

principalis apparet, non agitur de differentia quoad celeritates, sed de differentia quoad vires, quae duo pro iisdem assumere esset principium petere. Deinde non quaeritur an differentia inter duos status patientis sit nulla comparatione agentis, quod est insensibile ac tenuitatis pariter celeritatisque vel infinitae, sed an sit nulla comparatione rerum sensibilium et nostri, imo absolute seu respectu ordinariarum quantitatum. Fateor, si fingeremus oculum in particula materiae gravificae collocari, eum non esse observatum notabilem differentiam inter gravis status, sed semper perinde ipsi fore ac si grave quiescat; verum inde non sequitur, effectuum in gravi, qui nobis debent apparere seu qui debent absolute considerari, differentias etiam negligendas esse.

Quodsi vero Major novissimi prosyllogismi intelligatur, vel de vi ipsa sive potentia, non de sola celeritate; vel de aestimatione absoluta, non vero tantum comparata cum agente, tunc nego majorem hujus novissimi prosyllogismi. Nego scilicet primo differentiam inter duos gravis status quoad vires debere pro nulla haberi, etiamsi ageretur de comparatione cum agente; secundo nego differentiam inter duos gravis status debere pro nulla haberi absolute seu quoad ordinarias quantitates.

Nempe quoad (1) licet agens celeritate sua incredibiliter vincat gravis patientis celeritatem, non idem tamen etiam locum habet quoad potentiam, quia potentia omnium consensu, non tantum ex celeritate, sed et ex mole aestimanda est; et tanto minor fit potentia quanto major est tenuitas; dataque celeritate tenuitas tanta assumi potest ut potentia fiat minor data: summa igitur agentis celeritas summa ejus tenuitate repensatur. Et proinde potentia qua unus gravis status vincit alium ejusdem status, minime spernenda est, etiamsi cum potentia materiae gravificae ipsam impellentis conferatur.

Quoad (2) vero licet differentia inter duos gravis patientis status deberet pro nulla haberi comparate cum agente, non tamen debet pro nulla haberi absolute seu quoad quantitates ordinarias, nisi quando differentia est incomparabiliter minor iis quorum est differentia, quod hoc loco non fieri manifestum est. Nempe si sint duo a et b eorumque differentia sit $a - b$; dico $a - b$ non posse haberi pro nulla absolute, seu a et b non posse haberi pro aequivalentibus, nisi quando $a - b$ est incomparabiliter minor quam a, itemque incomparabiliter minor quam b. Uti differentia inter

angulum rectum et angulum semicirculi seu quem radius ad circumferentiam facit, ideo habetur pro nulla, quia differentia illa est angulus contactus qui neutri eorum est comparabilis. Idemque docet calculus differentialis a me propositus et Lemmata Incomparabilium quae in Actis Eruditorum produxi, quibus observatis paralogismi evitantur, neglectis autem in abusum calculi differentialis vel infinitesimalis inciditur, ut in hac argumentatione est factum, quae speciositate sua acutissimos etiam viros fefellit. Cum ergo neque virium neque celeritatum diversarum ejusdem gravis descendens differentia sit ipsis differentibus incomparabiliter minor, patet tantum abesse ut hoc argumento semper inferatur aequabile incrementum vel decrementum virium, ut ne quidem probetur celeritatum, quam tamen aequabilem celeritatis mutationem veram esse, aliunde constat aliaque ratione probari debet, probataque revera a me habetur non experimentis tantum, quibus adeo abunde confirmata est, sed etiam a priori.

Compendium ergo disputationis istius huc redit: Objicitur Materiam Aetheriam quae Gravia deorsum pellit, infinita velut celeritate respectu gravis moveri; itaque perinde esse ac si prae ipsa grave quiesceret; id ergo se semper eodem modo ad materiam gravificam habere, atque adeo aequale semper virium, perinde ac celeritatis, incrementum accipere. Respondetur: Differentiam inter duos Gravis status pro nulla quidem haberi posse, si celeritatum differentia cum celeritate materiae gravificae comparetur, sed minime esse spernendam, si virium differentia comparetur cum viribus materiae gravificae, cujus velocitas tenuitate repensatur, sed nec si differentia sive virium sive celeritatum non agenti, sed ipsis differentibus (in diversis scilicet gravis statibus) comparetur, hoc est si spectetur absolute.

XII.

ESSAY DE DYNAMIQUE SUR LES LOIX DU MOUVEMENT, OU IL EST MONSTRÉ, QU'IL NE SE CONSERVE PAS LA MÊME QUANTITÉ DE MOUVEMENT, MAIS LA MÊME FORCE ABSOLUE, OU BIEN LA MÊME QUANTITÉ DE L'ACTION MOTRICE.

L'opinion que la même Quantité de Mouvement se conserve et demeure dans les concours des corps, à regné long temps, et



passoit pour un Axiome incontestable chez les Philosophes modernes. On entend par la Quantité de Mouvement le produit de la Masse par la vistesse, de sorte que la masse du corps estant comme 2 et la vistesse comme 3, la quantité de mouvement du corps seroit comme 6. Ainsi s'il y avoit deux corps concourans, multipliant la masse de chacun par sa vistesse et prenant la somme des produits, on pretendoit que cette somme devoit estre la même avant et apres le concours.

Maintenant on commence à en estre desabusé, sur tout depuis que cette opinion a esté abandonnée par quelques uns deses plus anciens, plus habiles et plus considerables defenseurs, et sur tout par l'Auteur même de la Recherche de la Verité. Mais il en est arrivé un inconvenient, c'est qu'on s'est trop jetté dans l'autre extrémité, et qu'on ne reconnoist point la conservation de quelque chose d'absolu, qui pourroit tenir la place de la Quantité de Mouvement. Cependant c'est à quoy nostre esprit s'attend, et c'est pour cela que je remarque que les philosophes, qui n'entrent point dans les discussions profondes des Mathematiciens, ont de la peine à abandonner un Axiome tel que celuy de la Quantité de mouvement conservée sans qu'on leur en donne un autre où ils se puissent tenir.

Il est vray que les Mathematiciens qui depuis long temps ont établi des regles du mouvement fondées sur des experiences, ont remarqué qu'il se conserve la même vistesse respective entre les corps concourans. Par exemple, soit que l'un des deux repose, ou qu'ils soyent en mouvement tous deux, et qu'ils aillent l'un contre l'autre, ou du même costé, il y a une vistesse respective, avec la quelle ils approchent ou s'éloignent l'un de l'autre; et on trouve que cette vistesse respective demeure la même, en sorte que les corps s'éloignent apres le choc avec la vistesse dont ils s'estoient approchés avant le choc. Mais cette vistesse respective peut demeurer la même, quoyque les veritables vistesstes et forces absolues des corps changent d'une infinité de façons, de sorte que cette conservation ne regarde point ce qu'il y a d'absolu dans les corps.

Je remarque encor une autre conservation, c'est celle de la Quantité du progrès, mais ce n'est pas non plus la conservation de ce qu'il y a d'absolu. J'appelle progrès la Quantité du mouvement avec la quelle on procede vers un certain costé, de sorte que

si le corps alloit d'un sens contraire, ce progrès seroit une quantité negative. Or lorsque deux ou plus de corps concourent, on prend le progrès du costé où va leur centre de gravité commun, et si tous ces corps vont de ce même costé, alors il faut prendre la somme des progrès de chacun pour le progrès total; et il est visible que dans ce cas le progrès total et la quantité de mouvement totale des corps sont la même chose. Mais si l'un des corps alloit d'un sens contraire, son progrès du costé dont il s'agit seroit negatif et par consequent doit estre soustrait des autres pour avoir le progrès total. Ainsi s'il n'y a que deux corps dont l'un va du costé du centre commun, et l'autre en sens contraire, il faut que de la quantité de mouvement du premier soit soustraite celle du second, et le reste sera le progrès total. Or il se trouve que le progrès total se conserve, ou qu'il y a autant de progrès du même costé avant ou apres le choc. Mais il est visible encor que cette conservation ne repond pas à celle qu'on demande de quelque chose d'absolu. Car il se peut que la vistesse, quantité de mouvement et force des corps estant tres considerables, leur progrès soit nul. Cela arrive lors que les deux corps opposés ont leur quantités de mouvemens egales. En quel cas, selon le sens qu'on vient de donner, il n'y a point de progrès total du tout.

