testinum minus perturbet, exemplo flammae, in qua expulsionem unius et attractionem alterius ipsi sensus docent. Quodsi quis jam altius ista repeti desideret, is cogitet Globum fluidum fuisse, atque adeo in se motum varium intestinum habuisse, motibus ambientium sese accommodantem, et instar guttae olei in aqua natantis fuisse rotundatum, ut ambientia quam minimum perturbarentur, et tunc quoque cum paulatim induruit, pervium mansisse et meatus convenientes motibus fluidi residui ingredientis retinuisse. Et quidem natura fluidi est motus intestinos habere varios, qui ubi ab ambientibus coërcentur ne avolet materia, redeunt in se ipsos adeoque in circulares abeunt, et circulos magnos affectant, quia ita maximum retinent conatum recedendi. A quo jam detruduntur ea corpora, quibus minus hujus fluidi includitur seu in quibus minor conatus recedendi. Itaque si vis centrifuga adhibenda est ex Kepleri invento, non deduci debet ex motu aetheris in aequatore et parallelis qui ad axem telluris detruderet, sed ut jam olim annotare memini, circulis magnis quorum idem cum globo centrum, quales sunt meridiani, exemplo ejus motus qui in magnetis atmosphaera apparet, licet enim in fluido motus sit circularis varius in omnes partes in circulis magnis quibuscunque, nihil tamen prohibet esse quosdam polos, per quorum meridianos sit validior materiae cujusdam cursus ad systematis situm accommodatus. Ita variae causae assignatae coincidunt inter se hac explicandi ratione habemusque simul radiationem sphaericam, attractionem magnetis, explosionem perturbantis, fluidi motum intestinum, circulationem atmosphaerae conspirantes vim centrifugam. Sed quaecunque sit causa gravitatis, sufficere nobis potest Globum attrahentem radios materiales radiis lucis analogos propellere seu impulsuum lineas emittere in omnem plagam a centro recedentes; non quasi partes a tellure ad grave usque pervenire necesse sit, sed quod materia materiam contiguam impellente impetus propagetur ut in lumine et sono, et liquoribus motis. Quanquam erraverint, quibus persuasum fuit propagationem alicujus effectus sensibilis fieri posse in instanti. Radii autem ut ita dicam Magnetici seu quibus attractio efficitur, consistunt in conatu recessivo fluidi cujusdam insensibilis, subtilissime quidem divisibilis, sed confertissimi, cui cum interponantur corpora porosa, qualia sunt terrestria quae non tantundem in pari spatio materiae a centro recedere conantis continent adeoque minore levitate praedita sunt, necesse est fluido emisso praevalente,

terrestria versus centrum detrudi. Unde apparet esse debere aliam Materiam fluidam fluido illo, quod gravitatem facere et quod a centro propelli diximus, longe subtiliorem nec directionem ejus sequentem, sed proprios suos exercentem motus, non minus quam ipsa materia magnetica in aëre aut aqua facit. Nam necesse est ut materia quaedam alia transeat per poros corporum terrestrium minores sed creberrimos, priorem excludentes. Et quo major pars corporis terrestris materiae priori impervia est nec nisi alteram illam longe tenuiorem admittens, eo g r a v i u s s p e c i e fit corpus seu solidius censeri potest. Et fieri posset ut omnia corpora terrestria constarent ex massa homogenea adeoque poros subtiliores ubique aequaliter disseminatos habente, gravitas autem specifica major minorve ex minore majoreve hiatuum ejus et porositatum illarum crassiorum seu gravifico fluido perviarum copia oriretur, prorsus ut ex eodem metallo corpora diversae gravitatis specificae formari possunt, quorum alia pro varietate cavitatum in aqua subsident, alia natabunt. Caeteris autem paribus, eademque existente gravitate specifica, solicitatio tamen ad centrum tendendi major minorve erit pro quantitate radiationis, quae aestimanda est ad exemplum lucis. Quemadmodum enim dudum demonstratum est a Viris doctis, corpora illuminari a lucido in ratione reciproca duplicata distantiarum, ita dicendum est corpora quoque attracta gravitare tanto minus quanto majus est quadratum distantiae ab attrahente. Utriusque eadem et manifesta ratio est. Nempe circa centrum lucidum vel radians R (fig. 19) describantur superficies sphaericae concentricae per A et per L vel ductis rectis RAL, RCN abscindantur harum portiones quae fiunt arcubus similibus et similiter positis ABC, LMN, rotatis circa axem seu radium arcus bisecantem RBM; porro lux vel vis attractiva per unamquamque superficiem uniformiter est diffusa seu partes aequales ejusdem superficiei aequaliter illuminantur sive solicitantur; itaque tota lux vel vis superficiei ABC est ad lucem vel vim, superficiei LMN in ratione composita intensionis seu illuminationis et extensionis seu superficierum; sed tantum est lucis seu vis attractivae in superficie ABC quantum in superficie LMN, ergo intensiones sunt reciproce ut extensiones, hoc est illuminationes vel gravitatis solicitationes sunt reciproce ut superficies, sed superficies ABC et LMN sunt ut quadrata diametrorum RA, RL. Itaque illuminationes vel gravitatis solicitationes sunt reciproce ut quadrata distantiarum a centro radiante vel attrahente. Hoc autem a priori nobis deprehensum, mox iterum sua sponte a posteriori per calculum analyticum ex phaenomenis planetarum communibus ductum nascetur mirifico consensu rationum et observationum, et insigni confirmatione veritatis. Quae enim sequuntur, non constant Hypothesibus, sed ex phaenomenis per leges motuum concluduntur; sive enim detur sive non detur attractio planetarum ex sole, sufficit a nobis eum colligi accessum et recessum, hoc est distantiae incrementum vel decrementum, quem haberet si praescripta lege attraheretur. Et sive circuletur revera circa solem, sive non circuletur, sufficit ita situm mutare respectu solis ac si circulatione harmonica moveretur, et proinde *Principia intelligendi* mire simplicia et foecunda reperta esse, qualia nescio an olim homines vel sperare ausi fuissent. Quantum autem hinc de ipsis motuum causis sit concludendum, prudentiae cujusque aestimandum relinquemus, fortasse enim eo res jam perducta est, ut Poëta intelligens non amplius dicere ausit Astronomis:

Talia frustra
Quaerite quos agitat mundi labor, at mihi semper
Tu quaecunque paret tam crebros causa meatus
Ut superi voluere late.

1) Ut ergo rem ipsam ex phaenomenis conficere aggrediamur, ante omnia demonstrari potest, secundum naturae leges *omnia corpora, quae in fluido lineam curvam describunt, ab ipsius fluidi motu agi.* Omnia enim curvam describentia ab ea recedere conantur per rectam tangentem (ex natura motus), oportet ergo esse quod coërceat seu renovet causam curvitatis. Nihil autem contiguum est nisi fluidum (ex hypothesi) et nullus conatus coërcetur nisi a contiguo et moto (ex natura corporis), fluidum ergo ipsum in motu esse necesse est.

2) Hinc sequitur, *planetas moveri a suo aethere* seu habere orbes fluidos deferentes vel moventes. Omnium enim consensu lineas curvas describunt, nec possibile est phaenomena explicari, suppositis motibus rectilineis tantum. Itaque (per praecedentem) moventur a fluido ambiente. Idem aliter demonstrari potest ex eo quod motus planetae non est aequabilis seu aequalibus temporibus aequalia spatia describens. Unde etiam necesse est, ut a motu ambientis agatur. Et cum experiamur omnes planetas in eadem fere coeli regione et ad easdem partes ferri, con-

sentaneum est communem esse communis effectus causam, a motu scilicet aetheris circa solem, adeoque planetas habere orbes fluidos deferentes.

3) *Circulationem voco Harmonicam*, si velocitates circulandi, quae sunt in aliquo corpore, sint radiis seu distantiis a centro circulationis reciproce proportionales, vel (quod idem) si ea proportione decrescant velocitates circulandi circa centrum, in qua crescunt distantiae a centro, vel brevissime, si crescant velocitates circulandi proportione viciniarum. Ita enim si radii seu distantiae crescant aequabiliter seu arithmetice, velocitates decrescent harmonica progressione. Itaque non tantum in arcubus circuli, sed et *in curva alia quacunque describenda circulatio harmonica locum invenire potest.* Ponamus mobile M (fig. 18) ferri in curva quavis ${}_3M_2M_1M$ (vel ${}_1M_2M_3M$) et aequalibus temporis elementis describere elementa curvae ${}_3M_2M$, ${}_2M_1M$, intelligi potest motus compositus ex circulari circa centrum aliquod ut $\odot$ (velut ${}_3M_2T$, ${}_2M_1T$) et rectilineo velut ${}_2T_2M$, ${}_1T_1M$ (sumtus $\odot_2T$ aequ. $\odot_3M$, et $\odot_1T$ aequ. $\odot_2M$), qualis motus intelligi etiam potest, dum regula seu recta rigida indefinita $\odot\pi$ movetur circa centrum $\odot$, et interim mobile M movetur in recta $\odot\pi$. Nihil autem refert, quis sit motus rectilineus, quo ad centrum acceditur vel ab ipso receditur (quem voco *motum paracentricum*), modo circulatio ipsius mobilis M ut ${}_3M_2T$ sit ad circulationem aliam ejusdem mobilis ${}_2M_1T$, ut $\odot_1M$ ad $\odot_2M$, hoc est si circulationes aequalibus temporum elementis factae sint reciproce ut radii. Cum enim arcus isti elementarium circulationum sint in ratione composita temporum et velocitatum, tempora autem elementaria assumantur aequalia, erunt circulationes ut velocitates, itaque et velocitates reciproce ut radii erunt, adeoque circulatio dicetur harmonica.

