SECTIO SECUNDA.

DE MOTU ET VELOCITATE.

Caput I.

De Motu.

Definitio 1. Movetur vel in motu est A, cui quidquid inest homogeneum seu comparabile B, aliquod punctum habet ut E, quod per unius ejusdemque temporis quamcunque partem in eodem loci puncto non est *).

Sit (fig. 53.) Circulus rigidus A in plano suomet motus circa centrum suum immotum C; tunc equidem verum est, ipsum Circulum loco suo non egredi. Verum etiam est punctum in eo assumi posse, nempe ipsum C, quod quiescit. Et in sphaera, cylindro, cono, vel similibus circa axem immotum motis, puncta assumi possunt infinita quiescentia, quae scilicet cadunt in axem. Idemque est in corporibus etiam non rotundis circa axem quiescentem rotatis, quae licet loco egrediantur, qua parte ultra rotundum eminent, habent tamen partem loco non egredientem, et infinita puncta quiescentia. Interim ut res moveri dicantur, sufficit non posse assumi in ipsis homogeneum tam exiguum, in quo non sit motus, locum mutans. Ita in circulo A non potest assumi pars tam exigua (uti circulus B concentricus utcunque parvus), quin ejus punctum aliquod ut E assignari possit, quod continue per tempus T, in quo mobile (nempe circulus) moveri dicitur, locum mutet, seu in diversis loci punctis reperiatur. Et licet axis in sphaera mota possit esse immotus, homogeneus tamen ipsi non est, neque enim linea corpori comparari potest.

---

*) Für diese Definition ist von Leibniz beigeschrieben: An sic? Quiescit, cujus punctum quodvis manet in eodem loco. Motum habet quod non quiescit. Movetur seu in motu est, in quo nihil homogeneum sumi potest quod quiescat. Quietem habet, in quo homogeneum quiescens sumi non potest. Contradictorie opponuntur quiescere et motum habere; item moveri et quietem habere. Contrarie opponuntur quiescere et moveri; datur enim medium, quod motum et quietem habet, adeoque nec quiescit nec movetur, cujus scilicet pars movetur, pars quiescit. Quiescentis pars quiescit; moti pars movetur; motum habentis pars quiescere potest; quietem habentis pars in motu esse potest.

Mirum autem videri poterat, Motus vel potius ejus quod movetur (rei toties consideratae) definiendi provinciam nobis fuisse relictam. Interim multa quae de Moto demonstrabimus, etiam applicari poterunt ad aggregatum ex pluribus corporibus partim motis, partim quiescentibus, concipiendo quietem tamquam motum inassignabilis velocitatis. Definitionem tamen ita formare placuit, ut talia segregarentur; alioqui ad notionem ejus quod movetur suffecisset, aliquod in eo homogeneum assumi posse, cujus punctum quodlibet per certi temporis quamcunque partem in eodem loci puncto non sit. Sane si quis partim quiescentia sub motis comprehendere volet, hac poterit definitione nova uti pro ea quam posuimus supra. Forte tamen non inutile erit discernere id quod movetur seu in motu est ab eo, quod motum habet, ut moveri dicatur, cujus quodlibet homogeneum in se punctum habet quod locum continue mutat; Motum autem habere dicatur, in quo saltem aliquod tale homogeneum sumi potest. Idque usu non caret, nam et infra ostendemus, regulas de via centri gravitatis corporis totius ex pluribus aggregati locum habere, etsi aliqua pars vel aliquod ex corporibus comprehensis quiescat. Caeterum ipsa definitio nostra initio posita sic concepta est, ut comprehendat etiam quae ita moventur, ut loco suo non egrediantur, et ea quoque in quibus infinita possunt sumi puncta quiescentia. Adhibuimus autem non partem mobilis, sed homogeneum in eo sumtum, ut definitio vera esset et in puncto moto, cujus pars quidem nulla est, homogeneum tamen in eo assumi potest, nempe ipsum punctum, ut patet ex duobus consectariis sequentibus.

Consectarium 1. Punctum quod per cujusdam temporis quamcunque partem in eodem loco non est, movetur.

Id punctum propositum sit E. Jam omne homogeneum, quod in eo assumi potest, est ipsum E, et omne punctum quod in homogeneo (nempe in E) assumi potest, est rursus E; jam E continue locum mutat per tempus T; nullum igitur punctum in ullo puncti propositi homogeneo assumi potest, quod non continue per datum tempus T locum mutet, quod (per defin.) est moveri punctum propositum.

Consectarium 2. Punctum quod movetur, id per cujusdam temporis quamcunque partem in eodem loco non est.

Id punctum sit rursus E. Cum moveatur, ideo (per defin.) nullum in eo homogeneum assumi poterit, cujus non aliquod punctum continue locum mutet; sed punctum E est solum quod assumi possit in homogeneo ipsius E, id est in ipso E; ergo continue locum mutat.

Consectarium 3. Extensi moti quaevis pars movetur.

Moveatur (fig. 54) extensum AB ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, et sit ejus pars quaecunque CD; ajo et hanc moveri. Esto CD non moveri (si quidem id fieri potest), itaque (per defin.) in eo assumi potest homogeneum ipsi, ut EF, cujus aliquod punctum ut G per aliquod tempus non continue locum mutet. Jam EF inest etiam ipsi AB et homogeneum est eidem (cum ejus parti CD insit et homogeneum sit), itaque in AB assumi potest homogeneum ipsi nempe EF, cujus aliquod punctum G continue locum non mutat. Ergo (per def.) non movetur AB, quod est contra hypothesin; itaque necesse est moveri et partem ejus CD.

Consectarium 4. Quicquid movetur, locum deserenti ita cognatum est, ut non differat assignabiliter.

Locum deserere dico, cujus quodvis punctum locum mutat, et aliqua pars locum occupat, in quo nulla pars fuit. Sit ergo (fig. 55) mobile A, quod quantitate assignata B differre dicatur a quocunque locum deserente; ajo id dici non posse, et assignari posse ipsius A partem CDEFGC, quae ab A differre quantitate minore quam B. Nam quod omnia et sola puncta continet mobilis A locum non mutantia, non est magnitudine comparabile ipsi A (per def. hic positam); itaque pars ipsius A assignari potest CHG, minor data, in quam haec puncta omnia cadant. Praeterea si ponatur pars quaevis ipsius A in alterius partis locum succedere, hoc quoque evitari potest partem aliquam ut DCFG licet quantulamcunque resecando, ita enim quod in ejus locum, si adesset, succederet, nunc ipsa detracta, adeoque loco ejus existente a parte quacunque ipsius A vacuo, non succedit in alicujus partis locum. Jam duo CHG et DCGF quae singula talia assumi possunt, ut sint data quacunque quantitate minora, etiam sic assumi possunt, ut ambo simul sint data quantitate B minora (singula scilicet sumendo minora ejus dimidio). Itaque potest summa eorum HCDFGH

assumi minor data quantitate B, adeoque detractis ipsis ab A residuum CDEFGC (cujus quodvis punctum locum mutat, et aliqua pars alteri non succedit) minus ab A differt, quam assignata quantitas B.

Itaque potuissemus id quod movetur ita definire, ut nihil aliud esse diceretur, quam id quod a locum deserente in universum non differt assignabiliter. Et sane haec videtur fuisse ratio, cur homines sphaeram vel simile corpus, cujus axis immotus est, caetera vero puncta locum mutant, annulum item vel orbem sphaericum cavum, cujus omnia puncta locum mutant licet axe sphaerae manente immoto ipse annulus loco suo non egrediatur, moveri tamen dicant. Potest enim assignari sphaerae A pars inassignabiliter ab ipsa differens, seu tam parum quam velis diversa, nempe detracto nucleo CGH cum sectore truncato DCFG, residua pars CDEFGC, quae revera loco egreditur, et quovis sui puncto locum mutat. Sed quia prius opus fuisset definire, quid sit locum deserere, malui supra definitionem ejus quod movetur dare, quae alia antecedenti non indigeret, praesertim cum non statim omnes intelligant, quid sit differre aut non differre assignabiliter.