Il y a deja long temps que j'ay corrigé et redressé cette doctrine de la conservation de la Quantité de Mouvement, et que j'ay mis à sa place la conservation de quelque autre chose d'absolu; mais justement de cette chose qu'il falloit, c'est à dire la conservation de la Force absolue, il est vray que communement on ne paroist pas estre assés entré dans mes raisons ny avoir compris la beauté de ce que j'ay observé, comme je remarque dans tout ce qu'on a publié en France ou ailleurs sur les loix du mouvement et la mecanique, même apres ce que j'ay écrit sur les Dynamiques. Mais comme quelques uns des plus profonds Mathematiciens apres bien des contestations se sont rendus à mon sentiment, je me promets avec le temps l'approbation generale. Pour revenir donc à ce que je dis de la conservation de la Force absolue, il faut savoir que l'origine de l'erreur sur la Quantité de Mouvement vient de ce qu'on l'a pris pour la Force. On estoit porté, je crois, naturellement à croire que la même Quantité de la Force totale demeure avant ou apres le choc des corps, et j'ay trouvé cela très veritable. Or la Quantité de mouvement et la Force

estant prises pour une même chose, on a conclu que la quantité de mouvement se conservoit. Ce qui a contribué le plus à confondre la Force avec la Quantité de Mouvement, est l'abus de la Doctrine Statique. Car on trouve dans la Statique, que deux corps sont en équilibre, lorsqu'en vertu de leur situation leur vîtesses sont reciproques à leur masses ou poids, ou quand ils ont la même quantité de mouvement.

Mais il faut savoir que cette égalité de la Force en ce cas vient d'un autre principe, car généralement la Force absolue doit être estimée par l'effect violent qu'elle peut produire. J'appelle l'Effect violent qui consume la Force de l'agent, comme par exemple donner une telle vitesse à un corps donné, élever un tel corps à une telle hauteur etc. Et on peut estimer commodément la force d'un corps pesant par le produit de la masse ou de la pesanteur multipliée par la hauteur à laquelle le corps pourroit monter en vertu de son mouvement. Or deux corps étant en équilibre, leur hauteurs aux quelles ils pourroient monter ou dont ils pourroient descendre sont reciproques à leur poids, ou bien les produits des hauteurs par les poids sont égaux. Et il arrive seulement dans le cas de l'Equilibre ou de la Force morte, que les hauteurs sont comme les vîtesses, et qu'ainsi les produits des poids par les vîtesses sont comme les produits des poids par les hauteurs. *) Cela dis-je arrive seulement dans le cas de la Force morte, ou du Mouvement infiniment petit, que j'ay costumé d'appeller Sollicitation, qui a lieu lorsqu'un corps pesant tache à commencer le mouvement, et n'a pas encor conçu aucune impetuosité; et cela arrive justement quand les corps sont dans l'Equilibre, et tachant de descendre s'empêchent mutuellement. Mais quand un corps pesant a fait du progres en descendant librement, et a conçu de l'impetuosité ou de la Force vive, alors les hauteurs aux quelles ce corps pourroit arriver, ne sont point

*) Am Rande des Manuscripts hat Leibniz bemerkt: Ainsi il est estonnant que M. des Cartes a si bien évité l'écueil de la vîtesse prise pour la force, dans son petit traité de Statique ou de la Force morte, où il y avoit aucun danger, ayant tout réduit aux poids et hauteurs, quand cela estoit indifferent, et qu'il a abandonné les hauteurs pour les vîtesses dans le cas où il falloit faire tout le contraire, c'est à dire quand il s'agit des percussions ou forces vives qui se doivent mesurer par les poids et les hauteurs.

proportionnelles aux vîtesses, mais comme les quarrés des vîtesses. Et c'est pour cela qu'en cas de force vive les forces ne sont point comme les quantités de mouvement ou comme les produits des masses par les vîtesses.

Cependant il est remarquable et à contribuer à l'erreur que deux corps inégaux en force vive absolue, car c'est de quoy je parle, mais dont la quantité de mouvement est égale, peuvent s'arrêter, ce qui les a fait croire absolument d'égale force, comme par exemple deux corps A de masse 3 vîtesse 2, et B de masse 2 vîtesse 3. Car quoique A soit plus foible que B absolument, A ne pouvant élever une livre qu'à 12 pieds, si B peut élever une livre à 18 pieds; neantmoins dans le concours ils se peuvent arrêter, dont la raison est que les corps ne s'empêchent que selon les loix de la force morte ou de statique. Car étant élastiques comme on le suppose, ils n'agissent entre eux qu'en forces mortes ou selon l'équilibre dans le concours, c'est à dire par des changemens inassignables, parce qu'en se pressant, se résistant et s'affoiblissant continuellement de plus en plus jusqu'au repos, ils ne s'entredétruisent l'un l'autre à chaque moment que du mouvement infiniment petit, ou de la force morte, égale de part et d'autre; or la quantité de la force morte s'estime selon les loix de l'équilibre par la quantité de mouvement, infiniment petite à la vérité, mais dont la répétition continue épuise enfin toute la quantité du mouvement des deux corps, laquelle étant supposée égale dans l'un et dans l'autre corps, l'une et l'autre quantité de mouvement est épuisée en même temps, et par conséquent les corps sont réduits au repos tous deux en même temps par les pressions de leur ressorts qui se restituant par après rendent le mouvement. C'est cette diminution continue de la quantité de mouvement selon l'équilibre dans le concours des deux ressorts, que consiste la cause de ce paradoxe, que deux forces absolues inégales, mais qui ont les quantités de mouvement égales, doivent s'arrêter, par ce que cela arrive dans une action respective, où le combat ne se fait que selon les quantités de mouvement infiniment petites continuellement répétées.

Or il se trouve par la raison et par l'expérience, que c'est la Force vive absoluë, ou qui s'estime par l'effect violent qu'elle peut produire, qui se conserve, et nullement la quantité de mouvement. Car si cette force vive pouvoit jamais s'augmenter,

il y auroit l'effect plus puisant que la cause, ou bien le mouvement perpetuel mecanique, c'est à dire qui pourroit reproduire sa cause et quelque chose de plus, ce qui est absurde. Mais si la force se pouvoit diminuer, elle periroit enfin tout à fait, car ne pouvant jamais augmenter, et pouvant pourtant diminuer, elle iroit toujours de plus en plus en decadence, ce qui est sans doute contraire à l'ordre des choses. L'experience le confirme aussi, et on trouvera toujours que si les corps convertissoient leur mouvemens horizontaux en mouvemens d'ascension, ils pourroient toujours elever en somme le même poids à la même hauteur avant ou apres le choc, supposé que rien de la force n'ait esté absorbé dans le choc par les parties des corps, lorsque ces corps ne sont pas parfaitement Elastiques, sans parler de ce qu'absorbe le milieu, la base et autres circonstances. Mais comme c'est une chose que j'ay éclaircie assez autresfois, je ne la repeteray pas.

Maintenant je suis bien aise de donner encor un autre tour à la chose et de faire voir encor la conservation de quelque chose de plus approchant à la quantité du mouvement, c'est à dire la conservation de l'action motrice. Voicy donc la regle generale que j'establis. Quelques changemens qui puissent arriver entre des corps concourans, de quelque nombre qu'ils soyent, il faut qu'il y ait toujours dans les corps concourans entre eux seuls, la même quantité de l'Action motrice dans un même intervalle de temps. Par exemple il y doit avoir durant cette heure autant d'action motrice dans l'univers ou dans des corps donnés, agissans entre eux seuls, qu'il y en aura durant quelque autre heure que ce soit.

