



Leibnizens  
gesammelte Werke

aus den Handschriften

der Königlichen Bibliothek zu Hannover

herausgegeben

von

Georg Heinrich Pertz.

---

Dritte Folge

Mathematik.

Fünfter Band.

---

HABBE.

Druck und Verlag von H. W. Schmidt.

1858.

Leibnizens  
mathematische Schriften

herausgegeben

von

C. I. Gerhardt.

---

Zweite Abtheilung.

Die mathematischen Abhandlungen Leibnizens enthaltend.

Band I.

---

HABBE.

Druck und Verlag von H. W. Schmidt.

1858.



Leibnizens  
mathematische Schriften

Mit dem vorliegenden Bande beginnt die zweite Abtheilung der mathematischen Schriften Leibnizens; sie enthält die mathematischen Abhandlungen, die gedruckten sowohl, als von den bisher ungedruckten diejenigen, welche entweder von Leibniz selbst zur Veröffentlichung bestimmt waren oder durch eine sorgfältigere Behandlung des Gegenstandes als zum Druck geeignet unter seinen Manuscripten auf der Königlichen Bibliothek zu Hannover sich vorfinden.

Was die Aufeinanderfolge der Abhandlungen betrifft, so hat der Herausgeber es vorgezogen, der bessern Uebersicht wegen die dem Inhalte nach zusammengehörenden in Gruppen zu vereinigen, in den einzelnen Gruppen aber die Abhandlungen nach der Zeit ihrer Abfassung, so weit dieselbe sich ermitteln liess, an einander zu reihen.

---



Inhalt.

Dissertatio de Arte Combinatoria.

	Seite
Dissertatio de Arte Combinatoria, in qua ex Arithmeticae fundamentis Complicationum ac Transpositionum Doctrina novis praeceptis extruitur, et usus ambarum per universum scientiarum orbem ostenditur, nova etiam Artis Meditandi seu Logicae Inventionis semina sparguntur. Praefixa est Synopsis totius Tractatus, et additamenti loco Demonstratio Existentiae Dei ad Mathematicam certitudinem exacta. Autore Gottfredo Guilielmo Leibnazio Lipsiensi. Lipsiae a. MDCLXVI . . . . .	7
<b>De Quadratura Arithmetica Circuli, Ellipseos et Hyperbolae.</b>	
I. Ein Brief — wie es scheint, an den Herausgeber des Journal des Sçavans gerichtet — über die Erlindung der Reihe für die Quadratur des Kreises (Aus d. Manuscript, der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	84
II. Praefatio Opusculi de Quadratura Circuli Arithmetica (Aus d. Manuscript, der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	93
III. Compendium Quadraturae Arithmeticae (Aus d. Manuscript, der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	99
IV. Aus einem Schreiben Leibnizens — wahrscheinlich an den Freiherrn von Bodenhausen in Florenz gerichtet — über Quadraturen nach der Methode der Alten und mit Hülfe der Analysis des Unendlichen (Aus d. Manuscript, der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	113
V. Extrait d'une lettre de M. Leibniz écrite d'Hanovre à l'auteur du Journal touchant la quadrature d'une portion de la roulette (Journ. des Sçavans de Fan. 1678, nach d. Manuscript, der Königl. Biblioth. zu Hannover berichtigt) . . . . .	116
VI. De vera proportione Circuli ad Quadratum circumscriptum in Numeris rationalibus expressa (Act. Erudit. Lips. an. 1692) . . . . .	118
VII. De dimensionibus Figurarum inveniendis (Act. Erudit. Lips. an. 1694) . . . . .	123
VIII. Quadratura Arithmetica communis Sectionum Conicarum, quae centrum habent, indeque ducta Trigonometria Canonica ad quantamcumque in Numeris exactitudinem a Tabularum necessitudine liberata, cum usu speciali ad lineam Rhomborum nauticam, aptatumque illi Planisphaerium (Act. Erudit. Lips. an. 1691) . . . . .	129

Characteristica Geometrica. Analysis Geometrica propria.  
Calculus situs.

	Seite
I. Characteristica Geometrica (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	141
Beilage: Data basi, altitudine et angulo ad verticem, invenire triangulum . . . . .	168
II. Die Analysis Geometrica propria und den Calculus situs betreffend (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	172
III. De Analysis situs (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	178
IV. In Euclidis <i>ΠΡΩΤΑ</i> (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	183
Analysis Infinitorum.	
I. Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus, quae nec fractas nec irracionales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus (Act. Erudit. Lips. an. 1684) . . . . .	220
II. De Geometria recondita et Analysis Indivisibilium atque infinitorum (Act. Erud. Lips. an. 1686) . . . . .	226
III. De Linea isochrona, in qua grave sine acceleratione descendit, et de controversia cum Dn. Abbate de Conti (Act. Erudit. Lips. an. 1689) . . . . .	234
Beilage: Solution du Probleme proposé par M. L. dans les Nouvelles de la Republique des Lettrés du mois de Septembre 1687 (Article VI des Nouvelles de la Republique des Lettres du mois d'Octobre 1687) . . . . .	237
Addition de M. L. à la solution de son probleme donnée par M. H. D. Z. article VI du mois d'octobre 1687 (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	238
Analysis des Problems der isochronischen Curve (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . .	241
IV. De Linea, in quam flexile se pondere proprio curvat, ejusque usu insigni ad invenendas quocunque medias proportionales et Logarithmos (Act. Erudit. Lips. an. 1691) . . . . .	243
Beilage: Solutio Problematis Funicularis, exhibita a Johanne Bernoulli, Basil. Med. Cand. (Act. Erudit. Lips. an. 1691) . . . . .	248
Christiani Hugenii, Dynastae in Zeelhem, solutio ejusdem problematis . . . . .	251
Additamentum ad Problema Funicularium von Jacob Bernoulli . . . . .	252
V. De solutionibus Problematis Catenarii vel Funicularis in Actis Junii An. 1691, aliisque a Dn. Jac. Bernoullio propositis (Act. Erudit. Lips. an. 1692) . . . . .	255
VI. De la Chainette, ou solution d'un problème fameux, proposé par Galilée, pour servir d'essai d'une nouvelle Analyse des Infinis, avec son usage pour les Logarithmes, et une application à l'avancement de la navigation (Journ. des Sçavans de l'an. 1692) . . . . .	258
VII. Solutio illustris problematis a Galilaeo primum propositi de Figura	

