



Borellus, Ignatius Baptista Pardies et Claudius de Chales, alique acutissimi viri in doctrina de motu non contemnenda dedere, sed errores tamen eosque capitales non vitare. Primus, quod sciam, Hugenius qui aetatem nostram praeclaris inventis illustravit, in hoc quoque argumento ad puram et liquidam veritatem pervenisse mihi videtur et doctrinam hanc a paralogismis liberasse, regulis quibusdam olim publicatis. Easdem fere regulas Wrennus quoque, Wallisius et Mariottus, viri in his studiis diversa licet ratione excellentes, obtinuerunt. Sed de causis tamen non eadem sententia est; unde neque easdem conclusiones egregii in his studiis viri semper admittunt. Atque adeo veri fontes hujus scientiae nondum, quod constat, fuere reclusi. Nec sane ab omnibus agnoscitur, quod mihi certum videtur: repercussionem sive reflexionem non nisi a vi elastica, id est intestini motus renisu proficisci. Nec notionem ipsam virium quisquam ante nos explicavit, quae res hactenus turbavit Cartesianos aliosque, qui motus vel impetus summam (quam pro virium quantitate habent) post concursum a priori diversam prodire posse, vel ideo capere non potuerunt, quod eo ipso etiam virium quantitatem mutari crediderunt.

Mihi adhuc juveni, et corporis naturam cum Democrito et hujus ea in re sectatoribus Gassendo et Cartesio in sola massa inerte tunc constituenti, excidit libellus Hypotheseos physicae titulo, quo Theoriam motus pariter a systemate abstractam et systemati concretam exposui, quem ultra mediocritatis suae meritum, multis praeclaris viris video placuisse. Ibi statui, supposita tali corporis notione, omne incurrens suum conatum dare excipienti seu directe obstanti qua tali. Nam cum in momento incursum pergere conetur adeoque secum abripere excipiens, conatusque ille (ob corporis ad motum quietemve creditam mihi tunc indifferentiam) suum effectum omnino habere debeat in excipiente, nisi contrario conatu impediatur, imo etiamsi eo impediatur, quando tantum diversos illos conatus inter se componi oportet: manifestum erat nullam causam reddi posse, cur non incurrens effectum, ad quem tendit, consequatur, seu cur non excipiens recipiat conatum omnem incurrentis, adeoque motum excipientis ex pristino suo et recepto novo seu alieno conatu compositum esse. Ex quo porro ostendebam: si solae mathematicae notiones, magnitudo, figura, locus, horumque mutatio, aut in ipso concursu momento mutandi

conatus in corpore intelligerentur, nulla habita ratione notionum metaphysicarum, potentiae scilicet actricis in forma et ignaviae, seu ad motum resistentiae in materia, atque adeo si necesse esset concursus eventum sola compositione conatum Geometrica, ut explicuimus, determinari: tunc sequi debere, ut incurrentis, etiam minimi, conatus toti excipienti, licet maximo, imprimatur, atque adeo maximum quiescens a quantolocunque incurrente sine ulla hujus retardatione abripiatur, quandoquidem tali materiae notione ulla ejus ad motum repugnatio, sed indifferentia potius continetur. Unde non magis difficile foret impellere magnum quiescens, quam parvum, essetque adeo actio sine reactione, nullaque fieri posset potentiae aestimatio, cum quidvis a quovis praestari posset. Quae, aliaque id genus multa, cum sint ordini rerum adversa et cum principii verae Metaphysicae pugnent, ideo tunc quidem putavi (et vere quidem) sapientissimum rerum Autorem structura systematis vixisse, quae per se ex nudis motus legibus a pura Geometria repetitis consequerentur.

Sed postea omnia alius scrutatus, vidi in quo consisteret systematica rerum explicatio, animadvertique hypothesein illam priorem notionis corporeae non esse completam, et cum aliis argumentis tum etiam hoc ipso comprobari, quod in corpore praeter magnitudinem et impenetrabilitatem poni debeat aliquid, unde virium consideratio oriatur, cujus leges metaphysicas extensionis legibus addendo nascantur eae ipsae regulae motus, quas systematicas appelleram, nempe ut omnis mutatio fiat per gradus, et omnis actio sit cum reactione, et nova vis non prodeat sine detrimento prioris, adeoque semper abripiens retardetur ab abrepto, nec plus minusve potentiae in effectu quam in causa contineatur. Quae lex cum non derivetur ex notione molis, necesse est consequi eam ex alia re, quae corporibus insit, nempe ex ipsa vi, quae scilicet eandem semper quantitatem sui tuetur, licet a diversis corporibus exerceatur. Hinc igitur, praeter pure mathematica et imaginationi subjecta, collegi quaedam metaphysica solaque mente perceptibilia esse admittenda, et massae materiali principium quoddam superius, et ut sic dicam formale addendum, quandoquidem omnes veritates rerum corporearum ex solis axiomatibus logisticis et geometricis, nempe de magno et parvo, toto et parte, figura et situ, colligi non possint, sed alia de causa et effectu, actioneque et passione accedere debeant, quibus ordinis rerum rationes salventur. Id principium



Formam, an *ἐντελέχειαν*, an Vim appellemus, non refert, modo meminerimus per solam virium notionem intelligibiliter explicari.

Quod vero hodie egregii quidam viri, hoc ipsum videntes, vulgarem nempe materiae notionem non sufficere, Deum accersunt *ἀπὸ μηχανῆς*, vimque omnem agendi auferunt rebus, quasi Mosaica quadam Philosophia (ut Fluddus olim vocabat), assentiri non possum. Tametsi enim praeclare ab ipsis animadversum concedam, substantiae unius creatae in aliam influxum proprium nullum esse, si res ad metaphysicum rigorem exigatur, fatearque etiam libenter omnes res continua semper creatione a Deo proficisci; nullam tamen veritatem naturalem in rebus esse puto, cujus ratio immediate petenda sit ex divina actione vel voluntate, sed semper rebus ipsis aliqua a Deo esse indita, unde omnia earum praedicata explicentur. Certe non corpora tantum Deum creasse constat, sed et animas, quibus entelechia primitivae respondent. Verum haec alias suis propriis rationibus profundius eductis demonstrantur.

Interim etsi principium activum materialibus notionibus superius et ut sic dicam vitale ubique in corporibus admittam, non ideo tamen Henrico Moro aliisque viris pietate et ingenio insignibus hic assentior, qui Archaeo nescio quo aut hylarchico principio etiam ad phaenomena procuranda sic utuntur, quasi scilicet non omnia mechanice explicari possint in natura, et quasi qui hoc conentur, incorporea tollere videantur, non sine suspitione impietatis; aut quasi cum Aristotele Intelligentias orbibus rotandis affigere necesse sit, aut elementa dicendum sit sursum vel deorsum a forma sua agi, compendiosa sed inutili docendi ratione: His, inquam, non assentior, nec magis ista mihi Philosophia, quam illa quorundam placuit Theologia, qui Jovem tonare aut ningere sic credebant, ut causarum propiorum inquisitores etiam Atheismi crimine infamarent. Optimum meo iudicio temperamentum est, quo pietati pariter et scientiae satisficit, ut omnia quidem phaenomena corporea a causis efficientibus mechanicis peti posse agnoscamus, sed ipsas leges mechanicas in universum a superioribus rationibus derivari intelligamus, atque ita causa efficiente altiore tantum in generalibus et remotis constituendis utamur. His vero semel stabilis, quoties postea de rerum naturalium causis efficientibus propinquis et specialibus tractatur, animabus aut Entelecheis locum non demus, non magis quam otiosis facultatibus aut inexplicabilibus

sympathiis, cum nec ipsa causa efficiens prima atque universalissima specialibus tractationibus intervenire debeat, nisi quatenus fines spectantur, quos divina Sapientia habuit in rebus sic ordinandis, ne quam laudis ejus et hymnorum pulcherrimorum canendorum occasionem negligamus.

Sane et finales causae (ut singulari plane exemplo optici principii, celeberrimo Molineusio in Dioptriciis suis valde probante, ostendi) subinde magno cum fructu etiam in physicis specialibus adhibentur, non tantum ut supremi Autoris pulcherrima opera magis admiremur, sed etiam ut divinemus interdum hac via, quae per illam efficientium non aequae aut non nisi hypothetice patent. Quem usum hactenus fortasse Philosophi nondum satis observarunt. Et in universum tenendum est, omnia in rebus dupliciter explicari posse: per regnum potentiae seu causas efficientes, et per regnum sapientiae seu per finales; Deum corpora ut machinas more architecti secundum leges magnitudinis vel mathematicas, et quidem in usum animarum; animas vero, sapientiae capaces, ut cives suos et societatis cujusdam cum ipso participes, more Principis, imo patris secundum leges bonitatis vel morales ad suam gloriam moderantem, permeantibus sese ubique ambobus regnis, inconfusis tamen et imperturbatis legibus utriusque, ita ut simul et regno potentiae maximum et regno sapientiae optimum obtineatur. Sed nobis hoc loco regulas generales virium effectricium constituere propositum est, quibus in causis specialibus efficientibus explicandis uti deinde possumus.