Pour entendre cette regle, il faut expliquer l'Estime de l'Action Motrice, toute differente de la Quantité de Mouvement, de la maniere que la quantité de mouvement a coutume d'estre entendue suivant ce qu'on a expliqué cy dessus. Or à fin que l'Action Motrice puisse estre estimée, il faut premierement estimer l'Effect Formel du mouvement. Cet effect formel ou essentiel au mouvement consiste dans ce qui est changé par le mouvement, c'est à dire dans la quantité de la masse qui est transferée, et dans l'espace ou dans la longueur, par laquelle cette masse est transferée. C'est là l'effect essentiel du mouvement, ou ce qui s'y trouve changé: car ce corps estoit là, maintenant il est icy: le corps est tant et la distance est telle. Je conçois pour plus de facilité

que le corps est mù en sorte que chaque point decrit une ligne droite egale et parallele à celle de tout autre point du même corps. J'entends aussi un mouvement uniforme et continu. Cela posé, l'Effect formel du mouvement est le produit de la masse qui se transfere multipliée par la longueur de la translation, ou bien les Effects formels sont en raison composée des masses et des longueurs de la translation, de sorte qu'un corps comme 2 estant transporté de la longueur de 3 pieds, et un autre corps comme 3 estant transporté de la longueur de 2 pieds, les effects formels sont egaux. Il faut bien distinguer ce que j'appelle icy l'Effect formel ou essentiel au mouvement, de ce que j'ay appelé cy dessus l'effect violent. Car l'effect violent consume la force et s'exerce sur quelque chose de dehors; mais l'Effect formel consiste dans le corps en mouvement, pris en luy même, et ne consume point la force, et même il la conserve plustost, puisque la même translation de la même masse se doit toujours continuer, si rien de dehors ne l'empêche: c'est pour cette raison que les Forces absolues sont comme les Effects violens qui les consomment, mais nullement comme les effects formels.

Maintenant il sera plus aisé d'entendre ce que c'est que l'Action motrice: il faut donc l'estimer non seulement par son Effect formel qu'elle produit, mais encor par la vigueur ou velocity avec laquelle elle le produit. On veut faire transporter 100 livres à une lieue d'icy; c'est là l'effect formel qu'on demande. L'un le veut faire dans une heure, l'autre dans deux heures; je dis que l'action du premier est double de celle du second, estant doublement prompte sur un effect egal. Je suppose toujours le mouvement continu et uniforme. On peut dire aussi qu'un corps comme 3 estant transporté de la longueur de 5 pieds, dans 15 minutes de temps, c'est la même action que si un corps comme 1 estoit transporté de la longueur d'un pied, dans une minute de temps.

Cette definition de l'Action Motrice se justifie assez à priori par ce qu'il est manifeste que dans une action purement formelle prise en elle même, comme icy est celle d'un corps mouvant considéré à part, il y a deux points à examiner, l'effect formel ou ce qui est changé, et la promptitude du changement, car il est bien manifeste que celui qui produit le même effect formel en moins de temps, agit d'avantage. Mais si quelcun s'obstinoit à me dis-



puter cette definition de l'Action motrice, il me suffiroit de dire, qu'il m'est arbitraire d'appeller Action motrice ce que je viens d'expliquer, pourveu que la nature justifie par apres la realité de cette definition nominale, c'est ce qu'elle sera lorsque je feray voir que c'est justement cela dont la nature conserve la quantité.

Or puisque l'action motrice est ce qui vient en multipliant l'Effect formel par la velocity, je veux donner plus distinctement l'estime de la velocity. L'on sait que deux mobiles parcourant uniformement le même espace dans des temps inegaux, la vistesse de celui qui le parcourra en moins de temps sera la plus grande, à proportion que le temps sera plus court. Ainsi les espaces parcourus estant egaux, les vistesses sont reciproquement proportionnelles aux temps. Mais si les temps estoient egaux, les vistesses seroient comme les espaces parcourus. Car un corps en mouvement ayant parcouru un pied dans une minute, et l'autre deux pieds, il est manifeste que la vistesse du second est double. Ains les vistesses sont en raison composée de la directe des espaces parcourus et de la reciproque des temps employés. Ou ce qui est la même chose, pour avoir l'estime de la vistesse, il faut prendre l'espace et le diviser par le temps. Par exemple A acheve 4 pieds en 3 secondes et B acheve 2 pieds dans une seconde, la vistesse d'A sera comme 4 divisé par 3, c'est à dire comme $\frac{4}{3}$, et la vistesse de B sera comme 2 divisé par 1, c'est à dire comme 2, de sorte que la vistesse d'A sera à celle de B comme $\frac{4}{3}$ à 2, c'est à dire comme 2 à 3.

Maintenant il s'agit de verifier la conservation de l'action motrice. J'en puis donner la demonstration generale en peu de mots, parce que j'ay prouvé deja ailleurs que la même force se conserve, et parce que dans le fonds l'exercice de la force ou la force menée dans le temps est l'action, la nature abstraite de la force ne consistant qu'en cela. Ainsi puisque la même force se conserve et puisque l'action est le produit de la force par le temps, la même action se conservera dans des temps egaux. Mais je le veux verifier par le detail des loix du mouvement établies par l'experience et receues communement. Je me contenteray d'un exemple; mais on en trouvera autant dans tout autre exemple qu'on voudra choisir. Et même on en pourra voir d'abord la raison generale, en faisant le calcul in abstracto, ou en general et par lettres, sans employer aucuns nombres particuliers.

Mais pour l'intelligence de tout le monde j'aime mieux de donner un exemple en nombres.

Soit un angle droit LMN (fig. 22) dont les costés LM, LN soient prolongés à discretion. Soit menée une droite AM, en sorte que prolongée au delà du point M elle couperoit l'angle LMN en deux parties egales. On pourra considerer ${}_1AM$ comme l'hypotenuse d'un quarré dont le costé soit appellé 1. Cela estant, je suppose que le corps A*) estant dans le lieu ${}_1A$ au moment 1, A aille du point ${}_1A$ au point M, pendant le temps 1, 2, et y rencontre au moment 2 les deux corps B et C, qui avoient esté en repos pendant le temps 1, 2, ce qui se connoist dans la figure, en ce que leur place se designe par ${}_1B$ et par ${}_2B$, comme aussi par ${}_1C$ et par ${}_2C$. Or le corps A rencontrant les deux corps en M dans le moment 2, estant en M ou ${}_2A$, les chassera et se mettra au repos en M, point qui sera encor ${}_3A$ et ${}_4A$, parce qu' A y demeurera pendant les temps 2, 3 et 3, 4 que je suppose tous deux egaux entre eux et au temps 1, 2. Mais B ira vers L du moment 2 pendant le temps 2, 3 avec une vistesse comme 1, et rencontrera au moment 3 le corps D, qui estoit allé auparavant devant luy pendant le temps 1, 2 du lieu ${}_1D$ au lieu ${}_2D$, et pendant le temps 2, 3 du lieu ${}_2D$ au lieu ${}_3D$ avec une vistesse comme $\frac{1}{2}$. Or B rencontrant D au moment 3 luy donnera la vistesse ${}_3D$ à ${}_4D$, c'est à dire dans le temps 3, 4 ${}_1D$ parviendra à ${}_4D$, et pendant ce temps là, B ira de ${}_3B$ à ${}_4B$ avec la vistesse ${}_3B$ à ${}_4B$. Il en sera de même de l'autre costé, où C poussé par A dans le moment 2, ira vers N avec la vistesse 1, et rencontrera au moment 3 le corps E, qui va contre luy estant allé auparavant pendant le temps 1, 2 du lieu ${}_1E$ au lieu ${}_2E$, et pendant le temps 2, 3 du lieu ${}_2E$ au ${}_3E$ avec une vistesse comme $\frac{2}{3}$. Or C rencontrant E au moment 3 luy donnera la vistesse ${}_3E$ à ${}_4E$, c'est à dire que dans le temps 3, 4 il vienne de ${}_3E$ à ${}_4E$. Et pendant ce temps là, C ira de ${}_3C$ à ${}_4C$ avec la vistesse ${}_3C$ à ${}_4C$.