Definitio 2. Tempus motus est tempus, cujus pars nulla assumi potest, in qua non cujuscunque in mobili assumti homogenei punctum aliquod locum mutet.

Sit punctum illud (fig. 56) A, et tempus TM, ejus pars pro arbitrio assumta PV, non debet A per tempus PV utcunque parvum manere in eodem loco (congruente) L, sed semper eum mutare, translatione aliqua, ut ex L in N.

Consectarium. Quod movetur, id per temporis motus partem quamvis movetur.

Moveatur mobile tempore TM, ajo moveri et per partem ejus quamcunque PV. Ponatur non moveri; ergo (per def. motus) pars ipsius PV assumi potest, in qua aliquod punctum A in homogeneo a mobili contento sumtum, locum non mutat; sed pars ipsius PV est etiam pars ipsius TM; ergo pars temporis TM assumi potest, in qua non utique cujuslibet in mobili assumti homogenei punctum A locum mutat, id est (per def.) TM non est tempus motus, contra hypothesin.

Quemadmodum latius extensa notione dici potest, moveri corpus, cujus pars quiescit (ut filum quod ex parte flectitur), ita etiam tempore proposito moveri dici posset, quod non continue movetur, sed in parte temporis hujus quiescit. Nihilominus enim tempus totum dici posset tempus motus, etiam retenta praesenti definitione, si nempe quietem ut motum maxime tardum seu velocitate inassignabili praeditum concipiamus; ita enim dici potest, generalem hypothesin omnium punctorum corporis qualibet temporis propositi parte locum mutantium in casu speciali quietis in parte corporis vel temporis suppositae verificari, uti omnes conclusiones Ellipseos suo modo in circulo verificantur, concipiendo hunc ut Ellipsin cujus foci distantiam habent inassignabilem. Eaque consideratio magnos usus habet, quemadmodum pluribus dictum est in Novellis Reipublicae literariae a. 1687 mense Julio artic. 8.

Definitio 3. Locus motus vel via vel spatium motu designatum vel vestigium motus est locus communis omnium et proprius solorum mobilis locorum, in quibus durante motus tempore fluit, locorum, inquam, congruentium seu vestigiorum mobilis.

Locus autem proprius est, qui et aliis communis non est, aliis, inquam, quae nempe punctum habeant, quod in nullo sit mobilis loco, seu locus proprius vestigiorum seu locorum mobilis est, qui nullum punctum continet, quod non in aliquem ex locis mobilis cadat.

Ut si (fig. 57) punctum A in recta ${}_1A_2A_3A$ vel VX motum transferatur ex ${}_1A$ per ${}_2A$ in ${}_3A$, via erit recta ${}_1A_2A_3A$; vel si recta AD mobilis in recta quiescente VX mota transferatur, ut ex ${}_1A_1D$ per ${}_2A_2D$ in ${}_3A_3D$, via erit recta ${}_1A_3D$. Vel si recta mobilis AB, aut etiam rectangulum ABCD intra duas rectas ${}_1A_1D$, ${}_1B_1C$ continuatas in plano transferatur, recta quidem ex ${}_1A_1B$ per ${}_2A_2B$ in ${}_3A_3B$, rectangulum vero ex ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$, via rectae AB erit rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$, et via rectanguli ABCD erit rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$; vestigium vero aliquod rectae erit ${}_2A_2B$, et rectanguli vestigium ${}_2A_2B_2C_2D$. Ubi tamen discrimen insigne observari debet, quod interdum via mobili homogenea est, interdum secus. Sic recta ${}_1A_2A_3A$ puncto A, et rectangulum ${}_1A_1B_3A_3B$ rectae AB homogeneum non est. Sed recta ${}_1A_3D$ rectae AD, et rectangulum ${}_1A_1B_3C_3D$ rectangulo ABCD homogeneum est.

Nimirum generaliter (fig. 58) omnis puncti F via est linea FF. Lineae autem via tunc demum est superficies, si puncta ejus durante motu sibi non succedant continue; sic rectae GH via seu locus successivus est superficies LMHGN, si recta GH ex loco primo LM in ultimum GP ita verbi gratia transferatur, ut extremo G incedens per rectam LN semper respiciat punctum Q; ita enim unum punctum non succedit in alterius locum, ut supra fiebat, continue, cum recta AD per rectam VX incederet. Superficiei autem via est solidum, ut (fig. 59) superficiei RS solidum ${}_1R_2R_3R_3S_2S_1S$, nisi tamen superficies per sua vestigia incedat; ut si (fig. 60) sit superficies ABCDPNML, cujus pars quaecunque CDPN, in qua non est extremum A, succedit in locum alterius, ut BCNM, ita ut coincidant locus prior ipsius BCNM, nempe ${}_1B_1C_1N_1M$, et locus posterior ipsius CDPN, nempe ${}_2C_2D_2P_2N$. Ex lineis autem non nisi recta, arcus circuli, et arcus helicis sive cochleae cylindricae per sua vestigia incedere possunt, quoniam ea est harum linearum solarum communis proprietas, ut diversae quaecunque partes aequales unius lineae inter se congruere possint, et in recta extremis congruentibus etiam congruere debeant. Ex superficiebus solae plana, et sphaerica, et cylindrica, et cochleatim cylindro incisa, et omnes rotatione genitae, possunt per alias aequales et similes seu congruas incedere; sed caeterae rotatione genitae non nisi uno modo, rotando scilicet circa eundem axem. At superficies cylindrica super alia incedere potest adhuc uno modo, nempe ascendendo aut descendendo (adeoque et composito ex circulatione et ascensu vel descensu); cochleata ne rotando quidem sed uno modo tantum sibi proprio ex ascensu et descensu misto ut in torcularibus videmus; sed sphaerica et plana modis infinitis in omnes partes. Solidum autem motu suo non nisi solidum describere, nec novam dimensionem producere potest, ut (fig. 61) Cubus ABCDEFGH intra duas hedras oppositas continuatas ED et BC incedens et transiens ex ${}_1A_1B_1C$ in ${}_2A_2B_2C$, nil aliud producit quam solidum, quod etiam produceret sola hedra ex ${}_1A_1D_1C_1H$ translata in ${}_2E_2F_2G_2B$, nempe parallelepidum ${}_1A_1C_2B_2F$. Nam omnia puncta solidi, quae non sunt puncta superficiei ambientis, cum durante motu non nisi in loca punctorum superficiei succedant, non aliam viam designant, quam ipsa superficies.

Consectarium 1. Quicquid movetur, describit viam.

Semper enim est in loco, et datur locus aliquis, in quem cadunt haec loca omnia, id est (per def. praeced.) via.

Consectarium 2. Si qua via per partem temporis impensi a mobili sit descripta, continebitur in via integra eo tempore ab eodem mobili descripta.

Sit (fig. 62) temporis TM pars PV, et via mobilis per tempus PV sit E, et per tempus TM via ejusdem sit AB; ajo E esse partem ipsius AB. Nam E est locus omnium locorum mobilis durante tempore PV (ex def. praeced.), at loca mobilis durante tempore PV sunt etiam loca mobilis durante tempore TM; cadunt ergo in AB; ergo id, quod constituunt, nempe via E, cadit etiam in AB.

Consectarium 3. Parte temporis impensi describitur contentum in via.