Porro ad veram virium aestimationem, et quidem prorsus eandem, diversissimis itineribus perveni: uno quidem a priori, ex simplicissima consideratione spatii, temporis et actionis (quod alias exponam), altero a posteriori, vim scilicet aestimando ab effectu quem producit se consumendo. Nam effectum hic intelligo non quemlibet, sed cui vis impendi seu in quo consumi debet, quem ideo violentum appellare possis, qualis non est ille, quem corpus grave in plano perfecte horizontali percurrendo exercet, quia tali effectu utunque producto eandem semper vim retinet, quamquam et hoc ipso effectu, ut ita dicam, innocuo recte adhibito, hanc nostram aestimandi rationem consecuti sumus, sed nunc a nobis seponetur. Elegi autem effectum ex violentis illum, qui maxime capax est homogenei seu divisionis in partes similes et aequales,





qualis est in ascensu corporis gravitate praediti: nam elevatio gravis ad duos vel tres pedes praecise dupla vel tripla est elevationis gravis ejusdem ad pedem unum; et elevatio gravis dupli ad unum pedem facta, praecise dupla est elevationis gravis simpli ad altitudinem pedis unius; unde elevatio gravis dupli ad tres pedes praecise sextupla est elevationis gravis simpli ad pedem unum, supposito scilicet (saltem docendi causa, etsi aliter fortasse in veritate se res habeat, sed insensibili tamen hic errore) gravia aequae gravitare in majore aut minore ab horizonte distantia. Nam in elastro non aequae facile locum homogeneitas habet. Cum igitur comparare vellem corpora diversa aut diversis celeritatibus praedita, equidem facile vidi, si corpus A sit simplum et B sit duplum, utriusque autem celeritas aequalis, illius quoque vim esse simplam, hujus duplam, cum praecise quicquid in illo ponitur semel, in hoc ponatur bis. Nam in B est bis corpus ipsi A aequale et aequivalox, nec quicquam ultra. Sed si corpora A et C sint aequalia, celeritas autem in A sit simpla et in C dupla, videbam, non praecise quod in A est, duplari in C, cum dupletur quidem celeritas, non tamen et corpus. Et peccatum hic fuisse vidi ab iis, qui sola ista reduplicatione modalitatis vim ipsam duplicari credidere; quemadmodum jam olim observavi admonique, veram neque hactenus (post tot licet Elementa Matheseos universalis scripta) traditam aestimandi artem in eo consistere, ut denique ad homogeneum aliquid, id est accuratam et omnimodam non modorum tantum, sed et rerum reduplicationem perveniatur. Cujus methodi non aliud melius illustriusque specimen dari potuit, quam quod exhibetur in hoc ipso argumento.

Haec ergo ut obtinerem, consideravi an duo ista corpora A et C magnitudine aequalia, sed celeritate diversa, effectus aliquos producere possint causis suis aequipollentes et inter se homogeneos. Ita enim quae per se non facile poterant, saltem per effectus suos accurate compararentur. Effectum autem causae suae aequalem esse debere sumsi, si totius virtutis impendio seu consumptione producat: ubi non refert, quanto tempore producat. Ponantur ergo corpora A et C (fig. 25) esse gravia, et vim suam convertere in ascensum, quod fiet, si eo momento quo celeritates suas dictas habent, A simplam, B duplam in extremis pendulorum verticalium PA, EC existere intelligantur. Constat autem e Galilaei aliorumque demonstratis, corpore A celeritate ut 1 ad summum

ascendente super horizontem HR ad altitudinem  ${}_2AH$  pedis unius, utique corpus C celeritate ut 2 ascendere (ad summum) posse ad altitudinem  ${}_2CR$  pedum quatuor. Unde jam consequens est, grave habens celeritatem ut 2, potentia quadruplum esse habentis gradum celeritatis ut 1, cum totius suae virtutis impendio praecise quadruplum efficere possit. Nam libram (id est se ipsum) attollens ad pedes quatuor, praecise quater attollit unam libram ad unum pedem. Eodemque modo generaliter colligitur, vires aequalium corporum esse ut quadrata celeritatum, et proinde vires corporum in universum esse in ratione composita ex corporum simplice et celeritatum duplicata.

Eadem confirmavi ad absurdum (nempe ad motum perpetuum) redigendo contrariam sententiam, vulgo, praesertim apud Cartesianos receptam, qua vires creduntur esse in ratione composita corporum et celeritatum: qua etiam methodo usus sum subinde, ut duos status virtute inaequales definirem a posteriori, et majorem simul a minori certa nota distinguerem. Nec cum alterutrum alteri substituendo motus oritur perpetuus mechanicus seu effectus potior causa, status illi sibi minime aequipollent, sed ille qui substitutus est alteri, potior fuit, quia majus aliquid praestari effecit. Pro certo autem assumo, naturam nunquam sibi viribus inaequalia substituere, sed effectum integrum semper causae plenae aequalem esse; et vicissim quae viribus aequalia sunt, tuto ratiocinio sibi substitui a nobis posse, liberrima suppositione, quasi substitutionem illam actu effecissemus, nulloque adeo perpetui motus mechanici motu. Quod si ergo verum esset, quod vulgo sibi persuadent, aequipollere inter se grave A ut 2 (sic enim nunc sumamus) praeditum celeritate ut 1, et grave C ut 1 praeditum celeritate ut 2, debet alterutrum alteri impune substitui posse. Sed hoc verum non est. Nam ponamus, A ut 2 celeritatem ut 1 acquisivisse descensu  ${}_2A_1A$  ex altitudine  ${}_2AH$  minus pedis; jamque ipso in  ${}_1A$  seu in horizonte existente, substituamus pro ipso aequipollens (ut volunt) pondus C ut 1 celeritate ut 2, quod ascendat usque ad C seu ad altitudinem 4 pedum. Itaque solo descensu ponderis A duarum librarum ex altitudine unius pedis  ${}_2AH$ , substitutoque aequipollente, effecimus ascensum librae unius ad pedes quatuor, quod est duplum prioris. Ergo tantundem virium lucrati sumus, seu motum mechanicum perpetuum effecimus, quod utique absurdum est. Nec refert, an per motuum leges actu efficere possimus





hanc substitutionem; nam inter aequipollentia etiam mente tuto fieri substitutio potest. Quamquam etiam varias rationes excogitaverimus, quibus actu tam prope quam velis efficeretur, ut vis tota corporis A transferretur in corpus C, antea quiescens, sed quod nunc (ipso A ad quietem redacto) sit solum in motu positum. Unde fieret, ut pro pondere bilibri celeritatis ut 1 successura esset libra una celeritatis ut 2, si haec aequipollerent; unde absurdum oriri ostendimus. Neque ista sane inania sunt, aut in logomachis consistunt, sed in machinis et motibus comparandis maximum usum habent. Nam si quis vim habeat ab aqua vel animalibus vel alia causa, per quam corpus grave centum librarum in motu constanti conservetur, quo intra minuti temporis quartam partem absolvere possit circulum horizontalem diametri triginta pedum; alius vero ejus loco eodem tempore duplum pondus nonnisi dimidium circulum constanter absolvere praestet, minore impensa, idque tibi velut in lucrum imputet; deceptum te ac dimidia virium parte frustratum scito. Sed nunc fugatis erroribus, veras et sane admittendas Naturae leges paulo distinctius in Schediasmatis hujus parte secunda proponemus.

## XVI.

### SPECIMEN DYNAMICUM PRO ADMIRANDIS NATURAE LEGIBUS CIRCA CORPORUM VIRES ET MUTUAS ACTIONES DETEGEN- DIS ET AD SUAS CAUSAS REVOCANDIS.