Suit le registre des masses et des vistesses.

Les masses des corps A, B, C, D, E sont 1, 1, 1, 2, $\frac{4}{3}$.

Pendant le temps 1, 2 les vistesses des corps A, B, C, D, E sont $\sqrt{2}$, 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$.

*) On ne compte point icy l'épaisseur des corps qu'on suppose peu considerable. Bemerkung von Leibniz.



Pendant le temps 2, 3 les vistes des corps A, B, C, D, E sont 0, 1, $1\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$.

Pendant le temps 3, 4 les vistes des corps A, B, C, D, E sont 0, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{14}{3}$, où il est à remarquer que le corps C au lieu d'avancer réfléchit en arrière avec la vistes $\frac{1}{3}$.

La justification de ces nombres se trouvera dans les règles ou Equations que nous assignerons plus bas.

Faisons maintenant le compte des Actions Motrices pendant les temps egaux entre eux 1, 2; 2, 3; 3, 4.

Pendant le temps 1, 2.

A est de masse 1, la longueur de la translation ${}_1A_2A$ est $\sqrt{2}$. Donc multipliant un par l'autre, l'effect formel est $\sqrt{2}$. La vistes provient en divisant la longueur $\sqrt{2}$ par le temps 1, ce qui fait $\sqrt{2}$. Et multipliant l'effect par la vistes, l'action motrice d'A est 2.

B et C sont en repos pendant ce temps en ${}_1B_2B$, ou ${}_1C_2C$, donc leur Action motrice est 0.

D est de masse 2, la longueur de la translation $\frac{1}{2}$, l'Effect formel 2 par $\frac{1}{2}$ ou 1. La longueur $\frac{1}{2}$ estant divisée par le temps 1 vient la vistes $\frac{1}{2}$, et l'effect multiplié par la vistes est 1 par $\frac{1}{2}$, ou $\frac{1}{2}$, ce qui est l'action de D.

E est de masse $\frac{1}{2}$, la longueur de la translation $\frac{2}{3}$, par conséquent l'Effect $\frac{1}{3}$. Or la longueur $\frac{2}{3}$ divisée par 1 donne la vistes $\frac{2}{3}$, laquelle multipliée par l'effect fournit $\frac{2}{9}$ Action d'E.

Et la somme de toutes les Actions Motrices des corps A, B, C, D, E pendant le temps 1, 2 est $2+0+0+\frac{1}{2}+\frac{2}{9}=\frac{19}{9}$.

Pendant le temps 2, 3.

A est en repos et son action est 0.

B est de masse 1, la longueur de la translation 1 (sçavoir ${}_2B_3B$), l'Effect formel 1, la longueur 1 divisée par le temps 1 donne la vistes 1, laquelle estant multipliée par l'Effect 1 vient 1, qui est l'Action de B.

C; le calcul est le même à l'égard de C et il vient la même Action 1.

D a la même Action qu'au temps precedent savoir $\frac{1}{2}$.

E de même a la même Action qu'au temps precedent savoir $\frac{2}{9}$.

Et la somme de toutes les actions motrices des corps

A, B, C, D, E pendant le temps 2, 3 est $0+1+1+\frac{1}{2}+\frac{2}{9}=\frac{49}{9}$, comme auparavant.

Enfin pendant le temps 3, 4.

A est en repos et son action est 0.

B est de masse 1, la longueur de la translation savoir ${}_3B_4B$ est $\frac{1}{3}$, donc l'Effect est $\frac{1}{3}$. La même longueur $\frac{1}{3}$ divisée par le temps 1 donne $\frac{1}{3}$ pour la vistes, laquelle multipliée par l'Effect, il vient $\frac{1}{9}$, Action de B.

C est de masse 1, la longueur de la translation ${}_3C_4C$ est $\frac{1}{3}$, donc l'Effect formel est $\frac{1}{3}$. Car il n'importe point icy, lors qu'on cherche des choses absolues, si C avance par ${}_3C_4C$, ou réfléchit en arrière comme il fait en effect. La même longueur $\frac{1}{3}$ divisée par le temps 1 donne la vistes $\frac{1}{3}$, laquelle multipliée par l'Effect, il vient $\frac{1}{9}$ pour l'Action de C.

D est de masse 2, la longueur de la translation ${}_3D_4D$ est $\frac{2}{3}$, donc l'effect est $\frac{2}{3}$. La même longueur divisée par le temps 1 est $\frac{2}{3}$ ou la vistes, laquelle multipliée par l'Effect, il vient $\frac{4}{9}$ qui est l'Action de D.

E est de masse $\frac{1}{2}$, la longueur de la translation est $\frac{1}{3}$, l'effect $\frac{1}{3}$. La même longueur divisée par le temps 1 est $\frac{1}{3}$, c'est à dire la vistes, laquelle multipliée par l'Effect vient $\frac{1}{9}$ pour l'Action d'E.

Et la somme de toutes les Actions motrices des corps A, B, C, D, E pendant le temps 3, 4 est $0+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\frac{18+2+2+2+2}{9}=\frac{44}{9}$, comme dans chacun des temps precedens.

J'ay suivi dans ce calcul la methode generale, car comme non seulement les Actions Motrices sont egales dans les temps egaux, mais proportionelles aux temps dans les temps inegaux, j'ay divisé l'Espace par le temps pour avoir la vistes, mais quand le temps est toujours le même, comme icy, et ainsi on le peut prendre pour l'unité, la division par le temps change rien, et par conséquent pour la vistes on peut prendre le nombre de la longueur de la translation, les vistes estant comme les espaces: d'où il est manifeste que l'Effect estant le produit de la masse et de l'espace, et la vistes estant comme l'espace, l'Action est comme le produit de la masse par le carré de l'espace de la translation (on entend une translation horizontale dans les corps



pesans) ou comme le produit de la masse par le carré de la vitesse. Or je prouveray plus bas dans la 3^{me} Equation, que la somme de ces produits des masses par les carrés des vitesses se conserve dans le concours des corps. Donc il est prouvé que l'Action motrice se conserve, sans parler d'autres preuves, par lesquelles j'ay fait voir ailleurs que les forces se conservent et que les forces sont comme les produits des masses par les carrés des vitesses, pendant que les Actions sont comme les produits des forces par les temps, de sorte que si on ne savoit pas d'ailleurs cette estime et conservation de la Force, on l'apprendroit icy, en trouvant par le calcul en detail ou même en general par la 3^{me} equation plus bas que l'Action motrice se conserve; or il est clair que les Actions Motrices sont en raison composée des forces et des temps, et les temps estant les memes, les actions motrices sont comme les puissances ou forces.

Mais on s'etonnera d'où vient ce succes? qui ne manquera jamais quelque embarrassé que soit l'exemple qu'on pourra prendre. Cela se peut prouver à priori independamment des regles du mouvement receues, et c'est ce que j'ay montré plusieurs fois par des differentes voyes. Mais icy je feray voir que cela se prouve par ces regles mêmes de la percussion que l'experience a justifiées, et dont on peut donner raison par la methode d'un bateau, comme a fait M. Hugens, et par beaucoup d'autres manieres, quoyqu'on soit toujours obligé de supposer quelque chose de non-mathématique qui a sa source de plus haut. Cependant je reduiray le tout à trois equations fort simples et belles, et qui contiennent tout ce qui regarde le concours central de deux corps sur une même droite.

