tionum adhibentur, et quidem analogiarum non communium, sed per duos tantum terminos eosque indefinitos seu universales quamcunque ejusdem nominis propositi quantitatem comprehendentes expressarum, ut cum dicitur velocitates in gravium descensu acquisitas esse ut tempora impensa (seu velocitatem priorem esse ad velocitatem posteriorem ut tempus acquisitionis illius ad tempus hujus), quae formulae brachylogae analogias contracte exprimendi geometris quidem in usu sunt, nondum autem in calculo analytico frequentabantur. Itaque nos, cum usus horum sit maximus in translatione geometriae ad motum potentiasque, his exemplis praeiri viam aliis e re fore putavimus.

Propositio 9.

Fieri non potest, ut temporibus eorumve potentiis in progressione Arithmetica crescente assumtis, velocitates quaesitae vel etiam spatia percursa crescant in progressione Geometrica inde a quiete. Et generaliter fieri non potest, ut uno ex his tribus: tempore, velocitate, spatio (seu longitudine percursa) vel ejus dignitate arithmetice seu uniformiter crescente, alterum vel ejus dignitas geometrice ab initio crescat.

Ponatur enim, si fieri potest, (fig. 116) temporibus AT ab initio motus A assumtis in progressione Arithmetica seu ut logarithmis, velocitates acquisitas esse in progressione Geometrica seu ut numeros, patet tres velocitates acquisitas quascunque, ut ${}_{1}T_{1}V$, ${}_{2}T_{2}V$, ${}_{3}T_{3}V$, quae aequalibus distant temporis intervallis ${}_{1}T_{2}T$, ${}_{2}T_{3}T$, fore progressionis Geometricae, adeoque et velocitates existentes momentis A, ${}_{1}T$, ${}_{2}T$ (posito tempora $A_{1}T$, ${}_{1}T_{2}T$ esse aequalia) esse progressionis Geometricae, quod est absurdum. Nam velocitas initio seu in A est nulla ex hypothesi, adeoque est velocitate in ${}_{1}T$ repraesentata per ${}_{1}T_{1}V$ infinities minor; jam velocitas in A est ad velocitatem in ${}_{1}T$, ut haec ad velocitatem in ${}_{2}T$, ex hypothesi; ergo etiam ${}_{1}T_{1}V$ est ipsa ${}_{2}T_{2}V$ infinities minor, adeoque si ${}_{1}T_{1}V$ sit velocitas gradus cujuscunque quantumvis parvi assignabilis, velocitas ${}_{2}T_{2}V$ foret infinita. Et cum instans ${}_{2}T$ utcunque vicinum sumi possit instanti A, patet mobile secundum hanc accelerationis legem aut nullum habere motum, aut statum habere instantaneum seu infinitae velocitatis. Et sane si ordinatae

TV velocitatem repraesentantes sint progressionis geometricae, ipsis temporum intervallis ${}_{1}T_{2}T$, ${}_{2}T_{3}T$ etc. existentibus aequalibus, tunc VV nunquam attingit rectam AT, quippe sibi asymptoton, ut construenti manifestum est. Et proinde velocitas hoc modo crescens, a minimo seu a quiete incipere non potest, contra hypothesin. Hinc porro sequitur, temporibus arithmetice assumtis, spatia quoque percursa geometrice crescere non posse. Quoniam tunc spatiis Geometrice crescentibus etiam velocitates Geometrice crescunt. Nam si spatia crescunt Geometrice, etiam differentiae eorum seu elementa crescent Geometrice; sed elementa spatii sunt in ratione composita elementorum temporis et velocitatum (supra cap. de velocitate in genere prop. 8) id est, quia elementa temporis (quippe differentiae terminorum arithmeticae progressionis) aequalia sunt, elementa spatii sunt in ratione velocitatum; ergo et velocitates forent progressionis Geometricae, quod fieri non posse jam ostendimus.

Porro quo argumento ostendimus, temporibus crescentibus Arithmetice, spatia percursa seu longitudines tractus non posse crescere Geometrice inde a quiete, eodem etiam evincitur, spatiis percursis Arithmetice, velocitates acquisitas non posse crescere Geometrice inde a quiete. Eadem enim ratiocinatio est, substituendo tantum spatia pro temporibus. Unde spatiis crescentibus Arithmetice, etiam tempora Geometrice crescere non possunt a quiete. Nam spatiis crescentibus Arithmetice, elementa temporis sunt velocitatibus reciproce proportionalia (per dict. prop. 8). Itaque cum si tempora sint geometricae progressionis, talia etiam futura sint elementa eorum, sequitur et velocitates geometricae progressionis fore, quod absurdum esse ostensum est. Postremo velocitatibus crescentibus Arithmetice, spatia non possunt Geometrice crescere inde a quiete. Nam si in figura eadem rectae AT, quae sunt progressionis arithmeticae, exhibeant velocitates, et ipsae rectae TV, quae sunt progressionis geometricae, exhibeant tempora, sequitur eodem (quo tunc, cum AT essent tempora et TV velocitates, usi sumus) argumento, posito quod velocitati in A minimae seu quieti respondeat spatium minimum seu spatii initium et volocitati in ${}_{1}T$ respondeat spatium percursum ${}_{1}T_{1}V$, tunc necessario velocitati in ${}_{2}T$ acquisitae respondere spatium ${}_{2}T_{2}V$ percursum infinitum. Quod est absurdum, cum ${}_{2}T$ sumi possit ubique post A, adeoque motus futurus sit instantaneus. Et velocitatibus crescentibus Arithmetice, simili argumento nec tempora inde ab initio crescere possunt Geometrice; nam velocitate quacunque A_2T acquisita tempus ${}_2T_2V$ foret infinitum, adeoque ad minimum quemque gradum velocitatis acquirendum tempore infinito opus foret, adeoque motus foret nullus. Eadem vis ratiocinationis et in dignitatibus locum habet, nam quorum dignitates sunt progressionis Geometricae, ea sunt ipsamet progressionis Geometricae. Ex his autem, ut obiter dicam, intelligi potest, quam commode et utiliter mens humana etiam ipsa infiniti consideratione ad res aestimandas uti queat.

Propositio 10.

Fieri non potest, ut velocitatum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum parium vel altiorum a longitudinibus. Item fieri non potest, ut longitudinum dignitates determinati nominis crescant in ratione dignitatum inferiorum a temporibus.

Verbi gratia fieri non potest, ut quadrata velocitatum crescant ut quadrata vel cubi longitudinum, aut ut cubi longitudinum crescant ut quadrata temporum vel ut tempora. Horum prius demonstravimus in explicatione problematis 8 ad tab. 3, posterius ibidem ad tab. 5. Praeterea ad tab. 3 etiam ostendimus, quomodo progressio harmonica excludatur. Caeterum fieri non posse, ut velocitates crescant uti spatia percursa, qui unus est casus partis prioris hujus propositionis, jam et a Galilaeo et uberius a Fermatio est demonstratum. Quin et brevissima conclusione sequitur ex prop. 9 proxime praecedenti, non posse velocitates inde a quiete crescere ut longitudines percursas seu spatia. Nam si ita esset, forent etiam continua velocitatis incrementa incrementis longitudinis continuis percursae proportionalia. Sed in omni motu, temporibus aequabiliter crescentibus, progressuum seu longitudinis percursae incrementa continua sunt ut velocitates (per prop. 8 cap. de velocitate in genere). Ergo in nostro casu velocitatis incrementa sunt ut velocitates, adeoque velocitates sunt progressionis Geometricae. Sed motum hac lege inde a quiete crescere non posse demonstratum est prop. 9 proxime praecedente.

