ex K, centro gravitatis ipsius trabis. Fieri etiam poterit, ut trabs pondere suo frangatur in loco aliquo, ut G in fig. 5 inter parietem AB et extremitatem trabis C, quando scilicet gravitatio portionis FGCF, libratae ex puncto quietis G, majorem habet rationem ad resistentiam in FG, quam gravitatio totius trabis BAC ex puncto quietis A ad resistentiam in AB. Quaeritur autem, qualis esse debeat linea BFC, ut resistentiae sint gravitationibus respondentibus proportionales, et trabs ubique aequaliter resistat: hanc ergo invenietur esse Parabolicam. Est enim resistentia in FG ad resistentiam in BA ut trilineum parabolicum concavum FGHF ad aliud BACB, si basis trilinei sit altitudini ejusdem aequalis (ut patet ex praecedentibus), seu ut quadratum FG ad quadratum BA (quia trilineum tale est tertia pars quadrati circumscripti). Sed momentum seu gravitatio portionis FGCF cujuscunque ex G libratae, est ad momentum totius trabis BACB ex A libratae, etiam ut quadratum FG ad quadratum BA, quemadmodum ex natura parabolae facile demonstratur (nam portiones CGFC et CABC sunt ut cubi a CG, CA. Porro A2 et G3 sunto quartae partes ipsarum CG et CA, eruntque distantiae centrorum gravitatis portionum CGFC et CABC a punctis quietis seu centris librationis G et A, et momenta dictarum portionum sunt ut facta ex portionibus in distantias, seu in composita ratione portionum sive cuborum a GC et CA, et distantiarum, quae sunt ut ipsae CG et CA: ergo in ratione quadrato-quadratorum a CG, CA, id est in ratione quadratorum ab FG et BA). Ergo resistentiae sunt momentis seu viribus proportionales, seu ubique eadem momenti cujusque ad suam resistentiam proportio, atque adeo aequabilis erit firmitas, qua trabs ponderi proprio ubique resistit: et proinde in quantamcunque longitudinem procurrat trabs ita figurata, si prope murum pondere suo non frangatur, nec alibi frangetur. Praeterea cum trabs Prismatica parabolica CABC sit tertia tantum pars plenae CDBA, hinc tertia ponderis parte detracta et distantia centri gravitatis ab AG ad ejus dimidiam A2 retracta, trabs parabolica sextuplo plena firmior erit. Sed si neglecto pondere trabis intelligatur vis aquae aut venti, aut alia quaedam aequaliter distributa per totam trabis longitudinem, ut si in fig. 6 tignum ABD ex muro procurrens, onus terrae ingestae vel frumenti alteriusve materiae ferre debeat, poterit esse triangulare, lineaque AD recta, et tignum ubique aequaliter resistet ponderi imposito, ut si in muro non frangatur, nec alibi frangi

possit: nam ex notis mechanicae legibus, momentum ponderis incumbentis ipsi GD, est ad momentum ponderis incumbentis ipsi BD, ut quadratum GD ad quadratum BD, seu ut quadratum GF ad quadratum BA, id est ut resistentia in GF ad resistentiam in BA: quod si partim pondus impositum, partim figura trabis consideretur, nihilominus figuram aequaliter resistentem dare possum.

Hactenus autem consideravimus tantum trabem, cujus superficies, qua muro vel sustentaculo adhaeret, ubique aeque alta est, unde suffecit assumere rectam BA, sed quia superficies communis trabi et parieti varia esse potest, demus regulam generalem pro resistentia ejus Geometrice determinanda, cujus speciales casus si cui pertractare vacabit, is multa perelegantia theoremata deprehendet. In genere autem sit trabs ABHC (fig. 7), cujus sectio ad sustentaculum DE sit planum ABH figurae cujuscunque. Demittatur illud in horizontem, seu in plano horizontis describatur aliud ei aequale, simile, et similiter positum AGH. Ex puncto G ab AH horizontalium infima maxime remoto (quod respondet puncto B) ducatur ad AH perpendicularis GF (ipsi BF aequalis) et fiat corpus cylindricum, cujus basis aut sectio quaecunque parallela horizonti sit similis et aequalis ipsi AGH, altitudo autem perpendicularis sit GJ, aequalis FG vel BF, quod corpus liceat appellare cylindrum. Per J ducatur tangens indefinita KJL parallela ipsi AH. Tandem planum transeat per AH et KL, quod ad horizontem faciet angulum semirectum, et corpus cylindricum secabit in duas partes, quarum illa in quam cadit GJ, quae in figura est supra planum secans, a Geometris dicitur *Ungula*. Dico hanc Ungulam a cylindro resectam facientem officium vectis, cujus fulcrum sit in AH, aequare vel repraesentare resistentiam trabis ABHC transversim in AHB rumpendae, si pondus ipsius cylindri ad eandem directe ex muro evellendam sufficit. Sed ne opus sit ungulam considerari ad modum vectis, et ut pondus resistentiam repraesentans absolute habeamus, suspendatur ungula ex puncto M, seu ex FM distantia centri gravitatis ungulae a pariete, et ita exacte resistentiam transversalem aequabit, si cylinder aequat directam. Itaque cum quaeretur an et ubi solidum aliquod frangi debeat, Geometrae non erit difficilis aestimatio; id enim aut non aut ibi potissimum fiet, ubi momentum ungulae, seu factum ex ungula ducta in distantiam sui centri gravitatis, a plano verticali, in quo est axis librationis, omnium minimam habebit rationem ad potentiam ibi abrumpere tentantem: ut proinde his paucis consideratis tota haec materia redacta sit ad puram Geometriam, quod in physicis et mechanis unice desideratur.

Additio: Si quis connoeides aliquod quaerat aequalis resistentiae, huic satisfaciet Tuba parabolica. Sit in fig. 8 parabolica linea AEC cujus vertex A, tangens verticis AB, circa quam tanquam axem rotetur linea parabolica, et fiet Tuba AECGDFA. Sumta jam adhuc alia Tubae portione AEHFA, cum resistentiae basium seu circulorum CGD, EHF sint ut cubi diametrorum CD, EF, reperietur momenta ipsarum portionum AECGDFA et AEHFA ex natura parabolae esse etiam ut cubos CD, EF.

III.

DEMONSTRATIO GEOMETRICA REGULAE APUD STATICOS RECEPTAE DE MOMENTIS GRAVIUM IN PLANIS INCLINATIS, NUPER IN DUBIUM VOCATAE, ET SOLUTIO CASUS ELEGANTIS, IN ACTIS NOVEMBR. 1684 PAG. 512 PROPOSITI, DE GLOBO DUOBUS PLANIS ANGULUM RECTUM FACIENTIBUS SIMUL INCUMBENTE, QUANTUM UNUMQUODQUE PLANORUM PREMATUR, DETERMINANS.

Sit in fig. 9 planum verticale ADB, et inclinatum ACE, et in illo descendere tendat grave B, in hoc grave C, quae designo per puncta, in quae incidunt eorum centra gravitatis. Sint autem gravia connexa fune BAC, et in aequilibrio, angulusque ABC rectus. Ajo fore grave B ad grave C, ut recta AB ad rectam AC, quod sic ostendo: Funem (qui gravitate carere intelligitur) manu prehendendo in C, trahendoque grave C deorsum in E, adeoque simul grave B sursum in D (quo facto aequales erunt CE et BD), patet aequilibrium, quod prius erat inter gravia, manere, nec manum ab ipsis juvari vel impediri, nec proinde eorum centrum gravitatis commune (seu centrum totius ex ipsis compositi, sive centrum aequilibrii) attolli vel deprimi. Et cum gravium in situ B, C centrum gravitatis commune esset in recta BC, horizonti parallela, ideo eorundem centrum in situ DE positorum manebit in

recta BC, alioqui attolleretur vel deprimeretur. At idem est in recta DE, quippe quae eorum centra gravitatis B et C jungit: erit ergo in H puncto communi rectarum BC et DE. Jam ex Geometria ostendi potest Lemma facile nec injucundum: Si sint CE et BD aequales, fore DH ad HE, ut AC ad AB (de quo mox). Est autem etiam grave E (sive C) ad grave D (sive B) ut DH ad HE, quia H est centrum aequilibrii ipsorum. Ergo erit grave C ad grave B, ut AC ad AB, quod asserebatur. Idem aliter etiam sine assumto lemmate illo geometrico ostendi potest, si grave B attollatur usque ad A, seu si (D) incidat in ipsum punctum A, eo enim casu C(E) seu B(D) erit aequalis BA, et (H) incidet in C, et (H)(D) coincidet cum CA; eritque C centrum aequilibrii gravium ex B et C translatorum in A et (E), ac proinde grave in (E), hoc est grave C, ad grave in A, hoc est grave B, erit ut AC ad C(E) sive AB, ut ante. Placet tamen ipsius propositionis Geometricae supradictae demonstrationem subjicere.