Tempore TM (fig. praeced.) describatur via AB; ajo parte temporis ut PV describi contentum in via, ut CD. Nam quia mobile movetur tempore TM, movetur et tempore PV (per consectarium subjectum definitioni temporis motus); quicquid autem movetur, describit viam (per consectar. 1 hic). Haec via sit E; jam est contentum ipsius AB (per consectar. praeced.) quod vocetur CD. Itaque habetur propositum.

Consectarium 4. Problema: Motum exhibere, in quo coincidat locus mobilis et via motus.

Includatur mobile corpus alteri rigido immoto, ita ut congruat superficies, et tum mobile inclusum (quod semper aequale spatium occupare, nec perfecte condensari aut rarefieri suppono) moveatur, et habebitur desideratum, quia ob rigidum obstans loco exire non potest, interim tamen partes inter se loca permutare possunt. Si mobile sit fluidum, quamcunque figuram habere potest; sin rigidum sit, oportet esse genitum circumrotatione, ut annulus, cylinder, sphaera, conus rectus, cum moventur circa suos axes.

Caput II.

De Motu uniformi.

Definitio. Motu uniformi movetur, cujus quodlibet punctum aequalibus temporibus aequalia spatia describit.

Sit (fig. 63) mobilis punctum A percurrens tempore T lineam ${}_1A_2A$, et tempore V lineam ${}_3A_4A$; jam positis T et V aequalibus, si reperiantur ${}_1A_2A$ et ${}_3A_4A$ esse aequales, idque succedat in puncto mobilis quocunque, motus dicetur uniformis; et contra, motu posito uniformi, debet succedere.

Propositio 1.

In motu uniformi si spatia a puncto mobilis absoluta sint aequalia, erunt et tempora impensa aequalia.

Spatiis enim (fig. 64) DG et HL aequalibus, sint inaequalia (si fieri potest) tempora OP et QV, et tempus alterutrum ut OP sit majus; ergo ipsi QV aequalis erit ipsius OP pars aliqua OS, qua durante percursa est spatii DG pars aliqua DF, et aequali tempore QV percursum est spatium HL. Ergo (ex def. motus uniformis) aequantur DF et HL; jam HL aequatur ipsi DG ex hypothesi; ergo aequales sunt DF et DG, pars et totum, Q. E. A. Aequalia igitur sunt tempora OP et QV, quod asserebatur.

Propositio 2.

Omne punctum mobilis uniformiter moti movetur motu uniformi.

Nam omne punctum mobilis uniformiter moti aequalibus temporibus aequalia absolvit spatia (ex definitione), et puncti aequalibus temporibus aequalia absolventis spatia quodlibet punctum (cum puncti non aliud punctum sit, quam ipsummet) aequalibus temporibus aequalia absolvit spatia; ergo (per eand. definit.) uniformi motu movetur.

Proposito 3.

Omne mobile cujus quodlibet punctum uniformiter movetur, ipsummet motu uniformi movetur.

Nam mobile cujus quodlibet punctum uniformiter movetur, ejus (per def.) cujuslibet puncti quodlibet punctum, id est ejus quodlibet punctum aequalibus temporibus aequalia absolvit spatia, quod (per def.) est mobile uniformiter moveri.

Propositio 4.

In motu uniformi multiplis temporibus impensis, aequimultipla sunt spatia absoluta a mobilis puncto.

Hoc est, si punctum mobilis tempore simplo percurrat spatium simplum, tempore duplo, triplo, quadruplo etc. absolvet respective spatium duplum, triplum, quadruplum. Nam si simplo absolvit simplum, altero simplo aequali absolvet rursus simplum aequale (per def.); ergo bis simplo bis simplum, hoc est duplo duplum, et ita porro.

Propositio 5.

In motu uniformi spatia absoluta a mobilis puncto sunt temporibus impensis proportionalia.

Ponamus (fig. 65) punctum mobilis uniformiter moti absolvere spatium A tempore C, et spatium B tempore D; dico esse A ad B ut C ad D. Et quidem si tempora sunt commensurabilia, sit maxima eorum mensura communis aequalis ipsi E; et sit exempli causa C triplum ipsius E, et D quintuplum, erit C ad D ut 3 ad 5. Et tempore aequali ipsi E percursa sit pars ipsius A aequalis ipsi F; ergo (per praeced.) A percursa tempore C triplo ejus quo percursa est aequalis ipsi F, erit tripla ipsius F. Jam pars ipsius B percursa tempore aequali ipsi E est etiam aequalis ipsi F (ex def. motus uniformis); ergo (rursus per praeced.) B percursa tempore D quintuplo ejus quo percursa est aequalis ipsi F, erit quintupla ipsius F; ergo erit etiam A ad B ut 3 ad 5. Quod si rationes sint incommensurabiles, constat ex Euclide reduci posse ad commensurabiles sic, ut error minor sit errore quovis dato, adeoque nullus. Universaliter igitur vera propositio est.

Propositio 6.

Si spatia a quovis mobilis puncto percursa sint temporibus impensis proportionalia, motus est uniformis.

Sit enim (fig. 66) punctum mobilis percurrens tempore C lineam A, et tempore D lineam L, et sint tempora C et D aequalia. Jam C ad D est ut A ad L ex hypothesi; ergo etiam lineae A et L erunt aequales. Et proinde aequalibus temporibus aequalia spatia percurruntur, quod est motum esse uniformem.

Propositio 7.

Si diversa mobilia moveantur motibus uniformibus, spatia aequalibus temporibus a mobilium punctis percursa erunt proportionalia.

Sit (fig. 67) punctum A describens lineam L tempore aequali ipsi T, et lineam P tempore aequali ipsi V, et ob motum uniformem erit L ad P ut T ad V (per prop. 5). Similiter B describat lineam M tempore aequali ipsi T, et lineam Q tempore aequali ipsi V, et ob motum uniformem erit T ad V ut M ad Q. Ergo L ad P ut M ad Q, seu L ad M ut P ad Q. Quod asserebatur.

Propositio 8.

Si spatia aequalibus temporibus a diversorum mobilium punctis percursa sint proportionalia, unumquodque mobile movetur motu uniformi. Est conversa praecedentis.

Sit (fig. 68) punctum A quodcunque unius mobilis, describens lineas L et P temporibus T et V, et punctum B quodcunque alterius mobilis describens lineas M et Q temporibus E et N, sintque aequalia, tempus T tempori E, et tempus V tempori N; erit (ex hypothesi) L ad P ut M ad Q. Jam in motu alterutrius mobilium ut B assumatur aliud tempus ut S aequale tempori E vel T, eoque tempore S describat B lineam R; ostendendum est lineam R fore aequalem ipsi M, adeoque ex aequalibus temporibus sequi aequalia cujuslibet in mobili puncti B absoluta esse spatia, quod est mobilis motum esse uniformem (ex def.). Nempe ob tempora S et T aequalia, itemque N et V aequalia, erunt lineae R ad Q ut L ad P, sed ob tempora E et T itemque N et V aequalia, sunt etiam lineae M ad Q ut L ad P; ergo R et M sunt aequales, et quia similis ratiocinatio etiam in alterius mobilis puncto A institui potest, similiter ipsum quoque uniformiter moveri concluditur. Quod asserebatur.

Si iisdem tantum temporibus (non vero aequalibus quibuscunque) dixissemus spatia describi proportionalia, non sequeretur motus uniformis; unde problema mox sequens solvi potest.

Propositio 9.

Mobilis uniformiter moti puncta aequalibus temporibus spatia describunt proportionalia.

Nam mobilis uniformiter moti puncta moventur uniformiter (per supra demonstrata). Sed plura mota uniformiter aequalibus temporibus proportionalia describunt spatia (per prop. 7).

Propositio 10. Problema.

Exhibere mobilia, unumquodque motu non uniformi motum, quae iisdem temporibus durante motu spatia describant proportionalia.