#### Pars II.

Natura corporis, imo substantiae in universum non satis cognita effecerat (quod jam attigimus) ut insignes quidem philosophi nostri temporis, cum corporis notionem in sola extensione collocarent, ad Deum confugere cogerentur pro explicanda Unione inter Animam et Corpus, imo et communicatione corporum inter se. Nam fatendum est, impossibile esse ut Extensio nuda solas involvens Geometricas notiones actionis passionisque sit capax: itaque hoc unum superesse ipsis visum est, ut homine cogitante et brachium movere conante Deus velut ex pacto primaevio pro ipso

brachium moveat, et contra existente motu in sanguine et spiritibus Deus perceptionem in anima excitet. Sed haec ipsa, cum sint a recta philosophandi ratione aliena, admonere autores debuerant falso se principio niti, nec corporis notionem recte assignasse, ex qua talia consequerentur. Ostendimus igitur in omni substantia vim agendi et, si creata sit, etiam patiendi inesse, extensionis notionem per se non completam esse, sed relationem ad aliquid quod extenditur cujus diffusionem sive continuatam replicationem dicat, adeoque substantiam corporis quae agendi resistendique potentiam involvit et ubique massa corporea existit praesupponi, hujusque diffusionem in extensione contineri. Unde aliquando lucem quoque novam explicandae corporis animaeque unioni accendemus. Nunc vero ostendendum est, quomodo hinc mira et summe utilia theoremata practica consequantur, ad Dynamicen pertinentia, id est scientiam quae virium praesertim corporearum regulas tradit.

Sciendum est ante omnia, Vim quidem esse quiddam prorsus reale, in substantiis etiam creatis; at spatium, tempus et motum habere aliquid de Ente rationis, nec per se sed quatenus Divina attributa, immensitatem, aeternitatem, operationem aut substantiarum creatarum vim involvunt, vera et realia esse. Hinc jam consequitur vacuum in loco temporeque non dari, motum autem a vi sequestratum seu quatenus in eo non nisi notiones Geometricae, magnitudo, figura et horum variatio considerantur, revera nihil aliud esse quam mutationem situs, adeoque motum quoad phaenomena in mero respectu consistere, quod etiam Cartesius agnovit, cum translationem ex vicinia unius corporis in viciniam alterius definivit. Sed in consequentiis deducendis oblitus est suae definitionis, regulasque motuum constituit, quasi reale quiddam esset motus et absolutum. Sic igitur habendum est, si corpora quotcumque sint in motu, ex phaenomenis non posse colligi in quo eorum sit motus absolutus determinatus vel quies, sed cuilibet ex iis assumpto, posse attribui quietem ut tamen eadem phaenomena prodeant. Hinc consequitur (quod Cartesius non animadvertit), aequivalentiam Hypothesium nec per corporum inter se concursus mutari, adeoque tales motuum regulas esse assignandas, ut natura motus respectiva maneat salva, nec ex eventu post concursum divinari possit per phaenomena, ubi ante concursum fuerit quies aut determinatus motus absolutus. Unde minime quadrat Cartesii regula, qua vult corpus quiescens





ab alio minore nullo modo loco pelli posse, aliaque id genus quibus nihil est a veritate alienius. Sequitur etiam ex natura motus respectiva, eandem esse corporum actionem in se invicem seu percussionem, modo eadem celeritate sibi appropinquent, id est manente eadem apparentia in phaenomenis datis, quaecunque demum sit vera hypothesis seu cuiuscunque demum vere ascribamus motum aut quietem, eundem prodire eventum in phaenomenis quaesitis seu resultantibus, etiam respectu actionis corporum inter se. Atque hoc est quod experimur, eundem nos dolorem sensuros sive in lapidem quiescentem ex filo si placet suspensum incurrat manus nostra, sive eadem celeritate in manum quiescentem incurrat lapis. Interim ita loquimur, prout res postulat, ad aptiorem simplicioreque phaenomenorum explanationem, prorsus quemadmodum in Sphaericis motum primi mobilis adhibemus et in theoria planetarum Copernicana Hypothesi uti debemus, ut jam lites illae tanto conatu agitatae (quibus etiam Theologi fuere implicati) prorsus evanescant. Etsi enim vis aliquid reale et absolutum sit, motus tamen ad classem pertinet phaenomenorum respectivorum, et veritas non tam in phaenomenis quam in causis spectatur.

Ex nostris quoque corporis viriumque notionibus id nascitur, ut quod in substantia fit, sponte et ordinate fieri intelligi possit. Cui connexum est ut nulla mutatio fiat per saltum. Quo posito sequitur etiam, Atomos dari non posse. Cujus consequentiae vis ut capiatur, ponamus Corpora A et B (fig. 26) concurrere et  ${}_1A$  venire in  ${}_2A$ , itemque  ${}_1B$  in  ${}_2B$ , et ita concurrentia in  ${}_2A, B$  reflecti ex  ${}_2A$  in  ${}_3A$ , et ex  ${}_2B$  in  ${}_3B$ . Fingatur autem esse atomos id est corpora summe dura adeoque inflexibilia, patet fieri mutationem per saltum, seu momentaneam, motus enim directus in ipso momento concursus fit retrogradus nisi statim post concursum corpora quiescere id est vim amittere ponamus, quae res praeterquam quod aliunde absurda foret, iterum mutationem per saltum, momentaneam scilicet a motu ad quietem, nec tamen per intermedios gradus transitum contineret. Itaque sciendum est, si corpora A et B (fig. 27) concurrant veniantque ex  ${}_1A$ ,  ${}_1B$  in locum concursus  ${}_2A, B$ , ibi paulatim comprimi, instar duarum pilarum inflatarum, et magis magisque ad se invicem accedere aucta continue pressione; ea autem re ipsum motum debilitari, vi ipsa conatus in corporum elastra translata, donec omnino

ad quietem redigantur; tum vero demum restituente sese corporum Elastro ipsa a se invicem resilire, motu retrogrado a quiete rursus incepto continueque crescente, tandem eadem celeritate, qua ad se appropinquaverunt, recuperata sed in contrarium versa a se invicem recedere atque in loca  ${}_3A$ ,  ${}_3B$  redire quae coincidunt locis  ${}_1A$ ,  ${}_1B$ , si corpora aequalia et aequalocia ponantur. Inde jam patet quo modo nulla fiat per saltum mutatio, sed paulatim immunito progressu tandemque ad quietem redacto tum demum regressus oriatur. Ita ut quemadmodum ex figura una non fit alia (veluti ex circulo ovalis) nisi per innumeras figuras intermedias, nec a loco in locum aut a tempore in tempus nisi per omnia loca temporaque intermedia transitur; ita nec ex motu quies fiet multoque minus motus oppositus, nisi per omnes intermedios motuum gradus. Quod cum tanti in natura momenti sit, tam parum animadversum miror. Sequitur ex his quod Cartesius in Epistolis impugnaverit, et nunc quoque magni quidam viri admittere nolunt, omnem reflectionem oriri ab Elastro, et multorum praeclarorum experimentorum ratio redditur, quae indicant corpus prius flecti quam propellatur, quod Mariottus per palchre illustravit. Denique illud maxime mirabile ex his sequitur, ut nullum corpus tam exiguum sit, quin elastrum habeat adeoque a fluido adhuc subtiliore permeetur; ac proinde nulla esse Elementa corporum, nec materiam fluidissimam, nec globulos nescio quos secundi Elementi solidos, exactos et durabiles dari, sed analysin procedere in infinitum.

Huc Legi Continuitatis a mutatione saltum excludentis etiam illud consentaneum est, ut casus quietis haberi possit pro speciali casu motus, scilicet pro motu evanescente seu minimo, et ut casus aequalitatis haberi possit pro casu inaequalitatis evanescentis. Unde consequens est Leges motuum tales assignari debere, ut non sit opus peculiaribus regulis pro corporibus aequalibus et quiescentibus, sed haec ex regulis corporum inaequalium et motorum per se nascantur, vel si velimus peculiare regulas enuntiare pro quiete et aequalitate, cavendum esse ne tales assignemus, quae non consentiant hypothesi quietem pro motu novissimo aut aequalitatem pro ultima inaequalitate habenti, alioqui violabimus rerum harmoniam, et regulae nostrae non convenient inter se. Hoc novum regulas nostras alienasve examinandi artificium publicavi primum in Novellis Reipublicae literariae Julii 1687 artic. 8.