Equidem P. Cazraeus S. J. olim libello scripto contra Galilaeum ratiociniis quibusdam suis atque experimentis demonstrare conatus erat, motum gravium inde a quiete accelerari in ratione spatiorum transcursorum. Sed Fermatius in Epistola, tum inter Gassendea tum etiam inter opera posthuma Fermatii edita, ostendit hoc esse impossibile. Audio et P. Laloveram S. J. qui sane fuit ingeniosissimus, aliquid circa hoc argumentum praestitisse, quod ad manus meas non pervenit. Gassendus autem integrum libellum Cazraeo opposuit. Cazraeus porro (ut obiter dicam) lapsus est in sua experimentorum instituendorum ratione, quod discrimen inter vim vivam et mortuam, seu inter impetum conceptum et primos conatus infra a nobis uberius expositum non percepit. Nec satis scio, an ipse Gassendus hunc difficultatis nodum solverit. Nimirum Cazraeus sibi deprehendisse videbatur, librae lance una quiescente in tabula cum ponderibus impositis, altera vero lance manente libera et in hanc vacuam pondere aliquo ex altitudine quadam cadente et pondus unius librae in lance opposita attollente, idem pondus ex decupla vel duodecupla altitudine cadens, decem vel duodecim libras in lance opposita collocatas attollere posse, atque inde colligere sibi posse videbatur, gradus velocitatum acquisitos esse ut altitudines. Sed plerumque, qui rerum rationes non considerant, etiam in experimentis sumendis falluntur. Sciendum enim est, et a nobis infra demonstratum, grave quantumcunque attolli posse nonnihil lapsu alterius quantulicunque ex altitudine quantulacunque, cum gravitatis vis quae mortua est, a concepto impetu, qui infinities major est, semper superetur, sed quo altior erit lapsus, eo altius attolletur grave in lance positum. Itaque si unica ex pedis altitudine cadens attollit pondus lancis oppositae ad unum pollicem, eadem ex duodecim pedibus lapsa attollere poterit idem pondus ad pollices duodecim seu pedem. Et oportet pondus ipsum esse unicae duodecuplum, quae cap. de causa et effectu demonstravimus. Interim abstrahendus est animus a variis accidentibus, quibus efficitur, ut corpora valde gravia a minoribus sensibiliter non moveantur; grave enim magnum iis, quibus innititur, se fortiter applicat, nec sine frictione aliqua et medii quoque ambientis resistentia avelli aut moveri potest. Ut de partibus lancis tensionis ac flexionis alicujus patientibus nihil dicam: simile quid experimur in eo quod Galli vocant tractum bilancis, le trait de la balance. Bilanx enim magnis ponderibus in aequilibrio positis onerata non quodvis exiguum pondus adjectum sentit, quod Cl. Perraltus in tentamentis physicis sane egregiis inertiae materiae tribuisse visus est. Sed haec inertia id tantum praestat, ut corpora majora moveantur tardius, non ut omnino non moveantur minorum impulsu. Verum haec obiter anticipavimus occasione data, cum alioqui hujus loci non sint.

Propositio 11. Problema.

Si velocitates decrescant in ratione temporum aut longitudinum percursarum crescentium multiplicata utcunque, reliqua definire ad instar prop. 8.

Quando velocitas prius in eadem ratione crevisse intelligi potest, vicissim ut creverat decrescet, et sufficit recurri ad solutionem et tabulas problematis dictae prop. 8. Sed in casibus, ubi locum non habebat incrementum tale velocitatis inde a quiete, quid agendum sit, expositis difficilioribus quibusdam exemplis viam praeivimus in Appendice de resistentia medii, cujus effectus, ut illic explicuimus, ad hujusmodi motuum aestimationes reducitur. Quibus perceptis caetera quoque similia praestare diligenter consideranti non difficile erit, aditu semel aperto. Nobis enim nunc singula persequi non vacat, ne nimium ab elementorum instituto abeamus.

SECTIO QUINTA.

PHOROMETRICA DIFFORMIUM.

Caput I.

De Quantitate Motus seu impetu.

Definitio 1. Quantitas motus seu impetus est actum ex velocitatibus in quantitatem materiae seu molem ordinatim ductis.

Ut si (fig. 117) in mobili eandem ubique quantitatem materiae in volumine aequali seu densitatem constantem habente puncti cujusque ut C velocitas sit ut CE, rectae AB mobile repraesentanti ad angulos rectos applicata, impetus seu quantitas motus repraesentabitur per figuram AEDB, et quidem si ACB sit recta et ve-

locitates sint ut distantiae ab A, impetus ipsius AC erit ad impetum ipsius AB in duplicata ratione mobilium AC, AB seu ut quadratum AC ad quadratum AB, nempe ut area ACE ad aream ABD.

Quodsi mobilis diversa sit densitas in diversis partibus, tota motus quantitas similiter colligetur. Sit (fig. 118) recta AB uniformiter mota circa centrum immotum A punctis suis, ut C, describens arcus $_1C_2C$ velocitatibus punctorum proportionales, et ponatur praeterea mobile esse gravius seu densius versus B in ratione distantiae ab A; repraesentabitur tota moles seu quantitas materiae per triangulum rectangulum ABF, cujus basi BF parallela seu ordinatim applicata CG sit ad basim BF, ut densitas in C ad densitatem in B. Fiat jam aliud triangulum rectangulum ad eandem rectam AB in alio plano ad prius recto, nempe triangulum ABD, ordinatis suis CE repraesentans velocitates respondentes, seu ut CE sit ad BD ut velocitas $_1C_2C$ ad velocitatem $_1B_2B$; tunc rectangulum ECG repraesentabit impetum puncti C, et pyramis (quam constituunt haec rectangula) ejusque partes repraesentabunt impetus partium lineae, et ita erit impetus ipsius AC ad impetum ipsius AB ut pyramis ACEHG ad pyramidem ABDLF, adeoque ut cubus ipsius AC ad cubum ipsius AB. Ex his etiam patet, idem esse impetum, quod summam velocitatum, posito elementa molis, quibus competunt velocitates, esse aequalia inter se. Ex his etiam intelligitur, impetum esse quantitatem motus sed non nisi momentanei, et aptius dici quantitatem conatus; ac proprie loquendo, cum motus tempore indigeat, id potius quantitatem motus fore, quod oritur ex conatuum toto tempore existentium aggregato, et a nobis infra dicitur quantitas translationis. Maluimus tamen recepto significatui morem gerere.

Definitio 2. Intensio motus seu vigor in mobili est velocitas mobilis aequidistribute moti, quod mobili proposito mole et impetu est aequale, seu velocitas, quae ducta in molem dat impetum.

Ut si (fig. 119) omnes $_1B_2B$ celeritates punctorum B rectae AB circa centrum A immotum in plano motae et ubique aeque densae repraesententur rectis BD ordinatim ad angulos rectos ei insistentibus, et sumatur recta CE vel $_1A_3A$ talis ut rectangulum $_3A_1A_2B_3B$ aequetur figurae ADB; tunc celeritas repraesentata per rectam CE erit velocitas, qua motum mobile AB motu aequidistributo $_2A_2B$ in $_3A_3B$ eundem habebit impetum quem ante, seu (quod idem est) recta CE repraesentans celeritatem ducta in molem seu mobile AB dat rectangulum $_2A_3A$ aequale figurae ADB impetum repraesentanti. Idem succedit in mobili AB inaequalis densitatis. Ut si (fig. 120) ponantur densitates punctorum B crescere in ratione distantiarum ab A, adeoque moles mobilis repraesentari per triangulum rectangulum ABF, et ejusdem mobilis protractio (vel elementum tractus) seu, quod idem est, summa velocitatum in volumen ductarum repraesentari per triangulum rectangulum ABD, cujus planum sit rectum ad planum prioris; impetumque cujuslibet puncti B repraesentari per rectangulum BDLF, adeoque impetum mobilis AB per pyramidem ex his rectangulis conflatam ABDLF; et sumatur jam recta CE talis magnitudinis, ut ducta ipsa normaliter in molem ABF producat solidum prismaticum seu ubique aequealtum $_1A_3A_3BMF_2B$, cujus basis sit moles ABF, altitudo sit celeritas CE; sitque solidum hoc prismaticum pyramidi aequale, adeoque recta AB motu aequidistributo $_2B_3A$ celeritate ut CE seu $_1A_3A$ incedens eundem impetum habeat, quem ante cum motu circulari moveretur; his positis celeritas CE erit intensio motus seu vigor: quae etiam erit media arithmetica inter omnes velocitates moli ordinatim applicatas, seu inter omnes rectas ex pyramidis hedra ADL in hedram ABF (quae molem repraesentat) normaliter incidentes. Suo loco autem patebit, velocitatem CE, quae intensionem motus seu vigorem mobilis exhibet, seu quae ducta in molem dat impetum, esse ipsam velocitatem centri gravitatis, quando omnia mobilis puncta in easdem partes tendant, vel saltem (etsi non tendant in easdem partes) quatenus motus eorum quicunque compositus intelligi potest ex motu in parallelis ad easdem partes, eatenus velocitas hujus motus paralleli conspirantis per velocitatem centri gravitatis similiter parallelam et conspirantem exprimetur.