chordae aut catenae e duobus extremis pendentis, pro specimine novae Analyseos circa infinitum (Giornal. de' Letterati dell'an. 1692) . . . . .	263
VIII. De linea ex lineis numero infinitis ordinatim ductis inter se concurrentibus formata easque omnes tangente, ac de novo in ea re Analyseos Infinitorum usu (Act. Erudit. Lips. an. 1692) . . . . .	266
IX. Aenigma Architectonico-Geometricum Florentia transmissum ad G. G. L. atque ab hoc cum solutione remissum ad Magnum Principem Hetruariae. A. MDCXCII (Nach dem auf der Königl. Biblioth. zu Hannover befindlichen gedruckten Exemplar) . . . . .	270
X. Nouvelles Remarques touchant l'Analyse des Transcendantes, différentes de celles de la Géométrie de M. Descartes (Journ. des Sçavans de l'an. 1692) . . . . .	278
XI. Generalia de natura linearum, anguloque contactus et osculi, provolutionibus, aliisque cognatis, et eorum usibus nonnullis (Act. Erudit. Lips. an. 1692) . . . . .	279
XII. Supplementum Geometriae practicae sese ad problemata transcendentia extendens, ope novae Methodi generalissimae per series infinitas (Act. Erudit. Lips. an. 1693) . . . . .	285
XIII. Ad Problema in Actis Eruditorum an. 1693 mense Majo propositum (Act. Erudit. Lips. an. 1693) . . . . .	288
XIII.*) Supplementum Geometriae dimensoriae, seu generalissima omnium Tetragonismorum effectio per Motum: similiterque multiplex constructio lineae ex data Tangentium conditione (Act. Erudit. Lips. an. 1693) . . . . .	294
XIV. Nova Calculi differentialis applicatio et usus ad multiplicem linearum constructionem ex data Tangentium conditione (Act. Erudit. Lips. an. 1694) . . . . .	301
XV. Considerations sur la différence qu'il y a entre l'Analyse ordinaire et le nouveau Calcul des Transcendantes (Journ. des Sçavans de l'an. 1694) . . . . .	306
XVI. Constructio propria Problematis de Curva isochrona paracentrica, ubi et generaliora quaedam de natura et calculo differentiali osculorum, et de constructione linearum transcendentium, una maxime geometrica, altera mechanica quidem, sed generalissima. Accessit modus reddendi inventiones Transcendentium Linearum universales, ut quemvis casum comprehendant, et transeant per punctum datum (Act. Erudit. Lips. an. 1694) . . . . .	309
XVII. Notatiuncula ad constructiones lineae, in qua Sacoma, aequilibrium cum pondere moto faciens, incedere debet, mense Febr. an. 1695 in Actis datas, et quaedam de Quadraturis (Act. Erudit. Lips. an. 1695) . . . . .	318
XVIII. Responso ad nonnullas difficultates a Dn. Bernardo Niewentit circa Methodum differentialem seu infinitesimalem motas (Act. Erudit. Lips. an. 1695) . . . . .	320
XIX. G. G. Leibnitii notatiuncula ad Acta Decembr. 1695, pag. 537 et sqq. (Act. Erudit. Lips. an. 1696) . . . . .	329

\*) In Folge eines Versehens findet sich Num. XIII zweimal.



XX. Communicatio suae pariter duarumque alienarum ad edendum sibi primum a Dn. Joh. Bernoullio, deinde a Dn. Marchione Hospitalio communitarum solutionum Problematis Curvae celerrimi descensus a Dn. Joh. Bernoullio Geometris publice propositi, una cum solutione sua Problematis alterius ab eodem postea propositi (Act. Erudit. Lips. an. 1697) 331

XXI. Animadversio ad Davidis Gregorii Schediasma de Catenaria, quod habetur in Actis Eruditorum an. 1698. Excerpta ex Epistola G. G. Leibnitii ad\*\*\* (Act. Erudit. Lips. an. 1699) . . . . . 336

XXII. G. G. Leibnitii Responso ad Dn. Nic. Fati Duillerii imputationes. Accessit nova Artis Analyticae promotio specimine indicata, dum designatione per numeros assumptios loco literarum, Algebra ex Combinatoria Arte lucem capit (Act. Erudit. Lips. an. 1700) . . . . . 340

XXIII. Mémoire de Mr. G. G. Leibniz touchant son sentiment sur le Calcul différentiel (Journ. de Trevoux de l'an. 1701) . . . . . 350

XXIV. Specimen novum Analyseos pro Scientia infiniti circa Summas et Quadraturas (Act. Erudit. Lips. an. 1702) . . . . . 350

XXV. Continuatio Analyseos Quadraturarum Rationalium (Act. Erudit. Lips. an. 1703) . . . . . 361

XXVI. Quadraturae Irrationalium simplicium (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . . 366

XXVII. Symbolismus memorabilis Calculi Algebraici et Infinitesimalis in comparatione potentiarum et differentiarum, et de Lege Homogeneorum Transcendentali (Miscellan. Berolinens.) . . . . . 377

XXVIII. Epistola ad V. Cl. Christianum Wolffium, Professore Matheseos Halensem, circa Scientiam infiniti (Act. Erudit. Lips. Supplem. Tom. V. ad an. 1713) . . . . . 382

XXXIX. Observatio quod rationes sive proportiones non habeant locum circa quantitates nihilo minores, et de vero sensu Methodi infinitesimalis (Act. Erudit. Lips. an. 1712) . . . . . 387

XXX. Remarques de Mr. Leibniz sur l'Art. V. des Nouvelles de la République des lettres du mois de Février 1706 (Nouvell. de la Républiq. des lettres de l'an. 1706) . . . . . 389

XXXI. Historia et origo Calculi differentialis (Aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . . 392

Beilage: Fliegendes Blatt, dat. 29 Jul. 1713 . . . . . 411  
Zwei Entgegnungen Leibnizens in Bezug auf den Streit mit Newton.