Vitesses conspirantes

du corps a avant le choc v apres x
 b y z

J'appelle ces vitesses conspirantes, parce que je suppose qu'elles tendent toutes du costé où va le centre de gravité commun des deux corps. Mais si peustre quelque vitesse va véritablement au sens contraire, alors la lettre qui exprime la vitesse conspirante, signifie une quantité negative. Mais on prendra toujours le corps a pour un corps dont la vitesse est véritablement conspirante ou va du costé du centre de gravité avant le choc, et même en sorte que le corps a suive et ne precede pas le centre

de gravité commun. Ainsi les signes ne varient point en v, mais il peuvent varier en y, z, x. Voicy maintenant nos trois equations:

I. Equation Lineale, qui exprime la conservation de la cause du choc ou de la vitesse respective

$$v - y = z - x$$

et $v - y$ signifie la vitesse respective entre les corps avant le choc avec laquelle ils s'approchent, et $z - x$ signifie la vitesse respective avec laquelle ils s'éloignent apres le choc. Et cette vitesse respective est toujours de la même quantité avant ou apres le choc, supposé que les corps soyent bien Elastiques, c'est ce que dit cette Equation. Il faut seulement remarquer que les signes variant dans l'explication du detail, cette regle generale renfermera tous les cas particuliers. Ce qui arrive aussi dans l'Equation suivante:

II. Equation plane, qui exprime la conservation du progrès commun ou total des deux corps

$$av + by = ax + bz.$$

J'appelle progrès icy la quantité de mouvement qui va du costé du centre de gravité, de sorte que si le corps b par exemple alloit du sens contraire avant le choc, et qu'ainsi sa vitesse conspirante y fut negative ou fut exprimée par $-y$, entendant par y mo-lem ou ce qu'il y a de positif dans y, alors le progrès d'a sera av, le progres de b sera $-b(y)$. Et le progrès total sera $av - b(y)$, qui est la difference des quantités de mouvement des deux corps. Si les corps a et b vont d'un même costé avant et apres le choc, ces lettres v, y, x, z ne signifient que des velocities conspirantes veritables ou affirmatives, et par consequent dans ce cas il paroist par cette Equation que la même quantité de mouvement se conservera apres et avant le choc. Mais si les corps a et b alloient en sens contraire avant le choc et en même sens apres le choc, la difference de la quantité de mouvement avant le choc seroit egale à la somme de la quantité de mouvement apres le choc. Et il y aura d'autres variations semblables selon la variation des signes des lettres y, x, z.

III. Equation Solide, qui exprime la conservation de la force totale absolue ou de l'Action Motrice

$$avv + byy = axx + bzz$$

Cette Equation a cela d'excellent, que toutes les variations des signes qui ne peuvent venir que de la diverse direction des vis-



tesses y, x, z, Y , cessent, par ce que toutes les lettres qui expriment ces vistesses montent icy au quarré. Or $-y$ et $+y$ ont le même quarré $+yy$, de sorte que toutes ces différentes directions d'y font plus rien. Et c'est aussi pour cela que cette Equation donne quelque chose d'absolu, independant des vistesses respectives, ou des progrès d'un certain costé. Il ne s'agit icy que d'estimer les masses et les vistesses, sans se mettre en peine de quel costé vont ces vistesses. Et c'est ce qui satisfait en même temps à la rigueur des mathematiciens et au souhait des philosophes, aux experiences et aux raisons tirées de differens principes.

Quoyque je mette ensemble ces trois Equations pour la beauté et pour l'harmonie, neantmoins deux en pourroient suffire pour la nécessité. Car prenant deux quelconques de ces equations, on en peut inferer celle qui reste. Ainsi la premiere et la seconde donnent la troisieme de la maniere que voicy. Par la premiere il y aura $v+x=y+z$, par la seconde il y aura $a, v-x=b, z-y$, et multipliant une equation par l'autre selon les costés repondans il y aura $a, v-x, v+x=b, z-y, z+y$, ce qui fait $avv-axx=bzz-hyy$, ou l'Equation troisieme. De même la premiere et la troisieme donnent la seconde, car $a, vv-xx=b, zz-yy$ qui est la 3^{me}, divisée par la premiere $v+x=z+y$, costé par costé, il y aura $a, vv-xx, \therefore v+x=b, zz-yy, \therefore z+y$, ce qui fait $a, v-x=b, z-y$, c'est à dire l'equation seconde. Enfin la 2^{de} et la 3^{me} equation donnent la premiere. Car la troisieme $a, vv-xx=b, zz-yy$ divisée par la seconde, sçavoir par $a, v-x=b, z-y$ donne $\frac{a, vv-xx}{a, v-x} = \frac{b, zz-yy}{b, z-y}$, ce qui fait $v+x=z+y$, selon l'Equation premiere.

Je n'ajouteray qu'une Remarque, qui est que plusieurs distinguent entre les corps durs et mols, et les durs mêmes en Elastiques ou non, et bastissent là dessus des différentes regles. Mais on peut prendre les corps naturellement pour Durs-Elastiques, sans nier pourtant que l'Elasticité doit toujours venir d'un fluide plus subtil et penetrant, dont le mouvement est troublé par la tension ou par le changement de l'Elastique. Et comme ce fluide doit estre composé luy même à son tour des petits corps solides, elastiques entre eux, on voit bien que cette Replication des Solides et des Fluides va à l'infini. Or cette Elasticité des corps est necessaire à la Nature, pour obtenir l'Execution des

grandes et belles loix que son Auteur infiniment sage s'est proposé, parmi lesquelles ne sont pas les moindres, ces deux Loix de la Nature que j'ay fait connoistre le premier, dont la premiere est la loy de la conservation de la force absolue ou de l'action motrice dans l'univers avec quelques autres conservations absolues nouvelles qui en dependent et que j'expliqueray un jour, et la seconde est la loy de la continuité, en vertu de laquelle entre autres effets, tout changement doit arriver par des passages inassignables et jamais par saut. Ce qui fait aussi que la nature ne souffre point de corps durs non-elastiques. Pour monstrier cela, feignons qu'un globe dur non-elastique aille choquer un globe pareil en repos: apres le choc il faut ou que les deux globes se reposent, en quel cas la loy de la conservation de la force seroit violée, ou qu'il y ait du mouvement et que le globe qui estoit en repos en recoive, ne pouvant pas estre pris pour inebriansable, quoyque quand même on le feindroit tel, il faudroit que le choquant (pour conserver la force) reflexist tout d'un coup en arriere. Ce qui est un changement defendu, puisqu'il se feroit par saut, un corps qui va d'un certain costé devant affoiblir son mouvement jusqu'au repos avant que de commencer d'aller peu à peu de plus en plus en arriere. Mais le globe choqué devant recevoir du mouvement, il y aura encor un changement par saut, le globe choqué qui estoit en repos devant recevoir un certain degré de vitesse tout d'un coup, n'estant point pliable pour la recevoir peu à peu et par degrés. Estant manifeste aussi qu'il faut ou que le globe choquant passe tout d'un coup au repos, ce qui seroit déjà un changement par saut, ou que si ce globe choquant retient une certaine vitesse, le globe choqué qui estoit en repos en recoive une tout d'un coup qui ne soit pas moindre que celle du choquant, puisque le choqué doit ou arrester le choquant, ou aller devant luy. Ainsi le choquant passe tout d'un coup de la vitesse au repos, ou du moins le choqué passe tout d'un coup du repos à un certain degré de vitesse, sans passer par les degrés moyens; ce qui est contraire à la loy de la continuité, qui n'admet aucun changement par saut dans la nature. J'ai encor bien d'autres raisons qui concourent toutes à bannir les corps durs non-elastiques, mais ce n'est pas icy le lieu de s'étendre là dessus.