Propositio 1.

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis, coincidit impetus mobilis et ejusdem protractio seu elementum tractus.

Nam mobilia seu moles iisdem existentibus densitatibus sunt ut volumina (per prop. 1 cap. de quantitate materiae). Jam impetus est factum ex velocitatibus in molem ordinatim ductis

(per def. 1 hic), et protractio est factum ex velocitatibus in volumen ordinatim ductis (per defin. 2 cap. de velocitate in universum); coincidunt ergo.

Inspicienti figuras praecedentes definitionum 1 et 2 patet, si nulla habeatur ratio densitatis, nullave ejus sit diversitas in mobilibus ut AB, evanescere triangulum molis ABF, et molem exhiberi per ipsam rectam AB; evanescere etiam solida ut pyramides pro impetu rectae exhibendo excogitatas, et impetum exhiberi per sola triangula AB. Et vero, cum in naturae interioribus revera nulla sit materiae dissimilaritas (ut ego quidem arbitror), consequens est in natura coincidere quae diximus, etsi a nobis notionis phaenomenis et sensui accommodantibus plus materiae in gravioribus seu densioribus esse, per aversionem quandam, compendiosae ratiocinationis causa, hic admittatur.

Propositio 2.

Si nullum sit discrimen densitatis in materiis, coincidunt intensio motus in mobili seu vigor, et ipsa mobilis velocitas.

Nam vigor est ut quotiens factus divisione impetus per molem (per defin. 2 hic), et velocitas est ut quotiens factus divisione protractionis per volumen (per defin. 2 cap. de velocitate in universum). Et si nullum sit discrimen in densitatibus, moles repraesentantur per volumina (per prop. 1 cap. de quantitate materiae), et coincidunt impetus et protractiones (per prop. 1 hic); coincidunt ergo vigor et velocitas.

Nimirum inspiciendo figuras definitionum 1 et 2 manifestum est, si eadem ubique in mobilibus sit densitas, ipsam CE seu $_1A_2A$ vigorem nihil aliud esse quam velocitatem mobilis, quia ducta in rectam AB dat protractionem seu impetum rectae hujus. Sed si recta densitate differat, aut alioquin densitatum ratio habeatur, recta adhibenda ut non HK, quae ducta in volumen AB exhibeat planum protractionis ABD, seu rectangulum BAα huic triangulo aequale, sed CE, quae ducta in molem ABF exhibeat solidum impetus, seu in exemplis supradictis solidum prismaticum pyramidi aequale. Et posito omnia puncta mobilis in easdem partes ferri, tam vigor quam velocitas mobilis exhiberi potest per velocitatem centri gravitatis secundum cautionem dictam ad defin. 2. Velocitas scilicet mobilis est eadem, quae velocitas centri gravitatis ipsius voluminis, ut in recta AB velocitas puncti medii K nempe $_1K_2K$; si vero densitas rectae variet, quaerendum est centrum gravitatis ipsius molis, quod in recta AB, densitate versus B crescente, proportione distantiae ab A, est vicinius ipsi B, ita ut BC sit triens rectae AB, et hujus velocitas erit mobilis vigor seu motus intensio, ductaque in molem dabit impetum.

Propositio 3.

Impetus sunt in ratione composita mobilium et intensionum motus.

Sint (fig. 121) mobilia AB, 4 et LM, 2; et intensiones motuum BC, 3 et MN, 5; impetus ABC, 12, LMN, 10 sunt ut facta ex AB in BC, et ex LM in MN (per defin. 2 hic), ergo in ratione composita AB ad LM, 4 ad 2, et BC ad MN, 3 ad 5 (ex elementis).

Propositio 4.

Impetus sunt in ratione composita voluminum, densitatum, et intensionum motus.

Nam impetus sunt in ratione composita mobilium et intensionum motus (per prop. 3 hic), et mobilia seu moles sunt in ratione composita voluminum et densitatum (per prop. 3 cap. de quantitate materiae), unde habetur propositum.

Inspiciatur figura definitionis 2; patet mobilis rectae AB circa suum extremum A immotum motae volumen exhiberi per longitudinem rectae AB; densitatem per BN dimidiam ipsius $_2BF$; molem seu quantitatem materiae per triangulum ABF seu per rectangulum ex volumine in densitatem ABN; vigorem seu intensionem motus per rectam CE seu $_1A_3A$, impetum per pyramidem ABDLF seu per solidum prismaticum nempe $_1A_3A_3BMF_2B$ sub mole ABF et vigore CE vel $_1A_3A$ contentum; unde impetum per praecedentem esse in ratione composita mobilium seu molium, et vigorum seu intensionum motus, seu denique impetum repraesentari per rectangulum solidum $N_2B_1A_3A$ sub tribus rectis angulum rectum facientibus volumine AB, densitate BN, et vigore $_1A_3A$ contentum.

Propositio 5.

Si densitates sint aequales, impetus seu quantitates motuum sunt in ratione composita voluminum seu extensionum mobilis et velocitatum ejusdem mobilis.

Nam si densitates sint aequales, impetus sunt in ratione composita voluminum et intensionum motus (per prop. 4 hic); et, si densitates sint aequales, intensiones motus sunt ut velocitates mobilis (per prop. 2 hic). Ergo impetus sunt in ratione composita voluminum et velocitatum.

Haec propositio jam recepta est apud alios, qui impetum seu quantitatem motus magnitudine mobilis et velocitate aestimant, etsi eam solummodo de motu aequidistributo accipere soleant, non assueti velocitatem quandam certam mobili assignare, cujus puncta diversis velocitatibus moventur, quod nos facere et propositiones vulgo de motu tantum aequidistributo intellectas, generaliores reddere operae pretium duximus.

Itaque generaliter, si mobile, cujus magnitudo repraesentatur (fig. 122) recta AB, feratur velocitate repraesentata per rectam $_1A_2A$, vel $_1B_2B$, tunc impetus seu quantitas motus (momentanei) seu summa velocitatum aestimatur per rectangulum $_1A_2B$; rectangula autem sunt in ratione composita laterum; itaque impetus $_1A_2B(6)$ est ad impetum $_1L_2M(20)$ in ratione mobilium AB(3) ad LM(4) et velocitatum $_1B_2B(2)$ ad $_1M_2M(5)$; et si magnitudo mobilis seu volumen sit 3, velocitas graduum 2, impetus erit graduum 6; si volumen 4, velocitas 5, erit impetus 20. Sed si mobile non sit ejusdem ubique densitatis, non velocitas mobilis, quae magnitudine spatii intra datum tempus uniformiter percurrendi aestimatur, sed intensio motus, seu ea velocitas mobilis aequidistribute moti adhibenda est, qua in molem scilicet mobilis ducta idem prodiret, quod ex facto, velocitatibus in punctorum singulorum densitates ordinatim ductis. Nam in velocitate et spatio percurso, voluminis tantum spatio continue applicati ratio habetur, densitas vero in considerationem non venit.