Sit (fig. 69) punctum A aequalibus temporibus CD, DE, EF, FG describens lineas ${}_1A_2A$, ${}_2A_3A$, ${}_3A_4A$, ${}_4A_5A$, ex quibus duae priores sint aequales, et duae posteriores etiam aequales inter se, sed inaequales prioribus. Et punctum B iisdem temporibus describat lineas ${}_1B_2B$, ${}_2B_3B$, ${}_3B_4B$, ${}_4B_5B$, ita ut etiam duae priores sint aequales inter se, et duae quoque posteriores, licet inaequales prioribus. Quaelibet autem linea describatur motu uniformi, et sit ${}_1A_2A$ ad ${}_3A_4A$ ut ${}_1B_2B$ ad ${}_3B_4B$; utique iisdem temporibus spatia describentur proportionalia. De temporibus assignatis patet; idem ostenditur et de eorum partibus, quia sunt partes temporum motus uniformis; ac proinde et in temporibus inde compositis. Totus tamen motus ipsius A non est uniformis, quia aequalibus temporibus DE, EF spatia describuntur inaequalia ${}_2A_3A$ et ${}_3A_4A$. Idemque est in B. Quod erat propositum.

Caput III.

De Velocitate in motu aequidistributo.

Definitio 1. Motu aequaliter distributo movetur, cujus punctum lineam describit lineae a quovis ejusdem mobilis puncto eodem tempore descriptae aequalem. Dicemus et motum aequidistributum.

Veluti si (fig. 70) mobile ABCD transferatur ex loco ${}_1A_1B_1C_1D$ per ${}_2A_2B_2C_2D$ in ${}_3A_3B_3C_3D$, et punctum ejus B describat lineam ${}_1B_2B_3B$; tunc, si motus sit aequaliter distributus, aliudque ejusdem mobilis punctum quodcunque C describat lineam ${}_1C_2C_3C$, aequales erunt lineae ${}_1B_2B_3B$ et ${}_1C_2C_3C$. Et vicissim si aequales reperientur punctorum mobilis quorumcunque lineae eodem tempore descriptae, motus erit aequaliter distributus.

Definitio 2. Velocitas in motu aequaliter distributo est mobilis affectio (formalis seu ex solo motu inexistens) quae proportionalis est lineae quam describeret punctum mobilis, si motus per datae magnitudinis tempus hac eadem mobilis affectione retenta continuaretur. Eadem autem manet, si idem punctum aequalibus temporibus aequalia describat spatia.

Sit (fig. 71) mobile AB, cujus motus ${}_1A_1B_3A_3B$ sit aequidistributus, ita ut lineae ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1C_2C_3C$ a duobus punctis quibuscunque mobilis A et C descriptae eodem tempore T sint inter se aequales. Et velocitas mobilis AB, dum transit per locum (seu vestigium) ${}_1A_1B$, sit V. Hanc ita aestimabimus: Si mobile du-

rante motu ${}_1A_1B_3A_3B$ retinet eandem velocitatem, hoc ipso motu utimur, ut sequitur. Si non retinet eandem velocitatem, fingamus eandem velocitatem retinere, seu mobile AB ex ${}_1A_1B$ porro progredi, non motu proposito ${}_1A_1B_3A_3B$, sed alio aequiveloce et aequidistributo ${}_1A_1B_{1,3}A_{1,3}B$, et tempore datae magnitudinis puncto aliquo suo C percurrere rectam ${}_1C_{1,2}C_{1,3}C$; hanc possumus sumere pro mensura velocitatis, ita ut longitudo hujus lineae repraesentet velocitatem V, hoc est ut velocitates sint hujusmodi rectis proportionales. Quorum diversa puncta inaequales simul lineas describunt, ut fit verb. gr. cum corpus movetur circa suum axem, de his dubitari potest, an aliquam habeant certam velocitatem; possumus tamen et tali corpori velocitatem quandam ascribere mediam, qua si ponatur motum mobile motu uniformiter distributo, idem quod prius in summa prodeat secundum certum aestimandi modum.

Definitio 3. Longitudo motus aequaliter distributi est longitudo lineae quam aliquod mobilis punctum describit.

Ut ${}_1C_2C_3C$ (fig. 71) est longitudo lineae motus aequaliter distributi ${}_1A_1B_3A_3B$. Interim, si linea quaedam moveretur motu inaequaliter distributo, ita ut diversa puncta simul inaequales vias describant, poterit etiam longitudo quaedam totius motus concipi, quae sit media certo modo inter omnes singulorum punctorum vias, ita ut idem in summa prodeat.

Propositio 1.

Quidquid est in mobili, motum aequaliter distributum habente, id ipsum motu aequaliter distributo movetur.

Sit (fig. 72) AB, cujus motus ${}_1A_1B_2A_2B$ aequaliter distributus, et in ipso AB sit CD; ajo et hujus motum ${}_1C_1D_2C_2D$ fore aequaliter distributum. Nam quodlibet punctum ipsius CD est punctum ipsius AB, et quodlibet punctum ipsius AB aequales tempore quovis T lineas describit (per defin. 1 hic); ergo et quodlibet punctum ipsius CD aequales tempore quovis T lineas describit, id est (per def. 1) CD motum habet aequaliter distributum.

Propositio 2.

Quae insunt mobili motum habenti aequidistributum, eorum velocitates simul existentes sunt aequales; et vicissim, si eorum quae mobili insunt velocitates simul existentes sint aequales, motus est aequaliter distributus (seu aequidistributus).

Sit (fig. 73) mobile AB, cujus motus aequidistributus, et sint in mobili duo quaecunque ut CD et EF; ajo eorum velocitates existentes eodem instanti T esse aequales. Ponatur mobile motu aequidistributo latum, eundem aequivelociter continuare per tempus TP, eoque tempore transferri ex ${}_1A_1B$ in ${}_2A_2B$, et puncta C et E lineas describere ${}_1C_2C$, ${}_1E_2E$. Jam quia AB movetur motu aequaliter distributo, etiam CD et EF moventur unumquodque motu aequaliter distributo (per prop. 1). Ergo (per def. 2) velocitas ipsius CD est ad velocitatem ipsius EF, ut ${}_1C_2C$ ad ${}_1E_2E$. Sed ${}_1C_2C$ et ${}_1E_2E$ sunt lineae aequales (per def. 1), ergo et velocitas ipsius CD velocitati ipsius EF aequalis est. Vicissim, si velocitates ipsorum CD et EF sunt aequales, erunt et lineae ${}_1C_2C$ et ${}_1E_2E$ aequales (per def. 2). Quod cum de quibusvis ipsius mobilis AB punctis dici possit, utique (per def. 1) motus erit aequidistributus (seu aequaliter distributus).

Propositio 3.

Aequalis est velocitas mobilis et puncti in eo sumpti, si motus mobilis sit aequidistributus.

Nam (fig. 74) et punctum C, et ipsum mobile AB, mobili AB insunt. Ergo (per prop. 2) aequalis est eorum velocitas.

Propositio 4.

In motibus aequidistributis, si duorum mobilium quaecunque eodem tempore descriptae longitudines motus seu viae punctorum sint proportionales, etiam velocitates simul existentes erunt proportionales. Et vicissim.

Sit (fig. 75) punctum mobilis unius A, alterius B, et lineae ab his simul descriptae seu longitudines motus quaecunque sint ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$ descriptae tempore TE, et ${}_1A_3A$, ${}_1B_3B$ descriptae tempore TEP. Jam si semper sit ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$, ut ${}_1A_3A$ ad ${}_1B_3B$, ajo et velocitatem ipsius A in instanti aliquo E esse ad velocitatem ejusdem A in alio instanti P, ut velocitas ipsius B in instanti E ad velocitatem ipsius B in instanti P; nam in motu aequidistributo datis semper velocitatibus dantur hae longitudines, et vicissim. Ge-

neraliter autem quae discerni non possunt per determinantia, nec discerni possunt per determinata.