LEMMA. Omnium triangulorum, angulum coincidentem et summam laterum circa eundem angulum aequalem habentium, bases a basi unius ex ipsis trianguli in eadem ratione secantur, quae scilicet est ratio laterum hujus trianguli positorum circa angulum communem. Sit angulus communis FAM in eadem fig. 9, et triangula quotcunque ut ABC, ADE angulum BAC, DAE habentia coincidentem, et summam laterum BA+AC vel DA+AE semper aequalem (unde et BD aequalis erit ipsi CE) unumque ex his triangulis assumatur ut ABC: dico a basi ejus BC secari basin DE trianguli alterius cujuscunque supradictas conditiones habentis ADE in partes DH, HE, quae sint in ratione AC, AB. Nimirum ex D ad AC ducatur DG parallela ipsi BC, et ex G ad BC ducatur GL parallela ipsi AB. Jam (ob triangula ABC, GLC similia) est AC ad AB, ut GC ad GL seu ad DB seu ad CE. Rursus (ob triangula EGD, ECH similia) GC ad CE, ut DH ad HE. Ergo (a primis ad postrema) erit AC ad AB, ut DH ad HE, quod ostendendum proponebatur. Patet autem ex demonstratione, nihil referre utrum angulus B sit rectus, et proinde etiam DE, basin trianguli ADE, secare basin BC alterius trianguli ABC (eandem laterum circa communem angulum summam habentis) ita ut segmenta CH, HB sint proportionalia ipsis DA, AE lateribus trianguli ADE circa angulum triangulis communem A. Potest etiam Lemma nostrum haberi pro accessione Locorum Planorum. Locus enim punctorum, quibus bases omnium triangulorum eandem summam laterum circa communem angulum habentium in data ratione secantur, est recta. Superest nunc, ut veniamus ad solutionem casus de globo J (fig. 10) duobus planis HC, ZC ad horizontem NO inclinatis, sed ad se invicem angulum rectum facientibus simul incumbente, illi in F, hic in H, ut determinemus, quantum sit momentum, quo unumquodque planum premitur. Statim autem patet (quod etiam ab Adm. Rev. P. Kochanskio in Actis Junii 1685 recte notatum video), globum in plano aliquo inclinato duplex exercere momentum, unum quo decliviter descendere tendit, alterum quo planum declive premit, quae duo simul absolutum seu totale gravis momentum constituunt. Itaque in nostro casu ob duas causas planum alterutrum, ut XFC, a globo J premi intelligitur: prima est quod globus J descendere tendens in plani XFC linea FC, momento quod sit ad totale ut XN ad XC (quemadmodum demonstravimus) aget reliquo (quod erit ad totale ut XC — XN ad XC) in ipsum planum declive XFC, a quo sustentatur. Sed actio ista etsi vera et realis sit, est tamen alternativa, et ob praesentiam alterius plani etiam sustentantis refracta, ut postea explicabitur. Secunda causa premendi planum XFC, est, quod globus J descendens in altero plano ZHC, momento quod sit ad totale ut ZO ad ZC, premit hoc ipso momento planum XFC descensui suo declivi, in linea HC affectato, se directe objiciens, atque ita hanc descensus vim excipiens. Porro eadem ratiocinatio institui potest de plano altero ZHC, etiam ex duabus illis premendi causis, et quidem ex prima causa, quae erat sustentatio globi in ipso plano, in quo decliviter descendere tendit, premitur hoc planum ZHC momento, quod sit ad totale momentum globi, ut ZC — ZO ad ZC: at vero ex altera causa quae erat exceptio globi, dum scilicet planum ZHC, ei in altero plano XFC decliviter descendere conanti se directe objiciens, vim illam excipit, premitur planum ZHC momento, quod sit ad totale ut XN ad XC. Et quidem causa prima premendi planum XFC, et secunda premendi planum ZHC, quae sunt dissimilares, simul constituunt totum momentum globi; globus enim premit planum XFC quatenus ab eo sustentatur, et planum ZHC quatenus a priore non sustentatur. Similiter causa prima premendi planum ZHC, et secunda premendi planum XFC,

licet dissimilares, constituunt totum momentum globi. Causae autem similes conjunctae, duae scilicet pressiones ob sustentationem, vel duae pressiones ob exceptionem (quibus duabus posterioribus compositis utitur doctissimus Autor speciminis de momentis gravium in Actis Novembr. 1684 exhibiti, qui casum hunc de duobus planis angulum rectum facientibus a se ingeniose excogitatum proposuit) momentum totale non integrant, sumtae scilicet ex diversis momenti totalis partitionibus. Verum cum quatuor premendi causis simul sumtis his integretur momentum totale, patet illas sic absolute sumtas non esse compatibiles, nec cumulative, sed ut post dicam, tantum elective sive alternative componendas: alioqui effectus globi in plana major esset momento globi totalis absoluto. Cum vero manifestum sit, duas semper causas in quolibet plano aequali ratione in considerationem venire debere, nec tamen integras retineri posse, adhibenda est regula alternativorum, quae in jure accrescendi, in aestimatione spei alea ludentium, aliisque casibus locum habet, hoc est utriusque momenti sumendum est dimidium seu, quod eodem redit, medium inter ipsa arithmeticum sive dimidium summae ex ambobus. Itaque si momentum globi totale sit unitas, cum duo momenta premendi planum XFC sint $\frac{XC - XN}{XC}$, et $\frac{ZO}{ZC}$ seu $\frac{ZO}{XC}$ (si ponantur XC et ZC aequales), sequitur momentum, quo revera in hoc situ premitur planum XFC, fore dimid. $\frac{XC - XN}{XC}$ + dimid. $\frac{ZO}{XC}$ seu $\frac{XC - XN + ZO}{2XC}$ et similiter momentum, quo revera premitur planum ZHC, erit dimid. $\frac{ZC - ZO}{ZC}$ (seu dimid. $\frac{XC - ZO}{XC}$) + dimid. $\frac{XN}{XC}$, hoc est $\frac{XC - ZO + XN}{2XC}$, quorum duorum momentorum revera duo plana prementium summa componit momentum globi totale seu unitatem, quod omnino opus erat observari. Atque adeo cessat difficultas, quae ex casu proposito nasci posse videbatur, quae tamen talis erat, ut omnino mereretur explicari: nec ideo minus obligati sumus Autori speciminis, qui eam excogitavit, pariter atque Adm. R. P. Kochanskio, qui viam jam tum designavit, cui recte insistendo ad determinationem pressionis cujusque plani perveniri poterat. In numeris Kochanskianis sit XN vel CO, 3; CN vel ZO, 4; XC vel ZC, 5; tunc planum XFC revera premitur a $\frac{3}{5}$ et planum ZHC a $\frac{2}{5}$ momenti totalis. Sin pro 3, 4, 5 numeri sint 5, 12, 13, tunc planum XFC premitur a $\frac{10}{13}$, et planum ZHC a $\frac{3}{13}$ momenti totalis. Ad examen autem regulae nostrae proderit etiam considerare et cum regula conferre solutiones casuum specialium aliunde notas, ut si XN fiat aequalis nihilo, planum XFC fiet horizontale, ZHC verticale, rectaeque XC et ZO aequales, ubi etiam ex regula recte prodibit totum momentum totale pro premendo plano XFC, et nihil pro premendo plano ZHC. Si vero rectae XN et ZO sumantur aequales, adeoque et anguli XCN, ZCO aequales, tunc per se manifestum est, utrumque planum eodem modo premi a globo, ac proinde dimidium momenti totalis unicuique impendi, quod ipsum et ex regula nostra prodit. Methodus autem qua usi sumus, per regulam alternativorum, etiam in aliis casibus perplexis enodandis magnum usum habere potest, quamvis non sit pure Geometrica, sed quodammodo Metaphysica simul; unde provisionalis censeri potest, donec idem demonstretur alia via, magis secundum vulgares notiones geometrica et rigorosa, quam ubi vacaverit exhibere mihi reservo. Porro unum adhuc admonendum est, ne quis in captionem satis alioqui subtilem incidat, et ut appareat clarius, cur duos conatus componendos vocaverimus alternativos: nempe haec quidem, quae de pressione cujusque plani determinavimus, tantum locum habent, cum unumquodque planum satis firmum est, ut resistere possit unicuique conatuum alternativorum a quibus premitur, separatim sumto; sed si unum ex planis resistere quidem posset minori conatui se urgenti, vel etiam dimidiae amborum summae, non vero majori, alterum vero planum ita firmum esset, ut unicuique ex ambabus in se pressionibus posset resistere, tunc eo ipso locum habebit absolute unus ex casibus alternativis prae reliquis, ac proinde cessante regula alternativorum aequaliter locum habentium, prius illud seu debilius planum vi ejus conatus, cui impar est, superaretur. Quae quidem observatio singularis est utilisque, ut conatus naturae alternativi singuli a conatu ob exitum alterutro modo frustra tentatum, ex ipsis alternativis sibi obstantibus resultante, distinguantur: nec ideo exempli causa putetur planum XFC premi absolute momento $\frac{ZO}{XC}$, quoniam eo ipso momento premitur conditionaliter, ita scilicet, ut frangendum sit, si ei resistere non possit. Nam in casu quo ei resistere potest, vi sua elastica renitens prementi, onus in alterum planum rejicere

tentat, quod ipsum si etiam satis firmum sit, ex conflictu ea demum aequissima distributio sequitur, quam exposuimus, ubi non ipsa quidem quatuor momenta, sed tamen ipsis proportionalia adhibentur, in quae momentum totale distribuitur. Sunt autem haec, quemadmodum prima fronte paradoxa (ut scilicet planum aliquod dicatur certo aliquo momento seu conatu premi alternative sive conditionaliter), ita consideratu jucunda, et processum naturae non tantum mathematicum, sed et quodammodo Metaphysicum illustrare apta.