vocavique principium ordinis generale, nascens ex infinito et continui notione, accedente ad illud axioma, quod datis ordinatis etiam quaesita sunt ordinata. Rem ita universaliter expressi: Si casus ad casum continue accedat in datis tandemque in ipsum evanescat, necesse est ut etiam eventus casuum sibi continue accedant in quaesitis tandemque in se invicem desinant. Prorsus ut in Geometricis casus Ellipseos accedit continue ad casum Parabolae, prout foco uno manente alter magis magisque remotus assumi ponitur, donec in casu alterius foci infinite remoti Ellipsis in Parabolam abit. Unde omnes regulas Ellipseos necesse est in Parabola (sumta pro Ellipsi cujus alter focus infinite absit) verificari. Unde et radii in parabolam parallele incidentes tanquam ab altero foco venientes vel ad eum tendentes concipi possunt. Cum igitur eodem modo casus quo corpus A incurrit in B motum, continue variari possit, ut manente motu ipsius A, motus ipsius B ponatur minor ac minor, donec tandem ponatur evanescens in quietem atque inde rursus in contraria directione crescat; dico eventum incursum, sed in quod resultans sive in ipso A sive in ipso B, ambobus motis continue accedere ad eventum incursum qui est in casu B quiescentis, inque eum denique desinere; adeoque casum quietis tam in datis quam in eventu seu quaesitis esse limitem casuum motus in directum, vel communem limitem motus directi et continui, adeoque velut exemplum alterutrius speciale. Ad hunc lydium lapidem a Geometria ad Physicam a me translatum, cum examinarem regulas motuum Cartesianas, mirum dictu contingit, ut hiatus quidam saltusve sese ostenderet prorsus a rerum natura abhorrens, nam exprimendo quantitates per lineas, et motus ipsius B ante concursum tanquam casus datos pro abscissis, motus autem ejusdem post concursum tanquam eventus quaesitos pro ordinatis applicatis sumendo, et lineam ducendo per extremitates ordinarum, ex praescripto regularum Cartesii, haec linea non fuit unum continuum, sed quiddam mirabiliter hiatus atque subsultans modo quodam absurdo et incogitabili. Cumque ea occasione notassem etiam R. P. Malebranchii regulas hoc examen non per omnia ferre, Vir egregius re iterum expensa pro candore suo professus est, hinc occasionem sibi natam mutandi regulas suas, quam in rem et brevem libellum edidit. Tametsi fatendum sit, quod ad usum hujus

artificii novi nondum satis attendisset, reliquisse eum quae nunc quoque nondum satis per omnia quadrant.

Ex dictis illud quoque mirabile sequitur, quod omnis corporis passio sit spontanea seu oriatur a vi interna licet occasione externi. Intellego autem hic passionem propriam, quae ex percussione nascitur seu quae eadem manet, quaecumque demum assignetur hypothesis, seu cuicumque demum absolutam quietem motumve ascribamus. Nam cum eadem sit percussio, cuicumque demum verus competat motus, sequitur effectum percussiois inter ambo aequaliter distribui, adeoque ambo in concursu aequaliter agere, adeoque dimidium effectus ab unius actione, alterum dimidium ab alterius actione oriri; et cum dimidium quoque effectus seu passionis in uno sit dimidium in altero, sufficit, ut passionem quae in uno est, etiam ab actione quae in ipso est derivemus, nec ullo unius in alterum influxu indigeamus, etsi ab uno actioni alterius mutationem in se ipso producentis occasio praebeatur. Nempe dum concurrunt A et B, resistentia corporum conjuncta cum Elastro facit ut ob percussioem comprimantur, et aequalis est compressio in utroque et pro quacunque hypothesis, quod etiam experimenta ostendent, si quis pilas inflatas concurrere fingat, sive ambae sint in motu, sive alterutra quiescat, etiamsi quiescens ex filo aliquo sit suspensa, ut facillime recedere possit, semper enim dummodo eadem sit celeritas appropinquationis seu respectiva, eadem erit compressio, sive intensio elastri, et aequalis in ambabus. Porro restituentibus sese pilis A et B vi Elastri sui acris scilicet compressi inclusi, sese mutuo a se invicem repellent et quasi arcu displodent, et vi utrinque aequali unumquodque se ab altero repellent, adeoque non vi alterius sed vi propria ab eo recedet. Quod autem de pilis inflatis, id de omni corpore quatenus in percussione patitur, intelligendum est, ut scilicet repercussio ac dissultus ab elastro in ipso, id est a motu materiae fluidae aetherae permeantis, adeoque a vi interna seu intus existente oriatur. Intellego autem ut dixi corporum motum proprium, sequestratum a communi qui centro gravitatis ascribi potest; unde proprius eorum motus sic fingendus est (fingendus, inquam, per modum hypotheseos) ac si in navi ferrentur, quae haberet motum centri gravitatis ipsorum communis, ipsa autem in navi sic moverentur ut ex motu composito communi navis seu centri, et ipsorum proprio, phaenomena salventur. Ex dictis etiam





intelligitur, Actionem corporum nunquam esse sine reactione, et ambas inter se aequales, ac directe contrarias esse.

Cum etiam non nisi vis et nascens inde nisus quovis momento existat (motus enim nunquam revera existit, ut supra exposuimus) nisusque omnis tendat in linea recta, consequens est omnem motum rectilineum aut ex rectilineis compositum esse. Hinc jam non tantum sequitur, quae in linea curva moventur, conari semper procedere in recta eam tangente, sed etiam, quod minime aliquis expectet, oritur hinc vera notio firmitatis. Nam si ponamus aliquid ex iis quae firma dicimus (quanquam revera nihil sit absolute firmum fluidumve, sed certum habeat firmitatis fluidibilitatisque gradum, a nobis autem ex praedominio respectu nostrorum sensuum denominetur) circulari circa suum centrum, partes per tangentem conabuntur avolare, imo avolare incipient re ipsa, sed quoniam hic ipsorum a se invicem discessus turbat motum ambientis, hinc repelluntur seu rursus contruduntur ad se invicem, quasi centro inesset vis attrahendi magnetica, aut quasi ipsis partibus inesset vis centripeta, et proinde circulatio ex nisu rectilineo recedendi per tangentem et conatu centripeto inter se compositis oritur. Manetque adeo omnem motum curvilineum ex nisibus rectilineis inter se compositis oriri, simulque intelligitur hanc contrusionem ab ambiente esse causam omnis firmitatis. Alioqui fieri non posset, ut omnis motus curvilineus ex meris rectilineis componeretur. Unde et rursus novam contra Atomos nec minus priore inexpectatam rationem habemus. Nihil autem potuit magis alienum a rebus excogitari, quam firmitatem a quiete peti, nam nulla est unquam quies vera in corporibus, nec a quiete aliud nasci potest quam quies; licet autem A et B apud se invicem quiescant, si non vere, saltem respective (quanquam nec hoc unquam accurate contingat, nullum enim corpus eandem exacte ab alio distantiam quantulocunque tempore servat) et licet quicquid semel quiescit, semper quieturum sit nisi accedat nova causa, non ideo tamen sequitur, ut quia B resistit impellenti, resistat etiam ab alio se jungenti, ita nempe ut superata resistantia ipsius B, seu ipso B propulso, simul A sequatur. Quod revera esset attractio, quae in natura non datur, ex firmitate autem primitiva, vel per quietem aut simile aliquid explicata, utique seque-

retur. Itaque firmitas quoque nisi per contrusionem ab ambiente factam explicari non debet. Nam pressio sola rem non satis explicat, quasi impediatur tantum discessus ipsius B ab ipso A, sed intelligendum est, reapse a se invicem discedere, ab ambiente autem unum ad aliud rursus impelli adeoque ex compositione duorum motuum hanc conjunctionis conservationem produci. Itaque qui in corporibus Tabulas quasdam sive laminas insensibiles concipiunt (ad exemplum duorum marmorum politorum, quae sibi accurate applicantur) quarum divulsio ob resistantiam ambientis difficulter fit, et hinc explicant corporum duorum sensibilem firmitatem, etsi persaepe verum dicant, cum tamen in laminis rursus aliquam firmitatem supponant, ultimam rationem firmitatis non reddunt. Ex his quoque intelligi potest, cur magnorum quorundam Mathematicorum sententiis quibusdam philosophicis hac in re stare non possim, qui praeterquam quod vacuum spatium admittunt et ab attractione non abhorreere videntur, etiam motum habent pro re absoluta, idque ex circulatione indeque nata vi centrifuga probare contendunt. Sed quoniam circulatio quoque non nisi ex rectilineorum motuum compositione nascitur, sequitur si salva est aequipollentia Hypothesium in motibus rectilineis suppositis utcunque, etiam in curvilineis salvam fore.