4) *Si mobile feratur circulatione harmonica* (quicunque sit motus paracentricus), *erunt areae radiis ex centro circulationis ad mobile ductis abscissae temporibus insumtis proportionales, et vicissim.* Cum enim arcus circulares elementares, ut ${}_1T_2M$, ${}_2T_3M$, sint incomparabiliter parvi respectu radiorum $\odot_2M$, $\odot_3M$, erunt differentiae inter arcus et sinus eorum rectos (ut inter ${}_1T_2M$ et ${}_1D_2M$) ipsismet differentibus incomparabiles, ac proinde (per *Analysin nostram infinitorum*) habentur ea pro nullis, et arcus et sinus pro coincidentibus. Ergo ${}_1D_2M$ ad ${}_2D_3M$ ut $\odot_2M$ ad $\odot_1M$, seu $\odot_1M$ in

${}_1D_2M$ aequ. $\odot_2M$ in ${}_2D_3M$, ergo et aequantur horum dimidia triangula, nempe ${}_1M_2M\odot$ et ${}_2M_3M\odot$, quae cum sint elementa areae $A\odot MA$, itaque aequalibus ex hypothesi sumtis temporis elementis, etiam areae elementa sunt aequalia, et vicissim, ac proinde areae $A\odot MA$ sunt temporibus, quibus percursi sunt arcus AM proportionales.

5) Assumsi inter demonstrandum quantitates incomparabiliter parvas, verbi gratia differentiam duarum quantitatum communium ipsis quantitatibus incomparabilem. Sic enim talia, ni fallor, lucidissime exponi possunt. Itaque si quis nolit adhibere infinite parvas, potest assumere tam parvas quam sufficere judicat, ut sint incomparabiles et errorem nullius momenti, imo dato minorem producant. Quemadmodum terra pro puncto seu diameter terrae pro linea infinite parva habetur respectu coeli, sic demonstrari potest, si anguli latera habeant basin ipsis incomparabiliter minorem, angulum comprehensum fore recto incomparabiliter minorem, et differentiam laterum fore ipsis differentibus incomparabilem; item differentiam sinus totius, sinus complementi et secantis fore differentibus incomparabilem; item differentiam sinus, chordae, arcus et tangentis. Unde cum hae quatuor sint ipsae infinite parvae, erunt differentiae infinities infinite parvae, et sinus versus etiam erit infinities infinite parvus adeoque recto incomparabilis. Et infiniti sunt gradus tam infinitorum quam infinite parvorum. Et possunt adhiberi triangula communia inassignabilibus illis similia, quae in Tangentibus Maximisque et Minimis et explicanda Curvedine linearum usum habent maximum, item in omni pene translatione Geometriae ad naturam, nam si motus exponatur per lineam communem, quam dato tempore mobile absolvit, impetus seu velocitas exponetur per lineam infinite parvam, et ipsum elementum velocitatis, quale est gravitatis solicitatio, vel conatus centrifugus, per lineam infinities infinite parvam. Atque haec Lemmatum loco annotanda duxi pro Methodo nostra quantitatum incomparabilium et Analysi infinitorum tanquam Doctrinae hujus novae Elementa.

6) Ex his jam consequens est, planetas moveri circulatione harmonica, primarios circa Solem, satellites circa suum primarium, tanquam centrum. Radiis enim ex centro circulationis ductis, areas describunt temporibus proportionales (per observationes). Ergo temporum elementis positis aequalibus est triang.

${}_1M_2M\odot$ aequ. triang. ${}_2M_3M\odot$, et proinde $\odot_1M$ ad $\odot_2M$ est ut ${}_2D_3M$ ad ${}_1D_2M$, quod est circulationem harmonicam esse.

7) Consentaneum etiam est, Aetherem seu Orbem fluidum cujusque planetae moveri circulatione harmonica; nam supra ostensum est, nullum corpus in fluido sponte moveri linea curva, erit ergo et in aethere circulatio, eamque rationis est credere consentientem circulationi planetae, ita ut sit etiam circulatio aetheris cujusque planetae harmonica, alioqui perturbarent sese mutuo aether et planeta. Credibile enim est planetas in materia aliqua ferri, quae respectu ipsorum notabilis sit crassitiei, adeoque motu suo dissentaneo motui ipsorum esset obstitura. Hanc enim dari tanquam orbem communem deferentem liquidum omnium planetarum, commune eorum iter suadet.

8) Itaque ponemus planetam moveri motu duplici, seu composito ex circulatione harmonica orbis sui fluidi deferentis et motu paracentrico, quasi cujusdam gravitatis seu attractionis, hoc est impulsus versus solem seu planetam primarium. Facit autem circulatio aetheris, ut planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, sed quasi tranquilla natatione in fluido deferente cujus motum sequitur, ob perfectum consensum motuum aetheris et planetae, in quos post depositas luctationes conspirarunt.

9) Explicata circulatione harmonica, veniendum est ad Motum paracentricum planetarium, ortum ex impressione excussoria circulationis et attractione solari inter se compositis. Liceat autem appellare attractionem, licet revera sit impulsus, utique enim Sol quadam ratione tanquam magnes concipi potest; ipsae autem actiones magneticae a fluidorum impulsibus haud dubie derivantur. Unde etiam vocabimus Solicitationem Gravitatis, concipiendo planetam tanquam grave tendens ad centrum, nempe Solem. Pendet autem species orbitae a speciali lege attractionis. Videamus igitur, quae lex attrahendi lineam ellipticam faciat, idque ut consequamur, in Geometriae adyta parumper ingrediamur necesse est.

10) Cum omne mobile a linea curva quam describit recedere conetur per tangentem, licebit conatum hunc vocare excussorium, ut in motu fundae, cui aequalis requiritur vis, quae mobile coercet ne evagetur. Hunc conatum metiri licebit perpendiculari ex puncto sequenti in tangentem

puncti praecedentis inassignabiliter distantis. Et cum linea est circularis, hanc *vim* celeberrimus Hugenius, qui primus eam Geometrice tractavit, appellavit *centrifugam.* Omnis autem conatus excussorius est respectu velocitatis seu impetus ex conatu repetito aliquandiutino concepti infinite parvus, quemadmodum et solicitatio gravitatis, quae homogeneae cum ipso est naturae. Nec proinde mirum est, quod voluit Galilaeus, percussionem esse infinitam comparatione gravitatis nudae, seu ut ego loquor, simplicis conatus, cujus *vim* ego *mortuam* vocare soleo, quae agendo demum concipiens impetum repetitis impressionibus viva redditur.

11) *Conatus centrifugus* seu conatus excussorius *circulationis exprimi potest per PN sinum versum anguli circulationis* ${}_1M\odot N$ *vel per* ${}_1D_1T$, nam sinus versus aequatur perpendiculari ex uno extremo arcus circuli puncto in tangentem alterius ductae, qua conatum excussorium expressimus in praecedenti (potest etiam exprimi conatus centrifugus per PV, differentiam radii et secantis ejusdem anguli, cujus differentiae discrimen a sinu verso est *infinitesies infinities infinite parvum* adeoque nullissimum respectu radii). Hinc porro cum sinus versus sit in duplicata ratione chordae seu arcus inassignabilis sive velocitatis, sequitur *conatus centrifugos mobilium aequales circulos describentium esse in duplicata ratione velocitatum, inaequales describentium esse in ratione composita ex quadrata velocitatum et reciproca radiorum.* Pro calculo analytico conatus centrifugus vel sinus versus ${}_2D_2T$ sit x, velocitas circulationis seu sinus rectus ${}_2D_3M$ sit y, radius $\odot_3M$ sit r; erit ex communi geometria $x = \frac{yy}{2r-x}$ seu x ad y ut y ad $2r-x$. Sed x est incomparabiliter infra r, ergo evanescit in quantitate $2r-x$ et fit $x = yy : 2r$ seu conatus centrifugus ${}_2D_2T$ est ad circulationem ${}_2D_3M$ ut circulatio ad velocitatem qua opus esset ad totam diametrum seu ad duplam a centro distantiam eodem temporis elemento transmittendam.

12) *Conatus centrifugi mobilis harmonice circulantis sunt in ratione radiorum reciproca triplicata.* Sunt enim (per praecedentem) in reciproca radiorum et directa duplicata velocitatum, id est (quia velocitates circulationis harmonicae sunt reciproce ut radii) duplicata reciproca radiorum; ex simplice autem reciproca et duplicata reciproca fit reciproca tri-

plicata. Pro calculo sit ϑa planum constans aequale semper duplo triangulo elementari ${}_2M_3M\odot$ seu rectangulo ${}_2D_3M$ in $\odot_2M$ radium seu r, ergo ${}_2D_3M$ erit $\vartheta a : r$ seu ϑa divis. per r; jam ${}_2D_2T$ conatus centrifugus aequ. ${}_2D_3M$ quadr. divis. per bis $\odot_3M$, ergo aequ. $\vartheta\vartheta aa : 2r^3$.