IV.

BREVIS DEMONSTRATIO ERRORIS MEMORABILIS CARTESII ET ALIORUM CIRCA LEGEM NATURALEM. SECUNDUM QUAM VOLUNT A DEO EANDEM SEMPER QUANTITATEM MOTUS CONSERVARI, QUA ET IN RE MECHANICA ABUTUNTUR.

Complures Mathematici cum videant in quinque machinis vulgaribus celeritatem et molem inter se compensari, generaliter vim motricem aestimant a quantitate motus, sive producto ex multiplicatione corporis in celeritatem suam. Vel ut magis geometrice loquar, vires duorum corporum (ejusdem speciei) in motum concitatorum ac sua mole pariter ac motu agentium esse dicunt in ratione composita corporum seu molium et earum quas habent velocitatum. Itaque cum rationi consentaneum sit, eandem motricis potentiae summam in natura conservari, et neque imminui, quoniam videmus nullam vim ab uno corpore amitti, quin in aliud transferatur, neque augeri, quia vel ideo motus perpetuus mechanicus nuspiam succedit, quod nulla machina ac proinde ne integer quidem mundus suam vim intendere potest sine novo externo impulsu; inde factum est, ut Cartesius, qui vim motricem et quantitatem motus pro re aequivalente habebat, pronunciaverit eandem quantitatem motus a Deo in mundo conservari.

Ego vero ut ostendam quantum inter haec duo intersit, suppono primo, corpus cadens ex certa altitudine acquirere vim eousque rursus assurgendi, si directio ejus ita ferat nec quicquam externorum impediat: exempli causa, pendulum ad altitudinem, ex qua demissum est, praecise rediturum esse, nisi aëris resistentia similiaque impedimenta exigua alia nonnihil de vi ejus absorberent, a quibus nos quidem nunc animum abstrahimus. Suppono item secundo, tanta vi opus esse ad elevandum corpus A (fig. 11) unius librae usque ad altitudinem CD quatuor ulnarum, quanta opus est ad elevandum corpus B quatuor librarum usque ad altitudinem EF unius ulnae. Omnia haec a Cartesianis pariter ac caeteris Philosophis et Mathematicis nostri temporis conceduntur. Hinc sequitur corpus A delapsum ex altitudine CD praecise tantum acquisivisse virium, quantum corpus B lapsum ex altitudine EF. Nam corpus (A) postquam lapsu ex C pervenit ad D, ibi habet rem reassurgendi usque ad C, per suppos. 1, hoc est vim elevandi corpus unius librae (corpus scilicet proprium) ad altitudinem quatuor ulnarum. Et similiter corpus (B) postquam lapsu ex E pervenit ad F, ibi habet vim reassurgendi usque ad E, per suppos. 1, hoc est vim elevandi corpus quatuor librarum (corpus scilicet proprium) ad altitudinem unius ulnae. Ergo per suppos. 2 vis corporis (A) existentis in D, et vis corporis (B) existentis in E sunt aequales.

Videamus jam an et quantitas motus utrobique eadem sit. Verum ibi praeter spem discrimen maximum reperietur. Quod ita ostendo. Demonstratum est a Galilaeo, celeritatem acquisitam lapsu CD esse duplum celeritatis acquisitae lapsu EF. Multiplicemus ergo corpus A, quod est ut 1, per celeritatem suam, quae est ut 2, productum seu quantitas motus erit ut 2; rursus multiplicemus corpus B quod est ut 4, per suam celeritatem, quae est ut 1, productum seu quantitas motus erit ut 4. Ergo quantitas motus, quae est corporis (A) existentis in D, est dimidia quantitatis motus, quae est corporis (B) existentis in F, et tamen paulo ante vires utrobique inventae sunt aequales. Itaque magnum est discrimen inter vim motricem et quantitatem motus, ita ut unum per alterum aestimari non possit, quod ostendendum susceperamus. Ex his apparet, quomodo vis aestimanda sit a quantitate effectus; quem producere potest, exempli gratia ab altitudine, ad quam ipsa corpus grave datae magnitudinis et speciei potest elevare, non vero a celeritate quam corpori potest imprimere. Non enim dupla, sed majore vi opus est ad duplam eidem corpori dandam celeritatem. Nemo vero miretur in vulgaribus machinis, vecte, axe in peri-

trochio, trochlea, cuneo, cochlea et similibus aequilibrium esse, cum magnitudo unius corporis celeritate alterius, quae ex dispositione machinae oritura esset, compensatur, seu cum magnitudines (posita eadem corporum specie) sunt reciproce ut celeritates, seu cum eadem alterutro modo prodiret quantitas motus. Ibi enim evenit etiam eandem utrobique futuram esse quantitatem effectus seu altitudinem descensus aut ascensus, in quodcunque aequilibrii latus motum fieri velis. Itaque per accidens ibi contingit, ut vis a motus quantitate possit aestimari. Alii vero casus dantur, qualis is est, quem supra attulimus, ubi non coincidunt.

Caeterum cum nihil sit probatione nostra simplicius, mirum est vel Cartesio vel Cartesianis, viris doctissimis, in mentem non venisse. Sed illum quidem nimia fiducia sui ingenii in transversum egit, hos alieni. Nam Cartesius, solito magnis viris vitio, postremo factus est paulo praefidentior. Cartesiani autem non pauci vereor ne paulatim Peripateticos complures imitari incipiant, quos irrident, hoc est ne pro recta ratione et natura rerum, consulendis magistri libris assuefiant.

Dicendum est ergo vires esse in composita ratione corporum (ejusdem gravitatis specificae seu soliditatis) et altitudinum celeritatis productricium, ex quibus scilicet tales celeritates acquiri potuissent, vel generalius (quia interdum nulla adhuc celeritas producta est) altitudinum proditurarum, non vero generaliter ipsarum celeritatum, utcunque id plausibile prima specie videatur et plerisque sit visum; ex quo complures errores nati sunt, qui in scriptis mathematico-mechanicis RR. PP. Honorati Fabri et Claudii Dechales, itemque Joh. Alph. Borelli, et aliorum virorum, caeteroqui in his studiis praestantium, deprehenduntur. Quin et hinc factum puto, quod nuper Regula Hugeniana circa centrum oscillationis pendulorum, quae verissima est, a nonnullis viris doctis in dubium fuit vocata.

Beilage.

Ostendendum est, ejusdem esse potentiae elevare unam libram ad duos pedes, et elevare duas libras ad unum pedem.

Hanc propositionem non admittunt tantum, sed et diserte adhibent et pro principio habent Cartesius in Epistolis et brevi tractatu Mechanico, qui tum Epistolis insertus tum etiam separatim editus habetur; Pascalius in tractatu de aequilibrio liquorum; Samuel Morlandus Anglus (inventor Tubae Stentoreae) in tractatu Hydraulico nuper edito; et Cartesianus quidam eruditus qui meae demonstrationi Anti-Cartesianae sed non satis perceptae aliis nescio quibus effugiis quaesitis respondere voluit in Novellis Reipublicae literariae apud Batavos editis; ut alios Cartesianos non minus quam alterius sententiae philosophos taceam. Itaque ad revincendam Cartesianorum Naturae Legem tuto a me adhiberi potuit.