I. Remarque sur la controverse entre M. de Leibniz et M. Newton . . . . 414

II Eine zweite Entgegnung in deutscher Sprache (beide aus d. Manuscript. der Königl. Biblioth. zu Hannover) . . . . . 416

DISSERTATIO  
DE  
ARTE COMBINATORIA.



DISSERTATIO  
DE  
ARTIBUS COMBINATORIIS

Leibniz wurde durch logische Untersuchungen zum Studium der Mathematik geführt. Er selbst hat es öfters ausgesprochen \*), dass er fast noch ein Knabe auf den Gedanken gekommen, ob es nicht möglich sei, ebenso wie es Prädicamenta d. h. Klassen der einfachen Begriffe (termini simplices) gebe, eine neue Art von Prädicamenten aufzustellen, worin die zusammengesetzten Ausdrücke (termini complexi, propositiones) in naturgemässer Anordnung classificirt würden; er wusste nämlich damals noch nicht, dass man dergleichen Anordnung in den Beweisen der mathematischen Lehrsätze schon immer befolgt hatte. Anhaltendes Nachdenken führte ihn noch einen Schritt weiter, und er gelangte zu der Ueberzeugung, dass „per Artem Combinatoriam alle Notiones Compositae der ganzen Welt in wenig Simples als deren Alphabet reducirt, und aus solches alphabets Combination wiederumb alle Dinge, samt ihren theorematibus, und was nur von ihnen zu inventiren möglich, ordinata methodo mit der Zeit zu finden, ein weg gebahnet wird. Welche invention — fährt Leibniz fort — dafern sie wils gott zu werck gerichtet, als mater aller inventionen von mir vor das importanteste gehalten wird, ob sie gleich das ansehen noch zur Zeit nicht haben mag. Ich habe dadurch alles, was erzehlet werden soll, gefunden, und hoffe noch ein mehreres zu wege zu bringen“. \*\*)

\*) Am ausführlichsten verbreitet sich Leibniz über seine jugendlichen Studien in dem Aufsatz: *Historia et commendatio linguae characteristicae universalis, quae simul sit ars inveniendi et judicandi*. Sieh. Leib. op. philos. omn. ed. Erdmann, pag. 162 sqq.

\*\*) Aus dem Briefe Leibnizens an den Herzog Johann Friedrich von Hannover, höchst wahrscheinlich im September 1671 geschrieben. Sieh. Leibniz-Album, herausgegeben von Dr. Grotefend, Hannover 1846, S. 14 ff.



So kam es, dass Leibnizens Aufmerksamkeit zunächst auf die Combinatorik gelenkt wurde, eine Disciplin, die bisher noch wenig bearbeitet war. Nachdem er ein Bruchstück seiner Studien zum Behuf einer Disputation im März des Jahres 1666 unter dem Titel: *Disputatio arithmetica de complexionibus*, veröffentlicht hatte, erschien in demselben Jahre seine erste Schrift mathematischen Inhalts: *Dissertatio de Arte Combinatoria*.

Man hat nicht selten Gelegenheit zu bemerken, dass bereits in den Erstlingsschriften wahrhaft ausgezeichnete Männer die Keime zu den grossen Ideen sich finden, durch deren weiteren Ausbau in den reiferen Mannesjahren sie den Kranz der Unsterblichkeit errangen. Etwas dem Aehnliches gilt von der genannten Schrift Leibnizens. Sie enthält die ersten Grundlinien zu dem riesigen Unternehmen der *Scientia generalis* oder der Allgemeinen Charakteristik, woran sich als eine nothwendige Forderung die Idee einer *Scriptura universalis* reihte \*). Es ist hier nicht der Ort, über die Ausführbarkeit dieses kolossalen Unternehmens eine umständliche Untersuchung anzustellen; nur das kann nicht unerwähnt bleiben, dass die Sache selbst keineswegs als ein blosses Hirngespinnst des grossen Mannes betrachtet werden darf, dass es vielmehr ein wohlbegründeter, lebensfähiger Gedanke war, dessen Realisirung in seinem ganzen Umfange nur an der Grossartigkeit des Unternehmens, an den äussern Schwierigkeiten scheiterte. Die Idee, dass sich alle Begriffe in eine kleine Anzahl einfache, widerspruchsslose Elemente zerlegen lassen und dass, wenn es gelänge, für diese letzteren passende Charaktere aufzufinden, die Möglichkeit gegeben wäre, durch Combination dieser Charaktere nicht allein alle bereits bekannten Wahrheiten sofort für jeden verständlich auszudrücken, sondern auch neue Wahrheiten zu entdecken — diese Idee verfolgte Leibniz unablässig sein ganzes Leben hindurch mit aller Energie seines grossen Geistes. Einzelne Fragmente, die in neuerer Zeit aus seinem Nachlass veröffentlicht worden sind, legen hinreichendes Zeugniß davon ab, dass er wiederholte Versuche zur Ausführung dieses seines Lieblingsplanes gemacht hat. Wenn nun aber auch Leibniz den grossartigen Gedanken in seiner ganzen Allgemeinheit nicht ins Werk gesetzt hat,