13) Si *motus paracentricus* (recessus a centro Ω vel ad ipsum accessus) *sit aequabilis*, et circulatio harmonica, *linea motus* ΩMG *erit spiralis* ex centro Ω incipiens, cujus ea est proprietas, ut segmenta $\Omega GM\Omega$ sint proportionalia radiis, id est hoc loco chordis ΩG ex centro eductis; sunt enim tam areae, hoc est segmenta, quam (ob aequabilem recessum) radii temporibus proportionales. Multae sunt aliae notabiles hujus spiralis proprietates, nec difficilis constructio. Imo *generalis datur methodus* in circulatione harmonica, si ex radiis dentur tempora, aut velocitates paracentrici motus, aut saltem elementa impetuum seu solicitationes gravitatis, *construendi lineas* saltem suppositis quadraturis.

14) *Solicitatio paracentrica seu gravitatis seu levitatis* exprimitur recta ${}_3ML$ ex puncto curvae ${}_3M$ in puncti praecedentis inassignabiliter distantis ${}_2M$ tangentem ${}_2ML$ (productam in L) acta, radio praecedenti $\odot_2M$ (ex centro $\odot$ in punctum praecedens ${}_2M$ ducto) parallela, concipiendo scilicet hanc solicitationem impedire, quominus mobile a curva recedat.

15) *In omni circulatione harmonica elementum impetus paracentrici* (hoc est incrementum aut decrementum velocitatis descendendi versus centrum vel ascendendi a centro) *est differentia vel summa solicitationis paracentricae* (hoc est impressionis a gravitate vel levitate aut causa simili factae) *et dupli conatus centrifugi* (ab ipsa circulatione harmonica orti), summa quidem si levitas adsit; differentia si gravitas: ubi praevalente gravitatis solicitatione crescit descendendi, vel decrescit ascendendi velocitas, at praevalente duplo conatu centrifugo, contra. Ex ${}_1M$ et ${}_3M$ normales in $\odot_2M$ sint ${}_1MN$ et ${}_3M_2D$; cum ergo triangula ${}_1M_2M\odot$ et ${}_2M_3M\odot$ sint aequalia ostensa ob circulationem harmonicam, erunt (ob basin communem $\odot_2M$) et altitudines ${}_1MN$ et ${}_3M_2D$ aequales. Jam sumta ${}_2MG$ aequali L_3M, jungatur ${}_3MG$ parallela ipsi ${}_2ML$; igitur congrua erunt triangula ${}_1MN_2M$ et ${}_3M_2DG$, et erit ${}_1M_2M$ aequ. G_3M, et N_2M aequ. G_2D. Porro in recta $\odot_2M$ (si opus producta, quod semper subintelligo)

sumatur $\odot P$ aequ. $\odot {}_1M$, et $\odot {}_2T$ aequ. $\odot {}_3M$, erit P_2M differentia inter radios $\odot_1 M$ et $\odot {}_2M$, et ${}_2T_2M$ differentia inter radios $\odot {}_2M$ et $\odot {}_3M$. Jam P_2M aequ. (N_2M seu) $G_2D + NP$, et ${}_2T_2M$ aequ. ${}_2MG + G_2D - {}_2D_2T$, ergo $P_2M - {}_2T_2M$ (differentia differentiarum) erit $NP + {}_2D_2T - {}_2MG$, hoc est (quia NP et ${}_2D_2T$ sinus versi duorum angulorum et radiorum incomparabiliter differentium coincidunt) bis ${}_2D_2T - {}_2MG$. Jam differentia radiorum exprimit velocitatem paracentricam, differentia differentiarum exprimit elementum velocitatis paracentricae. Est autem ${}_2D_2T$ vel NP conatus centrifugus circulationis, quippe sinus versus (per 11) et ${}_2MG$ seu ${}_3ML$ est solicitatio gravitatis (per praecedentem). Itaque elementum velocitatis paracentricae aequatur differentiae inter duplum conatum centrifugum NP seu ${}_2D_2T$ et simplicem solicitationem gravitatis G_2M, aut (quod eodem modo concluditur) summae ex duplo conatu centrifugo et simplici solicitatione levitatis.

16) Datis incrementis aut decrementis velocitatis ascendendi aut descendendi, datur solicitatio gravitatis levitatisve, aut vice versa. Patet ex praecedenti, nam conatus centrifugus semper dari censetur, cum sit in ratione triplicata reciproca radiorum (per 12).

17) Aequalibus temporum elementis incrementa angulorum circulationis harmonicae sunt in ratione duplicata reciproca radiorum. Nam circulationes sunt in ratione composita angulorum et radiorum, et circulationes elementares, cum sint harmonicae, sunt in ratione reciproca radiorum, ergo anguli elementares sunt in ratione radiorum reciproca duplicata. Tales sunt fere motus apparentes diurni ex Sole spectati (dies enim hic sufficienter exiguae sunt partes temporis, inprimis pro planetis remotioribus), qui erunt circiter in ratione reciproca quadratorum distantiae, ita ut in distantia dupla tantum quarta pars anguli eodem temporis elemento absolvatur, in tripla tantum nona.

18) Si ellipsis describatur circulatione mobilis circa focum tanquam circulationis centrum, erunt inter se haec tria: circulatio ${}_2T\,{}_3M$ vel ${}_2D\,{}_3M$ (haec enim comparabiliter non differunt), velocitas paracentrica ${}_2D\,{}_2M$, et velocitas ipsius mobilis (ex ipsis composita) in ipsa orbita elliptica, nempe ${}_2M\,{}_3M$, respective ut haec alia tria: axis transversus BE, media proportionalis inter differentiam et summam distantiae focorum inter se $F\odot$ et differentiae

$\odot\varphi$ distantiarum puncti orbitae ${}_3M$ a focis, ac denique dupla media proportionalis inter $\odot {}_3M$ et $F\,{}_3M$ distantias ejusdem puncti a duobus focis. Eadem haec suo modo et in Hyperbola vera sunt. In Parabola quantitatibus quae ibi infinitae sunt evanescentibus, fient circulatio, velocitas paracentrica et velocitas ex ipsis composita quae est in ipsa orbita, respective ut latus rectum, media proportionalis inter latus rectum et excessum radii super radium omnium minimum (qui est quarta pars lateris recti), et denique dupla media proportionalis inter radium et latus rectum. Horum veritas ex communibus Conicorum elementis derivari potest, si ponatur rectam ${}_3MH$ curvae (vel ejus tangenti) perpendicularem in ${}_3M$, axi $A\Omega$ occurrere in R, et in eam ex focis normales agi FQ, $\odot H$; patet ${}_3MH$, $H\odot$, $\odot {}_3M$ esse ipsis ${}_3M\,{}_2D$, ${}_2D\,{}_2M$, ${}_2M\,{}_3M$, hoc est velocitati circulationis, velocitati paracentricae et velocitati toti in ipsa obita proportionales. Ponatur enim ${}_3MH$ ipsi $\odot {}_2M$ occurrere in $\beth$, patet ob angulum $H\,{}_3M\,{}_2M$ rectum (nam arcus inassignabilis ${}_2M\,{}_3M$ habetur pro linea recta) esse triangula $\beth H \odot$ et ${}_3M\,{}_2D\,{}_2M$ similia, angulum ${}_3M\,{}_2M\,{}_2D$ aequalem esse angulo $\beth\odot H$, id est angulo ${}_3M\odot H$ (quia angulus ${}_3M\odot {}_2M$ est inassignabilis seu infinite parvus), itaque triangula ${}_3MH\odot$ et ${}_3M\,{}_2D\,{}_2M$ sunt similia. Unde sequitur proportio assignata. Sed jam ostendendum est rectas ${}_3MH$, $H\odot$, $\odot {}_3M$ se habere dicto modo: Quia recta ${}_3MH$ (ex constructione) normalis est ad ${}_3M\,{}_2M$, arcum Ellipseos (aut Sectionis conicae in genere) ejusve tangentem in puncto ${}_3M$, ideo (primo) aequales sunt (ex Conicis) anguli $H\,{}_3MF$ et $H\,{}_3M\odot$. Similia igitur sunt (2do) triangula angulos ad H et Q rectos habentia ${}_3MH\odot$ et ${}_3MQF$, et posito $F\odot$ a ${}_3MH$ secari in R est (3tio) $\odot R$ ad FR ut ${}_3M\odot$ ad ${}_3MF$, segmenta scilicet baseos $\odot F$ ut latera ${}_3M\odot$, ${}_3MF$ trianguli $\odot {}_3MF$, cujus quippe angulus ad verticem est bisectus. Praeterea (4to) et triangula $\odot HR$, FQR sunt similia, ergo (5to) latera eorum homologa sunt ut $\odot R$ ad ER seu (per 3) ut ${}_3M\odot$ ad ${}_3MF$ adeoque ut latera homologa triangulorum similium ${}_3MH\odot$ et ${}_3MQF$; porro (6to) ${}_3M\odot + {}_3MF$ aequ. $A\Omega$ ex natura Ellipseos, et ${}_3M\odot - {}_3MF$ (7mo) vocetur $\odot\varphi$ et (8vo) differentia inter quadrata $A\Omega$ axis majoris seu recti (seu distantia verticum) et BE axis transversi seu conjugati vel minoris seu distantiae mediarum digressionum aequatur quadrato distantiae focorum seu $A\Omega$ qu. $-$ $\odot F$ qu. aequ. BE qu. seu aequ. rectangulo sub $A\Omega$ latere transverso et XW latere recto (quod latus rectum invenimus aequale duplae ordinatim applicatae ad axem in foco). Constat etiam (9^{mo}) in omni triangulo, si angulus ad verticem sit bisectus, rectam bisecantem esse ad rectam quae potest differentiam inter potestates summae laterum trianguli baseos, ut media proportionalis inter latera est ad laterum summam. Itaque (10^{mo}) MR est ad rectam quae potest $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. id est (per 8) ad BE, ut media proportionalis inter ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$ seu (per 6 et 7) ut dimidium latus de $\overline{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ est ad $A\Omega$. Rursus (11^{mo}) $MR \cdot \overline{\odot H + QF}$ aequ. duplo triangulo $\odot {}_3MF$, quod etiam habetur, si media proportionalis inter summam et differentiam baseos et summae ex lateribus ducatur in dimidiatam mediam proportionalem inter summam et differentiam baseos et differentiae laterum (per notum canonem investigandi aream trianguli ex datis lateribus). Ergo (per 11 et 12) fiet (13^{mo}) MR in $\overline{\odot H + FQ} = \sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot F \text{ qu.}}$ seu (per 8) BE in dimid. $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ seu fiet MR ad BE ut dimid. $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\odot H + FQ$. Ergo (per 10 et 13) fit (14^{mo}) $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $A\Omega$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\overline{\odot H + FQ}$ seu fit $\odot H + QF$ ad $A\Omega$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$; sed ($15^{\text{mo}}$) $\odot H + FQ$ ad ${}_3M\odot + {}_3MF$ seu ad $A\Omega$ est ut $\odot H$ ad ${}_3M\odot$ (per 5). Ergo (per 14 et 15) fit (16^{mo}) $\odot H$ ad ${}_3M\odot$ ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ et proinde (17^{mo}) ${}_3M\odot$ qu. — $\odot H$ qu. id est ${}_3MH$ qu. est ad ${}_3M\odot$ qu. ut $A\Omega$ qu. — $\odot\varphi$ qu. demto $\odot F$ qu. — $\odot\varphi$ qu. seu ut $A\Omega$ qu. — $\odot F$ qu. seu ut BE qu. est ad $A\Omega$ qu. — $\odot\varphi$ qu. Itaque ex 15 et 17 (18^{mo}) fiunt inter se ${}_3MH$ (quae ut velocitas circulandi), $H\odot$ (quae ut velocitas paracentrica) et $\odot {}_3M$ (quae ut velocitas in orbita) ut sunt inter se BE, $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ seu) med. prop. inter $\odot F + \odot\varphi$ et $\odot F - \odot\varphi$) et $\sqrt{A\Omega \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ (seu dupla med. prop. inter ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$), quod asserebatur. Hinc etiam enuntiatio talis fieri potest: *Si quid moveatur in Ellipsi, velocitas circulandi circa focum est ad velocitatem paracentricam, nempe descendendi ad focum vel a foco recedendi, ut axis minor seu transversus est ad latus differentiae inter potestatem distantiae focorum inter se et potestatem differentiae distantiarum mobilis a focis.* Et quoniam in hac enuntiatione foci indifferenter tractantur, hinc sequitur permutatis licet focis, ut alter pro altero centrum circulationis attractionisque fiat, eandem in quovis puncto manere rationem circulationis ad descensum seu ad