Sint duo globi aequales, unus ferreus, alter ex duobus hemisphaeriis ferreo et plumbeo compositus. Hi si aequalia spatia eodem tempore uniformiter suis centris percurrant, haec duo corpora magnitudine aequalia eadem velocitate moveri dicentur. Sed non erit idem eorum impetus, neque etiam vigor, etsi enim magnitudine dimensionis seu volumine, non tamen mole seu pondere aequantur.

Quod ut appareat clarius, rem ad figuram revocemus. Ut si (fig. 123) globus A𝔓𝔓 ferreus moveatur circa punctum immotum B, centro suo A describens arcum circuli $_1A_2A$ et eodem tempore aequali velocitate circa punctum M moveatur globus diametro priori aequalis L♂♄, qui circulo maximo ad LM normali dividatur in duo hemisphaeria, ferreum remotius a B, plumbeum propius, describatque centro suo L arcum circuli priori aequalem ${}_1L_2L$; manifestum est aequalia esse spatia percursa, seu tractus ut velocitates; sunt enim spatia percursa (ob voluminum aequalitatem) in ratione longitudinum percursarum, seu linearum ${}_1A_2A$, ${}_1L_2L$ percursarum a centris gravitatis voluminum, id est centris sphaerarum. Sed secus est de impetibus et vigoribus; nam hemisphaerium plumbeum majorem impetum habet majoremque vigorem quam ferreum. Nempe quaeratur centrum gravitatis globi L, quod cadet infra L in N, quia plumbum gravius ferro: centrum (inquam) gravitatis, non voluminis, sed molis mobilis. Itaque ut velocitas mobilis L repraesentatur per ${}_1L_2L$ longitudinem percursam a centro voluminis L, quae est ipsa longitudo a mobili percursa, et tractus mobilis seu spatium percursum est in ratione composita longitudinis percursae (seu hoc loco ob motum uniformem, velocitatis) et voluminis seu magnitudinis sphaerae, seu ut factum ex multiplicatione longitudinis lineae ${}_1L_2L$ per magnitudinem sphaerae L♂♄; ita intensio motus seu vigor hujus sphaerae repraesentatur per ${}_1N_2N$ longitudinem percursam ab N centro gravitatis ipsius mobilis seu molis sive ponderis sphaerae, quae est id quod infra definiemus longitudinem translationis; et effectus formalis ipsius motus seu translationis quantitas (quam infra definiemus) est factum ex longitudine translationis seu (hoc loco ob motum uniformem) vigore seu motus intensione ducta in molem seu in pondus sphaerae, seu est in longitudinis, quam habet translatio, et ipsius ponderis translati ratione composita. Unde impetus globi A est ad impetum globi L, ut pondus globi A (ferrei) multiplicatum per vigorem ${}_1A_2A$ est ad pondus globi L (semiferrei et semiplumbei) multiplicatum per vigorem ${}_1N_2N$. Et quidem si contingat tanto majorem esse vigorem globi ferrei, quanto majus est pondus semiplumbei, erit impetus utrobique aequalis. Nam ex prop. 3 sequitur, impetibus existentibus aequalibus vigores fore reciproce ut mobilia, quod peculiari propositione enuntiare nihil necesse est.

Caput II.

De Quantitate Translationis seu Effectu motus formali.

Definitio 1. Translationis seu effectus formalis a motu quantitas est, cujus mensura est percursio certae longitudinis facta a mobili aequidistribute moto certae molis, seu est factum ex longitudinibus percursis in molem ordinatim ductis.

Sit (fig. 124) corpus similare unius pedis cubici A, 1, motu aequidistributo motum et tempore T percurrens longitudinem 1 seu ${}_1A_2A$ unius pedis, qui casus sit mensura. Sint jam tria alia corpora ipsi A consimilaria B, 4, C, 8, D, 6 pedum cubicorum quatuor, octo, sex, quae motu aequidistributo percurrunt B,4, C,8, D,6 longitudines pedum ${}_1B_2B$, 5; ${}_1C_2C$, 7; ${}_1D_2D$, 9. Et in B,4, cujus longitudo percursa est 5, quantitas translationis seu effectus formalis a motu est 20; in C,8, cujus longitudo percursa 7, quantitas translationis est 56; in D, 6, cujus longitudo percursa est 9, quantitas translationis est 54.

Nimirum, ut distinctius exponamus, in B,4, cujus longitudo percursa 5, ideo quantitas translationis seu effectus formalis a motu est 20, quoniam vigesies repetitur casus assumtus pro mensura seu hypothesis corporis unius pedis cubici aequidistribute percurrentis longitudinem unius pedis, cum B quater in se contineat congruens ipsi A, et unumquodque ex istis contentis quinquies percurrat unum pedem, unde vigesies habetur congruens ipsi A percurrens longitudinem congruentem ei quam percurrit A, ita ut quoad ea, quae nunc in considerationem veniunt, nullum occurrat discrimen. Quodsi corpora non essent consimilaria, tunc id quod est duplo densius vel duplo gravius altero, censetur intra idem volumen duplo plus materiae similaris continere, et ita longitudinem a quaque parte similari aequidistribute percursam ducendo in materiae quantitatem seu molem, et summam ineundo (quod appello factum ex longitudinibus in moles ordinatim ductis) habebimus quantitatem translationis. Et ideo translationem seu effectum formalem motus subinde voco spatium percursum exaltatum, dum scilicet longitudines non in volumen (ut in simplici spatio percurso), sed in molem resultantem ex volumine et densitate ducuntur. Nec minus procedit aestimatio, si mobile non moveatur aequidistribute, sed componatur ex partibus, quae varias simul longitudines percurrunt, ut si C et D unum compositum constituant; resoluto enim toto non aequidistribute moto (ut est C et D simul) in partes, quarum quaelibet aequidistribute movetur (C, D), uniuscujusque singulatim aestimanda translatio est, atque ineunda deinde summa. Et aliquando intelligendum est continuari resolutionem in infinitum, quando nulla pars assignari potest, in cujus partibus non rursus occurrat diversitas translationis, ut fit cum corpus gyratur circa axem, nihilominus tamen succedit aestimatio ad eum modum, quo Geometrae lineam curvam comparare possunt cum recta, etsi nunquam resolvendo curvam perveniatur ad partes rectae congruentes. Adjungantur, quae praeveniendo diximus cap. de impetu, maxime ad prop. 5. Translationem autem hactenus explicatam voco motus effectum formalem, quia hic effectus intelligitur ex hoc solo, quod mobile movetur, etiamsi nulla alia impedimenta ab ipso superanda considerentur.

Definitio 2. *Longitudo translationis seu longitudo percursa exaltata est longitudo motus aequidistributi, cujus translatio (seu effectus formalis) propositae translationi aequalis molis sit aequalis*, seu longitudo, quae ducta in molem mobilis idem producit quod translatio proposita.

Nimirum cum corpus verbi gr. compositum (fig. 125) ex E, 8 et F, 6 non movetur motu aequidistributo, sed partes ejus diversas habent longitudines, ut E, 8 longitudinem ${}_1E_2E$, 9, et F, 6 longitudinem ${}_1F_2F$, 16; poterit quaeri longitudo quaedem media, quae sit 12, exprimens longitudinem translationis totius compositi. Sumatur enim G, 14 aequale ipsi E, 8 et F, 6 simul, motu aequidistributo longitudinis ${}_1G_2G$, 12 motum, eadem prodibit quantitas translationis. Nam translatio ipsius E, 8 per longitudinem 9 est 72, ipsius F, 6 per longitudinem 16 est 96; summa translationum est 168. At translatio ipsius G, 14 per longitudinem 12 est etiam 168.