Intelligi etiam ex dictis potest, Motum communem pluribus corporibus ipsorum inter se actiones non mutare, quoniam celeritas qua sibi invicem appropinquant, adeoque vis concursus qua in se invicem agunt, non immutatur. Unde consequuntur praeclara experimenta quae retulit Gassendus in Epistolis de motu impresso a motore translato, ut illis satisfaceret, qui ex motu projectorum quietem globi terrae inferre posse sibi videbantur. Cum tamen certum sit, si qui in magna navi (clausa si placet, vel certe ita constituta, ut externa a vectoribus notari nequeant) ferantur, navis autem magna licet celeritate, placide tamen sive aequabiliter moveatur, ipsos nullum habituros principium discernendi (ex iis scilicet quae in navi contingunt) utrum navis quiescat an moveatur, etiamsi forte pila in navi ludatur, aliive motus exercentur. Idque notandum est in eorum gratiam, qui non recte percepta Copernicanorum sententia credunt, secundum hos projecta ex terra in aërem, ab aëre cum tellure gyrante abripi, atque ita motum fundi sequi, et perinde in terram recidere ac si haec quiesceret; quod





merito insufficiens judicatur, cum doctissimi viri qui utuntur Hypothesi Copernicana potius concipiant, quicquid in terrae superficie est cum terra moveri, et proinde arcu vel tormento excussa, impetum a terrae gyratione impressum una cum impetu projectione impresso, secum deferre. Unde cum duplex eorum motus sit unus cum terra communis, alter a projectione proprius, non mirum esse, si motus communis nil mutet. Interim non est dissimulandum, si projecta tam longe excuti possent, vel si navis tam ampla fingeretur et tanta celeritate lata, ut ante descensum gravis terra vel navis arcum describeret notabiliter a recta differentem; discrimen repertum iri, quia tunc revera terrae vel navis motus (quippe circularis) motui qui a navis vel terrae gyratione missili fuit impressus (quippe rectilineus) non maneat communis. Et in gravium nisu ad centrum externa accedat actio, quae non minus diversitatem phaenomenorum producere potest, quam si in navi clausa pyxis nautica polam respiciens haberetur, quae utique flexus navis indicaret. Quoties autem de aequipollentia hypothesium agitur, omnia conjungenda sunt quae ad phaenomena concurrunt. Ex his etiam intelligitur, compositionem motuum aut motus unius in duos pluresve quaecumque resolutionem tuto adhiberi posse, de qua tamen ingeniosus quidam vir apud Wallisium non absurde dubitaverat. Res enim utique comprobationem meretur, nec (ut a plerisque factum est) tanquam per se nota assumi potest.

## XVII.

## ILLUSTRATIO TENTAMINIS DE MOTUUM COELESTIUM CAUSIS.

## Pars I.

Complures viri rerum Astronomicarum intelligentes a me desiderarunt, ut iis responderem quae Tentamini meo circa causas motuum coelestium Anno 1689 in Februario Actorum edito non ita pridem opposuit doctissimus Autor operis sub nomine *Astronomiae Physicae et Geometricae* publicati, quo Newtonianam Hypothesin potissimum illustrare aggressus est. Ego vero antequam haec iterum mihi discutienda fuissent, maluissem ad observa-

tiones omnia expensa diligentius, praesertim cum Astronomus summus Joh. Dominicus Cassinus novi generis Ovale ex eo attulerit, et nulla hypothesi contentus videatur Cl. Lahirius in his studiis excellens. Reique satis dijudicandae proclivior spes erit, ubi et hi rationes suas protulerint, et virorum celeberrimorum coelique spectandi studio insignium, Joannis Flamstedii Angli et Godefridi Kirchii Societatis Regiae Brandeburgicae Astronomi, triginta circiter annorum observationes prodierint, quales item a Parisino Observatorio multas et accuratas expectamus; plurimumque etiam nobis a praeclaris excellentis Mathematici Olai Romeri laboribus non possumus non polliceri. Tum primum certius pronuntiare licebit, quantum Linea Motus planetarii declinet ab Ellipsi; utrum id tribuendum non Solis tantum aut corporis centri alterius, sed et aliorum corporum attractioni, et annon concurrat notabiliter impressio fluidi quod tanquam deferens aut tanquam resistens concipi aliquo modo possit. Interim morem gerendum amicis putavi, ne aut publico aut ipsi doctissimo objectori defuisse videar, cujus objectiones habentur operis lib. I prop. 77. Sed parte priore hujus Schediasmatis proprias quasdam emendationes atque declarationes Tentaminis mei dabo, posteriore objectionibus satisfacere conabor.

1) Constat me tunc cum Tentamen ad Actorum Lipsiensium Collectores misi in itinere dissitisque locis fuisse, neque Newtonianorum Principiorum Librum adhuc inspexisse, sed tantum Recensionem ejus vidisse in Actis factam, ut ipse ibi innuo (§ 20 Tentaminis) et nunc iterum annoto, quia doctissimus Dn. objector mirari visus est (dicto libro I prop. 77 pag. 99), Tentamen illud tale post edita Newtoniana Principia prodiisse. Sed me ipsa illa in Actis visa recensio ad edendas etiam meas cogitationes incitavit, quas me alteris nondum visis auditivae nondumque editis (ut res est) habuisse, ipsa earum ex aliis plane fontibus facta deductio necessariusque sententiarum inter se nexus evincit.

2) Porro Legis paracentricarum attractionum sive Gravitatis sollicitationum tunc rationem reddere distuleram, ut ipse innuo in fine Tentaminis supra dicti, quanquam et Hugenio per literas eam indicaverim et in Italia Cl. Fardellae, nunc apud Patavinos Professore doctissimo, coram tunc exposuerim, concipiendo scilicet radios (id est propagationes rectilineas) attractionis, quales lucis. Itaque





quali argumento jam demonstraverant Mathematici corpora illuminari in ratione distantiarum reciproca duplicata (quod et a Montanario sibi demonstratum Cl. Fardella meminerat), tali ostendi iudicabam, consentaneum esse ut gravitatis impressio eadem lege decrescere intelligeretur. Sane in quadam mea cum Cl. Papino *συζητήσει* de causa gravitatis (Act. Maj. 1690) hanc quoque Analogiam Gravitatis et radiationis indicabam, eamque explosionibus materiae compressae ex centrali corpore assidue factis illustrabam. Nam si ingens massa explosionibus (quales sunt accensi pulveris vel saltem sclopeti ventanei, cujus non dispar natura) continue fulminaret, utique in circumjacentibus crassioribus corporibus multas cavitates habentibus adeoque minorem quam materia emissa et circumfusa densitatem specificam habentibus gravitatio versus Massam emittentem produceretur, minore in his spongiosis aut pumicosis corporibus futuro nisu recedendi a centro explosionis, quam in fluido ambiente valde denso valdeque subtili, quod assidua explosio semper propellit. Neque enim in hac hypothesis necesse est, ut emissa particula ad ipsum usque grave pertingant. Caeterum legum Radiationis Demonstratio generalis nota dudum, sed hic paulo distinctius exposita haec est. Sit punctum Radians C (fig. 28) sintque superficies sphaericae ABD, EFG concentricae circa idem punctum C. Quia iidem radii sunt in utraque superficie, erunt irradiationes utriusque superficiei aequales, quae esto positio prima. Sed irradiatio portiunculae seu puncti physici in superficie est ad irradiationem totius superficiei, ut portiuncula ad superficiem, quae sit positio secunda; quia nimirum irradiatio superficiem aequabiliter diffusa est. Jam punctum physicum vocetur p; irradiatio ejus in superficie sphaerica minore positi r, in majore positi R; superficies minor m, major M; irradiatio superficiei minoris s, majoris u. Quia  $s = u$  per posit. 1, erit  $r : u = r : s$ . Sed per posit. 2 est  $r : s = p : m$ . Ergo  $r : u = p : m$ . Sed rursus per posit. 2 est  $u : R = M : p$ . Ergo harum analogiarum rationes priorem priori, posterioremque posteriori componendo, erit  $r : R = M : m$ , hoc est irradiationes ejusdem puncti in diversis superficiebus sphaericis radianti concentricis locati sunt reciproce ut superficies sphaericae. Sed superficies sphaericae sunt ut quadrata distantiarum a centro. Ergo irradiationes ejusdem puncti physici, adeoque ejusdem objecti ex pluribus punctis physicis compositi, sunt reciproce ut quadrata distantiarum a puncto radiante. Qua demonstrandi ratione a causa gravitatis physica

animum abstrahimus, legis mathematicae cognitione nunc quidem contenti.