\*) Sieh. Ueber Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik. Von A. Trendelenburg. Berlin 1856.

so hat ihm doch die Erkenntniß, wie unendlich viel für die Vervollkommnung und Erweiterung einer jeden Wissenschaft von einer passend gewählten Zeichensprache stets zu erwarten steht, auf dem Gebiet der mathematischen Wissenschaften die schönsten Früchte gebracht. Man hat noch viel zu wenig erkannt, dass der von ihm so glücklich gewählte Algorithmus für die höhere Analysis lediglich als ein Ergebniss dieser Bemühungen zu betrachten ist; er ist ursprünglich nichts anderes — und Leibniz selbst bezeichnet ihn so — als eine Charakteristik, als ein Operationscalculus. Hierher gehören auch Leibnizens Versuche, die übliche Zeichensprache der Arithmetik und Algebra dahin zu vervollkommen, dass, falls den allgemeinen Zeichen geometrische Bedeutung beigelegt würde, die algebraischen Formeln sofort auch die Eigenschaften der dadurch ausgedrückten geometrischen Gebilde erkennen liessen (*Characteristica geometrica*). — Als ein Zweites ist hier hervorzuheben, dass in der gedachten Abhandlung *De Arte Combinatoria* bereits die ersten Andeutungen der *Logica inventiva* oder der „Erfindungskunst“ (*ars inveniendi et dijudicandi*) gefunden werden, durch die Leibniz die wahrhafte Begründung und Erweiterung der Wissenschaften zu ermöglichen glaubte. Sie fusst auf denselben Voraussetzungen, wie die *Scientia generalis*, auf der Zurückführung der zusammengesetzten Begriffe auf wenige einfache, die aus ihrer Ordnungslosigkeit in eine bestimmte Ordnung gebracht und nach den Regeln der Combinatorik verbunden, alle möglichen Wahrheiten zu Tage fördern würden \*). Die *Logica inventiva* ist demnach die „*methodus ordinata*“ oder der „*filus meditandi*“, wodurch einem jeden Menschen die Möglichkeit geboten wird, zur Erkenntniß der Wahrheit zu gelangen. Auf dem Gebiet der mathematischen Wissenschaften, wo lediglich die Form des Gegebenen zur Betrachtung kommt und deshalb das Aufsteigen von den einfachen Fällen zu den zusammengesetzteren mit nicht so vielen Schwierigkeiten verknüpft ist, wusste Leibniz diese „Erfindungskunst“ mit bewundernswürdiger Meisterschaft zu handhaben und gelangte dadurch zu den schönsten Erfolgen. Alle seine Lösungen der grossen Probleme aus dem Bereich der höheren Analysis liefern dazu die Beweise.

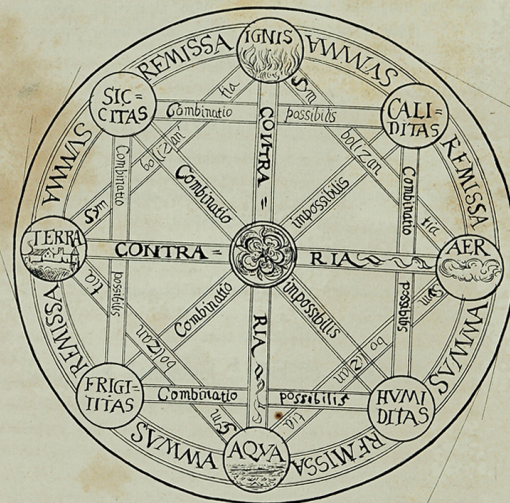
\*) Sieh. Leibnizens Logik. Nach den Quellen dargestellt von Dr. Kvet. Prag 1857. S. 45 ff.



Leibniz hat zuerst, wie bereits erwähnt worden, die Combinatorik als eine selbstständige Disciplin behandelt. Er sah sich zu dem Ende genöthigt, eine neue Terminologie einzuführen, worüber die vorausgeschickten Definitionen handeln; er nennt „complexiones“, was gegenwärtig allgemein durch Combinationen bezeichnet wird, und „exponens“, wofür man jetzt Union, Binion, Ternion, überhaupt Classes sagt; unter „Variationes ordinis“ versteht er die Permutationen. Hierauf werden in 12 Problemen die elementarsten Regeln über Combinationen und Permutationen gegeben; in einer vorausgeschickten Bemerkung bezeichnet Leibniz ausdrücklich, dass er den zweiten Theil des ersten Problems, so wie das zweite und vierte anderen verdanke, alles übrige habe er selbst gefunden. — Was die mathematische Behandlung des Gegenstandes betrifft, so ist in der ganzen Abhandlung ein Erstlingsversuch nicht zu verkennen; sie ist nach Art der mathematischen Schriften, wie sie im sechzehnten und zu Anfang des siebzehnten Jahrhunderts in Deutschland erschienen, abgefasst. Offenbar ist Leibniz vorzüglich darum zu thun, die ausserordentliche Fruchtbarkeit des Gebrauchs der combinatorischen Regeln in der Logik, Jurisprudenz und in vielfacher anderer Hinsicht zu zeigen.

Ein ähnliches Urtheil, wie das eben vorhergehende, hat Leibniz selbst über die in Rede stehende Abhandlung gefällt, als ohne sein Wissen im Jahre 1690 zu Frankfurt am Main ein unveränderter Abdruck von derselben erschien \*). Er hebt namentlich hervor, dass die Lösungen und Beweise der darin behandelten Probleme mangelhaft seien, da er zur Zeit ihrer Abfassung mit der höheren Analysis gänzlich unbekannt gewesen, auch nicht hienlänglich gewusst habe, was von anderen über den fraglichen Gegenstand geleistet worden sei.