Eandem propositionem confirmant quinque Mechanicae potentiae vulgo celebratae, vectis, axis in peritrochio, trochlea, cuneus et cochlea, ubique enim reperietur veram esse nostram propositionem. Nunc autem brevitatis causa sufficiet rem solo vectis exemplo ostendere, vel (quod eodem redit) ex nostra regula deducere reciprocam esse proportionem distantiarum et ponderum in aequilibrio positorum. Ponamus enim AC (fig. 12) esse duplam ipsius BC, et pondus B duplum ponderis A, ajo A et B esse in aequilibrio. Ponamus enim alterutrum praeponderare, ut B, atque ita B descendere in (B), et A ascendere in (A); demittantur ex (A) et (B) perpendiculares in AB, nempe (A)D et (B)E, patet si D(B) sit unius pedis, fore (A)E duorum pedum, ergo si duae librae descendant ad altitudinem unius pedis, unam libram ascendere ad altitudinem duorum pedum, atque adeo cum haec duo aequivaleant, nihil acquiri proindeque nec fieri descensum inutilem, sed omnia potius ut antea in aequilibrio manere. Eodem modo ostendetur, nec A descendere sive praevalere. Atque ita a posteriori confirmatur nostra propositio tanquam Hypothesis, ea enim assumta ostendi possunt omnes propositiones Mechanicae vulgaris ad aequiponderantia sive potentias quinque pertinentes.

Quin imo affirmare ausim nullum extare Theorema Mechanicum, quo non confirmetur Hypothesis nostra vel supponatur, quemadmodum ostendi posset ex regula plani inclinati, vel jactibus aquarum, vel descensu gravium accelerato. Et licet nonnulla horum conciliari etiam posse videantur cum illa Hypothesi quae potentiam ex mole ducta in celeritatem metitur, hoc tamen fit per accidens, quoniam in potentiis mortuis, ubi conatibus primis vel ultimis agitur, duae Hypotheses coincidunt, sed in potentiis vivis seu concepto impetu agentibus divortium fit, quemadmodum in

exemplo patet, quod a me in edito Schediasmate propositum est. Est autem potentia viva ad mortuam vel impetus ad conatum ut linea ad punctum vel ut planum ad lineam. Et quemadmodum circuli non sunt ut diametri, sed ut quadrata diametrorum, ita potentiae vivae corporum aequalium non sunt ut celeritates, sed ut quadrata celeritatum.

Sed quoniam neque autoritate hic standum est, neque inductionibus atque hypothesibus contentus est animus sciendi cupidus, en age dabimus Demonsrationem propositionis nostrae, ut imposterum inter immota Mechanicae doctrinae fundamenta collocari possit.

Assumo autem hoc unum, corpus grave, quod ex aliqua altitudine descendit, exacte vel praecise habere potentiam rursus ad eandem altitudinem assurgendi, si scilicet nihil virium in itinere attritu aliquo aut resistentia ambientis vel alterius corporis perdidisse intelligatur.

Corollarium. Itaque corpus unius librae quod descendit ex altitudine unius pedis, exacte acquisivit potentiam attollendi corpus unius librae (aequale scilicet corpori proprio) ad altitudinem unius pedis.

Postulo praeterea mihi concedere, ut liceat supponere varias gravium inter se connexiones et a se invicem liberationes, aliasque comminisci mutationes quae potentiae mutationem non involvunt, fingendo fila, axes, vectes aliaque machinamenta pondere et resistentia carentia.

Theorema. His positis, ajo corporis B (fig. 13) unius librae descensum ex B((B)) altitudine duorum pedum exacte habere tantum potentiae, quanta opus est ad attollendum corpus A duarum librarum ad altitudinem A(A) unius pedis.

Demonstratio. Pono corpus A componi ex duabus partibus E et F, quarum unaquaeque sit unius librae. Jam corpus B unius librae descendens ex altitudine B(B) unius pedis praecise potentiam habet (per corollar.) attollendi corpus E unius librae ad altitudinem E(E) unius pedis, si (per postulat.) ei connexum ponatur. Ponamus porro (per idem postulatum) corpus B in loco (B) liberari a connexione cum corpore E, relicto in loco (E), et connecti jam cum corpore F, tunc corpus B descensu suo continuato ex altitudine (B)((B)) poterit (per coroll.) ipsum corpus F unius librae attollere ad F(F) altitudinem unius pedis. Ergo toto corpore B unius librae descensu bipedali B(B)((B)) corpus compositum ex ambobus simul E et F, hoc est A, duarum librarum elevatum est ad A(A) altitudinem unius pedis. Quod praecise fieri posse erat ostendendum.

Scholium.

Si quis rem modo attente consideret, facile sine omni figurarum apparatu intelliget, aequivalere haec duo, unam libram attollere ad duos pedes (hoc est libram ad pedem, et rursus libram ad pedem) et duas libras attollere ad unum pedem (hoc est libram ad pedem, et adhuc libram ad pedem). Et in *universum potentia ab effectu aestimanda est*, non a tempore; tempus enim per externas circumstantias variari potest. Sic globus C (fig. 13a) impetum conceptum habens, cujus ope se attollere possit ad altitudinem HG in plano inclinato LM vel LN, tanto majore indigebit tempore, quanto longius erit planum inclinatum. In alterutro tamen ad eandem altitudinem perpendicularem assurget, si scilicet (ut in his fieri debet) resistentia aëris et plani pro nulla habeatur. Et eadem manet potentia globi, quaecunque demum linea inclinata ipsi assurrecturo objiciatur. *Effectum* autem hoc loco intelligo, qui vim naturae facit seu cujus productione impetus diminuitur, qualis effectus est ascensio vel elevatio alicujus gravis, tensio Elastri, concitatio corporis in motum vel moti retardatio aliaeque hujusmodi operationes. At corporis semel in motu positi major minorve progressus in plano horizontali non est talis Effectus, quo potentiam absolutam aestimo; manet enim eadem potentia durante progressu, quod deceptionis vitandae causa annotare operae pretium fuit, cum ista non satis explicata habeantur. Equidem fateor, ex cognito tempore vel reciproco ejus, nempe celeritate, cognitisque caeteris circumstantiis judicari posse de potentia corporis dati, nego tamen tempus vel celeritatem esse mensuram potentiae absolutam, sed effectum, quippe quem eadem manente potentia nec tempus nec aliae circumstantiae variare possunt. Unde mirum non est, quod potentiae duorum corporum aequalium non sunt ut celeritates, sed ut causae vel effectus celeritatis, hoc est altitudines productrices vel productibiles seu ut celeritatum quadrata. Unde etiam fit ut corporibus duobus concurrentibus post concursum non eadem servetur quantitas motus vel impetus, sed eadem quantitas virtutis.

Hinc etiam fit ut chorda quadruplo pondere tendi debeat, quo sonus duplo acutior fiat, pondus enim potentiam repraesentat, sonus chordae vibrationum celeritatem. Ratio autem ultima est, quod ipse motus per se non est aliquid absolutum et reale.

V.

ILLUSTRATIO ULTERIOR OBJECTIONIS CONTRA CARTESIANAM NATURAE LEGEM, NOVAEQUE IN EJUS LOCUM REGULAE PROPOSITAE.

Tametsi in nupera objectione mihi satis falsitatem regulae de servanda motus quantitate ostendisse et meliorem substituisse videar, quoniam tamen intellexi nonnullis viris doctis aliquid superesse difficultatis, non melius eam tolli posse existimavi, quam proposito aliquo casu certo et secundum Cartesianas pariter measque leges examinato, ut sensus, vis discrimenque utriusque dogmatis appareat. In figura 14 sit recta horizonti parallela FE, in qua duo globi solidi duri, aequales ejusdemque materiae, unusquisque unius si placet librae, nempe B et C, ex locis $_1B$, $_1C$ ferantur ad occursum $_2B\,_2C$; globi autem B ante concursum dum in plano horizontali aequabiliter ferri intelligitur, celeritas sit ut 9, et globi C similiter celeritas ut 1. Si jam his positis secundum tertiam motus regulam Cartesianam parte I Principiorum articulo 48 traditam, ambo simul post concursum tendere ponantur versus $_3B\,_3C$ ea directione quam antea habebat globus B, celeritate amborum nunc aequali, erit ea celeritas communis ut 5, quemadmodum ex dicta regula tertia patet, ut scilicet eadem prodeat quantitas motus in summa quae fuerat ante concursum, nam ante concursum globus B librae 1 ductus in celeritatem 9 dat 9, globus C librae 1 in celeritatem 1 dat 1, et 9 plus 1 dat quantitatem motus totam 10: nunc vero post concursum ambo globi simul librarum 2 in celeritatem communem 5 dant quantitatem motus totam rursus 10, idemque in aliis omnibus casibus a Cartesio obervatur. Ego vero ostendam, hinc oriri incongruum, et servata quantitate motus perdi quantitatem virium. Possumus enim concipere globum B suam celeritatem ut 9 quam habet in loco $_1B$, nactum esse descendendo ex loco β, altitudine perpendiculari βE 81 pedum, et globum C nactum esse celeritatem ut 1 descendendo ex altitudine perpendiculari KF unius pedis; nihil enim quoad praesentes vires interest, quomodo corpus aliquod suam celeritatem sit nactum, modo eam nunc habeat. Altitudinem autem perpendicularem tantum considero, licet descensus utcunque inclinatus esse possit, unde tempora quoque descensuum ex diversis altitudinibus pro arbitrio aequalia vel inaequalia reddi possunt nec proinde ad rem faciunt. Cumque corpus ea vi quam labendo acquisivit, si nihil externi, quod impedire possit, accidat, rursus ad eam altitudinem perpendicularem ex qua decidit, ascendere possit, habebit globus B ante concursum potentiam attollendi unam libram ad pedes 81, et globus C potentiam attollendi unam libram ad pedem 1, et ambo simul ante concursum habent potentiam attollendi libram unam ad pedes 82, sed post concursum cum ambo simul habeant celeritatem ut 5, habebunt potentiam assurgendi usque ad D, cujus altitudo perpendicularis DG erit 25 pedum, habebunt ergo potentiam attollendi 2 libras ad 25 pedes seu unam libram ad 50 pedes, non ad 82 ut ante; periit ergo potentia attollendi unam libram ad pedes 32, et quidem periit sine causa, quod est impossibile.