3) Porro pro certo assumeram, quae Lineam curvam describunt, necessario ab alicujus corporis contigui et moti impressione in orbita sua retineri: alioqui si sibi relinquerentur, in recta curvam tangente esse perrectura. Cum autem planetae non aliud corpus quam fluidum contiguum habeant, concludebam (praeter impetum proprium jam conceptum) ad fluidi ambientis impressionem esse recurrendum.

4) Speciatim autem cum viderem planetas sive primarios sive secundarios idem corpus centrale circumeuntes in eodem fere plano consistere et ferri in easdem partes non inter se tantum, sed etiam cum ipso corpore centrali circa suum axem moto; ejus communis affectionis causam communem commode repeti posse putabam a motu fluidi communis omnibus circumfusi.

5) Et quoniam Keplerus invenerat areas orbita comprehensas, radiis ex centro motus abscissas esse temporibus proportionales, id vero obtineri reperiabam quotiescunque mobile movetur circulatione harmonica, id est quaecunque linea describatur et quicumque sit ad centrum accessus aut ab eo recessus, modo velocitas motus angularis circa centrum sit reciproca distantis, id est modo hae velocitates sint in progressionem harmonica cum distantiae sunt in arithmetica: ideo circulationem planetae harmonicam stantebam.

6) Sed quia praeterea opus erat causa velocitatis paracentricae, qua planeta nunc accedit ad corpus centrale, nunc ab eo recedit; eam referebam tum ad gravitatem qua attrahitur planeta ad corpus centrale, tum ad conatum centrifugum ex ipsa circulatione consequentem quo ab eo recedere conatur. Colluctatione enim horum conatum continue per distantias gradu variantium fit, ut impressio nova praevalens (quae differentia est conatus centrifugi et gravitationis) nunc ad centrum nunc a centro tendat, impetumque jam ante conceptum descendendi ascendendive nunc augeat nunc minuat, prout in easdem cum eo est aut contrarias partes. Ita fit ut tandem impetus consumatur, rursusque periodice repetatur. Ex ipso autem impetu descendendi oritur, ut velut in pendulis ascensus fiat in alteram partem, quem rursus deinde descensus excipit, quae ipsa suo loco a me jam sunt distinctius ex-





plicata, nec ineleganter exhibent motus planetarii varietates affectionesque.

7) Sed sunt tamen aliqua tum in typis Tentaminis nostri emendanda, tum alias paulo melius explicanda\*).

8) In rei ipsius explicatione difficultas lectori Tentaminis nostri occurrere poterit, dum ibi leget contingere impressionem novam ascendendi, cum duplus conatus centrifugus praevallet sollicitationi gravitatis, et contra cum hic praevallet illi, contingere impressionem novam descendendi, et cum aequales sunt, neutrum fieri, impetumque pridem incommutatam manere: nam pro duplo conatu centrifugo, simpliciter dicendum fuisse conatum centrifugum res ipsa docet. Sciendum est ergo, qui a nobis tunc dictus est conatus centrifugus certo sensu exemploque aliorum, talisque omnino intelligi potest ipso primo momento circulationis, repraesentaturque per sinum versum arcus circulationis, revera in ipso circulationis progressu esse non nisi conatum centrifugum dimidium. Neque id quicquam in recepta hactenus doctrina conatus centrifugi mutat, nam verum manet, grave ab altitudine descendens quae sit dimidia radii Circulationis, eoque descensu acquires celeritatem circulationis, habere gravitatem conatui centrifugo aequalem. Hujus autem considerationis occasionem mihi dedit Cl. Varignonius, alterius licet scopi meditatione, a quo non dubito multas egregias accessiones habituram Analysin nostram. Caeterum res sic demonstratur.

#### De Vi Centrifuga Circulantis.

Sumamus (fig. 29) pro circulo Polygonum regulare infinitangulum, cujus duo latera sibi proxima sint EA, AG. Sit C centrum circuli, jungantur AC, EG angulum inter se facientes rectum, ut in puncto B, bisecante ipsam EG. Compleatur rectangulum ABGD et producantur EA, GD, dum sibi occurrant in F. Erit FG dupla ipsius AB vel GD. Compleatur et parallelogrammum AFGH.

Ponamus jam mobile elemento temporis aliquo percurrere latus EA celeritate uniformi, motuque eodem continuato tendere in F, ita ut si nihil impediret, aequali cum priore temporis elemento percursurum sit rectam AF; sed simul accepto in A iconatu ut

\*) Es folgt hier ein Verzeichniss von Druckfehlern, die in der obigen Abhandlung bereits verbessert sind.

AH, moveri versus C itidem uniformiter eodem temporis elemento; tunc utique motu composito ex AF et AH perveniet in G per parallelogrammi diagonalem. Et ita AG tractando ut EA continuabitur motus in polygono (id est in circulo) eodem plane modo, nam quia AG est aequalis ipsi EA, patet velocitatem circulationis non mutari, omniaque redire ut ante. Est autem incomparabiliter major AF quam AH, ut constat.

Porro licet motus attractivus vel gravitatis vel alius revera non sit uniformis, nullus tamen error orietur, si ex continue crescente faciamus scalarem per infinitesimales, nempe si tempore diviso in elementa aequalia primo cujusvis temporis elementaris momento indivisibili novum conatum eumque semper aequalem mobili imprimi fingamus, eo durante hoc elemento temporis velocitatem eandem durare.

Comparemus jam conatum centrifugum cum conatu gravitatis, a quo velocitas circulationis orta intelligi possit. Per lineam curvam KL in plano verticali KAF descriptam, concavitatem habentem ad partes A et FA productam tangentem in L, descendat grave ex tanta altitudine verticali KN, ut continuato motu, elemento temporis prioribus aequali percurrat AF; tunc utique altitudo KN ea erit, quae dat velocitatem circulationis EA vel AF vel AG.

Ponamus autem grave descendens ex K primo temporis elemento prioribus aequali descendisse ex altitudine KL. Erit ergo sollicitatio gravitatis ut KP. Tempus descensus repraesentemus (fig. 30) per rectam QR, et elementum temporis omnium (in descensu) elementorum temporis inter se aequalium primum repraesentemus per rectam QS et sollicitationem gravitatis seu velocitatem elementarem a gravitate impressam per rectam ST, normalem ad QS et aequalem ipsi KP: compleatur rectangulum QSTV. Cum ergo QS repraesentet tempus, et ST velocitatem, durante hoc elementari tempore uniformem, ideo altitudo per eam percursa tempore QS repraesentabitur per rectangulum QSTV. Eodem modo sumendo QSW duplam et QSX triplam ipsius QS, itemque sumendo STY duplam ipsius ST, et complendo rectangulum WSYZ; et rursus sumendo WZ $\phi$  triplam ipsius ST, et complendo rectangulum XW $\phi$  $\Psi$ ; manifestum est ipsum quasi-triangulum scalare VQWZYT repraesentare altitudinem percursam tempore QW, et quasi-triangulum scalare VQX $\Psi$  $\phi$ ZYT repraesentare altitudinem percursam tempore QX. Et ita porro fiet, si plura puncta ultra





S, W, X assumantur, et eodem modo tractentur. Sed prius ex duobus quasi-triangularibus scalaribus a triangulo suo vero respondente QWZ differt summa duorum triangulorum minorum hypotenusae QZ impositorum QVT et TYZ; et posterius quasi-triangulum a triangulo suo QX $\mathcal{P}$  differt summa trium triangulorum minorum QVT, TYZ, Z $\mathcal{O}\mathcal{P}$  hypotenusae Q $\mathcal{P}$  impositorum. Producatu $r$  QT, donec rectae per R, normali ad QR, occurrat in  $\omega$ : patet spatium percursum tempore QT repraesentari per quasi-triangulum scalare simili modo continuatum usque ad R $\omega$ . Sed hoc spatium scalare ab ipso triangulo QR $\omega$  non differt nisi summa triangulorum elementarium aequalium ipsi QVT hypotenusae QR impositorum, numero tot, quot in tempore QR sunt elementa aequalia ipsi QS. Haec autem triangula omnia simul spatium conflant ob parvitatem incomparabile ipsi triangulo QR $\omega$ . Itaque altitudo percursa tempore QR repraesentatur per triangulum QR $\omega$ ; adeoque KN altitudo percursa tempore QR, motu scalariter accelerato, est ad KP altitudinem percursam temporis elemento QS, motu uniformi, ut QR $\omega$  est ad QSTV, id est dimid. quadrat. R $\omega$  ad quadrat. ST, id est ut dimidium quadratum velocitatis descensu quaesitae quae est R $\omega$ , ad quadratum velocitatis initialis gravis descendens quae est ST. Sed longitudines eodem temporis elemento QS uniformi motu percursae EA vel AF et KP sunt ut velocitates R $\omega$  et ST quibus percurruntur. Ergo KN altitudo a gravi percursa tempore descensus, est ad KP altitudinem a gravi percursam primo tempore elementari, ut dimidium quadratum ab AF ad quadratum a KP, seu erit KP = AF qu: 2KN.