\*) Act. Erudit. Lips. an. 1691 mens. Febr.







DISSERTATIO  
DE  
**ARTE COMBINATORIA,**

in qua

ex Arithmeticae fundamentis Complicationum ac Transpositionum  
Doctrina novis praeceptis exstruitur, et usus ambarum per uni-  
versum scientiarum orbem ostenditur, nova etiam  
Artis Meditandi

seu

Logicae Inventionis semina

sparguntur.

Praefixa est Synopsis totius Tractatus, et additamenti loco  
Demonstratio

**EXISTENTIAE DEI,**

ad Mathematicam certitudinem exacta.

Autore

**Gottfredo Guilielmo Leibnizio Lipsiensi,**

Phil. Magist. et J. U. Baccal.

---

LIPSIAE,

apud Joh. Simon. Fickium et Joh. Polycarp. Seuboldum

in Platea Nicolaea,

literis Spöreliauis.

A. M. DC. LXVI.



DISSERTATIO  
DE  
ARTE COMBINATORIA

in  
Arithmeticae fundamentis Combinatorum et Transpositionum  
doctrinae novae hactenus exstructae, et hanc doctrinam per un-  
versam scientiarum artem ostendunt, nova etiam

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Logicae Inventionis Ars

Synopsis.

Sedes doctrinae istius Arithmetica. Hujus origo. Complexiones autem sunt Arithmeticae purae, situs figuratae. Definitiones novorum terminorum. Quid aliis debeamus. Problema I: Dato numero et exponente Complexiones et in specie Combinationes invenire. Problema II: Dato numero complexiones simpliciter invenire. Horum usus 1) in divisionis inveniendis speciebus, v. g. mandati, Elementorum, Numeri, Registrorum Organi Musici, Modorum Syllogismi categorici, qui in universum sunt 512 juxta Hospinianum, utiles 88 juxta nos. Novi Modi figurarum ex Hospiniano: Barbari, Celari, Cesari, Camestros, et nostri figurae IVtae Galenicae: Fresismo, Ditabis, Celanto, Colanto. Sturmii modi novi ex terminis infinitis, Daropti. Demonstratio Conversionum. De Complicationibus Figurarum in Geometria, congruis, hiantibus, texturis. Ars casus formandi in Jurisprudencia. Theologia autem quasi species est Jurisprudenciae, de Jure nempe Publico in republica DEI super homines; 2) in inveniendis datarum specierum generibus subalternis, de modo probandi sufficientiam datae divisionis. 3) Usus in inveniendis propositionibus et argumentis. De arte combinatoria Lullii, Athanasii Kircheri, nostra, de qua sequentia: Duae sunt copulae in propositionibus: Revera et Non, seu + et -. De formandis praedicamentis artis combinatoriae. Invenire, dato definito vel termino, definitiones vel terminos aequipollentes; dato subjecto, praedicata in propositione UA, item PA, item N; Numerum Classium, Numerum Terminorum in Classibus; dato capite, complexiones; dato praedicato, subjecta in propositione UA, PA et N; datis duobus terminis in propositione necessaria UA et UN argumenta seu medios terminos invenire. De Locis Topicis, seu modo efficiendi et probandi propositiones contingentes. Specimen mirabile praedica-



mentorū artis com2natoriae ex Geometria. Porisma de Scriptura universali cuiusque legenti cuiuscunque linguae perito intelligibili. Dni. de Breissac specimen artis com2natoriae seu meditando in re bellica, cuius beneficio omnia consideratione digna Imperatori in mentem veniant. De Usu rotarum concentricarum chartacearum in arte hac. Seriae hac arte constructae sine clavibus aperiendae, Mahl-Schlösser, Mixture Colorum. Probl. III: Dato numero classium et rerum in singulis, complexiones classium invenire. Divisionem in divisionem ducere, de vulgari Conscientiae divisione. Numerus sectarum de summo Bono e Varrone apud Augustinum. Ejus examen. In dato gradu consanguinitatis numerus 1) cognationum juxta l. 1 et 3 D. de Grad. et Aff.; 2) personarum juxta l. 10. D. eod. singulari artificio inventus. Probl. IV: Dato numero rerum variationes ordinis invenire. Uti hospitem in mensa 6 Drexelio, 7 Harsdörffero, 12 Henischio. Versus Protei, v. g. Bauhusii, Lansii, Ebelii, Riccioli, Harsdörfferi. Variationes literarum Alphabeti, comparatarum atomis; Tesserae Grammaticae. Probl. V: Dato numero rerum variationem vicinitatis invenire. Locus honoratissimus in rotundo. Circulus Syllogisticus. Probl. VI: Dato numero rerum variandarum, quarum aliqua vel aliquae repetuntur, variationem ordinis invenire. Hexametrorum species 76; Hexametri 26, quorum sequens antecedentem litera excedit Publii Porphyrii Optatiani: quis ille. Diphthongi ae scriptura. Probl. VII: Repere dato capite variationes. Probl. VIII: Variationes alteri dato capiti communes. Probl. IX: Capita variationes communes habentia. Probl. X: Capita variationum utilium et inutilium. Probl. XI: Variationes inutiles. Probl. XII: Utiles. Optatiani Proteus versus, J. C. Scaligeri (Virgili Casualis), Bauhusii (Ovidii Casualis), Kleppisii (praxis computandi Variationes inutiles et utiles), Caroli a Goldstein, Reimeri. Cl. Daumii 4, quorum ultimi duo plusquam Protei. Ad ditamentum: Demonstratio Existentiae DEI.