Hac propositione non utor in sequentibus, alioqui demonstrarem more recepto prolixiore. Nunc usus sum novo hoc demonstrandi principio latissime patente (alias explicando), ut aliquod ejus indicium facerem.

Propositio 5.

Quae de motu aequidistributo generaliter vera sunt, ea etiam de motu puncti sunt vera.

Nam omne punctum, quod sumi potest in puncto A, est ipsum A; ergo et linea, quam describit quodcunque punctum in A sumtum tempore T, coincidit ei, quam describit A tempore T. Itaque omne punctum, quod in A sumi potest tempore quocunque T, lineam describit aequalem, quod (per def. 1) est motum esse uniformiter distributum. Quemadmodum Modi Logicorum circa propositiones universales verificantur, et excellenter quidem in singularibus; ita nos motus aequidistributi talem definitionem dedimus, ut exemplum ejus et quidem simplicissimum sit ipsius puncti motus, in quo cum non nisi unicum mobile assignari possit (nempe punctum ipsummet), utique omne, quod assumi in eo potest, dato tempore lineam describit datae aequalem. Interim fateor vocabulum motus aequidistributi puncto non satis convenire; sed cum defectu verborum laboremus, suffecerit constare de re.

Propositio 6.

Totum, et quidquid ei inest, aequali velocitate moventur, si motus est aequidistributus; et vicissim motus aequidistributus est, si totum et quidquid ei inest aequali velocitate moventur.

Sit (fig. 76) totum ABC, et pars ejus vel inexistens AB, motusque ipsius ABC sit aequidistributus, erit et motus ipsius AB aequidistributus (per prop. 1 hic). Itaque eadem est velocitas totius ABC et puncti A (per prop. 3 hic); rursus eadem est velocitas puncti A et partis AB (per dictam prop. 3); ergo eadem est velocitas totius ABC et partis AB. Vicissim si totum ABC et quicquid ei inest aequali velocitate moventur, etiam quae ipsi insunt, aequali inter se velocitate moventur. Et proinde (per prop. 2 hic) motus est aequidistributus.

Caput IV.

De Velocitate in motu simul aequidistributo et uniformi *).

Propositio 1.

Si motus puncti sit uniformis, eadem manet ejus velocitas.

Nam si motus sit uniformis, aequalibus temporibus aequalia a puncto absolvuntur spatia (per def. motus uniformis). Jam eadem manet velocitas, si unum punctum mobilis motum habentis aequaliter distributum, id est hoc loco puncti, aequalibus temporibus aequalia absolvat spatia (per def. 2 cap. praeced.).

---

*) Im Original hat Leibniz die Ueberschrift und den Anfang von Cap. IV. so geändert:

De motu simplice seu de velocitate in motu simul aequaliter distributo et uniformi.

Definitio. Motus simplex est, cum in mobili a puncto descriptum spatium aequale est spatio intra aequale priori tempus descripto ab ejusdem mobilis puncto quocunque.

Corollarium 1. Motus simplex est uniformis. Nam in motu simplice punctum A tempore T describat spatium S, et punctum A tempore aequali ipsi T describat spatium V, erit V aequale ipsi S per definit. hic. Ergo motus est uniformis (per definit. mot. unif.)

Corollarium 2. Motus simplex est aequidistributus. Nam in motu simplice si punctum A tempore T describat spatium S, et punctum B tempore eodem describat spatium Σ, erit Σ aequale ipsi S (per definit. hic). Ergo motus est aequidistributus (per def. motus aequidistr.).

Corollarium 3. Si motus sit simul uniformis et aequidistributus, est simplex. Sit motum punctum A describens tempore T spatium Σ, et punctum B describens tempore Θ aequali ipsi T spatium S, ajo fore S aequale ipsi Σ, seu (per def. hic) motum fore simplicem. Ponatur punctum A tempore Θ descripsisse spatium V, erit S aequale ipsi V (per definit. motus unif.) et V aequale ipsi Σ (per def. motus aequidist.). Ergo S aequale ipsi Σ.

Corollarium 4. Motus simplex idem est quod motus simul uniformis et aequidistributus.

Nam simplex est simul uniformis et aequidistributus per coroll. 1 et 2. Et simul uniformis et aequidistributus est simplex per coroll. 3. Ergo coincidunt.

Propositio 2.

Si eadem manet puncti velocitas, motus ejus est uniformis.

Moveatur (fig. 77) punctum A per lineam L, et in duobus quibuscunque lineae punctis seu locis ut $_1A$ vel $_2A$ sit eadem puncti moti velocitas; dico motum esse uniformem. Nam ponatur ex $_1A$ tempore aequali ipsi T absolvere lineam $_1A\,(_1A)$, et ex $_2A$ tempore aequali ipsi T rursus absolvere lineam $_2A\,(_2A)$. Jam motus puncti in ipso puncto est aequidistributus (per prop. 5 cap. praeced.), et in omni motu aequidistributo velocitates sunt ut lineae eadem manente velocitate descriptae (per def. 2 cap. praec.); ergo velocitas in $_1A$ est ad velocitatem in $_2A$, ut $_1A\,(_1A)$ ad $_2A\,(_2A)$. Sed inter velocitates ratio est aequalitatis; ergo et lineae sunt aequales. Itaque punctum aequalibus temporibus describit aequales lineas, quod (per def. motus uniformis) est motum puncti esse uniformem.

Propositio 3.

In eo quod motu aequidistributo movetur, coincidunt haec duo: Motum mobilis esse uniformem et aequivelocem.

Nam si mobile movetur motu uniformi, quodlibet ejus punctum movetur motu uniformi (per prop. 2 Mot. unif.); ergo quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per prop. 1 hic). Sed in motu aequidistributo eadem est velocitas puncti et mobilis (per prop. 3 cap. praec.); ergo et mobile eandem retinet velocitatem. Vicissim si mobile cujus motus est aequidistributus eandem retinet velocitatem, etiam quodlibet ejus punctum eandem retinet velocitatem (per eand. prop. 3 c. praec.). Sed punctum eandem retinens velocitatem movetur motu uniformi (per prop. 2 hic), et cujus quodlibet punctum movetur motu uniformi, id ipsum movetur motu uniformi (per prop. 3 de motu unif.). Ergo mobile movetur uniformi. Itaque in motu aequidistributo tam ex motu uniformi sequitur eadem velocitas, quam vicissim ex eadem velocitate motus uniformis, quod est motum uniformem et aequivelocem in mobili aequidistribute moto coincidere.

Sed in eo, cujus motus non est aequidistributus, non semper coincidunt motus aequivelox et motus uniformis, quamquam id paradoxum videri possit. Nam quoties mobilis puncta diversas habent velocitates, tunc si mobili ipsi volumus tribuere certam velocitatem mediam inter diversorum punctorum velocitates, fieri poterit ut mobile quidem in summa eandem velocitatem retineat, dum quod uni puncto detrahitur, alteri additur, ipsa vero puncta singula non retineant suas, quod tamen requiritur, ut mobilis motus sit uniformis.

Propositio 4.

In motibus uniformibus punctorum vel aequidistribute motorum velocitates mobilium sunt ut longitudines aequalibus temporibus percursae.

Sint (fig. 78) aequidistribute mota A et B absolventia temporibus ipsi T aequalibus longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1B_2B$ motibus uniformibus; dico esse velocitatem in A ad velocitaiem in B, ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$. Nam in motibus aequivelocibus et aequidistribute motis est velocitas ad velocitatem ut ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ (per def. 2 cap. praec.) seu ut longitudines percursae (per def. 3 d. cap.). Sed in aequidistribute motis idem est motus aequivelox et uniformis (per prop. 3 hic). Itaque in aequidistribute et uniformiter motis (qualia etiam per prop. 5 cap. praeced. semper sunt puncta uniformiter mota) velocitates sunt, ut longitudines aequalibus temporibus percursae.