Redeamus jam ad circulum: ibi BG est media proportionalis inter AB et BC + CA, id est hoc loco (in casu arcus AG elementaris) BG est med. prop. inter AB et bis AC. Ergo erit AB = BGqu: 2AC, et AH = BGqu: AC. Porro BG et AF differunt incomparabiliter, ergo ex priore ipsius KP valore fit KP = BGqu: 2KN. Adeoque erit AH ad KP ut 2KN ad AC, vel ut KN ad  $\frac{1}{2}$  AC. Id est AH sollicitatio paracentrica circulantis sive conatus quo mobile a centro recedere tendit, est ad KP gravitatem, ut altitudo ex qua grave labendo accipere potuit velocitatem est ad dimidium radium circulationis. Et proinde si aequalis sit gravitas et conatus recedendi a centro circuli, altitudo ex qua grave labendo velocitatem circulationis acquirere potuit, aequabitur dimidio radio circulationis.

Hinc etiam apparet discrimen notatu dignum inter conatum a centro recedendi qui est primo momento, quo mobile circulationem incipit, et eum qui est in progressu. Continuetur DA versus J, ponaturque mobile veniens linea et directione JA, in radium CA normaliter impingere in puncto A, ibique a radio capi seu ei adhaerescere continuatoque impetu suo motum convertere in circulationem circa C; patet conatum procedendi mobilis si non impediatur esse in recta AD, et adeo recessum a centro esse GD, dimidium ipsius GF. Sed statim ubi idem mobile a polygони infinitanguli circularis latere AG quod per JA veniens primum percurrit, transibit ad aliud sequens latere, jam conatus recedendi fiet ipsius GD duplus: ita ut revera hic discrimen faciendum sit inter mobile, quod in arcum circuli AG cadit per angulum contactus, et inter mobile quod in arcum AG incidit per alium arcum EA circuli ejusdem, quod notabile est. Sed cum recedendi conatus ab angulo contactus ortus non nisi momentaneus sit, alter vero durante circulatione locum habeat, hujus solius in usu et applicatione ratio haberi debet idemque est licet inter circulandum radius circulationis mutetur, potest enim motus compositus intelligi ex circulatione continuata in circulo priore, et progressu rectilineo mobilis in radio.

10) Porro generatim concipiendo (fig. 31) duo Latera polygони curvam constituentis  ${}_1M_2M$  et  ${}_2M_3M$ , et unum ex illis  ${}_1M_2M$  continuando in L ita, ut recta  ${}_2ML$  celeritatem repraesentet, quo mobile post percursam  ${}_1M_2M$  in eadem recta pergere tendit; atque ex alterius lateris  ${}_2M_3M$  altero extremo  ${}_3M$  ducendo  ${}_3ML$ , poterit haec recta repraesentare id quod liceat vocare Conatum Declinationis, nam complendo parallelogrammum  ${}_2ML_3MG$ , concipi potest mobile M in puncto  ${}_2M$  duas habere tendentias, unam ut  ${}_2ML$  secundum impetum quem habet postquam percurrit latus  ${}_1M_2M$ , alteram ut  ${}_2MG$ , quem nanciscitur ab impressione dirigente versus punctum aliquod ut  $\odot$  aut in partem aversam a puncto aliquo ut R, sive constantia sint haec puncta sive variant. Ita mobile motu composito feretur per alterum polygони latus  ${}_2M_3M$ . Et sive dicamus mobile conatum in se jam habere a curva declinandi, ut  $M_3L$  qui vincitur a causa in curva retinente, sive dicamus mobile conatum accipere quo declinet ab impetu suae directionis et in curva retineatur; utroque sensu non male dicitur conatus declinationis. Ponimus autem elementa temporis quibus





percurruntur  ${}_1M_2M$  et  ${}_2M_3M$  esse aequalia. Hinc nisi resistentia Medii vel alia causa impetum semel conceptum infringat, aequabitur  ${}_2ML$  ipsi  ${}_1M_2M$ . Si conatus  ${}_2MG$  unice oriatur ex aliqua attractione aut repulsione, erit sollicitatio qualis Gravitatis aut levitatis aut Magnetica, licet punctum attrahens vel repellens locum mutet Ex  ${}_3M$  ad  ${}_1M_2M$  (productam si opus) ducatur normalis  ${}_3MK$ , repraesentabit ea conatum qui a me vocatur Excussorius, is enim demum exprimit, quantum mobile a curva recedere conetur. Si jam contingat K coincidere cum L, coincident etiam Conatus Excussorius et Declinationis. Quod si curva  ${}_1M_2M_3M$  sit circulus, coincident conatus centrifugus et conatus excussorius circulationis. Nam si centrum C circuli transeuntis per  ${}_1M_2M_3M$  jungatur ipsi  ${}_2M$  radio ducto  $C_2M$ , et ex  ${}_3M$  ad  ${}_1M_2M$  productam ducatur  ${}_3MH$  parallela huic radio, ea non differet comparabiliter a  ${}_3MK$ , eritque aequalis duplo sagittae arcus  ${}_1M_2M_3M$ , seu duplo sinus versi quem habet angulus  ${}_2MC_2M$ . Quodsi linea non sit circulus, tamen conatus excussorius a linea illa curva per ipsam  ${}_3MK$  vel  ${}_3MH$  exprimeretur; posito punctum C esse centrum circuli osculantis et  $C_2M$  esse radium curvedinis, conatusque excussorius coincidet centrifugo, cum ponitur curva describi simpliciter circulatione fili evoluti. Itaque cum motu assignabili rectilineo quocunque conatus incomparabiliter parvus declinationis (cujus species est excussorius) et cum motu assignabili circulatorio (sed non nisi ex centro osculi vel curvedinis) conatus centrifugus (sed non nisi cum excussorio coincidens) componi potest, ut curva describatur.

11) Sed potest tamen alia quoque concipi circulatio curvam describens, aliusque conatus centrifugus, quem non ipsa simpliciter curvedo determinet, sed assumptio certa punctorum; ita vero curva non ut hactenus describeretur circulatione cum conatu tantum aliquo paracentrico elementari seu infinite parvo conjuncta, cujus centrum idem fuit quod circuli curvam osculantis, sed motu composito ex circulatoria circa centrum centrave sumta utcumque, et alio aliquo rectilineo assignabili qui quidem potest ipsemet paracentricus intelligi et ad centrum tendere vel a centro, sive id coincidat cum centro circulationis sive secus, et sive mutetur continue alterutrum aut utrumque centrum sive permaneat. Quod si jam coincidat centrum circulationis et motus rectilinei paracentrici permaneatque constans, res ita se habebit, uti eam de Cau-