## DEMONSTRATIO

## EXISTENTIAE DEI.

Præcognita:

1. Definitio 1. Deus est Substantia incorporea infinitae virtutis.
2. Def. 2. Substantiam autem voco, quicquid movet aut movetur.

3. Def. 3. Virtus infinita est Potentia principalis movendi infinitum. Virtus enim idem est quod potentia principalis; hinc dicimus Causas secundas operari in virtute primae.

4. Postulatum. *Liceat quotcunque res simul sumere, et tanquam unum totum supponere.* Si quis praefractus hoc neget, ostendo. Conceptus partium est, ut sint Entia plura, de quibus omnibus si quid intelligi potest, quoniam semper omnes nominare vel incommodum vel impossibile est, excogitatur unum nomen, quod in rationationem pro omnibus partibus adhibitum compendii sermonis causa, appellatur *Totum*. Cumque datis quotcunque rebus etiam infinitis, intelligi possit, quod de omnibus verum est, quia omnes particulatim enumerare infinito demum tempore possibile est, licebit unum nomen in rationes ponere loco omnium, quod ipsum erit *Totum*.

5. Axioma 1. Si quid movetur, datur aliud movens.
6. Ax. 2. Omne corpus movens movetur.
7. Ax. 3. Motis omnibus partibus movetur totum.
8. Ax. 4. Cujuscunque corporis infinitae sunt partes, seu ut vulgo loquuntur, Continuum est divisibile in infinitum.
9. Observatio. Aliquod corpus movetur.

Ἐκθεσις.

1) Corpus A movetur per praecog. 9. 2) ergo datur aliud movens per 5. 3) et vel incorporeum, 4) quod infinitae virtutis est (per 3. 5, quia A ab eo motum habet infinitas partes per 8.) 6) et Substantia per 2. 7) ergo Deus per 1, q. e. d. 8) vel Corpus, 9) quod dicamus B; 10) id ipsum et movetur per 6. 11) et recurret, quod de corpore A demonstravimus, atque ita vel aliquando dabitur incorporeum movens, 12) nempe ut in A ostendimus ab ἐκθ. 1 ad 7. Deus q. e. d. 13) vel in omne infinitum existent corpora continue se moventia, 14) ea omnia simul, velut unum totum, liceat appellare C per 4. 15) Cumque hujus omnes partes moveantur per ἐκθ. 13. 16) movebitur ipsum per 6. 17) ab alio per 5. 18) incorporeo, quia (omnia corpora in infinitum retro, jam comprehendimus in C per ἐκθ. 14, nos autem requirimus aliud a C per ἐκθ. 17.) 19) infinitae virtutis (per 3, quia quod ab eo movetur, nempe C, est infinitum per ἐκθ. 13 + 14.) 20) Substantia per 2. 21) ergo DEO per 1. Datur igitur Deus. Q. E. D.



## Proemium.

Cum Deo!

1 Metaphysica, ut altissime ordiar, agit tum de Ente, tum de Entis affectionibus; ut autem corporis naturalis affectiones non sunt corpora, ita Entis affectiones non sunt Entia. Est 2 autem Entis affectio (seu modus) alia absoluta, quae dicitur *Qualitas*, alia respectiva, eaque vel rei ad partem suam, si habet, *Quantitas*, vel rei ad aliam rem, *Relatio*, etsi accuratius loquendo, supponendo partem quasi a toto diversam, etiam 3 quantitas rei ad partem relatio est. Manifestum igitur, neque Qualitatem, neque Quantitatem, neque Relationem Entia esse, earum vero tractationem in actu signato ad Metaphysicam pertinere. 4 Porro omnis Relatio aut est *Unio* aut *Convenientia*. In unione autem Res, inter quas haec relatio est, dicuntur *partes*, sumtae cum unione, *Totum*. Hoc contingit, quoties plura simul tanquam Unum supponimus. *Unum* autem esse intelligitur, quicquid uno actu intellectus seu simul cogitamus, v. g. quemadmodum numerum aliquem quantumlibet magnum saepe *Caeca* quadam *cogitatione* simul apprehendimus, cyphras nempe in charta legendo, cui explicite intuendo ne Mathusalae quidem aetas suffectura sit. 5 Abstractum autem ab uno est *Unitas*, ipsumque totum abstractum ex unitatibus seu totalitas dicitur *Numerus*. *Quantitas* igitur est Numerus partium. Hinc manifestum, in re ipsa Quantitatem et Numerum coincidere, illam tamen interdum quasi extrinsece, relatione seu Ratione ad aliud, in subsidium nempe quamdiu numerus partium cognitus non est, exponi. Et haec origo est ingeniosae 6 Analyticae Speciosae, quam excoluit imprimis *Cartesius*, postea in praecepta collegere *Franc. Schottenius*, et *Erasmus Bartholinus*, hic *elementis Matheseos universalis*, ut vocat. Est igitur *Analysis* doctrina de Rationibus et Proportionibus, seu Quantitate non exposita; *Arithmetica* de Quantitate exposita seu Numeris; falso autem Scholastici credidere, Numerum ex sola divisione continui oriri nec ad incorporea applicari posse. Est enim numerus quasi figura quaedam incorporea, orta ex Unione Entium quorumcunque, 7 v. g. DEI, Angeli, Hominis, Motus, qui simul sunt quatuor. Cum igitur Numerus sit quiddam Universalissimum, merito ad Metaphysicam pertinet, si Metaphysicam accipias pro doctrina eorum, quae