Ut si velocitas ipsius A sit multipla velocitatis ipsius B (ut dupla, tripla, sesquialtera etc.), longitudo uniformiter aequali tempore percursa ab ipso A erit aequimultipla (etiam respective dupla, tripla, sesquialtera) percursae a B.

Propositio 5.

In motu uniformi punctorum vel aequidistribute motorum longitudines aequalibus amborum velocitatibus percursae sunt ut tempora impensa. Et vicissim in aequidistribute motis aut punctis, si semper sint longitudines ut tempora, motus sunt uniformes; et siquidem diversorum quoque mobilium invicem comparatorum longitudines percursae sint ut tempora, velocitates mobilium sunt aequales, non tantum sibi, sed et inter se.

Sint (fig. 79) mobilia duo AB et CD, quorum motus ${}_1A_1B_3A_3B$, item ${}_1C_1D_3C_3D$ facti respective temporibus TV et ES sint uniformes et aequidistributi; et praeterea velocitas ipsius AB aequalis velocitati ipsius CD; ajo esse longitudinem ${}_1A_3A$ tempore TV percursam ad longitudinem ${}_1C_3C$ tempore E percursam ut TV ad ES.

Ponantur in motu sumi tempora aequalia TM et EP, et his percurrantur a punctis A et C longitudines ${}_1A_2A$, ${}_1C_2C$ (per consec. 3 defin. loci motus). Quoniam mobilium AB et CD motus sunt uniformes (per prop. 2 de motu unif.), rursus quia motus mobilium AB et CD sunt aequidistributi, aequalis est velocitas puncti A et mobilis AB, itemque mobilis CD et puncti C (per prop. 3 cap. praec.) Jam ex hypothesi, aequalis est velocitas mobilis AB et mobilis CD; ergo aequalis est velocitas puncti A et puncti C. Porro longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ motibus uniformibus a punctis A et C aequalibus temporibus TM et EP percursae, sunt inter se ut velocitates ipsorum A et C (per praeced. propr.), quae sunt aequales ut ostendimus; ergo et ${}_1A_2A$ et ${}_1C_2C$ sunt aequales. Jam ob motum uniformem puncti est ${}_1A_3A$ ad ${}_1A_2A$ seu ad ${}_1C_2C$, ut TV ad TM seu ad EP (per pr. 5 de motu unif.) et (per eandem) est ${}_1C_2C$ ad ${}_1C_3C$ ut EP ad ES. Ergo jungendo prima postremis, erit ${}_1A_3A$ ad ${}_1C_3C$ ut TV ad ES, longitudines scilicet a motibus AB et CD percursae, ut tempora impensa. Eadem ratiocinatio est, si mobilia AB et CD contrahantur in ipsa puncta A et C, cum puncta (per prop. 5 cap. praec.) semper censeantur aequidistribute moveri. Vicissim si semper longitudines a mobili (aut mobilibus) percursae sint ut tempora, etiam ob motum aequidistributum (per def. 3 cap. de motu aequidistr.) punctorum viae erunt ut tempora; ergo (per prop. 6 de motu unif.) punctorum motus sunt uniformes; ergo (per prop. 1 hic) et velocitates punctorum constantes. Itaque (per prop. 2 hic) et mobilis velocitas constans, id est (per prop. 3 hic) motus uniformis. Idem est in pluribus mobilibus; nam si longitudines ab ${}_1A$ et ${}_2C$ percursae sunt ut tempora, et a ${}_2C$ et ${}_2A$ percursae ut tempora, etiam ab ${}_1A$ et ${}_2A$ percursae erunt ut tempora, adeoque longitudines a mobili AB percursae (eaedem quippe quae puncti A, per dict. def. 3) sunt ut tempora. Unde jam ostendimus motum mobilis esse uni formem, idemque est in mobili CD.

Quodsi denique sumto quocunque tempore motus ipsius A ut TM, et ipsius C ut PS, sint longitudines ut tempora; erunt velocitates mobilium A et C aequales semper sibi et inter se; sibi quidem, ut ostendimus ob motum uniformem; inter se vero, nam si temporibus TM et PS percurrantur longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$, sitque semper ${}_1A_2A$ ad ${}_2C_3C$ ut TM ad PS, itaque si tempora TM, PS sint aequalia, erunt et longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_2C_3C$ aequales. Sed temporibus aequalibus velocitates sunt ut longitudines (per prop. 4 hic); ergo ipsorum A et C velocitates sunt aequales. Nempe si AB et CD moveantur motibus uniformibus et aequidistributis, et sint velocitates eorum aequales, sitque ES tempus motui impensum a CD multiplum utcunque (ut duplum, triplum, sesquialterum) temporis TV impensi a mobili AB; erit ${}_1C_3C$ longitudo a CD percursa similiter aequimultipla (ut dupla, tripla, sesquialtera) ipsius ${}_1A_3A$ longitudinis ab AB percursae.

Propositio 6.

In motibus uniformibus punctorum vel aequidistribute motorum, longitudines percursae sunt in ratione composita temporum et velocitatum.

Sint (fig. 80) mobilia uniformiter et aequidistribute mota A et B, et A percurrat tempore TE velocitate V longitudinem ${}_1A_2A$; similiter B tempore MS vel MP velocitate L longitudinem ${}_1B_2B$ vel ${}_1B_3B$; ajo esse ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ in ratione composita V ad L et TE ad MS, vel ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP. Nam si tempora TE et MP essent aequalia, utique forent longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ in ratione velocitatum V et L (per prop. 4 hic) adeoque in ratione composita temporum (aequalium) et velocitatum; sin tempora quibus longitudines ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sunt percursae, sint inaequalia TE et MP, sumatur in majore MP pars minori aequalis MS, quo (per consectar. 3 def. loci motus) percurretur pars longitudinis ${}_1B_3B$, nempe ${}_1B_2B$. Ob tempora TE et MS aequalia erit longitudo percursa ${}_1A_2A$ ad longitudinem percursam ${}_1B_2B$ ut velocitas V ad velocitatem L (per prop. 4 hic). Rursus quia motus ipsius B per ${}_1B_2B_3B$ est uniformis, eadem retinetur velocitas (per prop. 1 hic), et in uniformiter et aequidistribute motis, quorum eadem est velocitas, nempe in B percurrente longitudinem ${}_1B_3B$, longitudines percursae ${}_1B_2B$ et ${}_1B_3B$ sunt ut tempora impensa MS (seu TE) et MP (per prop. praeced.) Itaque jungendo, quia ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_2B$ ut V ad L, et ${}_1B_2B$ ad ${}_1B_3B$ ut TE ad MP, erit ${}_1A_2A$ ad ${}_1B_3B$ in ratione composita V ad L et TE ad MP. Quod affirmabatur.

In numeris sit velocitas L dupla velocitatis V, et tempus MP triplum temporis TE, erit longitudo ${}_1B_3B$ velocitate L tempore MP

percursa ad longitudinem ${}_1A_2A$ velocitate V tempore TE percursam in ratione composita 3 ad 1 et 2 ad 1, id est in ratione 6 ad 1, sive ut factum ex tempore in velocitatem, seu si velocitas ipsius B sit dupla et tempus triplum respectu velocitatis et temporis ipsius B, erit ipsius B percursa longitudo bis tripla seu ter dupla, hoc est sextupla longitudinis ab A percursae.

Propositio 7.