velocitatem paracentricam. Jam ex puncto Ellipseos ${}_3M$ agatur in axem ordinata (normalis scilicet) ${}_3MY$, patet (19^{mo}) rectang. ex ${}_3MY$ in $F\odot$ aequari duplo triangulo ${}_3M\odot F$ adeoque (per 12 et 13) aequari (20^{mo}) ipsi BE in dimid. $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ seu bis ${}_3MY$ in $F\odot$ est ad BE qu. ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ est ad BE. Sed et (per 18) erat velocitas circulationis ad paracentricam ut $\sqrt{\odot F \text{ qu.} - \odot\varphi \text{ qu.}}$ ad BE, ideo fiet (21^{mo}) paracentrica velocitas ad circulatoriam in Ellipsi ut bis ${}_3MY$ in $F\odot$ ad BE qu. seu ut dupla ordinata ad distantiae focorum et axi minori tertiam proportionalem. Et proinde (22^{mo}) *in Ellipsi rationes velocitatum paracentricarum focum respicientium ad circulatorias respondentes sunt ordinatis proportionales seu quod idem est, rationes velocitatis, qua planeta accedit ad Solem aut ab eo recedit, ad velocitatem ejusdem simul circulandi circa Solem sunt distantiis planetae a linea absidum proportionales.* Atque ita si una ratio accessus vel recessus ad coexistentem circulationem sit duplicata vel triplicata (etc.) rationis quam alius accessus vel recessus habet ad circulationem sibi coexistentem, erit logarithmus ordinatae a priori mobilis loco in axem ductae duplus vel triplus logarithmi ordinatae a posteriori mobilis loco in axem ductae. *Rationes* scilicet accipio hoc loco tanquam numeros, qui toties contineant unitatem, quoties antecedens rationis continet consequens. Et dupla vel tripla ratio fit duplo vel triplo facto antecedente vel dimidiato aut tertiato consequente; sed duplicatam vel triplicatam voco rationem, cujus duplus vel triplus est logarithmus, seu quae est ut quadratum vel cubus prioris, hoc est quae est inter quadrata aut cubos terminorum prioris. Similiter etiam (23^{tio}) *in Ellipsi rationes velocitatum in orbita ad coexistentes velocitates circulandi circa alterutrum focorum sunt inter se ut mediae proportionales inter distantias mobilis a focis*, ut patet ex 18; et proinde, in motibus planetarum Ellipticis, si una ratio inter velocitatem planetae in sua orbita et velocitatem qua accedit Soli aut ab eo recedit, sit alterius hujusmodi rationis duplicata vel triplicata (etc.), erit summa ex logarithmis distantiarum mobilis a focis in priori casu dupla vel tripla (etc.) summae similis in posteriori casu. Restat ut motum in Ellipsi secundum radios ex focis ductos cum motu secundum axem eique parallelas seu secundum abscissas (ut antea cum ordinatis seu axi transverso parallelis) comparemus. Est autem (24^{to}) RY ad YC ut latus rectum (quod nos ostendimus esse aequ. XW) ad $A\Omega$ latus transversum seu axem majorem, ut ab aliis jam ostensum est; jam (25^{to}) BC aequ. CY — RY, ergo (26^{to}) (per 24 et 25) RC est ad CY ut $\overline{A\Omega - XW}$ ad $A\Omega$; sed (27^{mo}) RC id est dimid. $\overline{\odot R - FR}$ est ad $F\odot$ (seu $\odot R + FR$) ut dimid. $\odot\varphi$ (seu ut dimid. $\overline{{}_3M\odot - {}_3MF}$) est ad $A\Omega$ (seu ${}_3M\odot + {}_3MF$), omnia enim utrobique proportionalia per 5. Ergo (per 26 et 27) componendo rationem CY ad RC, et RC ad $F\odot$ fit (28^{vo}) CY ad $F\odot$ ut dimid. $\odot\varphi$ ad $\overline{A\Omega - XW}$ vel (29^{mo}) quia $\overline{A\Omega - XW}$ (per 8) est ad $F\odot$ ut $F\odot$ ad $A\Omega$, ergo componendo rationem posteriorem analogiae artic. 29 cum ratione priore analogiae artic. 28 et vicissim priorem illius cum posteriore hujus fit (30^{mo}) CY ad $A\Omega$ ut dimid. $\odot\varphi$ ad $F\odot$. Itaque, quia $A\Omega$ et $F\odot$ sunt constantes, erunt (31^{mo}) CY abscissae ex axe inde a centro ipsis $\odot\varphi$ differentiis distantiarum puncti Ellipseos a duobus focis proportionales. Jam (32^{mo}) incrementa vel decrementa differentiarum inter distantias a focis seu ipsarum $\odot\varphi$ sunt dupla incrementa ipsarum $\odot{}_3M$ distantiarum ab alterutro foco, seu crementa sive velocitates quibus ipsae $\odot\varphi$ magnitudinem mutant sunt duplae velocitatum quibus eam mutant (hoc est crescunt vel decrescunt) ipsae $\odot{}_3M$. Ergo (33^{tio}) crementa (hoc est incrementa vel decrementa) abscissarum CY sunt proportionalia crementis radiorum $\odot{}_3M$ ex foco eductorum, seu (34^{to}) velocitates quibus punctum ${}_3M$ in Ellipsi motum distantiam mutat ab axe conjugato BE, proportionales sunt velocitatibus quibus distantiam mutat ab alterutro foco $\odot$. Quae quidem omnia hoc articulo fusius exponere placuit, ut motus planetarum Elliptici proprietates memorabiles melius intelligerentur.