sis motuum coelestium rem concepi, tanquam linea  ${}_1M_2M_3M$  esset Ellipsis, cujus vertex A, focus alter  $\odot$ , circa quem mobile M nempe planeta moveretur. Velut si fingeremus regulam  $\odot r$  fixam in  $\odot$ , sed ita ut circa  $\odot$  sit mobilis. Ea existente in situ  $\odot_1 r$ , sit mobile M in loco  ${}_1M$ , quod ponatur moveri motu paracentrico in regula, accedendo ad centrum  $\odot$  (aut ab eo recedendo), et ita pervenire ab  ${}_1M$  ad  ${}_1T$ , dum interea regula ab  $\odot_1 r$  transit in  $\odot_2 r$ , et punctum  ${}_1M$  transit in P, et punctum  ${}_1T$  in  ${}_2M$ ; et ita mobile composito motu per  ${}_1M_2M$  pervenire a puncto curvae  ${}_1M$  ad punctum curvae  ${}_2M$ . Eodemque modo translata ulterius regula in  $\odot_3 r$ , mobile motu composito ex paracentrico  ${}_2M_2T$  et circulatorio  ${}_2T_3M$ , transibit ex  ${}_2M$  in  ${}_3M$ , nempe in Recta  $\odot_3 r$  sumendo  $\odot_2T$  aequalem ipsi  $\odot_3M$ . Porro in eadem recta sumantur puncta  ${}_2D$ , V et N, tali modo ut anguli  ${}_3M_2D\odot$ ,  $V_1M\odot$  et  ${}_1MN\odot$  sint recti. Jam si circulatio sit Harmonica, sunt circulationes reciproce ut radii, seu  ${}_1T_2M$  ad  ${}_2T_3M$  (vel  ${}_1D_2M$  ad  ${}_2D_3M$ ) ut  $\odot_2M$  ad  $\odot_1M$ . Ergo  $\odot_1M$  in  ${}_1D_2M$  aequale dat ei quod dat  $\odot_2M$  in  ${}_2D_3M$ , seu triangulum  $\odot_1M_2M$  aequale est triangulo  $\odot_2M_3M$ . Ergo horum aequalium triangulorum altitudines  $N_1M$  et  ${}_3M_2D$  ad basin communem  $\odot_2M$  sunt aequales. Itaque triangula rectangula  ${}_1MN_2M$  et  ${}_3M_2DG$ , cum sint similia (ob parallelas  ${}_3MG$  et  ${}_1M_2M$ ) et habeant latera homologa aequalia  $N_1M$  et  ${}_2D_3M$ , habebunt et reliqua latera aequalia  ${}_3MG$  ipsi  ${}_1M_2M$ , et  $G_2D$  ipsi  $N_2M$ . Cumque  ${}_3MG$  sit aequalis ipsi  $L_2M$ , patet hanc ipsi  ${}_1M_2M$  esse aequalem, adeoque linea quae describitur circulatione harmonica quam dixi, etiam describitur motu composito ex Trajectorio  ${}_2ML$ , impetum priorem  ${}_1M_2M$  continuante, et motu attractionis  ${}_2MG$ . Porro cum velocitates paracentricae repraesententur ipsis differentiis radiorum seu distantiarum a centro, id est ipsis  ${}_1M_1T$  (differentia inter  $\odot_1M$  et  $\odot_2M$ ) et  ${}_2M_2T$  (differentia inter  $\odot_2M$  et  $\odot_3M$ ), manifestum est Elementum (hoc est incrementum aut decrementum continuum) velocitatis paracentricae repraesentari differentia rectarum  ${}_1M_1T$  et  ${}_2M_2T$ . Jam  ${}_1M_1T$  seu  $P_2M$  est  $PN + N_2M$  seu (ut ostensum)  $PN + G_2D$  et rursus  ${}_2M_2T$  est  ${}_2MG + G_2D - {}_2D_2T$ . Ergo differentia rectarum  ${}_1M_1T$  et  ${}_2M_2T$  seu  ${}_1M_1T - {}_2M_2T$  fiet aequalis ipsi  ${}_1T_2D$  bis  $- G_2M$ . Sed  ${}_2T_2D$  est sinusversus anguli circulationis, seu anguli  ${}_2T\odot_3M$ , ergo  ${}_2T_2D$  bis sumta repraesentat conatum centrifugum circulationis, per proxime demonstrata. Sed  $G_2M$  est sollicitatio paracentrica gravitatis, ergo Elementum Velocitatis para-





centricae, qua crescit aut decrevit velocitas accedendi ad centrum aut recedendi a centro, est differentia gravitationis et conatus centrifugi, ita ut si gravitas seu vis centripeta praevaleat, augeatur celeritas accedendi ad centrum, vel minuatur celeritas recedendi a centro; sin praevaleat conatus centrifugus, contrarium fiat. Maxima autem vel minima velocitas accedendi recedendive erit, ubi aequabuntur duo conatus. Quodsi pro Gravitate Levitas adsit, non differentiae sed summae conatum erunt adhibendae. Quamcumque igitur causam Motus planetae esse ponamus, saltem intelligi poterit compositus ex circulatione harmonica  ${}_2T_3M$  et ex velocitate paracentrica  ${}_2M_2T$ , per Elementorum duorum, nempe conatus centripeti  ${}_2MG$  et centrifugi bis  ${}_2D_2T$ , differentiam continue generatae: perinde ac si regula rigida  $\odot r$  ita quidem moveretur circa centrum  $\odot$ , ut motus ipsius mobilis  $M$  harmonicus sit (seu ut distantia a centro  $\odot$  progredientibus Arithmetice, velocitates progrediantur harmonice), mobile autem in regula conatibus centrifugi circulationis et centripeto gravitatis inter se conjunctis sursum deorsumve moveatur. Ubi jam fluidum circulariter deferens hoc loco in ipsius Regulae officium succedet. Sed idem motus simul potest intelligi compositus ex motu trajectionis rectilineo  ${}_2ML$  (secundum impetum priorem  ${}_1M_2M$ ) et eodem conatu centripeto  ${}_2MG$ . Ideo quanquam initio planetae impetus ex concepto jam motu cum fluidi deferentis impressionibus non consensisset, tandem tamen factum est, ut fluido ac planeta sese accommodantibus, planeta liberrime jam moveatur in fluido tanquam medium resistens nullum esset; et fluidum vicissim ita moveatur cum planeta tanquam planeta nullo proprio impetu sed tranquilla a fluido gestatione deferretur. Quod unius Circulationis Fluidorum Harmonicae mirabile privilegium ex hac ipsa utriusque motuum compositionis coincidentia jam tandem habetur demonstratum.

12) Ostendimus autem in Tentamine nostro curvam esse conicam si sollicitationes gravitatis sint quales esse oportere a priori constabat, nempe in ratione duplicata reciproca distantiarum a centro gravitationis. Conatus autem Centrifugi in circulatione Harmonica, ut ibidem patuit, sunt in ratione distantiarum a centro circulationis reciproca triplicata. Ostensum et porro est, curvam conicam abire in Circulum cum conatus centrifugus et gravitatio vel attractio, initio attractionis, aequantur. Sin initio sint inaequales, modo dimidius conatus centrifugus (quem olim conatus cen-

trifugi integri nomine designaram, quia talis est in nascente Circulatione) sit minor attractione, fiet Ellipsis: et praevalente attractione super conatum centrifugum, initium erit Aphelium; sin contra, Perihelium. Si conatus centrifugus dimidius attractioni sit aequalis, describetur Parabola; si major sit, Hyperbola orietur, cujus focus intra ipsam sit sol. Quod si planeta pro gravi levis et a sole non attrahi, sed repelli poneretur, ferretur in Hyperbola cujus in foco extra ipsam sol esset. Vicissim si lineam Ellipticam et Circulationem Harmonicam esse aliunde constet, exinde ipso calculo habetur gravitationes esse in ratione distantiarum reciproca duplicata. Porro quoniam quod olim duplum Conatum Centrifugum appellavi, nunc potius simpliciter Conatum Centrifugum appellare malo, et certe jam tum revera pro eo assumi, officiumque ejus subire jussi cum attractioni opponerem; dicendum est ad §. 11 Tentaminis, conatibus quidem centrifugis proportionales esse sinus versus angulorum Circulationis, sed revera ipsos hos conatus per rectas horum sinuum duplas repraesentari. Et ad §. 12 sub ejus finem, pro  ${}_2D_2T$  conatus centrifugus dicendum: dimidius conatus centrifugus. Et ad §. 15 (initio et fine paragraphi) dicendum est, elementum impetus paracentrici esse differentiam vel summam sollicitationis paracentricae et conatus centrifugi, et ibidem  ${}_2D_2T$  vel  $NP$  esse dimidiatum conatum centrifugum. Et §. 19 aa99:  $r^3$  non dicitur esse duplus conatus Centrifugus, sed ipse simplus. Et ad §. 21 dicendum, sollicitationem gravitatis in planetam esse ad conatum planetae Centrifugum, ut distantiam praesentem a sole ad semilatus rectum Ellipseos planetariae, seu ut  $r$  rad. ad  $a:2$ . Et ad §. 25 dicendum, in planeta Ellipsin describente conatum centrifugum recedendi a sole dimidiatum esse semper minorem attractione solis, quia attractio ad conatum centrifugum dimidiatum est ut distantia a sole ad quartam partem lateris recti. Et ad §. 27 ubi de duplo conatu centrifugo sermo est, substituendus simpliciter conatus centrifugus. Denique ad §. 30 (ubi genus curvae Conicae definitur) secundum ea quae jam monuimus, pro dupla Vi Centrifuga poni debet simpliciter vis centrifuga seu conatus centrifugus; et pro conatu centrifugo simplici, ponendus est dimidiatus. Haec autem nos jam olim intendisse res ipsa ostendit, utique enim Conatus Centrifugus ipse qualis in Mobili revera adest (non duplum ejus) gravitationi ejus opponi debet ejusque effectum consumere potest; etsi duplus is sit ejus Conatus centrifugi qui initio nasci-