Quandocunque percursa a mobilibus longitudo ea esse censetur quae ab aliquo puncto est percursa, et velocitas, quae ejusdem puncti, et motus mobilium sunt uniformes; tunc longitudines percursae sunt in ratione composita temporum et velocitatum.

Nam in punctis sunt tales (per praeced.), et hoc loco idem esse intelligitur motus mobilis qui puncti, perinde ac si motu aequidistributo secundum hujus puncti motum moveretur.

Ut (fig. 81) si sphaera AB, cujus centrum A provolvatur super linea LMN, solet sphaerae attribui motus centri A perinde ac si in punctum reducta percurreret lineam ${}_1A_2A_3A$ (parallelam ipsi LMN) vel perinde ac si motu aequidistributo sine ulla rotatione moveretur, quo casu etiam longitudo motus sphaerae eadem censeretur quae puncti in ea ut A (per def. 3 cap. praeced.), neglecta scilicet rotatione puncti B, Cycloidem quandam describentis.

Propositio 8.

In praedictis mobilibus (propositionis 6 vel 7) uniformiter motis velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum directa et temporum reciproca.

In figura propositionis 6 hic (sive fig. 80) ajo esse velocitates L ad V in ratione composita ex ratione longitudinum ${}_1B_3B$ et ${}_1A_2A$ directa, et ex ratione temporum MP et TE inversa, seu esse L ad V in ratione composita ex ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et TE ad MP. Est enim (per prop. 6 hic) ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et in ratione composita ex L ad V et ex MP ad TE; ergo (ex Elementis) est L ad V in ratione composita ${}_1B_3B$ ad ${}_1A_2A$ et. TE ad MP.

In numeris, mobilis velocitas L (dupla) est ad ipsius A velocitatem V (simplam) ut numerus longitudinem a B percursam

${}_1B_3B$ exprimens (6) divisus per numerum tempus MP a B impensum exprimentem (3) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum per numerum tempus TE ab A impensum exprimentem (1). Nam 2 ad 1 est ut $\frac{6}{3}$ ad $\frac{1}{1}$.

Propositio 9.

In iisdem mobilibus uniformiter motis tempora sunt in ratione composita ex longitudinum percursarum directa et velocitatum reciproca.

Patet ex praecedenti vel ad eundem modum.

In numeris, quoad casum figurae prop. 6 tempus MP a B impensum (triplum) est ad tempus TE ab A impensum (simplum) ut numerus longitudinem a B percursam ${}_1B_2B$ exprimens (6) divisus per numerum ipsius B velocitatem LB exprimentem (2) est ad numerum longitudinem ab A percursam ${}_1A_2A$ exprimentem (1) divisum per numerum ipsius A velocitatem V exprimentem (1), seu 3 est ad 1 ut $\frac{6}{2}$ ad $\frac{1}{1}$. Et ut generaliter rem designemus: Longitudo est ut tempus in velocitatem, et velocitas est ut longitudo per tempus, et denique tempus est ut longitudo per velocitatem divisa.

Propositio 10.

In iisdem mobilibus uniformiter motis coincidit: Longitudines esse aequales, et Velocitates esse temporibus reciproce proportionales.

Patet ex prop. 8 vel 9. Nam (fig. 82) quia velocitates (3) et (2) sunt in ratione composita ex directa longitudinum 6 et 6 et reciproca temporum ((2)) et ((3)) (per prop. 8 hic), et longitudines nunc sunt aequales ex hypothesi; itaque demta ratione aequalitatis erunt velocitates (3) et (2) reciproce ut tempora ((2)) et ((3)), seu erit velocitas (3) ad velocitatem (2) ut tempus ((3)) ad tempus ((2)). Idemque succedit et vicissim.

Non inutile erit indiculum subjicere positionum in his, quae demonstravimus, contentarum, etsi quaedam bis diverso habitu occurrant.

In mobilibus motis aequidistribute, aliisque omnibus quorum motum aestimamus motu puncti tanquam aequidistributum; si motus sunt uniformes, tunc

1) Temporibus impensis aequalibus Velocitates sunt ut Longitudines percursae. Veluti si eodem tempore percurratur longitudo dupla, erit velocitas dupla (per prop. 4).

2) Longitudinibus percursis aequalibus, Velocitates sunt reciproce ut tempora. Veluti si longitudo aequalis percurratur tempore duplo, velocitas erit dimidia; sin tempore dimidio, erit dupla (per prop. 10).

3) Velocitates sunt in ratione composita ex longitudinum directa et temporum reciproca. Veluti si sextupla percurratur tempore triplo, erit velocitas dupla (per prop. 8).

4) Velocitatibus aequalibus, Tempora sunt ut longitudines. Veluti si eadem sit velocitas, ad percurrendam longitudinem duplam requiritur tempus duplum (per prop. 5).

5) Longitudinibus aequalibus, Tempora sunt reciproce ut velocitates. Veluti si longitudo simpla velocitate dupla percurratur, impendetur tempus dimidium (coincidit cum posit. 2).

6) Tempora sunt in ratione composita ex longitudinum directa et velocitatum reciproca. Veluti si longitudo tripla velocitate dimidia percurratur, impendetur tempus sextuplum (per prop. 9).

7) Velocitatibus aequalibus, Longitudines percursae sunt ut tempora. Sic, eadem manente velocitate, longitudo dupla percurretur tempore duplo (coincidit cum posit. 4).

8) Temporibus aequalibus, Longitudines percursae sunt ut velocitates. Sic eodem tempore velocitate dupla percurretur longitudo dupla (coincidit cum posit. 1).

9) Longitudines percursae sunt in ratione composita (directa) temporum et velocitatum. Sic duplo tempore triplaque velocitate percurretur longitudo sextupla (per prop. 6).

Caput V.

De Motu simpliciter simplice.

Definitio 1. Motus simpliciter simplex est, cum motus punctorum mobilis dati prorsus conveniunt sibi et inter se, ita ut non possint magis.

Hoc est cum nec unus puncti status ab alio priore aut posteriore, nec unum punctum ab alio discerni potest, quatenus tantum motus eorum spectatur. Motibus quippe semper existentibus similibus et similiter positis inter se, nullum est ex ipsis discernendi principium, etsi fortasse discerni puncta possint respectu corporum, per situm scilicet quem habent in corporibus, quod evitari non potest, ut taceam qualitates quibus corporis partes variantur, quorum hic non habetur ratio. Sufficit ergo motus punctorum per se spectatos quantum possunt convenire.

Propositio 1.

Motus simpliciter simplex est uniformis.

Sit (fig. 83) punctum mobilis motu simpliciter simplice moti quodcunque A; ajo motum ejus esse uniformem, adeoque (per def. 1 cap. de motu uniformi) etiam motum mobilis esse uniformem. Ponamus punctum A tempore TE describere lineam ${}_1A_2A$, et tempore aequali EM lineam ${}_2A_3A$, erit et linea ${}_1A_2A$ aequalis lineae ${}_2A_3A$, alioqui non satis convenient motus prior posteriori (contra def. motus simpliciter simplicis). Itaque punctum aequalibus temporibus aequalia describit spatia, hoc est (per dictam def. 1) motus ejus est uniformis.

Propositio 2. Definitio 2.

Motus simpliciter simplex est rectilineus. Rectilineus autem motus est in quo unumquodque punctum mobilis describit lineam rectam.