19) Si mobile quod gravitatem habet, vel ad centrum aliquod trahitur, qualem planetam respectu Solis ponimus, feratur in Ellipsi (aut alia sectione coni) circulatione harmonica, sitque in foco Ellipseos centrum tam attractionis quam circulationis, erunt attractiones seu gravitatis solicitationes ut quadrata circulationum directe, seu ut quadrata radiorum sive distantiarum a foco reciproce. Hoc ita invenimus non ineleganti specimine nostri Calculi differentialis vel Analyseos infinitorum. $A\Omega$ sit q;

$\odot F$, e; BE, b (hoc est $\sqrt{qq - ee}$); $\odot{}_2M$ radius r; $\odot\varphi$ (seu $\odot{}_2M - F{}_3M$) $2r - q$ seu per compendium p, et latus rectum WX sit a aequ. bb : q. Duplum elementum areae seu duplum triangulum ${}_1M_2M\odot$ quod semper aequale est sit ϑa, posito a latere recto et ϑ repraesentante elementum temporis semper aequale, et ${}_2D{}_3M$ circulatio erit $\vartheta a : r$ (vid. jam supra 12). Porro differentia radiorum (${}_2D{}_2M$) vocetur dr, et differentia differentiarum ddr. Per praecedentem autem est dr (seu ${}_2D{}_2M$) ad $\vartheta a : r$ (seu ad ${}_2D{}_3M$) ut $\sqrt{ee - pp}$ ad b; ergo $brdr = \vartheta a \sqrt{ee - pp}$, quae est aequatio differentialis. Hujus autem aequatio differentio-differentialis, secundum leges calculi a nobis peculiari capite huic tractatui inserto (supra ....) explicatas, est $bdr\,dr + brddr = -2pa\vartheta dr : \sqrt{ee - pp}$, quarum duarum aequationum ope tollendo dr, ut restet tantum ddr, fiet $ddr = bbaa\vartheta\vartheta - 2aaqr\vartheta\vartheta, : bbr^3$, unde habetur propositum. Nam ddr, velocitatis paracentricae elementum, est differentia inter $bbaa\vartheta\vartheta : bbr^3$, hoc est $aa\vartheta\vartheta : r^3$ qui est duplus conatus centrifugus (per 12 supra), et inter $2aaqr\vartheta\vartheta : bbr^3$, hoc est (quia $bb : q = a$) $2a\vartheta\vartheta : rr$; oportet ergo (per 15) ut $2a\vartheta\vartheta : rr$ sit solicitatio gravitatis, quae ducta in constantem a : 2 dat $aa\vartheta\vartheta : rr$ quadratum circulationis. Sunt ergo solicitationes gravitatis ut quadrata circulationis directe, et proinde ut quadrata radiorum reciproce. Eadem conclusio et in Hyperbola et Parabola succedit, maxime autem in Circulo, qui est simplicissima Ellipsis. Ratio autem discriminis inter has conicas sectiones, et quando Circuli et Ellipses prae aliis generentur, infra apparebit.

Si quis specimen calculi quod hoc loco edidimus distinctius sibi explicari desideret, praesertim cum supra differentialem quidem explicuerimus, at differentio-differentialis mentionem fecerimus nullum, tanquam ex priori fluentis, is sic habeto: In aequatione differentiali $brdr = \vartheta a \sqrt{ee - pp}$ (1) pro dr scribatur m compendii causa, et pro $ee - pp$ scribatur n, fiet $brm = \vartheta a \sqrt{n}$, cujus aequationis aequatio differentialis (id est absolute differentio-differentialis) ex novo algorithmo generali a nobis tradito est $brdm + bmdr = \vartheta adn : 2\sqrt{n}$ (2); est autem $m = dr$ et dm proinde ddr, et quia $n = ee - pp$, hinc $dn = -2pdp$, at $dp = 2dr$, quia $p = 2r - q$ (nam ${}_3M\odot - {}_3MF =$ bis ${}_3M\odot - A\Omega$). Ita in aequatione (2) nempe differentio-differentiali pro m, dm, n, dn substituendo valores inventos habebimus $brddr + bdrdr = -2a\vartheta pdr : \sqrt{ee - pp}$ (3), ubi pro $dr : \sqrt{ee - pp}$ substituendo ex aequ. 1. $\vartheta a : br$ et pro bdrdr substituendo

$\vartheta\vartheta aa\,\overline{ee-pp} : brr$, sublatisque fractionibus ex aequ. 3. fiet $ddr = \overline{-ee+pp-2pr}\,\vartheta\vartheta aa : bbr^3$ (4). Jam $ee = qq - bb$ et $p = 2r - q$, itaque $-ee + pp - 2pr = -2rq + bb$ (5). Ergo denique ex aequ. 4. fit $ddr = -2rq\vartheta\vartheta aa + bb\vartheta\vartheta aa, : bbr^3$ (6) seu quia $qa = bb$, fiet $ddr = \vartheta\vartheta aa : r^3, -2\vartheta\vartheta a : r^2$, seu ddr est differentia inter quantitates supra dictas $\vartheta\vartheta aa : r^3$, duplum conatum centrifugum, et $2a\vartheta\vartheta : rr$, solicitationem gravitatis qua mobile in orbita retinetur. Quanquam autem operae pretium visum fuerit definire solicitationis hujus quantitatem hac quam aperuimus via, ut appareret resolutio elementi paracentrici seu incrementi decrementive accessus recessusve respectu foci seu Solis in duos conatus, quorum unus aequalis sit duplo conatui centrifugo, si motus praesens Ellipticus fieret per circulationem harmonicam paracentrico motui compositam, alter aequalis sit solicitationi gravitatis qua motus praesens effici posset, si hac mobile in orbita retineri poneretur, secundum demonstrata articuli 15; quoniam tamen alia via sine calculo ex notatis alibi theorematibus nostris et adhibitis Lemmatibus Incomparabilium a nobis introductis inveniri potest solicitatio gravitatis, eam quoque vel consensus gratia annotare placet, praesertim cum sic quoque non spernendae se aperiant meditationes generales. Igitur rectae duae ad curvam perpendiculares in punctis ${}_2M$ et ${}_3M$ inassignabiliter distantibus, nempe ${}_2MS$ et ${}_3MS$, concurrant in S, id erit centrum circuli curvam in M osculantis, hoc est intus vel extus lineam tangentium circulorum maximi vel minimi seu eundem cum linea angulum contactus ad rectam tangentem facientis, quod in circulo tali cum curva contactus communi perfectionis genus osculi nomen a me accepit; idemque centrum est punctum curvae, cujus evolutione linea proposita describitur, quod describendi genus primus invenit Hugenius. Producatur et recta ${}_3MG$ tangenti in ${}_2M$ parallela, donec ipsi ${}_2MS$ occurrat ad angulos scilicet rectos in K. Jam ut ${}_2MG$ est solicitatio gravitatis, quatenus gravitate mobile in orbita retineri concipitur, ita ${}_2MK$ est conatus excussorius, quo mobile ab orbita recedere tentat ex impetu concepto, per dicta supra artic. 10, qui differt a conatu centrifugo ${}_2T\,{}_2D$, quo mobile recedere conatur a centro circulationis $\odot$, nam conatus centrifugus, ut supra diximus, est species tantum simplicissima conatus excussorii, cum scilicet motus est circularis. Ob triangula autem similia ${}_2MKG$ et ${}_3M_2DG$ (primo) in omni linea solicitatio gravitatis ${}_2MG$ est ad