Memorabile autem est, si omnia mobilis perturbate licet moti puncta tendant in easdem semper partes, viam centri gravitatis esse illam ipsam, quam hic definivimus longitudinem translationis, quod suo loco demonstravimus, nunc in hoc ipso exemplo ostendamus. Sit ipsorum ${}_1E$ et ${}_1F$ centrum gravitatis commune ${}_1K$, et ipsorum ${}_2E$ et ${}_2F$ centrum commune ${}_2K$, dico ${}_1K_2K$ viam centri

gravitatis esse etiam 12. Nam in rectam ${}_1E_2E_1F_2F$ (haec enim puncta ponamus jacere in directum) et ${}_1K_2K$ demittantur normales ${}_1L_2L$, et ${}_2N_1F$ distantia inter mobile ${}_2E_2N$ et mobile ${}_1F$ in recta dicta sit 1; reperietur ${}_1E_1L$ esse $7\frac{4}{7}$, et ${}_2E_2L$ esse $10\frac{4}{7}$. Jam ${}_1E_2E$ est 9; et patet esse ${}_1K_2K$ aequal. ${}_2L_2E + {}_2E_1E - {}_1E_1L$. Jam 12 est aequal. $10\frac{4}{7} + 9 - 7\frac{4}{7}$. Ergo ${}_1K_2K$ aequal. 12, adeoque ${}_1G_2G$ aequal. ${}_1K_2K$. Idem succedit in aliis exemplis quibuscunque. Et quidem si mobile non sit aequalis ubique densitatis, non adhibendum est centrum voluminis, sed molis, quae melius intelligentur adjunctis quae diximus ad prop. 5 capitis de impetu. Et quoniam longitudo translationis a longitudine percursa non differt, nisi quod in illa aestimanda etiam densitatis in mobili ratio habetur; ideo longitudo translationis etiam a me vocatur *longitudo percursa exaltata*, ut translatio ipsa est spatium exaltatum.

Propositio 1.

In motibus aequidistributis aequalium molium translationes sunt ut longitudines percursae.

Sint (fig. 126) AB et CD aequalis molis, et mota motibus aequidistributis ${}_1A_3B$ et ${}_1C_4D$; ajo translationes seu effectus formales esse ut longitudines ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C_4C$. Mensura longitudinum communis, si commensurabiles sint, sit ${}_1E_2E$, quam longitudo ${}_1A_2A_3A$ contineat si placet bis, et ${}_1C_2C_3C_4C$ ter, et longitudinem ${}_1E_2E$ aequidistribute percurrat mobile EF aequale ipsis AB vel CD. Jam (per def. 1 hic) potest translatio ${}_1E_2F$ accipi pro mensura communi, eaque toties continetur in translatione ${}_1A_3B$ vel ${}_1C_4D$, quoties longitudines continent mensuram, nempe in ${}_1A_3B$ bis, et in ${}_1C_4D$ ter. Ergo translationes sunt ut longitudines. Si longitudines sint incommensurabiles, possunt pro ipsis assumi commensurabiles sic, ut error sit minor quovis dato, atque adeo error est nullus.

Propositio 2.

In motibus aequidistributis aequalium longitudinum translationes sunt ut mobilia.

Sint (fig. 127) mobilium AB, CD motus aequidistributi, et longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$ aequales; ajo translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_2D$ esse ut mobilia. Sit mobilium mensura communis EF, quae transferatur per longitudinem ${}_1E_2E$ prioribus aequalem; patet translationem

${}_1E_2F$ esse mensuram translationum ${}_1A_2B$ et ${}_1C_2C$ et toties in illis contineri, quoties EF in mobilibus. Sunt ergo translationes ut mobilia. Quodsi mobilia sint incommensurabilia, eadem manet ratio per dicta in demonstr. praec.

Propositio 3.

Translationes (vel effectus formales a motu) sunt in ratione composita mobilium et longitudinum aequidistribute percursarum.

Sint (fig. 128) mobilium AB, CD motus aequidistributi per longitudines ${}_1A_2A, {}_1C_3C$; ajo translationes ${}_1A_2B$, ${}_1C_3D$ esse in ratione composita mobilium AB, CD et longitudinum ${}_1A_2A$, ${}_1C_3C$. Si essent longitudines aequales, constat per praecedentem; si sint inaequales, sumatur majoris ${}_1C_3C$ pars ${}_1C_2C$ aequalis minori ${}_1A_2A$, et per ${}_1C_2C$ sit translatio ${}_1C_2D$. Erit translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_2D$, ut AB ad CD (per prop. praec.) Jam translatio ${}_1C_2D$ est ad translationem ${}_1C_3D$, ut ${}_1C_2C$ (seu ${}_1B_2B$) est ad ${}_1C_3C$ (per prop. 1 hic.). Ergo jungendo prima postremis, est translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_3C$ in ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum ${}_1B_2B$ ad ${}_1C_3C$.

In numeris, si mobile AB sit ad mobile CD ut 3 ad 5, et longitudo ${}_1A_2A$ ad longitudinem ${}_1C_3C$ ut 2 ad 4 (seu 1 ad 2), erit translatio ${}_1A_2B$ ad translationem ${}_1C_3C$, ut 6 ad 20 (seu 3 ad 10).

Propositio 4.

Translationes seu effectus formales in omni motu sunt in ratione composita mobilium et longitudinum translationis.

Translationes enim quaecunque propositae (fig. 129) ${}_1B_1A_2A_2B$, et ${}_1D_1C_2C_2D$ sunt inter se ut translationes aequidistributae, ipsis (respective) aequales ${}_2A_3B, {}_2C_3D$, et translationes aequidistributae ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$ sunt in ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum percursarum ${}_2A_3A$ et ${}_2C_3C$ (per prop. 3 praeced.); ergo translationes quaecunque sunt in ratione composita mobilium AB ad CD et longitudinum ${}_2A_3A$ et ${}_2C_3C$, quae percurrendae essent motu aequidistributo, ut translatio aequidistributa ipsi propositae possit esse aequalis (seu ut translatio ${}_2A_3B$ aequalis sit ipsi ${}_1B_1A_2A_2B$ et translatio ${}_2C_3C$ ipsi ${}_1D_1C_2C_2D$). Sed hae longitudines ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$ translationum aequidistributarum ${}_2A_3B, {}_2C_3C$ propositis

aequalium sunt ipsae *longitudines translationum* propositarum (per def. 2 hic). Ergo translationes sunt in ratione composita mobilium et longitudinum translationis.

In numeris et exemplo ponatur in plano semper eodem (fig. 129) radius AB centro B transferri ex ${}_1AB$ in ${}_2AB$, et radius DC ex ${}_1CD$ in ${}_2CD$; et translationes erunt ut sectores circulares B_1A_2A et D_1C_2D, hisque aequales translationes aequidistributae erunt ut rectangula his sectoribus aequalia ${}_2A_3B$ et ${}_2C_3D$, posito altitudines esse mobiles rectas AB, CD et bases seu longitudines percurrendas ${}_2A_3A, {}_2C_3C$ esse dimidios arcus ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$; et ${}_2A_3A, {}_2C_3C$ erunt longitudines translationum B_1A_2A et D_1C_2C (per defin. 2 hic). Si jam sit mobile CD duplum mobilis AB, et ipsa ${}_2C_3C$ (longitudo translationis D_1C_2D) tripla ipsius ${}_2A_3A$ (quae est longitudo translationis B_1A_2A) erit translatio D_1C_2D sextupla translationis B_1A_2A, quemadmodum aequales translationes aequidistributas in eadem esse proportione, nempe translationem ${}_2C_3D$ sextuplam translationis ${}_2A_3B$. Quae omnia eodem modo intelligenda sunt etiam cum translationes per areas spatiorum designatorum exhiberi non possunt; id enim tantum locum habet, cum partes mobilis sibi non succedunt, et linea a puncto mobilis descripta eundem semper facit angulum ad mobile. Unde translationes solidorum nullas dant figuras, etsi figuris proportionalibus arte geometrica repraesentari possint, quoniam solidum moveri non potest, quin partes sibi succedant.

Propositio 5.

In motibus aequalium densitatum, translationes sunt ut spatia percursa, et longitudines translationum sunt ut longitudines tractuum sive spatiorum percursorum (seu ut longitudines percursae).