Sit (fig. 84) mobilis punctum quodcunque A describens lineam ${}_1A_2A_3A$; si motus mobilis est simpliciter simplex, ajo lineam descriptam esse rectam. Sit enim non recta, si possibile est, et sumto aliquo puncti A loco intermedio ut ${}_2A$ non cadente in directum cum primo et ultimo punctis ${}_1A$ et ${}_3A$, utique junctae rectae ${}_1A_2A$ et ${}_3A_2A$ facient angulum ${}_1A_2A_3A$. Quodsi jam motus prior et posterior conveniunt (ex def. motus simpliciter simplicis), angulus ${}_1A_2A_3A$ semper erit aequalis, ubicunque durante motu sumatur punctum ${}_2A$ vel ${}_{(2)}A$, itaque linea ${}_1A_2A_{(2)}A_3A$ erit arcus circuli (ex Elementis). Sed hoc esse non potest. Jungatur enim recta ${}_1A_3A$, necesse est (ob motum simpliciter simplicem) angulum ${}_2A_1A_3A$ aequalem esse angulo ${}_{(2)}A_1A_3A$; cumque et angulus ad ${}_2A$ sit aequalis angulo ad ${}_{(2)}A$, etiam tertius in triangulis ${}_1A_2A_3A$ et ${}_1A_{(2)}A_3A$ angulus erit aequalis, nempe ${}_2A_3A_1A$ et ${}_{(2)}A_3A_1A$; sunt ergo triangula aequiangula, et cum habeant et latus commune ${}_1A_3A$, erunt et congrua, adeoque latus ${}_2A_3A$ erit aequale lateri ${}_{(2)}A_3A$, ac proinde durante motu omnia puncti mobilis A loca intermedia ut ${}_2A$ et ${}_{(2)}A$ semper aequaliter distabunt ab extremo motus puncto ${}_3A$, quod est absurdum, nunquam enim

perveniret mobile ad ${}_3A$. Necesse est ergo, ut rectae ${}_1A_2A$, ${}_3A_2A$ nullum faciant angulum neque inter se neque ad rectam ${}_1A_3A$, hoc est necesse est motum ${}_1A_2A_3A$ fieri in linea recta, seu puncta ${}_2A$ cadere in rectam ${}_1A_3A$.

Propositio 3. Definitio 3.

Motus simpliciter simplex est consentiens. Motus autem consentiens est, in quo puncta mobilis easdem inter se distantias servant seu moventur ad modum rigidorum.

Magis enim convenient motus, si easdem servent distantias et possunt servare; itaque (per def. motus simpliciter simpl.) eas servabunt.

Propositio 4.

Motus simpliciter simplex est aequidistributus.

Sint (fig. 85) mobilis puncta duo quaecunque A et B, quae eodem tempore describant lineas ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$, erunt lineae aequales (ex def. motus simpliciter simpl.). Jam mobile, cujus duo puncta quaevis eodem tempore aequales describunt lineas (seu aequali velocitate moventur), id utique (per def. 1 cap. de velocitate motus aequidistr.) movetur motu aequidistributo.

Propositio 5. Definitio 4.

Motus simpliciter simplex est aequidirectus. Aequidirectus autem Motus est, si directiones quas duo quaevis mobilis puncta habent eodem tempore, sunt parallelae et ad easdem partes. Directio autem puncti est recta tangens lineam a puncto descriptam ex loco puncti educta ad eas partes, ad quas punctum porro tendit.

Sint (fig. 86) duo mobilis puncta quaecunque A et B, sintque simul A in loco ${}_1A$, et B in loco ${}_1B$, continueturque utcunque motus ipsius A in ${}_2A$, et eodem tempore ipsius B in ${}_2B$. Jam cum ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ sint rectae (per prop. 2 hic) et recta tangens rectam non possit esse nisi recta ipsamet, coincidens ei quam tangit (neque enim aliter recta rectae occurrere potest quin producta eam secet) et ob aequales ${}_1A_1B$ et ${}_2A_2B$ (per prop. 3 hic) itemque ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ (per prop. 4 hic) sint (ex Elementis) ipsae ${}_1A_2A$ et ${}_1B_2B$ parallelae; erunt parallelae inter se tangentes in easdam partes in quas puncta ex $_1A$ et $_1B$ porro tendunt eductae, adeoque et directiones erunt parallelae inter se et ad easdem partes, id est (per def. hic) motus aequidirectus.

Possunt autem duo puncta habere motus aequidirectos, etsi non describant lineas parallelas, nam duae esse possunt curvae non parallelae (fig. 87) CC et DD tales, ut dato puncto C, in una assignari possit semper respondens punctum D in alia, cujus tangens sit tangenti prioris parallela, et punctis C et D motis ut semper in locis duarum linearum ita respondentibus simul reperiantur, motus erit aequidirectus.

Propositio 6.

Si motus sit uniformis et aequidistributus et rectilineus et aequidirectus, est simpliciter simplex.

Nam motus ejusdem puncti in mobili durante aliquo tempore non magis convenire potest sibi ipsi quam si motus sit uniformis et in linea recta et in easdem partes; et motus duorum quorumlibet punctorum non magis convenire possunt inter se quam ut aequales simul describant lineas easque prorsus similes et similiter positas, nempe rectas et parallelas et ad easdem partes ductas. Data enim magnitudine temporis, lineae descriptae, et hujus specie et directione, ipse motus puncti dati est datus. Quae vero conveniunt in his quibus datis dantur, non magis convenire possunt, nisi prorsus concidant; quod fieri, est contra hypothesin.

Horum quatuor motus simpliciter simplicis requisitorum unumquodque sine reliquis stare potest, et velocitatem quidem uniformem aut non uniformem fieri posse constat eadem manente linea motus, et lineae motus a diversis punctis simul descriptae magnitudo manere potest, mutata licet directione et flexu lineae, ut cum mobile aliquod concipitur velut compositum ex pluribus globis disjunctis in liquore natantibus, aut ad instar gregis vel exercitus ex militibus compositi, quorum alii in diversam ab aliis plagam tendunt. Potest etiam mobile dari rigidum seu ad rigidi instar sive consentienter motum, et quidem motu rectilineo ita ut quodvis punctum describat rectam, motus tamen non sit simplex; fieri enim potest, ut non sit aequidirectus, nec rectae a punctis descriptae sint parallelae. Caeterum ex hac propositione juncta prop. 3 patet, motum qui simul sit uniformis, aequidistributus,

rectilineus et aequidirectus, etiam esse consentientem, perinde ac si puncta omnia in eodem rigido essent.

Propositio 7.

Quicquid est in moto motu simpliciter simplici, id ipsum movetur motu simpliciter simplici.

Quicquid enim verum est de omnibus punctis continentis, id etiam verum est de omnibus punctis contenti, quippe quae sub illorum numero continentur. Motus autem simplex (per def. 1) ex illis cognoscitur, quae de omnibus mobilis punctis vera sunt.

Propositio 8.

Omnis motus per se est simpliciter simplex.

Omnia enim per se omnino manent qualia sunt, *per se*, inquam, id est nisi *accidat* aliunde supervenire rationem mutationis. Jam motus qui manet omnino qualis est (seu ita, ut non possit magis), est simpliciter simplex (per def. 1 hic).

SECTIO TERTIA.

DE ACTIONE ET POTENTIA.

Caput I.

De Actione motus formali ejusque Effectu.

Definitio 1. Quantitas est numerus partium, posito mensuram esse unitatem.

Ita decempedae quantitas est denarius pedum, seu denarius, cujus unitas est pes.

Definitio 2. Quantitas effectus formalis in motu est, cujus mensura est materiam certae quantitatis (motu aequidistributo) motam esse per certam longitudinem.

Ut (fig. 88) quantitatem materiae contentam in AB translatam esse ex $_1A_1B$ in $_2A_2B$ per certam longitudinem, nempe lineae $_1A_2A$ a quocunque corporis puncto ut A descriptae, quae scilicet est longitudo motus aequidistributi (def. cap. de velocitate motus aequidistr.), ubi nempe linea a quocunque mobili spuncto descripta est aequalis (def. 1 dict. cap.). Itaque si haec mensura effectus in motu aliquoties repetatur, etiam toties repetetur seu multiplicabitur quantitas effectus.