conatum excussorium ${}_2MK$ ut ${}_3MG$, id est ${}_2M\,{}_3M$ elementum curvae seu velocitas in orbita est ad ${}_3M\,{}_2D$ velocitatem circulationis; sed porro ob triangula similia $SK\,{}_3M$ et ${}_3MK\,{}_2M$ ipsa ${}_3MK$, id est ${}_3M\,{}_2M$ (2do) velocitas in orbita est media proportionalis inter ${}_2MK$ conatum excussorium et SK, id est $S\,{}_2M$, quae repraesentat velocitatem, qua eodem tempore quo percurritur curvae elementum perveniri posset a curvae puncto M ad S centrum circuli osculantis, quae velocitas incomparabiliter major est velocitate circulationis, ut haec conatu excussorio. Igitur in omni Motus linea conatus excussorii ${}_2MK$ sunt in ratione composita ex ratione duplicata directa velocitatum in orbita ${}_3MK$ vel ${}_3M\,{}_2M$ et reciproca simplice semidiametrorum osculationis SM. Sed magnitudinem semidiametri osculationis sic inveniemus: ${}_2MS$ secet $A\Omega$ in ψ; per ${}_2M$ ducatur axi parallela secans ${}_3MY$ in ω, et ex ψ agatur in ${}_3MS$ normalis $\psi\pi$, patet (3tio) ψR (differentiam inter $\odot\psi$ et $\odot R$) esse ad ${}_2M\,{}_2D$ differentiam inter $\odot\,{}_3M$ et $\odot\,{}_2M$ ut $\odot R$ ad $\odot\,{}_3M$ seu ut $\odot F$ ad $A\Omega$ (per num. 5 articuli praecedentis 18). Et per num. 30 et sequentes ejusdem est (4to) dimidia differentia ipsarum $\odot\varphi$ seu tota differentia ipsarum $\odot M$, seu ${}_2M\,{}_2D$ est ad differentiam ipsarum CY seu ad ${}_2M\omega$ etiam ut $\odot F$ ad $A\Omega$. Ergo (per 3 et 4) erit (5to) ψR ad ${}_2M\omega$ ut $\odot F$ quad. ad $A\Omega$ quad., et (6to) ${}_2M\,{}_3M$ ad ${}_2M\,{}_2D$ in ratione composita ${}_2M\,{}_3M$ ad ${}_2M\omega$ et (${}_2M\omega$ ad ${}_2M\,{}_2D$ seu) $A\Omega$ ad $\odot F$. Jam quia recta ${}_2M\,{}_3M$ differt incomparabili parvitate a normali ex ${}_2M$ in ${}_3MS$, etiam angulus ${}_2M\,{}_3MS$ incomparabili parvitate differt a recto, id est rectus est; itaque triangula $S\,{}_3M\,{}_2M$ et $S\pi\psi$ similia sunt, estque adeo (7mo) $S\,{}_3M$ ad SR ut ${}_2M\,{}_3M$ ad $\psi\pi$. Sed ratio ${}_2M\,{}_3M$ ad $\psi\pi$ componitur ex rationibus ${}_2M\,{}_3M$ ad ${}_2M\omega$ et ${}_2M\omega$ ad ψR (id est per 5. $A\Omega$ quad. ad AF quad.) et ψR ad $\psi\pi$ (id est ob triangula $\psi\pi R$ et ${}_2M\omega\,{}_3M$ similia, ${}_2M\,{}_3M$ ad ${}_2M\omega$). Itaque erit ${}_2M\,{}_3M$ ad $\psi\pi$ seu $S\,{}_3M$ ad SR in duplicata ratione composita ex ${}_2M\,{}_3M$ ad ${}_2M\omega$, et $A\Omega$ ad $\odot F$ seu (per 6) erit (8vo) $S\,{}_3M$ ad SR in duplicata ratione ${}_2M\,{}_3M$ ad ${}_2M\,{}_2D$ sive velocitatis in orbita ad velocitatem paracentricam, id est (per num. 18 articuli praecedentis 18) in simplici ratione $A\Omega$ quad. $-$ $\odot F$ quad. ad $\odot F$ quad. $-$ $\odot\varphi$ quad. Ergo $S\,{}_3M - SR$ seu ${}_3MR$ est ad $S\,{}_3M$ ut $A\Omega$ quad. $-$ $\odot\varphi$ quad. demto $\odot F$ quad. $-$ $\odot\varphi$ quad. (id est ut $A\Omega$ quad. $-$ $\odot F$ quad., id est (9no) ut BE quad.) est ad $A\Omega$ quad. $-$ $\odot\varphi$ quad., seu in Ellipsi recta MS *semidiameter circuli osculantis* seu semidiameter osculationis est ad ${}_3MR$ perpendicularem Ellipsi ductam usque ad axem, scilicet majorem, ut quadruplum rectangulum sub distantiis a focis seu sub ${}_3M\odot$ et ${}_3MF$ (quod aequari ipsi $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad. constat ex articuli praeced. 18 num. 6 et 7) ad quadratum sub axe minore vel conjugato. Quod ipsum in transitu annotasse pretium operae est. Id est (10mo) SM ad ${}_3MR$ (per 9 hic et per 18 artic. praeced.) in duplicata ratione velocitatis circulandi ad velocitatem in orbita, seu quadratum rectae ${}_2M\,{}_3M$ (repraesentantis velocitatem in orbita) applicatum ad ${}_3MR$ aequatur quadrato rectae ${}_3M\,{}_2D$ (repraesentantis velocitatem circulandi) applicato ad SM. Sed (per 2 hic) in omni linea conatus excussorius fit quadrato velocitatis in orbita applicato ad semidiametrum osculationis. Ergo (11mo) in linea Elliptica conatus excussorius fit quadrato velocitatis circulandi ${}_3M\,{}_2D$ applicato ad ${}_3MR$ perpendicularem Ellipsi productam ad axem. Inventa jam lege conatus excussorii in Ellipsi, ita facile absolvetur demonstratio: per num. 10 artic. 18 praeced. est ${}_3MR$ ad latus de $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad. ut dimid. BE ad totam $A\Omega$, id est (per num. 8 ejusdem artic. praeced.) ut semilatus rectum ad BE. Ergo vicissim semilatus rectum est ad ${}_3MR$ ut BE ad latus de $A\Omega$ quad. — $\odot\varphi$ quad., id est (per num. 18 artic. praeced.) ut ${}_3M\,{}_2D$ ad ${}_2M\,{}_3M$, seu (per num. 1 articuli hujus) ut ${}_2MK$ ad ${}_2MG$. Itaque (12mo) ut est semilatus rectum ad ${}_3MR$ (perpendicularem in Ellipsin ab ipsa ad axem pertinentem), ita est ${}_2MK$ (conatus excussorius) ad ${}_2MG$ (solicitationem gravitatis), seu ${}_2MG$ in semilatus rectum aequatur facto ex ${}_2MK$ in ${}_3MR$, id est (per num. 11 artic. hujus) quadrato de ${}_3M\,{}_2D$. Ergo (13tio) ${}_2MG$ (quae repraesentat solicitationem gravitatis) ducta in semilatus rectum ($\odot W$) aequatur quadrato ipsius ${}_3M\,{}_2D$ repraesentantis velocitatem circulationis, seu in literis exprimendo, quia ${}_3M\,{}_2D$ circulatio (per superiora sub initium hujus articuli) est $\vartheta a : r$, fit ${}_2MG$ solicitatio gravitatis aequ. $2\vartheta\vartheta a : rr$, prorsus ut antea in hoc ipso praesente articulo per viam diversam, nempe ope calculi nostri differentialis et theorematis articulo 15 propositi inveneramus. Adeoque *solicitationes gravitatis in Ellipsi sunt quadratis circulationum proportionales*, et quia harmonicae circulationes seu circulandi velocitates sunt reciproce proportionales radiis seu ipsis $\odot M$ distantiis a centro circulationis, id est a foco Ellipseos, nempe pro planetis Sole, per artic. 3 hujus

Tentaminis, ideo denique (14to) solicitationes gravitatis in mobili quod harmonica circulatione simulque motu paracentrico focum respiciente Ellipsin describit (quales sunt planetae circa Solem gyrantes) sunt in reciproca proportione duplicata distantiarum a foco tanquam circulationis et attractionis centro.

20) *Planeta idem attrahitur a Sole diversimode, et quidem in duplicata ratione viciniarum*, ita ut idem duplo vicinior quadruplo fortius, triplo vicinior noncuplo fortius ad descendendum versus Solem nova quadam impressione perpetuo solicitetur. Patet ex praecedenti, posito Planetam Ellipsin describere ac circulari harmonice, ac praeterea continuo impelli versus Solem. Video hanc propositionem jam tum innotuisse etiam Viro celeberrimo Isaaco Newtono, ut ex relatione Actorum apparet, licet inde non possim judicare, quomodo ad eam pervenerit. Ita habemus consensum pulcherrimum eorum quae supra a priori conclusimus ex lege radiationis attractoriae, et eorum quae nunc ex phaenomenis, id est natura motus Elliptici planetarum secundum areas ex Sole tanquam foco abscissas aequabilis a Keplero ex Tychonis et suis observationibus stabilita et a posteris comprobata sponte nascuntur.

21) Patet etiam *solicitationem gravitatis in Planetam esse ad conatum Planetae centrifugum* (seu excussorium ab ipsa circulatione harmonica eum rapiente in orbem atque adeo, excutere conante profectum) *ut distantia praesens a Sole ad quartam partem lateris recti Ellipseos planetariae*, seu ut r ad a : 4, ac proinde rationes ipsae gravitatis ad conatum centrifugum sunt planetae distantiis a Sole proportionales.

22) *Velocitas planetae circa Solem ubique major est velocitate paracentrica, hoc est accedendi ad Solem vel ab eo recedendi.* Cum enim sit circulatio ad paracentricam ut b ad $\sqrt{ee - pp}$ (per 18, adde calculum ad 19), erit major illa quam haec, si $bb + pp$ major quam ee, quod utique fit, cum bb major quam ee, seu b axis transversus quam e distantia focorum. Id vero in Ellipsibus planetariis nobis notis semper contingit, quae non usque adeo a circulis differunt.

23) In Aphelio A et Perihelio Ω sola est circulatio sine accessu et recessu, in Perihelio maxima, in Aphelio minima. In media autem planetae distantia a Sole (quae est in ipsis extremis axis

transversi B et E) velocitas accessus recessusve est ad circulationem in ratione distantiae inter focos ad axem transversum, seu e ad b; ibi enim p evanescit.

24) Maxima est planetae velocitas accedendi ad Solem vel ab eo recedendi, cum $W\odot$ vel $X\odot$ distantia planetae a Sole est aequalis dimidio Ellipseos lateri recto, tunc enim (per 19 vel 21) fit $ddr = 0$, cum $r = a:2$. Itaque si ex Sole tanquam centro, dimidio latere recto $\odot W$ tanquam radio describatur circulus, is Ellipsin planetae in duobus punctis maximae paracentricae velocitatis W et X secabit, quae in uno ut W erit accendi, in altero X recedendi. Minima sive nulla est in Aphelio et Perihelio, sive in Ellipsis utroque vertice A et Ω.

25) Semper in Ellipsi adeoque et semper in planeta conatus centrifugus recedendi a Sole seu conatus excussorius circulationis harmonicae minor est solicitatione gravitatis seu attractione centrali Solis. Est enim (per 21) attractio ad conatum centrifugum ut distantia a Sole seu foco ad quartam partem lateris recti, semper autem in Ellipsi distantia a foco major quarta lateris recti parte.