Nimirum si inspiciatur figura propositionis praecedentis, rectae mobiles AB et CD sint translatae ex A_1B in A_2B et C_1D in C_2D; longitudo percursa est aequalis ${}_2A_3A$ vel ${}_2C_3C$, quam si percurreret AB vel CD motu aequidistributo ${}_2A_3B$ vel ${}_2C_3D$, spatium percursum seu tractus foret aequalis tractui priori ${}_1B_1A_2A$ vel ${}_1D_1C_2C$, seu est longitudo, quae ducta in volumen dat tractum (per defin. 2 cap. de tractu). Porro longitudo translationis est, quae ducta in mobilis molem dat translationem (per def. 2 et prop. 4), id est in mobilis volumen, si densitates sint eaedem (per prop. 1

cap. de quantitate motus), id est quae ducta in mobilis volumen dat quantum molis quantam longitudinem percurrerit; hoc ipsum enim translatio est (per def. 1 hic); id est quantum hoc loco voluminis quantum longitudinis percurrerit, id est (per def. 2 cap. de tractu seu spatio) quantum percursum sit spatii. Sunt ergo translationes ut spatia, et longitudines translationum ut longitudines spatiorum, nempe ut ${}_2A_3A$, ${}_2C_3C$. Longitudo autem spatii vel translationis semper ea intelligitur, secundum quam si mobile aequidistribute translatum esset, tantundem in summa spatii vel translationis efficeret, quantum nunc, ut satis explicatum est.

Propositio 6.

Si intensiones motuum tempori ordinatim applicentur, factum inde est ut longitudo translationis; et si impetus tempori ordinatim applicentur, factum est ut quantitas translationis seu effectus formalis; adeoque impetus (temporis elemento ordinatim applicatus) est elementum effectus.

Demonstratur eodem modo quo ostensum est (prop. 8 de velocitate in genere) ex velocitatibus mobilis ordinatim applicatis ad tempus, in quo quaeque fuit, fieri longitudinem spatii percursi, seu velocitates in elementa temporis respondentia ordinatim ductas esse ut elementa spatii. Nam nihil interest inter velocitatem mobilis et intensionem motus, et inter longitudinem percursam et longitudinem translationis, quam quod aestimatur in illis quantitas sola voluminis, in his quantitas molis seu voluminis et densitatis. Quoniam igitur vigores elementis temporis ordinatim applicati exhibent longitudines translationum, etiam vigores in molem semper constantem ducti seu impetus elementis temporis semper ordinatim applicati dabunt longitudinem ductam in eandem molem, seu ipsam quantitatem translationis.

Transferatur huc figura prop. 8 itemque prop. 10 cap. de velocitate in universum, et in figura prop. 8 BCE sit ut tempus et CG sint ut intensiones motus seu vigores, figura BFGKE erit ut longitudo translationis. Et similiter in figura prop. 10 dicti cap. si AEB sit ut tempus, EF ut moles, FG ut intensiones motus seu vigores, rectangula EFGH ut impetus seu facta ex mole in vigores, figura A_1G_3GB ut longitudo translationis, solidum ex omnibus

impetibus (parallelis EFGH) tempori AEB applicatis seu solidum factum ex mole EF in longitudinem translationis A_1G_3GB ducta seu solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ vel ei aequale solidum A_1BCDLF erit ut ipsa quantitas integra effectus a motu formalis seu quantitas translationis sub pondere translato et longitudine translationis comprehensa.

Definitio 3. Vigor medius (temporis) seu velocitas media exaltata est, quae ducta in tempus impensum dat longitudinem translationis, seu est velocitas exaltata, qua constanter motum mobile tantundem quantum nunc longitudinis exaltatae aequali tempore percurrisset. Et impetus medius est, qui fit ex velocitate media exaltata in molem ducta, seu qui in tempus ductus dat spatium exaltatum seu quantitatem translationis.

Conferantur haec cum dictis ad defin. 3 capitis de velocitate in universum, et adhibita figura propositionis 10 ejusdem capitis; omnia enim eodem modo se habent, modo pro volumine moles, pro velocitate longitudineque simplicibus eaedem exaltatae, et pro impetu restricto absolutus substituantur.

Propositio 7.

Media arithmetica sunt: **Densitas** seu gravitas specifica mobilis, inter omnes punctorum voluminis densitates seu gravitates specificas elementares; **Velocitas** mobilis, inter omnes punctorum voluminis ejus velocitates, seu inter omnes velocitates voluminis elementares; **Longitudo** a mobili **percursa**, inter omnes longitudines elementares seu a voluminis punctis simul percursas; **Velocitas media** temporis, inter omnes velocitates mobili durante toto tempore seu quolibet instanti ejus competentes; **Protractio media** mobilis, seu extensio velocitatis mediae, inter omnes velocitatum mobilis extensiones seu inter omnes protractiones toto tempore seu quolibet instanti ejus mobili competentes; **Intensio motus** seu vigor mobilis seu velocitas exaltata, inter omnes velocitates materiae elementares seu per quantitatem materiae seu molem distributas; **Longitudo transla-**

tionis inter omnes longitudines percursas per quantitatem materiae seu molem distributas; **Vigor medius** temporis, inter omnes vigores durante tempore seu quolibet instanti ejus mobili competentes; **Impetus medius**, inter omnes impetus durante tempore seu quolibet instanti mobili competentes: posito semper elementa ejus, ad quod applicantur elementaria, seu ea, inter quae medium quaeritur, esse aequalia.

Haec ad eum modum demonstrari possunt, quo demonstrata est propositio 11 de velocitate, adhibita nimirum quantitatis resultantis et medii arithmetici def. 5 et 6 cap. de ductibus, et inde prop. 18 cap. ejusd. et accedentibus definitionibus singulorum aut inde ductis propositionibus; ut pro densitate, cum densitas ducta in volumen faciat molem (per prop. 3 de quantitate materiae) et moles seu quantitas materiae etiam fiat ex densitatibus singulorum mobilis constituentium, utique densitas est medium arithmeticum (per dict. prop. 18 de ductibus). Similia intelliguntur de velocitate ex prop. 4 juncta prop. 9 cap. de velocitate in universum; de longitudine percursa ex def. 2 cap. de spatio, juncta ejusd. def. 1; de velocitate media et protractione media ex prop. 11 cap. de velocitate in universum; de vigore seu intensione motus seu promptitudine agendi seu velocitate exaltata per prop. 3 cap. de impetu, juncta defin. 1 ejusdem; de vigore medio temporis et impetu medio temporis per def. 3 hic.

Cum elementa aequalia dicimus, concipimus volumen, vel molem, vel tempus (quae hoc loco recipientia sunt) dividi in partes aequales vel assignabiles, vel quando revera ubique varietas est, in partes inassignabiles indefinitae parvitatis inter se aequales, et hoc intelligimus, quando volumen dividimus in puncta, tempus in instantia, molem in quasi puncta seu signa, concipiendo in uno puncto indefinita signa seu concipiendo quantitates punctorum pro gradu densitatis variantes instar linearum. Et ita absolute dicimus, densitatem mobilis esse mediam arithmeticam inter densitatem omnium mobilis punctorum, et intensionem motus in mobili esse velocitatem mediam arithmeticam inter velocitates omnium signorum seu quasi punctorum quantitatem materiae constituentium, quae in punctis

voluminis densioribus plura finguntur pro ratione densitatis, et velocitatem mediam temporis esse mediam arithmeticam inter omnium instantium velocitates; instantia enim signa et puncta concipiuntur ut elementa aequalia temporis, materiae vel voluminis. Porro velocitas ista mobilis, item longitudo percursa ejusdem quae est media arithmetica inter omnium punctorum velocitates vel longitudines percursas, est velocitas itemque longitudo percursa centri gravitatis figurae mobilis seu voluminis. Et similiter vigor mobilis, item longitudo translationis ejusdem, quae est media arithmetica inter omnium signorum materiae velocitates et longitudines percursas, est velocitas itemque longitudo percursa centri gravitatis totius mobilis seu ponderis considerata non tantum figura, sed et diversa in ipsa gravitate specifica seu densitate, quatenus intelligitur omnia mobilis puncta tendere ad easdem partes in parallelis.