Cependant il faut avouer, quoyque les corps doivent estre



ainsi naturellement élastiques dans le sens que je viens d'expliquer, que néanmoins l'Elasticité souvent paroît pas assez dans les masses ou corps que nous employons, quand même ces masses seroient composées de parties élastiques et ressembleroient à un sac plein de petites boules dures qui cederoient à un choc médiocre, sans remettre le sac, comme l'on voit des corps mols ou qui obeissent sans se remettre assez. C'est que les parties n'y sont point assez liées, pour transférer leur changement sur le tout. D'où vient que dans le choc de tels corps une partie de la force est absorbée par les petites parties qui composent la masse, sans que cette force soit rendue au total: et cela doit toujours arriver lorsque la masse pressée ne se remet point parfaitement. Quoiqu'il arrive aussi qu'une masse se montre plus ou moins Élastique selon la différente manière du choc, témoin l'eau même qui cède à une impression médiocre, et fait rebondir une balle de canon.

Or quand les parties des corps absorbent la force du choc, en tout comme lors que deux morceaux de terre grasse ou d'argille se choquent, ou en partie comme lors que deux boules de bois se rencontrent, qui sont bien moins élastiques que deux globes de jaspe ou d'acier trempé: quand, dis-je, de la force est absorbée par les parties, c'est autant de perdu pour la force absolue, et pour la vitesse respective, c'est à dire pour la troisième et pour la première Equation, qui ne réussissent pas, puisque ce qui reste après le choc est devenu moindre que ce qui étoit avant le choc, à cause d'une partie de la force détournée ailleurs. Mais la quantité du progrès ou bien la seconde Equation n'y est point intéressée. Et même le mouvement de ce progrès total demeure seul, lorsque les deux corps vont ensemble après le choc avec la vitesse de leur centre commun, comme feroient deux boules de terre grasse ou argille. Mais dans les demi-élastiques comme deux boules de bois, il arrive encor de plus que les corps s'éloignent entre eux après le choc, quoiqu'avec un affaiblissement de la première Equation, suivant cette force du choc qui n'a point été absorbée. Et sur quelques expériences touchant le degré de l'élasticité de ce bois, on pourroit prédire ce qui devoient arriver aux boules qui en seroient faites en toute sorte de rencontres ou chocs. Cependant ce déchet de la force totale ou ce manquement de la troisième Equation ne déroge point à la vérité inviolable de la loi

de la conservation de la même force dans le monde. Car ce qui est absorbé par les petites parties, n'est point perdu absolument pour l'univers, quoiqu'il soit perdu pour la force totale des corps concourans.

XIII.

REGLE GENERALE DE LA COMPOSITION DES MOUVEMENS.

Si les droites AB, AC, AD, AE etc. (fig. 23) représentent les diverses tendances ou les mouvemens particuliers d'un mobile A, qui doivent composer un mouvement total; et si G est le centre de gravité de tous les points de tendance B, C, D, E etc.; enfin si AG est prolongée au delà de G jusqu'à M, en sorte qu'AM soit à AG, comme le nombre des mouvemens particuliers ou composans est à l'unité: le mouvement composé sera AM.

C'est à dire, pour parler plus familièrement: Si le mobile A étoit parvenu dans une seconde de temps d'A jusqu'à B, en cas qu'il eût été poussé par le seul mouvement AB (que je suppose toujours uniforme ici), et encore de même, s'il étoit parvenu dans une seconde jusqu'à C ou D ou E etc. en cas qu'il eût été poussé par un de ces mouvemens tout seul: maintenant que ce mobile est poussé en même temps par tous ces mouvemens ensemble, ne pouvant pas aller en même temps de plusieurs côtés, il ira vers G, le centre de gravité de tous les points de tendance B, C, D, E etc. mais d'autant plus loin qu'il y a plus de tendances, de sorte qu'il parviendra dans une seconde jusqu'à M, si AM est à AG, comme le nombre des tendances est à l'unité. Ainsi il arrivera au mobile la même chose qui arriveroit à son centre de gravité, si ce mobile se partageoit également entre ces mouvemens, pour satisfaire parfaitement à tous ensemble. Car le mobile étant partagé également entre quatre tendances, il ne peut échoir à chacune qu'une quatrième partie du mobile, qui devra aller quatre fois plus loin, pour avoir autant de progrès, que si le mobile tout entier avoit satisfait à chaque tendance; mais ainsi le centre de gravité de toutes ces parties iroit aussi quatre fois plus loin. Maintenant le partage



n'ayant point de lien, le tout ira comme le centre des partages, pour satisfaire à chaque tendance en particulier, autant qu'il est possible sans le partage. Et il en provient autant que si on avoit fait les partages et réuni les parties au centre, après avoir satisfait aux mouvemens particuliers.

Cette explication peut tenir lieu de démonstration. Mais ceux qui en demandent une à la façon ordinaire, la trouveront aisément en poursuivant ce qui suit. Si on mène par A deux droites qui soient dans un même plan avec tous les mouvemens et qui fasse un angle droit en A, on pourra résoudre chacun de tous ces mouvemens particuliers en deux, pris sur les côtés de cet angle droit. Ainsi la composition de tous les mouvemens sur un des côtés sera le mouvement moyen arithmétique, multiplié par le nombre des mouvemens, c'est à dire, pour avoir la distance entre A et le point de tendance de ce mouvement composé, pris sur ce côté, il faudra multiplier la distance du centre de gravité de tous les points de tendance sur le même côté par le nombre de tendance. Car l'on sçait, que la distance entre A et le centre de gravité des points pris sur une même droite avec A, est la moyenne arithmétique des distances entre A et ces points, de quelque nombre qu'ils puissent être. J'appelle grandeur moyenne arithmétique entre plusieurs grandeurs, celle qui se fait par leur somme divisée par leur nombre, observant que ce qui est en sens contraire est une quantité négative, dont l'addition est une soustraction en effet. Or puisqu'il faut multiplier par le nombre des tendances la distance du centre de gravité des points de tendance, pris tant sur l'un que sur l'autre côté de l'angle droit, pour déterminer le mouvement composé sur chacun des côtés, il s'ensuit que le mouvement total composé des mouvemens de ces deux côtés se déterminera de même. Ainsi la composition de plusieurs mouvemens faisant angle ensemble dans un même plan, se réduit à la composition de plusieurs mouvemens dans une même droite, et de deux mouvemens faisant angle droit. Que si les mouvemens donnés ne sont pas dans le même plan, il faut se servir de trois droites faisant angle entr'elles. Il est bon de remarquer, que dans cette composition des mouvemens, il se conserve toujours la même quantité de la progression, et non pas toujours la même quantité du mouvement. Par exemple, si deux tendances sont dans une même droite, mais en sens contraire, le mobile va du côté du plus fort, avec la diffé-

rence des vitesses, et non pas avec leur somme, comme il arriveroit si les tendances le portoient d'une même côté. Et si les deux tendances contraires étoient égales, il n'y auroit point de mouvement. Cependant tout cela suffit, pour ainsi dire, in abstracto, lorsqu'on suppose déjà ces tendances dans le mobile: mais in concreto, en considérant les causes qui les y doivent produire, on trouvera qu'il ne se conserve pas seulement en tout la même quantité du progrès, mais aussi la même quantité de la force absolue et entière, qui est encore différente de la quantité du mouvement. On donnera une autre fois deux Consectaires fort généraux et fort importans, qui se tirent de cette règle.

XIV.

DEUX PROBLEMES CONSTRUITS PAR G. G. LEIBNIZ EN EMPLOYANT SA REGLE GENERALE DE LA COMPOSITION DES MOUVEMENS.

