potentias, actionesque hactenus explicatas, quam numeros aut figuras aestimabit.