Propositio 8.

Cessante densitatis consideratione respective coincidunt (1) volumen, (2) velocitas mobilis, (3) impetus restrictus seu protractio, (4) velocitas temporis media, (5) impetus restrictus temporis medius, (6) longitudo a medio percursa, (7) spatium a mobili percursum, cum (1) mole, (2) velocitate mobilis exaltata (seu intensione motus sive vigore), (3) impetu mobilis seu quantitate motus, (4) vigore temporis medio (seu velocitate exaltata media), (5) impetu temporis medio, (6) longitudine exaltata percursa seu longitudine translationis, (7) quantitate translationis seu effectus formalis a motu.

Neque enim haec aliter differunt, quam quod in posterioribus densitas in considerationem venit, cujus in prioribus ratio non habebatur, ut jam attigimus ad prop. 5 hic.

Placet haec omnia brevissime sub conspectum in figuris exhibere (fig. 130). Recta MNP sit volumen mobilis, cujus punctis quibuscunque N(N) applicentur ad angulos rectos densitates elementares respondentes MQ, NR, (N)(R), PS, et figura orthogonia MQRSP repraesentabit pondus mobilis seu molem. Cui figurae si aequale fiat rectangulum $PM\beta$, erit $M\beta$ densitas mobilis (inter punctorum densitates media arithmetica), quae ducta in volumen MP dat molem $PM\beta$ seu MQRSP. Ejusdem voluminis MP punctis quibuscunque N applicentur ad angulos rectos velocitates singulorum punctorum seu *velocitates elementares respondentes* MT, NV, PX, et figura orthogonia plana MTVXP (figurae orthogoniae planae MQRSP normaliter insistens) repraesentabit *impetum restrictam* seu summam velocitatum elementarium voluminis seu protractionem. Cui figurae si aequale fiat rectangulum λMP, erit $M\lambda$ *velocitas mobilis* (inter punctorum velocitates media arithmetica), quae ducta in volumen MP dat impetum restrictum seu protractionem λMP seu MTVXP. At solidum $MQRSPXVTYZ\Omega$ factum ductu ordinato figurae MTVXP in figuram MQRSP seu factum ex punctorum velocitatibus in punctorum gravitates specificas seu densitates elementares ordinatim ductis vel factum ex velocitatibus elementaribus in molem ordinatim ductis, *est impetus verus* seu absolutus seu ipsa *quantitas motus*. Huic solido $MQRSPXVTYZ\Omega$ *impetum* repraesentanti fiat aequale solidum contentum sub recta normali constante $M\pi$ ducta in figuram MQRSP (molem) vel solidum rectangulum $\beta MP\xi\pi 234$ factum ex ductu (absoluto) rectae normalis constantis $M\pi$ in rectangulum $PM\beta$, et altitudo ejus seu recta normalis constans $M\pi$ erit intensio motus seu velocitas exaltata vel vigor, et impetus seu quantitas motus fiet ex ductu vigoris $M\pi$ in molem MRSP vel $PM\beta$ vel ex ductu in se invicem voluminis MP, densitatis ipsius mobilis $M\beta$ et velocitatis exaltatae ejusdem mobilis seu vigoris $M\pi$. Quodsi manente mole MQRSP velimus ipsas MT, NV, PX significare non velocitates seu longitudines momentaneas, sed ipsas *longitudines* assignabiles a *punctis* voluminis MNP *percursas*, adeoque figuram MTVXP non significare protractionem seu elementum tractus sive impetum restrictum sive impetum voluminis, seu spatium elementare sive momentaneo temporis intervallo percursum, quae omnia synonyma sunt, sed ipsum *spatium percursum* certo tempore assignabili, tunc $M\lambda$ non erit velocitas mobilis ut prius, seu longitudo momentanea ab eo percursa, sed ipsa *longitudo* assignabilis *percursa a mobili*; et solidum $MQRSPXVTYZ\Omega$ factum ex ductu ordinato figurae MTVXP in molem MQRSP non erit impetus seu quantitas ut ante, sed erit *quantitas effectus formalis* a motu, seu *quantitas translationis* determinans, quantum molis sit translatum; et recta $M\pi$, quae ducta in MQRSP vel in rectangulum βMP sub volumine

et densitate contentum, solidum solido dicto $MQRSPXVTYZ\Omega$ aequale, nempe solidum rectangulum $\beta MP\xi\pi 234$ exhibet, ea, inquam, recta $M\pi$ repraesentat *longitudinem translationis* seu *longitudinem percursam exaltatam*, quae ducta in molem seu in factum ex volumine et densitate producit quantitatem translationis seu effectus formalis a motu.

Jam ut applicatio horum omnium ad tempus intelligatur, transferatur huc figura propositionis 10 capitis de velocitate in universum (fig. 131), quam et ad def. 3 hic repeti jussimus, ubi AEEB est *tempus*, EF(1) *moles*, et EG(2) *intensio motus sive vigor* seu *velocitas exaltata mobilis*, et rectangulum EFGH est (3) *impetus mobilis* seu *quantitas motus* seu factum ex velocitate ejus exaltata in molem, et solidum ipsum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ ex omnibus istis rectangulis inter se parallelis tempori normaliter applicatis conflatum est (7) *quantitas translationis* seu *quantitas effectus formalis* a motu, quod solidum etiam producitur ducendo molem EF in figuram ${}_1E_1G_3G_3E$, quae repraesentat factum ex velocitatibus EG tempori EE ordinatim applicatis, hoc est (6) *longitudinem translationis* seu *longitudinem percursam exaltatam*. Et cum eadem longitudo translationis etiam exhibeatur per rectangulum ABCD factum ex ductu temporis AEB in BC (4) *velocitatem exaltatam mediam* temporis seu *intensionem motus mediam*, hinc etiam solidum translationis seu quantitas effectus producitur ductu molis EF in ABCD factum ex ductu temporis AEB in velocitatem exaltatam mediam BC, unde nascitur solidum rectangulum $ABCDL_1F_3F$, imo idem solidum rectangulum seu eadem quantitas effectus fit ductu temporis AB in rectangulum ${}_1EDL_1F$ (5) *impetum medium* temporis exprimens, qui fit ex mole EF in velocitatem exaltatam mediam ${}_1ED$ ducta.

Si vero in eadem figura omnibus retentis lineis ductis tantummodo EF significet (1) *volumen*, remota scilicet consideratione densitatis, sive quod nulla sit in natura (si rem ad rigorem philosophicum revocemus) sive quod ubique in materiis occurrat eadem densitas, ita ut molis et voluminis notio coincidat, tunc EG non significabit velocitatem mobilis exaltatam, seu inter omnium materiae *signorum* sive quasi punctorum pro variis densitatibus in eodem puncto multiplicium velocitates mediam, sed *velocitatem mobilis* ipsam, nempe simplicem seu absolute sic dictam inter punctorum mobilis velocitates mediam; et cessante densitate coincidet velocitas mobilis cum intensione motus seu vigore, et rectangulum EFGH non significabit factum ex velocitate exaltata EG in EF molem, sed (3) *protractionem mobilis* factam ex velocitate simplici EG in volumen EF, coincidetque in casu cessantis densitatis *protractio* seu *impetus restrictus* cum impetu mobilis absoluto; et AD vel BC non significabit amplius velocitatem exaltatam mediam, sed (4) *velocitatem* (simpliciter) *temporis mediam*, quae ducta non in mobile, hoc est in molem vel volumen EF dabit (5) *impetum restrictum temporis medium* seu *protractionem temporis mediam* ${}_1EDLF$ in casu cessantis densitatis coincidentem cum impetu temporis medio; et figura ${}_1E_1G_3G_3E$ vel aequale ei rectangulum ABCD non exhibebit longitudinem percursam exaltatam, sed (simpliciter) (6) *longitudinem a mobili percursam*, factam ex mobilis velocitatibus EG tempori AEB ordinatim applicatis vel etiam factam ex velocitate mobilis media BC in tempus AB ducta, coincidentem jam cum longitudine translationis, si cesset densitas. Et postremo solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3F_3H_3E$ seu aequale ei solidum rectangulum $ABCDL_1F_3F$ repraesentabit (7) *spatium percursum seu tractum*, factum ex EFGH protractionibus seu tractus elementis tempori ordinatim applicatis seu ex ductu protractionis mediae ${}_1EDL_1F$ in tempus AB, vel ex ductu longitudinis percursae ABCD in volumen mobilis EF; et ita et ipsum spatium percursum in casu cessantis densitatis seu molis cum volumine coincidentis, coincidet cum translatione seu quantitate effectus per motum toto tempore producti.