Ut vero appareat, non deesse alios qui hanc Cartesianam computandi rationem sequantur, afferamus locum praeclari Autoris de Inquirenda Veritate lib. 6. Is quaedam Cartesiana recte correxit, optandumque esset ut alii in dogmatibus magistri expendendis studium ejus imitarentur, principii tamen hujus quod refutamus speciositate deceptus in eundem scopulum impegit. Nempe in casu regulae sextae Cartesianae, ubi ipse dissentit a Cartesio, si ponatur corpus B librae 1 incurrere celeritate ut 10 in corpus C quiescens, itidem librae 1, tota quantitas motus erit ut 10; post concursum ambo simul (secundum Autorem) ibunt celeritate ut 5, adeoque moles 2 in celeritatem 5 dabit iterum 10; servabitur ergo quantitas motus. At vero quantitas virium hac ratione minime servabitur, nam ante concursum aderat vis attollendi libram 1 ad pedes 100, si placet, post concursum superest vis attollendi libras duas ad pedes 25 seu libram unam ad pedes 50 tantum; periit ergo dimidia potentiae quantitas, et quidem sine causa, quod defendi non potest.

Alia ratione incongruitas contraria oritur, ut servata quanti-

tate motus, augeantur vires. Ponamus enim aliqua ratione effici, ut tota potentia molis quatuor librarum, cujus gradus celeritatis sit ut 1, transferatur in corpus quiescens unius librae, ita ut post translationem factam quatuor illae librae quiescant, quinta vero quae prius quieverat, nunc moveatur; quaeritur quis huic tribui debeat gradus celeritatis? Secundum legem Cartesianam quam refutamus celeritas ejus erit ut 4, nam 4 librae in 1 gradum celeritatis eandem dant motus quantitatem, quam 1 libra in 4 gradus. Sed ita si ponamus ante translationum 4 libras uno gradu celeritatis sursum converso potuisse ascendere ad altitudinem unius pedis, seu quod idem est, 1 libram ad 4 pedes, utique post translationem una libra 4 gradibus celeritatis praedita, versa sursum directione ad altitudinem 16 pedum, et proinde quadruplicatae erunt vires sine causa, quo nihil est a ratione alienius. Mea vero sententia, si ponatur potentia librarum 4 praeditarum celeritate ut 1, tota transferenda in aliam libram unicam, tunc celeritas hujus per translationem acquisita debet esse ut 2, ita enim ante pariter et post concursum eadem erit potentia, nempe attollendi libram ad pedes 4.

Ex his habetur generalis Methodus caeteras quoque regulas examinandi; quo facto patebit, solam primam (quae per se nota est) ex septem illis quas Cartesius, itemque quas Autor de Inquirenda Veritate tradunt, consistere posse cum principio a me proposito, sane certissimo universalissimoque, quod eadem semper virium summa servetur, virium, inquam, quae nempe eundem semper effectum praestare possint. Temporis autem, quo grave descendit vel ascendit, consideratio nihil novi affert, jamque in celeritate continetur, cui proportionale est caeteris paribus, quoniam celeritates temporibus aequaliter inter descendendum vel ascendendum crescunt vel decrescunt; ideo tempus a me in objectione omissum est, ac proinde licet verum sit corpus (simplum) duplae celeritatis duplo tempore pro ascensu ad quatuor ulnas indigere ejus, quo indiget corpus (quadruplum) simplae celeritatis pro ascensu ad unam ulnam, non tamen proprie ob tempus duplum fit, ut dupla celeritas simplum corpus quadrupli corporis potentiae aequet (cum potius caeteris paribus major potentia futura esset, quae non duplo sed simplo tempore eundem effectum praestare posset), sed ob quadruplum effectum altitudinis, quem dupla celeritas corpori simplo tribuere potest, quantocunque demum id tempore praestet, pro variis enim inclinationibus planorum mutari potest tempus. Quoniam tamen caeteris paribus diximus tempora esse celeritatibus proportionalia, hinc temporis recte intellecti considerationem celeritatis considerationi addere nihil aliud est quam celeritatis considerationem duplicare, hoc est altitudinis considerationem adhibere, quae dupla celeritate et duplo tempore est quadrupla, et tripla celeritate triploque tempore noncupla, adeoque est in ratione composita celeritatum et temporum ascensus, hoc est in ratione celeritatum duplicata. Hinc satis habui altitudinem considerare, quae caetera jam includit, vel rationem celeritatum duplicatam, praesertim cum celeritatis duplicata ratio, vel altitudinis simpla, si moli conjungantur, potentiam constituant sine ulla exceptione, quod de tempore secus est, cum ob ejus variabilitatem fallat aestimatio per tempus, nisi cautelae adhibeantur omniaque in modo ascendendi utrobique in his quae comparantur sint paria. Cartesius certe nec temporis consideratione hic usus est, nec celeritatis rationem duplicavit, sed non nisi quantitatem motus seu factum ex mole in celeritatem simplicem tanquam virium mensuram aestimare et in corporibus conservare voluit, quemadmodum ex dictis manifestum est: nec facile (opinor) Cartesianus quisquam produci poterit, qui aliter Magistrum sit interpretatus ante objectionem meam, aut qui regulam ejus ad solas quinque machinas vulgares vel ad potentias isochroni motus restrinxerit; hoc enim legem naturae pro universalissima venditatam et (si vera esset) pulcherrimam prorsus coarctare ac corrumpere, et deserere potius quam defendere foret. Si quis vero putet tempus novam aliquam vim moli et celeritati addere, sic ut e duobus corporibus existentibus aequalibus et aeque velocibus illud sit potentius quod majore tempore totam vim suam acquisivit aut exeret, eum longe aberrare manifestum est: potentia enim ex quantitate et mole datis jam tum determinata est; si vero possibile esset, his manentibus, ob temporis differentiam variari vires, magis rationi consentaneum foret, illi majorem potentiam tribuere, quod effectum praestaret tempore minore, caeteris paribus. Verum tempus per se nihil addit potentiae, sed potius potentia sibi ipsi tempus agendi determinat pro circumstantiis externis, quibus variantibus etiam tempus variatur infinitis modis. Et sane possum efficere ope planorum varie inclinatorum, ut gravia diversis temporibus, utcunque in quacunque data ratione aequalitatis vel inaequalitatis sese habentibus,

easdem vires acquirant vel exerant; imo, dum haec scribo, elegantia problematis motus, *lineam descensoriam singularem* excogito, *cujus ea est natura mirabilis, ut grave in ea non accelerate, sed aequabiliter et isochrone sit descensurum*, hoc est ut descensus (in perpendiculari nimirum, non ipsa linea descensoria sumti, seu quod idem est appropinquationes ad planum horizontale) futuri sint temporibus proportionales, et grave tantum uno minuto quantum altero ad inferiora progrediatur; cujus lineae naturam illis divinandam relinquo, qui nimiae me confidentiae insimulabunt, quod aliquid Cartesianis objicere et ipsam Cartesii (viri licet mea quoque confessione summi) Geometriam imperfectionis accusare non dubitavi. Habebunt enim hic ejus cultores exercendae artis suae analyticae materiam, praesertim cum non difficile sit problema et paucis peragi possit, si ea analysi tractetur, cujus principia a me sunt publicata.