omni entium generi sunt communia. Mathesis enim (ut nunc nomen illud accipitur) accurate loquendo non est una disciplina, sed ex variis disciplinis decerpatae particulae quantitatem subjecti in unaquaque tractantes, quae in unum propter cognationem merito coaluerunt. Nam uti Arithmetica atque Analysis agunt de Quantitate Entium, ita Geometria de Quantitate corporum, aut spatii quod corporibus coextensum est. Politicam vero disciplinarum in professiones divisionem, quae commoditatem docendi potius, quam ordinem naturae secuta est, absit ut convellamus. Caeterum Totum 8 ipsum (et ita Numerus vel Totalitas) discerpi in partes tanquam minora tota potest, id fundamentum est *Complexionum*, dummodo intelligas dari in ipsis diversis minoribus totis partes communes, v. g. Totum sit A B C, erunt minora tota, partes illius, AB, BC, AC: et ipsa mininarum partium, seu pro minimis suppositarum (nempe Unitatum) dispositio inter se et cum toto, quae appellatur situs, potest variari. Ita oriuntur duo Variationum genera, *Complexionis* et *Situs*. Et tum *Complexio*, tum *Situs* ad Metaphysicam 9 pertinet, nempe ad doctrinam de Toto et partibus, si in se spectentur; si vero intueamur *Variabilitatem*, id est Quantitatem variationis, ad numeros et Arithmeticam deveniendum est. Complexionis autem doctrinam magis ad Arithmeticam puram, situs ad figuratam pertinere crediderim, sic enim unitates lineam efficere intelliguntur. Quamquam hic obiter notare volo, unitates vel per modum lineae rectae vel circuli aut alterius lineae linearumve in se redeuntium aut figuram claudentium disponi posse, priori modo in situ absoluto seu partium cum toto, *Ordine*; posteriori in situ relato seu partium ad partes, *Vicinitate*, quae quomodo differant infra dicemus def. 4 et 5. Haec proemii loco sufficiant, ut qua in disciplina materiae hujus sedes sit, fiat manifestum.

## Definitiones.

1. *Variatio* h. l. est mutatio relationis. Mutatio enim alia substantiae est, alia quantitatis, alia qualitatis; alia nihil in re mutat, sed solum respectum, situm, conjunctionem cum alio aliquo.
2. *Variabilitas* est ipsa quantitas omnium Variationum. Termini enim potentialium in abstracto sumti quantitatem earum denotant, ita enim in Mechanicis frequenter loquuntur, potentias machinarum duarum duplas esse invicem.



3. *Situs* est localitas partium.
4. *Situs* est vel absolutus vel relatus: ille partium cum toto, hic partium ad partes. In illo spectatur numerus locorum et distantia ab initio et fine, in hoc neque initium neque finis intelligitur, sed spectatur tantum distantia partis a data parte. Hinc ille exprimitur linea aut lineis figuram non claudentibus neque in se redeuntibus, et optime linea recta; hic linea aut lineis figuram claudentibus, et optime circulo. In illo prioritatis et posterioritatis ratio habetur maxima, in hoc nulla. Illum igitur optime *Ordinem* dixeris;
5. Hunc *vicinitatem*, illum dispositionem, hunc compositionem. Igitur ratione ordinis differunt situs sequentes: abcd, bcda, cdab, dabc. At in vicinitate nulla variatio, sed unus situs esse intelligitur, hic nempe: a c. Unde festivissimus Taubmannus, cum De canus Facultatis philosophicae esset, dicitur Witebergae in publico programme seriem candidatorum Magisterii circulari dispositione complexus, ne avidi lectores intelligerent, quis suillum locum teneret.
6. Variabilitatem ordinis intelligemus fere, quando ponemus *Variationes*  $\alpha\alpha^2 \xi\xi\chi\chi^2$  v. g. Res 4 possunt transponi modis 24.
7. Variabilitatem complexionis dicimus *Complexiones*, v. g. Res 4 modis diversis 15 invicem conjungi possunt.
8. Numerum rerum variandarum dicemus simpliciter *Numerum*, v. g. 4 in casu proposito.
9. *Complexio* est Unio minoris Totius in majori, uti in prooemio declaravimus.
10. Ut autem certa *Complexio* determinetur, majus totum dividendum est in partes aequales suppositas ut minimas (id est quae nunc quidem non ulterius dividantur), ex quibus componitur et quarum variatione variatur *Complexio* seu Totum minus; quia igitur totum ipsum minus, majus minusve est, prout plures partes una vice ingrediuntur, numerum simul ac semel conjungendarum partium seu unitatum dicemus *Exponentem*, exemplo progressionis geometricae. V. g. sit totum ABCD. Si tota minora constare debent ex 2 partibus, v. g. AB, AC, AD, BC, BD, CD, exponens erit 2; sin ex tribus, v. g. ABC, ABD, ACD, BCD, exponens erit 3.
11. Dato exponente complexiones ita scribemus: si exponens

- est 2, *Com2nationem* (combinationem); si 3, *Con3nationem* (contributionem); si 4, *Con4nationem* etc.
12. *Complexiones simpliciter* sunt omnes complexiones omnium exponentium computatae, v. g. 15 (de 4 Numero) quae componuntur ex 4 (Unione), 6 (com2natione), 4 (con3natione), 1 (con4natione).
13. *Variatio utilis (inutilis)* est quae propter materiam subjectam locum habere non potest, v. g. 4 Elementa com2nari possunt 6mah1; sed duae com2nationes sunt inutiles, nempe quibus contrariae Iguis, aqua; aër, terra com2nantur.
14. *Classis rerum* est totum minus, constans ex rebus convenientibus incerto tertio, tanquam partibus, sic tamen ut reliquae classes contineant res contradistinctas, v. g. infra probl. 3, ubi de classibus opinionum circa summum Bonum ex B. Augustino agemus.
15. *Caput Variationis* est positio certarum partium; *Forma variationis*, omnium, quae in pluribus variationibus obtinet, v. infra probl. 7.
16. *Variationes communes* sunt, in quibus plura capita concurrunt, v. infra probl. 8 et 9.
17. *Res homogenea* est quae est aequae dato loco ponibilis salvo capite, *Monodica* autem quae non habet homogeneam, v. probl. 7.
18. *Caput multiplicabile* dicitur, cujus partes possunt variari.
19. *Res repetita* est quae in eadem variatione saepius ponitur, v. probl. 6.
20. Signo + designamus additionem, — subtractionem,  $\times$  multiplicationem,  $\div$  divisionem, f. facit seu summam, = aequalitatem. In prioribus duobus et ultimo convenimus cum Cartesio, Algebraistis, aliisque; alia signa habet Isaacus Barrowius in sua editione Euclidis, Cantabrig. 8vo, anno 1655.