26) Impetus quos planeta attractione Solis continuata, durante itinere concepit sunt ut anguli circulationis, seu quos radii ex Sole ad primum et postremum itineris punctum ducti comprehendunt, sive ut motus apparens seu iter spectatum ex Sole. Sic impetus impressus durante itinere A_1M est ad impetum impressum durante itinere A_3M ut angulus $A\odot_1M$ ad angulum $A\odot_3M$. Sunt enim angulorum incrementa ut impressiones gravitatis (per 17 et 19), ergo et summae summis proportionales, nempe anguli circulatione absoluti summis impressionum seu impetibus inde conceptis. Hinc in puncto W ubi normalis ordinata ex Sole Ellipsi occurrit, impetus inde a Aphelio A conceptus est dimidia pars impetus concepti ab Aphelio ad Perihelium; est autem ibi $\odot W$, distantia a Sole, ipsum dimidium latus rectum. Et impetus itinere quovis conceptus est ad conceptum semirevolutione, ut angulus circulationis ad duos rectos. Intelligo autem impetus a gravitate vel attractione impressos per se ac solos, non detractis nec computatis impetibus contrariis ab excussorio conatu impressis.

27) Sed operae pretium est distinctius ex causis assignatis explicare totam Planetae revolutionem gradusque

accessus et recessus erga Solem. Planeta igitur in maxima digressione A seu Aphelio positus minorem quidem et conatum centrifugum circulationis excutientis et attractorium gravitatis solicitantis experitur, quam si Soli propior esset. Est tamen in ea distantia, nempe in vertice remotiore a Sole, fortior gravitas quam duplus conatus centrifugus (per 21), quia $\odot A$, distantia Aphelii seu verticis remotioris a Sole seu foco, major est dimidio latere recto $\odot W$. Descendit itaque planeta versus Solem itinere $AMEW\Omega$, et continue crescit descendendi impetus, ut in gravibus acceleratis, quamdiu manet nova gravitatis solicitatio fortior duplo novo conatu centrifugo, tamdiu enim crescit impressio accedendi super impressionem recedendi, adeoque absolute crescit accedendi velocitas, donec in locum perveniatur, ubi aequantur duae illae novae contrariae impressiones, id est in locum W, ubi distantia a Sole $\odot W$ aequatur dimidio lateri recto. Ibi ergo velocitas accedendi est maxima et crescere desinit (per 24). Exinde autem etsi pergat planeta accedere ad Solem usque ad Ω, velocitas tamen accedendi rursus decrescit, praevalente conatu duplo centrifugo super gravitatis impressionem, idque tamdiu continuatur, donec impressiones centrifugae in unum collectae ab initio A hucusque, impressiones gravitatis etiam ab initio hucusque collectas praecise consumunt, seu quando totus impetus recedendi (conceptus ex singulis impressionibus centrifugis collectis) toti impetui accedendi (ex gravitatis impressionibus continue repetitis concepto) tandem aequatur, ubi cessat omnis accessio, atque is locus ipsum est Perihelium Ω, in quo Planeta est Soli maxime vicinus. Postea autem continuato motu, cum hactenus accesserit, nunc recedere incipit, tenditque ab Ω per X versus A. Nam duplus conatus centrifugus qui praevalere coeperat super gravitatem inde a W usque ad Ω, adhuc pergit praevalere ab Ω usque ad X, ac proinde cum ab Ω incipiat planeta quasi de novo moveri, quippe prioribus impetibus contrariis mutuo sublatis, praevalet etiam recessus inde ab Ω, et recedendi velocitas continue crescit usque ad X, sed incrementum tamen ejus seu nova impressio decrescit, donec ista nova impressio ad recedendum seu duplus conatus centrifugus novae impressioni ad recedendum seu gravitati iterum fit aequalis, nempe in X. Itaque in X est maxima recedendi velocitas. Et ex eo praevalet gravitas seu nova impressio accedendi, licet adhuc satis diu praevaleat totus recedendi impetus seu summa omnium impressionum recedendi inde ab Ω acquisitarum, super totum impetum accedendi inde ab Ω denuo impressum. Sed cum tamen hic magis crescat quam ille, post X, tandem ei fit aequalis in A, ubi mutuo destruuntur, et recessus cessat, id est reditur ad Aphelium A. Atque ita omnibus impressionibus pristinis contrariarum aequalium compensatione consumtis, res redit ad statum primum, atque omnia de integro perpetuis lusibus repetuntur, donec longa dies perfecto temporis orbe, rerum constitutioni mutationem notabilem afferat. Illud autem egregium est, quod ex singulari privilegio circulationis harmonicae compositio motuum physica consentit cum Geometrica, nam si planeta cum aethere deferente alia quam harmonica circulatione moveretur, non possent consentire motus planetae et motus aetheris, sed planeta ex impetu concepto pristino vel velocius vel tardius ipso aethere ambiente circularetur, unde perpetuus esset conflictus seu motuum perturbatio. Et supponi potest ita initio contigisse, donec post colluctationem planeta aetherque ambiens in motus conspirantes consensere. Nunc enim, quod mirabile est, dum aether circulatur harmonice, planeta in eo perinde movetur ac in vacuo, tanquam solo concepto impetu pristino et superveniente gravitatis solicitatione moveretur nec adesset deferens fluidum, manifestum enim est, nihil interesse utrum motum in ${}_2M_3M$ componas ex motu in ${}_2M_2D$ (paracentrico) et in ${}_2D_3M$ (circulatorio harmonico), an vero ex conatu in ${}_2MG$ (gravitatis solicitantis) et impetu semel concepto in G_3M vel ${}_2ML$ (aequali pristino impetui ${}_1M_2M$). Et quoniam ipsa vi hujus compositionis impetus pristini cum gravitate nascitur talis planetae velocitas circulatoria, qualem Analysis Geometrica exhibet (nempe harmonica), quam eandem esse contingit cum velocitate circulatoria aetheris ambientis, vicissim fit ut planeta ita circuletur in aethere, quasi ab ipso placidissime deferretur ut infixus in aliquo solido orbe quantum ad hanc circulationem. Unde etiam analysis conatus paracentrici geometrica in solicitationem gravitatis et duplum conatum centrifugum, id est duplum ejus qui esse debere videretur, nil turbat in compositione physica, postquam nunc planeta ob consensum circulandi semel acceptum non amplius ab aethere deferente vim recipit, sed movetur tanquam liber et sui juris, atque ita licet non amplius physice patiatur, tamen Geometrice exhibet circulationem. Loquor autem de illo aethere deferente qui in magno orbe cum planetis fertur in zodiaco circa Solem, analogus vento illi constanti apud nos in-

tra Tropicos spiranti circa globum telluris et secum aliquando nubes ferenti. Sed hoc aethere incomparabiliter subtilior est materia illa quae ipsam gravitatem et magnetismum sive in tellure sive in magno orbe facit, et fortasse non planetarum tantum motus, sed et ipsius venti eos deferentis producit, dum scilicet impetui ab hujus venti materia undecunque concepto (cum nihil penitus quiescat in natura) accedens a subtilissimo fluido solicitatio gravitatis harmonicam circulationem efficit in quovis ventum componente corpore (modo explicato), qui impetus eo jam reductus erit, ut motus inde natus ex accedente solicitatione gravitatis maxime consentiat motui planetarum. Interim non putandum est, haec omnia Geometrica quadam praecisione et absoluta exactitudine fieri, cum ob omnium planetarum, imo corporum Universi actionem in se invicem nihil sit tale in natura, quod omnino definitas et a finitae virtutis mente cogitabiles habeat proprietates ideales Geometricas Dynamicasque; sufficit enim aberrationes materiae ab ideis definitis non esse magnas respectu sentientis. Quousque autem sint notabiles observationibus, indagandum est, ut paulatim ipsae quoque deviationes primariae repertis causis ad certas leges alligentur. Sed nunc in viam redeamus.

28) Habemus ergo *in Motu Planetae Elliptico sex puncta inprimis notabilia*: quatuor quidem obvia, A et Ω Aphelii et Perihelii, itemque E et B mediae distantiae (nam $\odot B$ vel $\odot E$ est dimidius axis major $A\Omega$ adeoque medium arithmeticum inter $\odot A$ maximam et $\odot\Omega$ minimam digressionem), et duo a nobis addita W et X extrema lateris recti WX ad axem in foco $\odot$ ordinatim applicati, quae sunt puncta maximae velocitatis, illud W recedendi, hoc X accedendi (per 24), ubi etiam (per 26) impetus ac continua gravitatis impressione conceptus ab A usque ad W praecise est dimidius ejus, qui toto descensu ab A usque ad Ω concipitur; similiter conceptus ab Ω usque ad X dimidius ejus qui concipitur ab Ω usque ad A. Et omnino impetus a gravitate concepti per AW, $W\Omega$, ΩX, XA sunt aequales.

29) Tempus jam est, ut tradamus *causas quae speciem Ellipseos planetariae definiunt.* Datus focus Ellipseos $\odot$, qui est locus Solis. Dato jam loco A ubi Planetam Sol attrahere incipit, velut maxima planetae distantia, datur remotior ab hoc foco Ellipseos vertex. Data porro ratione gravitatis seu virtutis, qua Sol planetam trahere incipit, ad conatum centrifugum, qua ibi cir-

culatio planetam excutere et a Sole repellere nititur, hinc datur et latus rectum Ellipseos principale WX seu ordinatim applicata in foco $\odot$. Nam $\odot$A data, est ad $\odot$W semilatus rectum, in ratione data attractionis solaris ad duplum conatum centrifugum. Quod si jam quarta pars lateris recti detrahatur a maxima digressione data A$\odot$, erit residuum ad A$\odot$ ut A$\odot$ ad AΩ; datur ergo AΩ major axis Ellipseos seu latus transversum. Datis ergo punctis $\odot$, A, W vel X, datur et Ω, atque hinc porro et C centrum Ellipseos, et alter focus F, et axis transversus BE, adeoque Ellipsis. Nec minus dantur omnia, si pro A initio daretur Ω.