Porro praeter propositam supra naturae legem, *quod eadem servetur summa virium*, aliam habeo non minus generalem et rationi consentaneam, nempe *eandem semper in summa servari quantitatem directionis* sive in corporibus particularibus inter se communicantibus sive in tota natura, hoc est si ducatur recta quaecunque pro arbitrio et propositis corporibus solum inter se communicantibus quotcunque aestimetur in rectis assumtae parallelis quantitas progressus in unam partem detracta quantitate progressus in contrariam, reperietur hanc differentiam semper manere eandem, adeoque naturam non obstantibus corporum conflictibus, non interrupto tenore aequabiliter prosequi scopum eundem, quem in toto, singulis partibus in unum computatis, compensatione facta sibi proposuit, quippe ipsamet sibi ipsi obstare atque impedimenta ponere non possit. In universa autem natura omnia in aequilibrio sunt et respectu plagarum quarumcunque totius universi parallelos conatus contrarios inter se in summa perfecte aequales esse necesse est, differentia (nempe nulla) itidem semper eadem manente. Quod si abesset illud aequilibrium universi, omnia aequabili tenore migrarent continuo ad easdem partes, quod ratione caret, quoniam spatium ubique sibi simile est, nec causa intelligi potest cur in hanc potius plagam quam in contrariam sit eundum. In partibus tamen universi varios aestus et quasi reciprocationes materiae esse, dubium nullum est, salvo aequilibrio summae. Ut autem vis hujus naturae legis melius intelligatur, inspiciatur iterum figura 14. Sint corpora quotcunque cujuscunque magnitudinis aut figurae, quae moveantur aut quiescant, ut B, C, M, N, P, Q; ducatur recta quaecunque A H; dico in alterutram plagarum A vel H, quae detracto contrario conatu praevalet, eundem semper in his corporibus in summa nisum fore; et quidem corpora M et N ponantur moveri in recta parallela ipsi AH, ipsius M moles sit 2, celeritas qua tendit ex ${}_1M$ versus ${}_2M$ seu versus plagam H sit 9, quantitas directionis ad H erit 18. Contra, corporis N moles sit 4, celeritas qua moveatur ex ${}_1N$ versus ${}_2N$ seu versus plagam A sit 3; quantitas directionis ad A erit 12. Quod vero attinet corpora B et C, etsi moveantur in recta FE quae non est parallela ipsi AH, directio tamen earum in plagas A et H ita aestimatur, posito B tendere ex ${}_1B$ in ${}_2B$ celeritate ${}_1B\,{}_2B$ ut 9; ducatur per ${}_1B$ recta ${}_1BT$ parallela ipsi HA, cui ex ${}_2B$ educta ${}_2BT$ ad angulos rectos occurrat in T, tunc celeritas, in qua B tendit ad plagam A, aestimabitur magnitudine rectae ${}_1BT$ quam ponamus esse 8, moles autem ipsius B est 1 et quantitas directionis ejus ad plagam A erit 8; contra, si ${}_1C\,{}_2C$ ponatur 1, erit ${}_1CL$ (parallela ipsi AH) $\frac{8}{9}$, posito angulo ${}_1CL_2C$ recto, et quia ipsius C moles est 1, utique quantitas directionis versus H erit $\frac{8}{9}$. Similiter corpora P et Q licet moveantur in recta non parallela ipsi AH, si tamen ipsius P celeritas ${}_1P\,{}_2P$ sit ut 3, et ipsius Q celeritas ${}_1Q\,{}_2Q$ ut 2, ductis ipsi AH parallelis ${}_1PR$ et ${}_1QS$ sic ut anguli ${}_1PR\,{}_2P$ et ${}_1QS\,{}_2Q$ sint recti, et PR $\frac{82}{27}$, et QS $\frac{164}{81}$, tunc posito molem ipsius P esse 5, erit ejus quantitas directionis versus H 5 in $\frac{82}{27}$ seu $\frac{410}{27}$, et posito molem ipsius Q esse 3, erit ejus quantitas directionis versus A 3 in $\frac{164}{81}$ seu $\frac{164}{27}$; itaque computando omnia, summa directionum in plagam H erit $18+\frac{8}{9}+\frac{410}{27}$, summaque directionum in plagam contrariam A erit $12+8+\frac{164}{27}$, et ab illa hanc detrahendo restabit 8 quantitas directionis totalis in recta AH et parallelis tendens in plagam H, eaque semper manebit eadem utcunque haec sex corpora motum communicent atque inter se concurrant, modo nullum externum accedat. Semper enim erit perinde quoad directionem ac si libra ut 1 celeritate ut 8 feratur versus plagam H in parallela ipsi AH, et secundum hanc aestimationem etiam continue moles horum sex corporum versus plagam A promovebitur, in summa scilicet, licet particulatim considerando aliqua minus progrediantur, imo contraria directione ferantur.

VI.

PRINCIPIUM QUODDAM GENERALE NON IN MATHEMATICIS TANTUM SED ET PHYSICIS UTILE, CUJUS OPE EX CONSIDERATIONE SAPIENTIAE DIVINAE EXAMINANTUR NATURAE LEGES, QUA OCCASIONE NATA CUM R. P. MALLEBRANCHIO CONTROVERSIA EXPLICATUR, ET QUIDAM CARTESIANORUM ERRORES NOTANTUR.

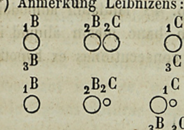
Principium hoc Ordinis Generalis ab infinito habet originem, magnique in ratiocinando usus est, quanquam non satis usurpatum nec pro amplitudine sua cognitum. Absolutae est necessitatis in Geometria, sed tamen succedit et in Physica, quoniam suprema Sapientia, quae fons est rerum, perfectissimum Geometram agit et Harmoniam observat, cujus pulchritudini accedere nihil potest. Itaque principio hoc saepe utor tanquam probatione sive examine ad Lydium quendam lapidem, unde statim et solo exteriore aspectu multarum opinionum male cohaerentium detegi potest falsitas, etsi ad interiorem discussionem non perveniatur. Enuntiari potest hoc modo: Cum differentia duorum casuum infra omnem quantitatem datam diminui potest in datis sive positis, necesse est, ut simul diminuatur infra omnem quantitatem in quaesitis sive consequentibus quae ex positis resultant. Vel ut loquar familiarius: Cum casus (vel data) continue sibi accedunt, ita ut tandem alter in alterum abeat, oportet in consequentiis sive eventibus (vel quaesitis) respondentibus idem fieri. Quod pendet a principio adhuc generaliore: Datis nimirum ordinatis etiam quaesita esse ordinata. Sed regula illustranda est exemplis facilibus, quo melius appareat ratio ipsam in usum transferendi. Scimus per umbram seu projectionem circuli fieri Conicas, et projectionem rectae esse rectam. Si jam recta circulum in duobus punctis secet, etiam recta projecta circuli projectionem, verbi gratia Ellipsin aut Hyperbolam in duobus punctis secabit. Cum igitur porro recta circulum secans sic moveri possit, ut magis magisque extra circulum egrediatur, et puncta intersectionum sibi magis magisque appropinquent, donec tandem coincidant, quo casu recta circulo egredi incipit sive ipsum tangit; sequitur puncta intersectionum rectae et circuli projecta seu puncta intersectionum rectae projectae cum projectione circuli et ipsa sibi continue accedere, et postremo punctis intersectionum veris in se invicem abeuntibus, etiam projecta in se invicem abire, ac proinde ubi recta circulum tangit, etiam rectam ab ipsa projectam tangere lineam conicam a circulo projectam. Quod est inter primaria Conicorum theoremata, et non ambagibus et apparatu figurarum, aut in unaquaque Conica separatim, ut solet apud alios, sed facili mentis intuitu generaliter hoc modo demonstratur. Sumamus *aliud* ex Conicis *exemplum*. Constat casum vel suppositionem Ellipseos accedere posse casui Parabolae, quantum quis volet, sic ut discrimen inter Ellipsin et Parabolam fieri possit minus discrimine quovis dato, modo concipiatur alterum focum Ellipseos a foco nobis propiore satis longe removeri, ita enim radii ab illo remoto foco venientes a parallelis tam parum different, quam quis volet, et proinde vi principii nostri omnia Theoremata Geometrica de Ellipsi in universum applicari poterunt ad Parabolam, siquidem haec consideretur tanquam Ellipsis foci alterius infinite abhinc distantis aut (si quis infiniti expressionem vitare velit) tanquam figura ab Ellipsi quadam minus differens quantitate data.