### Problemata.

Tria sunt quae spectari debent: *Problemata*, *Theoremata*, *usus*; in singulis problematis usum adjecimus, sicubi operae pretium videbatur, et theoremata. *Problemata* autem quibusdam rationem solutionis addidimus. Ex iis partem posteriorem primi, secundum et quartum aliis debemus, reliqua ipsi eruimus. Quis illa primus detexerit, ignoramus. Schwenterus Delic. l. I. sect. I.



prop. 32 apud Hieronymum Cardanum, Johannem Buteonem et Nicolaum Tartaleam extare dicit. In Cardani tamen Practica Arithmetica, quae prodit Mediolani anno 1539, nihil reperimus. Inprimis dilucide, quicquid dudum habetur, proposuit Christoph. Clavius in Com. supra Joh. de Sacro Bosco Sphaer. edit. Romae forma 4ta anno 1585 p. 33 seqq.

Probl. I.

DATO NUMERO ET EXPONENTE COMPLEXIONES INVENIRE.

1 Solutionis duo sunt modi, unus de omnibus complexiones, alter de com2nationibus solum: ille quidem est generalior, hic vero pauciora requirit data, nempe numerum solum et exponentem, cum ille etiam praesupponat inventas complexiones antecedentes. 2 Generaliorem modum nos deteximus, specialis est vulgatus. Solutio illius talis est: „Addantur complexiones exponentis antecedentis et „dati de numero antecedenti, productum erunt complexiones quaesitae”; v. g. esto numerus datus 4, exponens datus 3, addantur de numero antecedente 3 com2nationes 3 et con3natio 1 (3+1 f. 4), 3 productum 4 erit quaesitum. Sed cum praerequirantur complexiones numeri antecedentis, construenda est tabula N, in qua linea suprema a sinistra dextrorsum continet Numeros a 0 usque ad 12 utrimque inclusive, satis enim esse duximus huc usque progredi, quam facile est continuare; linea extrema sinistra a summo deorsum continet Exponentes a 0 ad 12, linea infima a sinistra dextrorsum continet Complexiones simpliciter. Reliquae inter has lineae continent complexiones dato numero qui sibi in vertice directe respondet, et exponente qui e regione sinistra. Ratio solutionis, et fundamentum Tabulae patebit, si demonstraverimus, Complexiones dati numeri et exponentis oriri ex summa complexionum de numero praecedenti exponentis et praecedentis et dati. Sit enim numerus datus 5, exponens datus 3, erit numerus antecedens 4; is habet con3nationes 4 per Tabulam N, com2nationes 6. Jam numerus 5 habet omnes com3nationes quas praecedens (in toto enim et pars continetur) nempe 4, et praeterea tot quot praecedens habet com2nationes, nova enim res qua numerus 5 excedit 4, addita singulis com2nationibus hujus, facit totidem novas con3nationes, nempe 6+4 f. 10. Ergo Complexiones dati numeri etc. Q. E. D.

Tabula N.

	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
1	0	1	2	3	4	5	6	7	n	8	u	9	m	10	e	11	r	12	i
2	0	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66						
3	0	0	0	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220						
4	0	0	0	0	1	5	15	35	70	126	210	330	495						
5	0	0	0	0	0	1	6	21	56	126	252	462	792						
6	0	0	0	0	0	0	1	7	28	84	210	462	924						
7	0	0	0	0	0	0	0	1	8	36	120	330	792						
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9	45	165	495						
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10	55	220						
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	11	66						
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	12						
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1					
	*	0	1	3	7	15	31	63	127	255	511	1023	2047	4095					
	+	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096					

Complexiones simpliciter \* (seu summa Complexionum dato exponente) addita unitate, quae coincidunt cum terminis progressionis geometricae duplae †.

Majoris lucis causa apponimus Tabulam □, ubi lineis transversis distinximus Con3nationem de 3 et de 4 et de 5, sic tamen ut con3nationes priores sint sequenti communes, et per consequens tota tabula sit con3nationum numeri 5, utque manifestum esset, quae con3nationes numeri sequentis ex com2nationibus antecedentis addito singulis novo hospite orientur, linea deorsum tendente combinationes a novo hospite distinximus.

Tab. □  
1 ab c 3 Adjiciemus hic Theoremata quorum τὸ ὄντι ex ipsa 6  
— — — tabula N manifestum est, τὸ δέοντι ex tabulae funda-  
2 ab d — — — mento: 1) si exponens est major Numero, Complexio  
3 ac d — — — est 0. 2) Si aequalis, ea est 1. 3) Si exponens est  
4 bc d — — — Numero unitate minor, Complexio et Numerus sunt  
— — — idem. 4) Generaliter: Exponentes duo, in quos nu-  
5 ab e Numerus — — — merus bisecari potest, seu qui sibi invicem comple-  
6 ac e Numerus — — — mento sunt ad numerum, easdem de illo numero  
7 ad e Numerus — — — habent complexiones. Nam cum in minimis expo-  
8 bc e Numerus — — — nentibus 1 et 2, in quos bisecatur numerus 3, id ve-  
9 bd e Numerus — — —  
10 cd e Numerus — — —