Probleme I. Mener la tangente d'une ligne courbe qui se décrit par des filets tendus. Du point A de la courbe soit décrit un cercle quelconque, coupant les filets aux points B, C, D etc.; soit trouvé le centre de gravité de ces points, sçavoir G; et la droite AG sera perpendiculaire à la courbe, ou bien une droite menée par A, normale à AG, sera la tangente qu'on cherche. Lorsque le filet est double ou triple, il y faut considérer deux ou trois points dans un seul endroit, à peu près comme si un de ces points tenant lieu de plusieurs, étoit d'autant plus pesant. On peut appliquer cette construction non seulement aux coniques ordinaires, aux ovales de M. Descartes, aux coévolutions de M. de Tschirnhaus, mais encore à une infinité d'autres lignes. En voici la raison qui a servi de principe d'invention. C'est qu'on doit considérer que le stîle qui tend les filets, pourra être conçu comme ayant autant de directions égales en vitesse entr'elles, qu'il y a de filets: car il les tire également, et comme il les tire, il en est tiré. Ainsi sa direction composée (qui doit être dans la perpendiculaire à la courbe) passe par le centre de gravité d'autant de points qu'il y a de filets (par la nouvelle règle



des compositions du mouvement, que l'on trouve dans le No. précédent). Et ces points, à cause de l'égalité des tendances dans notre cas, sont également distans du stile, et tombent ainsi dans les intersections du cercle avec les filets. M. de Tschirnhaus dans son livre intitulé *Medicina mentis*, ayant cherché le premier ce problème, m'a donné occasion d'y arriver; ce que je fais en prenant une voye, qui a cet avantage que l'esprit y fait tout sans calcul et sans diagrammes.

M. Fatio y est aussi arrivé de son chef par une très belle voye, et l'a publié le premier. Enfin M. le Marquis de l'Hôpital a donné sur ce sujet l'énonciation la plus générale qu'on puisse souhaiter, fondée sur la nouvelle méthode du calcul des différences.

Probleme II. Un même mobile étant poussé en même tems par un nombre infini de sollicitations, trouver son mouvement. J'appelle sollicitations les efforts infiniment petits ou conatus, par lesquels le mobile est sollicité ou invité, pour ainsi dire, au mouvement, comme est par exemple l'action de la pesanteur, ou de la tendance centrifuge, dont il en faut une infinité pour composer un mouvement ordinaire. Cherchez le centre de gravité du lieu de tous les points de tendance de ces sollicitations, et la direction composée passera par ce centre: mais les vitesses produites seront proportionnelles aux grandeurs des lieux. Les lieux peuvent être des lignes, des surfaces, ou même des solides.

Le problème qu'on vient de résoudre est d'importance en Physique, car la nature ne produit jamais aucune action que par une multitude véritablement infinie des causes concourantes.

XV.

SPECIMEN DYNAMICUM PRO ADMIRANDIS NATURAE LEGIBUS CIRCA CORPORUM VIRES ET MUTUAS ACTIONES DETEGENDIS ET AD SUAS CAUSAS REVOCANDIS.

Pars I.

Ex quo Novae Scientiae Dynamicae condendae mentionem injecimus, multi Viri egregii variis in locis ubiorem hujus

doctrinae explicationem postularunt. Quando igitur librum componere nondum vacat, dabimus hoc loco, quae lucem aliquam accendere possint, fortasse etiam ad nos cum foenore redituram, si quidem sententias eorum eliciamus, qui vim cogitandi cum eloquendi humanitate conjunxerint, quorum judicia etiam grata nobis fore profitemur et ad profectorem operis profutura speramus. In rebus corporeis esse aliquid praeter extensionem, imo extensione prius, alibi admonuimus, nempe ipsam vim naturae ubique ab Autore inditam, quae non in simplici facultate consistit, qua Scholae contentae fuisse videntur, sed praeterea conatu sive nisu instruitur, effectum plenum habituro, nisi contrario conatu impediatur. Hic nisus passim sensibus occurrit, et meo judicio ubique in materia ratione intelligitur, etiam ubi sensui non patet. Quod si jam Deo per miraculum transcribi non debet, certe oportet, ut vis illa in ipsis corporibus ab ipso producat, imo ut intimam corporum naturam constituat, quando agere est character substantiarum, extensioque nil aliud quam jam praesuppositae nitentis renitentisque id est resistentis substantiae continuationem sive diffusionem dicit, tantum abest, ut ipsamet substantiam facere possit. Nec refert, quod omnis corporea actio a motu est, motusque ipse non est nisi a motu sive in corpore jam ante existente sive aliunde impresso. Nam motus (perinde ac tempus) nunquam existit, si rem ad *ἀναγκαστικὰ* revoces, quia nunquam totus existit, quando partes coexistentes non habet. Nihilque adeo in ipso reale est, quam momentaneum illud quod in vi ad mutationem nitente constitui debet. Huc igitur redit quicquid est in natura corporea praeter Geometriae objectum seu extensionem. Eaque demum ratione simul et veritati et doctrinae Veterum consulitur. Et quemadmodum Democriti corpuscula, et Platonis ideas, et Stoicorum in optimo rerum nexu tranquillitatem nostra aetas a contemtu absolvit, ita nunc Peripateticorum tradita de Formis sive Entelechiis (quae merito aenigmatica visa sunt vixque ipsis Autoribus recte percepta) ad notiones intelligibiles revocabuntur, ut adeo receptam a tot seculis Philosophiam explicare potius, ita ut constare sibi possit (ubi hoc patitur) atque illustrare porro novisque veritatibus augere, quam abolere necessarium putemus.

Atque haec studiorum ratio mihi et prudentiae docentis et utilitati discipulorum maxime accommodata videtur, ne destruendi quam aedificandi cupidores videamus neve inter perpetuas doctri-



nae mutationes audacium ingeniorum flatibus quotidie incerti jactentur, sed tandem aliquando humanum genus, refrenata sectarum libidine (quam inanis novandi gloria stimulat), constitutis certis dogmatibus, inoffenso pede non in Philosophia minus quam in Mathesi ad ulteriora progrediatur, cum in scriptis praestantium Virorum veterum et recentiorum (si ea fere adimas, quibus in alios durius dicunt) plurimum esse soleat veri et boni, quod erui et in publicos thesauros digeri meretur. Idque utinam facere malleut homines, quam censuris tempus prodigere, quibus tantum vanitati suae litant. Nobis certe, quibus in novis et nostris quibusdam ita favit fortuna, ut de his solis cogitare nos passim juberent amici, nescio quomodo tamen pleraque etiam aliena non displicent et suo quodque pretio, etsi diverso, censetur; cujus rei fortasse causa est, quod plura agitando nihil spernere didicimus. Sed nunc in viam redeamus.

Duplex autem est Vis Activa (quam cum nonnullis non male Virtutem appelles), nempe ut primitiva, quae in omni substantia corporea per se inest (cum corpus omnimode quiescens a rerum natura abhorreret arbitrer), aut derivativa, quae primitivae vel limitatione, per corporum inter se conflictus resultans, varie exercetur. Et primitiva quidem (quae nihil aliud est, quam *ἐντελέχεια ἢ πρόωτη*) animae vel formae substantiali respondet, sed vel ideo non nisi ad generales causas pertinet, quae phaenomenis explicandis sufficere non possunt. Itaque illis assentimur, qui formas in rerum sensibilibus causis propriis specialibusque tradendis adhibendas negant: quod monere operae pretium est, ne, dum eas velut postliminio ad fontes rerum aperiendos reducimus, simul ad vulgari Scholae battologias redire velle videamur. Interim necessaria earum notitia est ad recte philosophandum, nec quisquam se corporis naturam tenere satis putet, nisi animum talibus adverterit intellexeritque imperfectam, ne dicam falsam esse notionem illam substantiae corporeae crassam et ab imaginatione sola pendente ac philosophiae corpuscularis (per se egregiae verissimaeque) abusu ab aliquot annis incaute introductam, quemadmodum vel hoc argumento constat, quod omnimodam cessationem ac quietem a materia non excludit, nec legum naturae vim derivativam moderantium rationes afferre potest. Similiter vis quoque passiva duplex est, vel primitiva vel derivativa. Et quidem vis primitiva patiendi seu resistendi id ipsum constituit,

quod materia prima, si recte interpreteris, in Scholis appellatur, qua scilicet fit, ut corpus a corpore non penetretur, sed eidem obstaculum faciat, et simul ignavia quadam, ut sic dicam, id est ad motum repugnatione sit praeditum, neque adeo nisi fracta non-nihil vi agentis impelli se patiatur. Unde postea vis derivativa patiendi varie in materia secunda sese ostendit. Sed nostrum est, generalibus illis ac primitivis sepositis suppositisque quibus ob formam corpus omne semper agere et ob materiam corpus omne semper pati ac resistere docemur, nunc quidem pergere ulterius, et in hac doctrina de virtutibus et resistentiis derivativis tractare, quatenus variis nisibus pollent corpora aut rursus varie renituntur; his enim accommodantur leges actionum, quae non ratione tantum intelliguntur, sed et sensu ipso per phaenomena comprobantur.