Idem jam Principium ad Physica transferamus. Exempli causa Quies considerari potest ut celeritas infinite parva, vel ut tarditas infinita. Et proinde quicquid verum est de celeritate et tarditate in universum, id verum etiam suo modo esse debet de quiete seu tarditate summa, et proinde qui regulas motus et quietis dare vult, meminisse debet, regulam quietis sic oportere concipi, ut possit intelligi velut corollarium quoddam sive casus specialis regulae motus. Quodsi id non succedat, certissimum signum est, regulas esse male constitutas et minime inter se consentientes. Sic et aequalitas considerari potest ut inaequalitas infinite parva, ubi discrimen est dato quovis minus. Neglectu hujus quoque observationis Cartesius, magni licet ingenii vir, in suis naturae legibus constituendis lapsus est. Nec repetam nunc quidem alium fontem errorum ejus, supra a me obstructum, ex confusione virium et quantitatis motuum ortum. Tantum ostendam quomodo in principium nostrum hic expositum peccaverit. Sumamus exempli causa regulam motus primam et secundam, quas in Principiis Philosophiae tradidit; has ajo inter se pugnare. Secunda enim ejus regula est: Si duo corpora B et C sibi directe

occurrant aequali velocitate, et B sit major quam C, reflecti quidem C priore sua velocitate, B autem continuare motum, atque ita ambo conjunctim ire in plagam quo prius tendebat B. Sed secundum regulam ejus primam B et C aequalia et aequivelocia directe sibi occurrentia reflectentur ambo ea qua venerant velocitate*). Hanc ego differentiam inter duos istos casus aequalitatis et inaequalitatis nego esse rationi consentaneam, cum enim inaequalitas corporum magis magisque decrescere possit tandemque fieri quantumlibet parva, ita ut discrimen inter suppositiones duas inaequalitatis et aequalitatis minus sit quovis dato; igitur vi nostri principii et luminis adeo naturalis, discrimen inter effectus vel consequentias harum suppositionum etiam deberet continue decrescere et tandem quovis dato fieri minus. Verum si secunda regula aeque vera esset ac prima, contrarium eveniret. Nam ex secunda regula augmentatio utcunque parva corporis B, antea aequalis ipsi C, facit in effectibus non discrimen utcunque parvum et paulatim crescens pro crescente augmentatione, ut debebat, sed statim maximum, ita ut hac additione indefinite parva ex absoluta reflexione ipsius B, tota sua velocitate, fiat absoluta continuatio ipsius B etiam tota sua velocitate, qui est ingens saltus ab uno extremo ad aliud, cum ratio jubeat, aucta nonnihil magnitudine atque adeo potentia ipsius B reflecti ipsum seu repelli paulo minus quam ante, ita ut augmento vel excessu imperceptibili ac pene nullo existente, etiam repulsae diminutio sit exigui admodum et pene nullius momenti. Similes incongruitates in reliquis Cartesii regulis deprehendentur, quas nunc non persequar.

Porro cum R. P. Mallebranchius in libro de Inquirenda Veritate praeclara non pauca monuerit, et nonnulla Philosophiae Car-

*) Anmerkung Leibnizens:

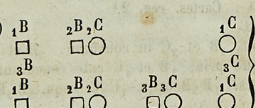


Cartes. reg. 1.

Cartes. reg. 2.

$_1B$ et $_1C$ situs ante concursum, $_2B$ et $_2C$ in concursu, $_3B$ et $_3C$ aequali tempore a concursu quo prius $_1B$ et $_1C$ ante concursum. Et erit hoc loco secundum Cartes. $_1B\,_2B$ aequ. $_1C\,_2C$ aequ. $_2B\,_3B$ aequ. $_2C\,_3C$.

tesianae dogmata correxerit, et regulas quoque motuum aliter constituendas censuerit, operae pretium tunc putavi annotare nec ab ipso hujusmodi incongruitates esse vitatas, quod feci eo libentius, quia nec ipsum pro suo quem profitetur veritatis amore aegre laturum judicavi, et vel hinc apparere censui, quam utile sit haec admoneri, ut imposterum caveantur quae viris etiam ingeniosissimis imposuere. Sic igitur ille, ut in exemplo sententiam ejus proponamus: Sit Corpus B ut 2 celeritate ${}_1B_2B$ ut 1, Corpus vero C ut 1 celeritate ${}_1C_2C$ ut 2, quae directe sibi occurrant. Statuit ambo reflecti qua quodque venerat celeritate. Sed si vel celeritas vel magnitudo alterutrius corporis velut B tantillum augeatur, vult ambo corpora simul in eam plagam ire, in quam prius tenderat solum B, et quidem velocitate communi, quae erit circiter quatuor tertiarum seu quae velocitatem ipsius B priorem uno triente excedat, si scilicet ponamus augmentationem potentiae circa B factam tam esse exiguam, ut priores numeri sine errore consideratu digno retineri possint*). Sed quis credat ob mutationem tam exiguam, quam quis velit in suppositione respectu ipsius B factam, exsurgere magnam adeo differentiam in eventu, ita ut omnis cesset reflexio, et maximo saltu ab uno extremo ad aliud facto, B quod prius reflectebatur velocitate ut 1, nunc ideo tantum quia tantillum potentiae adjectum est, non modo non reflectatur, sed etiam progrediatur celeritate ut $\frac{4}{3}$. Ubi illud quoque prorsus *παράλογον* accidit, ut ictus contrarius alterius corporis C non repellat aut retardet corpus B ullo modo, sed ipsum quodammodo ad se attrahat, et conatum ejus contrarium sibi augeat, cum enim B ferretur ante ictum celeritate ut 1, nunc post occursum contrarii corporis C continuat motum velocitate ut $\frac{4}{3}$. Quod puto digeri non posse. Haec cum ergo monuissem in Replicatione mea ad Dn. Abb. D. C. Novell. Reip. lit. mense Febr. an. 1687 p. 139, respondit R. P. Mallebranchius April. ejusdem anni p. 48 laudabili admodum ingenuitate, agnoscens animadversionem hanc meam aliquid in recessu habere, paradoxas autem istas consecutiones ex hypothesi a

*) 
Mallebranch.

se jam tum pro falsa agnita et refutata esse natas; sese enim in suo illo Inquirendae Veritatis opere libro 6. cap. ult. ratiocinatum esse ex hypothesi corporum perfecte durorum, cum tamen durities non nisi a circumstantium compressione, nec ut Cartesius putaverat, a quiete partium oriatur, ac proinde nunquam sit perfecta et absoluta. Si tamen ponatur Deum creare corpora perfecte dura, et simul servare eandem quantitatem motus (quod ipsi R. Patri etiamnum, si meam demonstrationem expendisset, verisimile amplius videri non potuisset) vel potius (ut ego sentio) eandem quantitatem virium, pro certo habet illas prope incredibiles consequentias a me notatas debere sequi aut necesse esse, ut vel corpus debilius C determinationem fortioris B mutet vel corpus debilius a fortiore, majore quam ipsius est fortioris velocitas repellatur sine interventu Elastri, quorum utrumque parum admodum credibile ipsi videtur. Quibus a me nonnihil responsum est Novell. Resp. lit. Jun. 16~7 pag. 745. Et quidem ut taceam multo omnibus esse incredibilius, ut corpus B attrahatur a contrario C. Ubi semel admiserimus, quod vult R. P. Malebranchius non corpus tardius alteri dare motum suo celeriorem, sed Deum esse qui occasione situs corporum ipsos motus in iis producit, non apparet, cur etiam sine ullo elaterio non possit corpori C motum dare, quem conservandarum virium ratio dictat, celeriorem motu ipsius B, cujus occasione id facit, imo hoc ipsum ad confirmandam sententiam quae corpori in corpora veram actionem negat, prodesse potest. Utcunque autem sit, si Deus vellet perfecte dura creare corpora, caeteris omnibus ut nunc servatis, sequetur ex Principio nostro Generali, rationi consentaneum fore ut ipsa dura Leges corporum quae revera in Mundo reperiuntur, hoc est Elasticorum sequantur, concipiendo dura ut Elastica perfectissima, quae in sese restituendis sint promtitudinis infinitae.

Et quanquam fatendum sit a voluntate divina pendere motuum leges, ut R. P. Mallebranchius notat, ipsa tamen voluntas divina ordinem ac rationem quandam servat in omnibus quae agit, ut consentiant inter se, nec proinde Principium Generale hic traditum in legibus naturae constituendis infringet aut male colligata atque hiantia fundamenta ponet. Et si evenirent in natura hujusmodi irregularitates quales admiserat R. Pater, credo Geometras prope non minus attonitum iri, quam si proprietates Ellipseos ad Parabolam praescripto supra modo accommodari non possent. Sed nunquam opinor ullum exemplum occurret in natura, quod usque adeo offendat rationem. Porro quae in ipsis principiis simplicibus abstractisque paraloga sunt, ea in concretis naturae phaenomenis sunt tantum paradoxa. Nam in corporibus compositis fieri potest, ut exigua mutatio in datis magnam faciat effectus mutationem in eventibus, ita scintillula ingenti massae pulveris pyrii injecta urbem evertere potest, et videmus elaterium aliquod densum, exiguo obstaculo detentum, levi attactu liberari et magnam vim exercere; sed haec tantum abest ut contraria sint principio nostro, ut potius ex ipsis principiis generalibus recipiant explicationem. Sed in principiis ac rebus simplicibus nihil tale admitti potest, alioqui natura non foret effectus sapientiae infinitae.