30) Ex his simul patet, quomodo Ellipsis vel (qui sub ea continetur) circulus, non alia conica sectio, a planetis describatur. Et *circulus* quidem oritur, cum attractio gravitatis et dupla vis centrifuga a circulatione orta ab initio attractionis sunt aequales; ita enim aequales manebunt, nulla existente causa accessus aut recessus. Sed cum initio (vel in statu destructorum priorum impetuum contrariorum accedendi recedendive, qui initio aequivalent, hoc est in Aphelio vel Perihelio) attractio et duplus conatus centrifugus sunt inaequales, modo (per 25) conatus centrifugus simplex sit minor attractione, describitur *Ellipsis*, et praevalente attractione, initium est Aphelium, sin praevaleat duplus conatus centrifugus, est Perihelium. Si conatus centrifugus simplex attractioni sit aequalis, *Parabola*, si major, *Hyperbola* orietur, cujus focus intra ipsam sit Sol. Quod si Planeta non gravitate, sed levitate esset praeditus, nec traheretur, sed repelleretur a Sole, *Hyperbolae opposita* orietur, cujus nempe focus extra ipsam Sol esset. Manifestum autem est ideo planetas nostros non ferri in Parabola aut Hyperbola, quia si unquam sic moti fuere, dudum in mundana spatia abscessere, neque enim tales lineae redeunt in se. An Cometae in Parabolis Hyperbolisve aut similibus ferantur, an potius ipsorum quoque motus post longa intervalla ad priora vestigia revertantur, observationibus relinquendum est. Porro Planetariae Ellipses vel ideo non admodum a circulis abeunt, quod ita minus pugnant inter se, nec circuli tamen perfecti evasere, quod alii planetae aliis soliditate adeoque potentia praevaluere, quae res et distantias eorum definivit. Caeterum superesset ut distinctius exponeremus motum vorticis solaris, ut in eo gravitatis atque magnetismi causae legesque melius intelligi possent perfectiusque a priori explicaretur radiatio, cujus naturae jam tum convenire ostendimus gravitatis

solicitationes esse in duplicata ratione viciniarum; et praeterea opus esset diversorum ejusdem systematis planetarum motus comparari, quo causa intelligatur, cur ex miranda Kepleri observatione tempora periodica sint in sesquiplicata ratione distantiarum. Sed haec peculiarem operam merentur omnia, ut pro dignitate tractari possint, nec commode Schediasmati ab hac tractatione alieno et ideo tantum in specimen apposito, quo melius meditationum nostrarum dynamicarum usus appareret, nec proinde nimis extendendo, includi possunt.

Beilage.

Leibniz an Hugens *).

Je suis bien marri de n'avoir sçeu la nouvelle obligation que je vous avois apres tant d'anciennes, que par votre lettre de Voorbourg du 24. d'Aoust, je me suis d'abord informé où pouvoit estre devenu vostre paquet, et enfin on me l'a apporté il y a quelques semaines; je vous en dois remercier de toutes les manieres. Vos presens me sont precieux, et je puis dire, que celuy que vous me fistes à Paris de vôtre excellent ouvrage sur les pendules a esté un de plus grands motifs des progrés que j'aye peutestre faits depuis dans ces sortes de sciences. Car m'efforçant de vouloir entendre des pensées qui passoient de beaucoup les connoissances que j'avois alors en ces matieres, je m'estois enfin mis en estat de vous imiter en quelque chose. Apres cela vous pouvés juger quel estat je dois faire de ce qui vient de vostre part, puisque cela me porte tousjours des lumieres. Et rien n'en avoit plus besoin que la lumière même. Quand vôtre traité sur ce sujet ne me seroit venu que par les voyes ordinaires des libraires, je ne l'aurois pas moins consideré comme une grace que vous m'auriés faite, le bien que vous avés fait à tous, touchant plus particulierement ceux qui en peuvent profiter d'avantage par le goust qu'ils prennent à la matiere. Maintenant que vous m'envoyés vous mêmes vôtre ouvrage si attendu depuis tant d'années, cette distinction favorable m'oblige

*) Dieser Brief ist in mehreren Entwürfen und in zwei von Leibniz revidirten Abschriften vorhanden.

encor plus etroitement, et me fait joindre la reconnoissance que je vous en dois, à celle qui m'est commune avec tout le genre humain, dont vous augmentés le veritable thresor par vos decouvertes importantes, quoyque le nombre de ceux qui en puissent connoistre le prix soit mediocre. Je me sçay bon gré d'en estre: ille se profecisse sciat, cui ista valde placuerint. Si j'avois l'âge et le loisir du temps de mon sejour à Paris, j'espererois qu'il me pourroit servir en Physique comme vôtre premier present me fit avancer en Geometrie. Mais je suis distrait par des occupations bien differentes qui semblent me demander tout entier. Et ce n'est que par échappades que je puis m'en écarter quelques fois, cependant le plaisir et l'utilité qu'il y a à communiquer avec vous me fait profiter de l'occasion. J'ay lû vôtre ouvrage avec la plus grande avidité du monde; je l'avois fait chercher à Hambourg il y a déjà quelques mois, mais on me manda, que quelque peu d'exemplaires qui y estoient venus estoient déjà disparus.

L'usage que vous faites des ondes pour expliquer les effects de la lumiere m'a surpris, et rien n'est plus heureux que cette facilité, avec laquelle cette linge qui touche toutes les ondes particulieres et compose l'onde generale satisfait aux loix de reflexion et de refraction connues par l'experience. Mais quand j'ai vû que la supposition des ondes spheroidales vous sert avec la même facilité à resoudre les phenomenes de la refraction disdiaclastique du cristal d'Islande, j'ay passé de l'estime à l'admiration. Le bon Pere Pardies parloit aussi d'ondes, mais il estoit bien éloigné de ces considerations comme vous avés remarqué vous même p. 18. où vous dites qu'on le pourra voir si son écrit a esté conservé. Mais sans chercher cet écrit on le pourra juger par un petit livre de dioptrique du Pere Ango Jesuite, qui avoue d'avoir eu les papiers du P. Pardies entre les mains, et d'en avoir puisé la consideration des ondes. Mais lors qu'il pretend d'en tirer la regle des sinus pour la refraction (car c'estoit là, où je l'attendois), il se trompe fort, ou plustost il se mocque de nous en forgeant une demonstration apparente qui suppose adroitement ce qui est en question. Je voudrois que vous eussiés voulû nous donner au moins vos conjectures sur les couleurs et je voudrois sçavoir aussi quelle est vôtre pensée de l'attraction que M. Newton reconnoist après le P. Grimaldi dans la lumiere à la p. 231 de ses Principes,

item quelles sont les experiences nouvelles sur les couleurs que M. Newton vous a communiquées, si vous trouvés à propos d'en faire part. Le crystal d'Islande n'a-t-il rien fourni de particulier sur les couleurs?

Apres avoir bien consideré le livre de M. Newton que j'ay vû à Rome pour la premiere fois, j'ay admiré comme de raison quantité de belles choses qu'il y donne. Cependant je ne comprends pas comment il conçoit la pesanteur, ou attraction. Il semble que selon luy ce n'est qu'une certaine vertu incorporelle et inexplicable, au lieu que vous l'expliqués tres plausiblement par les loix de la mecanique. Quand je faisois mes raisonnemens sur la Circulation harmonique, c'est à dire, reciproque aux distances, qui me faisoit rencontrer la regle de Kepler [du tems proportionel aux aires], je voyois ce privilege excellent de cette espece de circulation: qu'elle est seule capable de se conserver dans un milieu qui circule de même, et d'accorder ensemble durablement le mouvement du solide et du fluide ambiant. Et c'estoit là la raison Physique que je pretendois donner un jour de cette circulation, les corps y ayant esté determinés pour mieux s'accorder ensemble. Car la circulation harmonique seule a cela de propre que le corps qui circule ainsi, garde precisement la force de sa direction ou impression precedente tout comme s'il estoit mû dans le vuide par la seule impetuosité jointe à la pesanteur. Et le même corps aussi est mû dans l'ether comme s'il y nageoit tranquillement sans avoir aucune impetuosité propre, ny aucun reste des impressions precedentes, et ne faisoit qu'obeïr absolument à l'ether qui l'environne, quant à la circulation (le mouvement paracentrique mis à part), car comme j'avois monstré dans les Actes de Leipzig p. 89 au mois de Fevrier 1689, la circulation $D_1 M_2$ ou $D_2 M_3$ estant harmonique, et $M_3 L$ parallele à $\odot M_2$, rencontrant la direction precedente $M_1 M_2$ prolonguée en L, à lors $M_1 M_2$ est égale à $M_2 L$ (ou à GM_1 le graveur a oublié la lettre G entre T_2 et M_2 marquée dans ma description) et par consequent la direction nouvelle $M_2 M_3$ est composée tant de la direction precedente $M_2 L$ jointe à l'impression nouvelle de la pesanteur, c'est à dire à LM_3, que de la velocité de circuler de l'ether ambiant $D_1 M_3$ en progression harmonique jointe à la velocité paracentrique déjà acquise $M_2 D_1$ en progression quelconque. Mais quelque autre circulation qu'on suppose hors l'harmonique, le corps gardant l'im-