Vim ergo derivativam, qua scilicet corpora actu in se invicem agunt aut a se invicem patiuntur, hoc loco non aliam intelligimus, quam quae motui (locali scilicet) cohaeret, et vicissim ad motum localem porro producendum tendit. Nam per motum localem caetera phaenomena materialia explicari posse agnoscimus. Motus est continua loci mutatio, itaque tempore indiget. Mobile tamen in motu existens, ut in tempore habet motum, ita in quovis momento habet velocitatem, quae tanto major est, quanto plus spatii percurritur minusque impenditur tempus. Velocitas sumta cum directione Conatus appellatur; Impetus autem est factum ex mole corporis in velocitatem, ejusque adeo quantitas est, quod Cartesiani appellare solent quantitatem motus, scilicet momentaneam, tametsi accuratius loquendo ipsius motus, quippe in tempore existens, quantitas ex aggregato impetuum durante tempore in mobili existentium (aequalium inaequaliumve) in tempus ordinatim ductorum nascatur. Nos tamen cum ipsis disputantes ipsorum loquendi morem secuti sumus. Quin etiam quemadmodum (non incommode ad usum loquendi doctrinale) ab accessu jam facto faciendove distinguere possumus accessionem quae nunc fit, tamquam incrementum accessus vel elementum; aut quemadmodum descensionem praesentem a facto jam descensu, quem auget, distinguere licet; ita possemus praesentaneum seu instantaneum motus elementum ab ipso motu per temporis tractum diffuso discernere et appellare Motionem; atque ita quantitas motionis dicitur, quae vulgo motui tribuitur. Et quanquam in verbis faciles



simus post interpretationem habitam, antea tamen nos in iis curiosos esse oportet, ne ambiguitate decipiamur.

Porro ut aestimatio motus per temporis tractum fit ex infinitis impetibus, ita vicissim impetus ipse (etsi res momentanea) fit ex infinitis gradibus successive eidem mobili impressis, habetque elementum quoddam, quo non nisi infinities replicato nasci potest. Finge tubum AC (fig. 24) in plano horizontali hujus paginae certa quadam uniformi celeritate rotari circa centrum C immotum, et globum B in tubi cavitate existentem liberari vinculo vel impedimento, atque incipere moveri vi centrifuga; manifestum est, initio conatum a centro recedendi, quo scilicet globus B in tubo tendet versus ejus extremitatem A, esse infinite parvum respectu impetus quem jam tum habet a rotatione, seu quo cum tubo ipso globus B a loco D tendet versus (D) retenta a centro distantia. Sed continuata aliquamdiu impressione centrifuga a rotatione procedente, progressu ipso oportet nasci in globo impetum quandam centrifugum completum (D)B comparabilem cum impetu rotationis D(D). Hinc patet duplicem esse Nisum, nempe elementarem seu infinite parvum, quem et sollicitationem appello, et formatum continuatione seu repetitione Nisuum elementarium, id est impetum ipsum, quanquam non ideo velim haec Entia Mathematica reapse sic reperiri in natura, sed tantum ad accuratas aestimationes abstractione animi faciendas prodesse.

Hinc Vis quoque duplex: alia elementaris, quam et mortuam appello, quia in ea nondum existit motus, sed tantum sollicitatio ad motum, qualis est globi in tubo, aut lapidis in funda, etiam dum adhuc vinculo tenetur; alia vero vis ordinaria est, cum motu actuali conjuncta, quam voco vivam. Et vis mortuae quidem exemplum est ipsa vis centrifuga, itemque vis gravitatis seu centripeta, vis etiam qua Elastrum tensum se restituere incipit. Sed in percussione, quae nascitur a gravi jam aliquamdiu cadente, aut ab arcu se aliquamdiu restituente, aut a simili causa vis est viva, ex infinitis vis mortuae impressionibus continuatis nata. Et hoc est quod Galilaeus voluit, cum aenigmatica loquendi ratione percussio vim infinitam dixit, scilicet si cum simplice gravitatis nisu comparetur. Etsi autem impetus cum vi viva semper sit conjunctus, differre tamen haec duo infra ostendetur.

Vis viva in aliquo corporum aggregato rursus duplex intelligi potest, totalis scilicet, vel partialis; et partialis iterum

vel respectiva vel directiva, id est vel propria partibus vel communis. Respectiva sive propria est, qua corpora aggregato comprehensa possunt agere in se invicem; directiva seu communis est, qua praeterea ipsum aggregatum extra se agere potest. Voco autem directivam, quia directionis totalis vis integra in hac vi partiali conservatur. Ea autem sola superesset, si subito aggregatum congelascere fingeretur motu partium inter se intercepto. Unde ex vi respectiva et directiva simul sumtis componitur vis totalis absoluta. Sed haec melius ex tradendis infra regulis intelligentur.

Veteres, quantum constat, solus vis mortuae scientiam habuerunt, eaque est, quae vulgo dicitur Mechanica, agens de vecte, trochlea, plano inclinato (quo cuneus et cochlea pertinent), aequilibrio liquorum, et similibus, ubi non nisi de conatu primo corporum in se invicem tractatur, antequam impetum agendo conceperunt. Et licet leges vis mortuae ad vivam transferri aliquo modo possint, magna tamen cautione opus est, ut vel hinc decepti sint, qui vim in universum cum quantitate ex ductu molis in velocitatem facta confuderunt, quod vim mortuam in ratione horum composita esse deprehendissent. Nam ea res ibi speciali ratione contingit, ut jam olim admonuimus, quoniam (exempli gratia) gravibus diversis descendentibus, in ipso initio motus utique ipsi descensus seu ipsae quantitates spatiorum descensu percussorum, nempe adhuc infinite parvae seu elementares sunt celeritatibus seu conatibus descendendi proportionales. Sed progressu facto, et vi viva nata, celeritates acquisitae non amplius proportionales sunt spatiis descensu jam percursis, quibus tamen vim aestimandam olim ostendimus ampliusque ostendemus, sed tantum earum elementis. Galilaeus de vi viva (alio licet nomine, imo conceptu) agere coepit primusque explicuit, quomodo acceleratione gravium descendantium motus nascatur. Cartesius recte discrevit velocitatem a directione, et vidit etiam in conflictu corporum id sequi, quo minime mutantur priora. Sed minimam mutationem non recte aestimavit, dum solam directionem vel solam velocitatem mutat, cum temperata ex ambobus instituenda esset mutatio: quod quomodo fieri deberet, ipsum fugit, quia res tam heterogeneae comparari ac temperari posse, ipsi modalibus potius tunc quam realibus intento non videbantur, ut alios ejus in hac doctrina lapsus taceamus.

Honoratus Fabri, Marcus Marci, Joh. Alph.