Propositio 9. Definitio 4.

Idem est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et factum ex velocitate mobilis in volumen; et hoc factum dicatur protractio seu elementum tractus seu extensio velocitatis seu impetus restrictus.

Nam (ex def. 2. de spatio juncta def. 1) idem est factum ex longitudinibus simul percursis singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et factum ex longitudine a mobili simul percursa in volumen (absolute) ducta. Sed velocitates sunt ut longitudines percursae dato tempore in casu motus aequivelocis (per def. 1 hic); ergo etiam idem est factum ex velocitatibus singulorum mobilis punctorum in volumen ordinatim ductis, et velocitate mobilis in volumen (absolute) ducta.

Voco autem protractionem etiam *elementum tractus*, quia mox ostendetur, ex protractionibus tempori applicatis in unum additis fieri spatium percursum seu tractum. Quid autem sit protractio, ita intelligetur in exemplo. Ponatur (fig. 132) mobilem rectam AB in plano moveri circa extremum immotum A, et punctorum B velocitates esse ut ${}_1B_2B$, seu ut rectas ${}_2BD$ ipsi A_2B ad angulos rectos applicatas, seu in A_2B ordinatim ductas, et triangulum AD_2B repraesentabit factum ex velocitatibus in volumen, seu protractionem voluminis, sive promotionem elementarem ejus, quam et repraesentabit rectangulum AGF_2B aequale huic figurae AD_2B, factum ex ${}_2CE$ velocitate mobilis (quae inter omnes punctorum velocitates semper arithmetice media est) ducta in volumen AB. Protractio autem coincidit cum *impetu*, quando moles mobilis coincidit cum volumine, seu cum nulla habetur ratio densitatis. Itaque protractionem voco et *extensionem velocitatis*, scilicet per volumen, item *impetum restrictum* ademta impetui absoluto consideratione densitatis. Posset etiam dici impetus voluminis, ut impetus absolutus posset dici impetus molis; sed sufficit impetum voluminis dici restrictum, impetum molis vero dici *impetum absolute*.

Propositio 10.

Ex impetibus restrictis seu elementis tractus sive spatii ad tempus ordinatim applicatis fit tractus seu spatium eo tempore a mobili percursum.

Sit (fig. 131) tempus ut recta EE, volumen mobilis EF vel GH, velocitas mobilis EG vel FH, protractio seu elementum tractus seu factum ex mobili in volumen rectangulum EFHG; erit spatium tempore EE a mobili EF percursum, ut solidum ${}_1E_1F_1H_1G_3G_2H_3E$ factum ex rectangulis seu protractionibus ad EE ordinatim (ad angulos rectos) applicatis. Nam (per prop. 8 hic) longitudo toto tempore a mobili percursa est ut hujus solidi hedra seu figura ${}_1E_1G_3G_3E$ facta ex velocitatibus EG tempori EE ordinatim applicatis, et crassities solidi hujus ubique constans EF respondet volumini; ergo solidum ipsum respondebit facto ex longitudine in volumen, id est spatio percurso.

Definitio 3. Velocitas media (temporis) est quae ducta in tempus impensum dat longitudinem a mobili percursam, seu velocitas, qua constanti motum mobile tantundem quantum nunc longitudinis percurrisset; et impetus restrictus medius est qui fit ex velocitate media in volumen ducta, seu quae in tempus ducta dat spatium.

Nempe (in fig. praeced.) velocitas inter omnes mobilis EF velocitates EG, quas durante tempore EE habuit, media est BC, talis nempe, quae ducta in tempus ${}_1E_3E$ seu AB facit rectangulum ABCD aequale ipsi figurae ${}_1E_1G_3G_3E$; adeoque longitudo, quam percurreret mobile EF constanti velocitate AD vel BC, quae est ut rectangulum ABCD, erit aequalis longitudini quam percurreret EF variatis velocitatibus EG; et rectangulum ${}_3FBC$ sub velocitate media BC et volumine mobilis EF contentum erit ut impetus restrictus medius seu medium ex omnibus tractus seu spatii elementis, et hoc rectangulum protractionem mediam repraesentans ductum in tempus ${}_1E_3E$ seu AB dabit rectangulum solidum ABCDLF aequale ipsi solido ${}_1E_1F_1H_1G_3G_3H_3E$ spatium repraesentanti. Sic in motu uniformiter accelerato velocitas media, qua constanter motum mobile eandem longitudinem percurreret, est ultimae acquisitae dimidia. Nam (fig. 133) tempore existente AEB, velocitatibus EG, longitudines percursae sunt ut triangula AEG; et tota longitudo percursa ut triangulum ABP, cui aequale est rectangulum ABCD repraesentans longitudinem tempore AB constante velocitate media MN percursam.

Propositio 11.

Velocitas media, item impetus restrictus medius est medium arithmeticum inter omnes mobili intra tempus propositum competentes velocitates aut impetus restrictos tempore uniformiter crescente ordine assumtos.

Nam velocitas (protractio) media ducta in tempus (absolute) idem producit, quod omnes durante tempore existentes mobilis velocitates in tempus ordinatim ductae (per def. 3 hic). Ergo est velocitas absoluta in tempore resultans ex velocitatibus elementorum temporis (per def. 5 cap. de ductibus), et proinde per prop. 18 de ductibus) est media arithmetica inter omnes elementorum temporis aequalium velocitates, seu inter omnes velocitates tempore uniformiter crescente assumtas.

Propositio 12.

Longitudines percursae sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis) et temporum; et spatia percursa sunt in ratione composita velocitatum mediarum (temporis), temporum et voluminum mobilibus competentium, seu impetuum restrictorum mediorum et temporum.

Nam si mobile, cujus volumen seu magnitudo pedum 2, tempus impensum minutorum 3, velocitas toto hoc tempore media graduum 5, percurrerit longitudinem quandam et spatium, erit impetus restrictus medius mobilis ut 2 in 5 seu ut 10 (per def. 2 hic), longitudo percursa (silicet ab ejus centro gravitatis, si omnia puncta tendunt in easdem partes) ut 3 in 5 seu ut 15 (per def. 3 hic), et spatium percursum ut 10 in 3 (per dict. def. 3 hic) adeoque (per def. 2 hic) ut 2 in 3 in 5, seu ut 30.

Caput III.

Conspectus phorometricus.

Definitio 1. Moles seu quantitas materiae est factum ex ductu voluminis seu extensionis materiae in densitatem seu materiae intensionem.

Ut si mobile extensione seu volumine sit alterius triplum, intensione autem materiae seu densitate vel gravitate specifica sit ejusdem duplum, tunc mole seu quantitate materiae (in gravibus, pondere) erit ejus sextuplum. Quantitatem autem materiae intelligo ad rem facientem, etsi non repugnem, imo arbitrer potius, leviora seu rariora esse spongiosiora et in eodem volumine aequalem semper esse materiae quantitatem computata materia quadam insensibili poris interfluente, sed quae nunc a nobis non consideratur, quia motus ejus motu mobilis propositi non continetur.

Definitio 2. Densitas mobilis est media arithmetica inter omnes punctorum ejus densitates. Pro punctis etiam sumi possunt elementa voluminis aequalia inter se.

Definitio 3. Medium arithmeticum inter plura