Hinc jam apparet (paulo melius quam vulgo proponitur), quomodo vera Physica ex divinarum perfectionum fontibus sit haurienda. Deus enim est ultima ratio rerum, et Dei cognitio non minus est principium scientiarum quam essentia ejus et voluntas principia sunt rerum. Quo quisque in Philosophia interiore versatior est, eo facilius hoc agnoscit. Sed pauci hactenus ex consideratione Divinarum proprietatum veritates ducere potuerunt alicujus in scientiis momenti. Erunt fortasse qui speciminibus istis excitabuntur. Sanctificatur Philosophia, rivulis ex sacro Theologiae naturalis fonte in eam immissis. Et tantum abest, ut causae finales rejici debeant, et consideratio Mentis sapientissimae propter bonum agentis, atque adeo ut bonitas et pulchritudo res sit arbitraria vel ad nos tantum relata et a Deo removenda, quorum illud Cartesio, hoc Spinosae visum est, ut contra potius ex consideratione Mentis potiora Physicae dogmata deducantur. Hoc jam praeclare a Socrate in Phaedone Platonis annotatum est, in Anaxagoram invehente aliosque Philosophos nimium Materiales, qui cum agnovissent principium intelligens materia superius, non utuntur tamen ejus ope, cum philosophandum est de universo, et ubi ostendendum erat, Mentem omnia optime ordinare eamque esse rationem rerum omnium quas producere scopo suo conveniens judicavit, confugiunt potius ad motus atque concursus brutorum corporum, confundentes conditiones et instrumenta cum causa vera. Perinde est (ait Socrates) ac si quis rationem redditurus, cur ego hic sedeam in carcere fatalem haustum expectans, nec potius ad Boeotios aliosve populos fugam, ut poteram, ceperim, hoc ideo fieri diceret, quod ossa et tendines et musculos habeam, ita flexos, quemadmodum ad

sedendum opus. Profecto nec ossa ista nec musculi hic forent, nec me vos sedentem videretis, nisi Mens judicasset dignius esse Socrate subire quod Leges jubent. Meretur ille Platonis locus integer legi, habet enim cogitationes solidas et perpulchras. Interea non nego, Effectus naturae et posse et debere explicari Mathematice vel Mechanice principiis semel positis, modo fines ususque admirabiles Providentiae ordinatricis non negligantur. Sed principia Physicae atque ipsius adeo Mechanicae non possunt amplius ex legibus mathematicae necessitatis deduci, sed ad rationem earum reddendam oportet supremam intelligentiam vocari in partes. Hoc demum est conciliare pietatem rationi, quod si considerasset Henricus Morus aliique viri docti ac pii, minus metuissent, ne quid religio detrimenti caperet ex incrementis Philosophiae Mechanicae vel Corpuscularis. Quae tantum abest, ut a Deo et Substantiis immaterialibus avertat, ut potius adhibitis correctionibus et omnibus bene consideratis, multo melius quam antea factum est a phisophis nos ad sublimiora illa ducat.

VII.

SCHEDIASMA DE RESISTENTIA MEDII ET MOTU PROJECTORUM GRAVIUM IN MEDIO RESISTENTE.

Galilaeus cum regulas motus projectorum investigavit, resistentiam medii seposuit; fecere idem Torricellius et qui secuti sunt, fatentur tamen aliqui defectum doctrinae atque hinc orientes in praxi errores. Blondellus quidem in libro de Jactu Bomborum putat, impune posse negligi hanc considerationem, sed argumenta ejus non sufficiunt, nec experimenta affert in magno sumta. Caeterum difficilior est rei Geometrica investigatio, quam ut ab illis, doctissimis licet viris, expectari facile et sperari potuerit, nondum inventis tunc aut certe non satis passim notis subsidiis. Et tamen leges projectorum verae et calculus experimentis consentiens, magno in balistica et pyrobolicis usui futurus, hinc potissimum pendere videntur.

Ego jam dudum inclytae Academiae Scientiarum Regiae Parisinae, cum apud illos agerem, de hoc argumento ratiocinationes communicavi et modum aestimandi ex parte tradidi, speciesque distinxi. Duplex igitur medii resistentia est, una absoluta, altera respectiva, quae plerumque concurrere solent. Absoluta resistentia est, quae tantundem virium mobilis absorbet, sive id parva sive magna velocitate moveatur, dummodo moveatur, et pendet a medii glutinositate; perinde enim est ac si partes filamentis motu mobilis perrumpendis connexae essent inter se. Eadem locum habet in frictionibus superficierum asperarum, in quibus mobilia decurrunt: nam obstacula sunt abradenda vel saltem deprimenda, ad instar pilorum elasticorum sese postea rursus erigentium; ad elastrum autem deprimendum vel ad filum rumpendum eadem semper vis impendenda est, nec refert quae sit agentis velocitas. Resistentia respectiva oritur ex medii densitate, et major est pro majori mobilis velocitate, eo ipso quod partes medii agitandae sunt a penetrante, movere autem aliquid est vim impendere, et eo majorem, quo major communicatur motus medii partibus, hoc est, quo celerior est motus penetrantis. Et resistentia fluidi quiescentis erga corpus incurrens est aequalis vi fluidi incurrentis in corpus quiescens, quae major est, cum celerior est motus fluidi, ut videmus corpora vento et aqua moveri, imo jactu aquae satis impetuoso gravia sustineri, licet hic quoque sese absoluta resistentia immisceat, a qua tamen abstrahendus est animus, cum respectivam aestimamus, quasi nulla esset medii tenacitas. Hoc quoque interest inter duas resistentiarum species, quod absoluta habet quodammodo rationem superficiei mobilis sive contactus, respectiva vero soliditatis. Utrobique paradoxum occurrit, quod mobile penetrans in medium uniforme ubique resistens, nunquam quidem ab eo redigetur ad quietem: a resistentia tamen absoluta corpus, quod vi semel concepta movetur neque aliunde acceleratur, certum habet limitem spatii sive penetrationis in medium, ita ut semper ad ipsum recta accedat, nunquam tamen eo perveniat, quam voco penetrationem maximam exclusivam, seu maximam quae non; a resistentia vero respectiva corpus uniformiter acceleratum (ut grave descendens) habet certum limitem velocitatis, seu maximam velocitatem exclusivam, ad quam semper accedit (ut postremo differentia sit insensibilis), ita tamen ut eam nunquam perfecte attingat. Et haec velocitas est illa ipsa, qua motum fluidum

(ad instar jactus aquae) posset grave sustinere, ne descendere incipiat. Utriusque motus leges primarias hic exponemus, quantum ista brevitas patitur, nam cuncta distincte tradere res integri tractatus foret.

De resistentia absoluta.

Artic. I.

Si motus mobilis sit per se uniformis et a medio aequaliter secundum spatia retardatus.

1) Decrementa virium sunt proportionalia incrementis spatiorum (quae est hypothesis casus praesentis).

2) Velocitates sunt proportionales spatiis, perditae percursis, residuae adhuc percurrendis. Ponantur incrementa spatii esse aequalia, erunt decrementa virium aequalia (per proposit. 1); jam si ejusdem mobilis decrementa virium sint aequalia, etiam decrementa velocitatum sunt aequalia*) (sunt enim vires ut quadrata velocitatum, aequalibus autem existentibus quadratis etiam aequalia sunt latera); itaque elementa velocitatum amissarum sunt ut elementa spatiorum percursorum, residuarum ut adhuc percurrendorum. Ergo velocitates sunt ut spatia. Nempe si in fig. 15 velocitas initio sit AE, spatium integrum in medio percurrendum sit recta AB, ejus pars jam percursa AM, adhuc percurrenda MB, velocitas residua MC (vel AF), amissa FE, erit ECB recta.

3) Si spatia residua (MB vel LT) sint ut numeri, tempora insumta (ML vel BT) erunt ut logarithmi; nam si elementa spatii sint progressionis Geometricae, erunt spatia residua ejusdem progressionis Geometricae, ergo (per 2) etiam velocitates residuae, ergo incrementa temporis sunt aequalia, ergo tempora ipsa progressionis Arithmeticae.

4) Mobile M nunquam absolvit spatium percurrendum integrum (AB), etsi semper accedat ad limitem (B), patet enim BT esse asymptoton lineae logarithmicae AL, scilicet ipsius AB numerus hic est 0, ipsius 0 logarithmus est infinitus. Interim in praxi motus fit tandem insensibilis, ut et distantia a B; praeterea nullibi datur medium perfecte uniforme.

5) Si mobile moveatur motu composito ex uniformi et ae-

---

*) Vergl. hierbei die Bemerkung Leibnizens in seinem Briefe an oh. Bernoulli vom $\frac{8}{18}$ März 1696. Bd. III. S. 255.