memorabilia Tibi innotuere, ea rogo communices. Interea ex sententia vale etc.

P. S. Ob M. H. meines vor fast 2 Jahren bekommen, habe noch nicht erfahren können.

Bitte mir Herrn Mohrs zu Coppenhagen adresse zu schreiben, wenn ich etwa einmahl an ihn etwas schreiben wolte.

Hierauf folgen mehrere Briefe aus dem Jahre 1682, die Leibniz von Tschirnhaus aus Paris zugesandt erhielt. Dieser nämlich hatte sich noch einmal dahin begeben, um zur ungestörten Fortsetzung seiner Studien eine Pension von dem Könige von Frankreich sich zu erwirken. Zu dem Ende hatte er eine kurze Zusammenstellung seiner Erfindungen der Königlichen Akademie zu Paris überreicht, wovon er eine Abschrift an Leibniz schickte, die hier abgedruckt folgt. Die Briefe selbst enthalten grösstentheils Mittheilungen über die Fortsetzung seiner Bemühungen, den Zweck seiner Reise zu erreichen. Auf Tschirnhaus' ausdrücklichen Wunsch richtete Leibniz das folgende Schreiben an Galloys, dessen Bekanntschaft er während seines Pariser Aufenthaltes gemacht hatte und der bei dem Minister Colbert in hohem Ansehen stand:

Leibniz an Galloys.

4 May 1682.

Je sçay que vous avez des grandes occupations qui ne vous permettent pas de donner tout le temps aux belles sciences, que vous voudriés bien y employer. Mais si le public est privé maintenant de tant d'excellentes pensées que vous luy pourriés donner, l faut qu'il se paye de celles des autres, à qui vostre protection fait naistre la commodité d'en produire. Vostre bonté est allée jusqu'à ceux qui n'en ont que la volonté, et c'est sur ce fondement sans doute, que vous vous estiés empressé, si je l'ose dire, pour mes interests. Mais lorsque j'estois sur le point d'en profiter, la volonté d'un grand Prince qui me voulut avoir auprés de luy m'obligea de retourner en Allemagne, je ne laisse pas de vous estre aussi obligé que si j'avois jouy du plein effect de vos bontés. Et comme j'ay eu par là l'honneur de reconnoistre vos sentimens genereux, j'ose vous supplier de les tourner vers un objet, où ils

seront encor mieux employés. C'est un gentilhomme Allemand, qui se trouve à present à Paris, qui est mon amy particulier, mais qui a de si beaux sentimens et de si belles connoissances, que je ne croy pas qu'on vous puisse recommander une personne qui le merite d'avantage. Je suis asseuré qu'il y a tres peu de personnes qu'on puisse mettre en parallele avec luy pour l'Analyse et Geometrie. Mais il a tant de penetration pour toute sorte de belles choses, que je souhaite pour l'amour des sciences qu'on luy donne occasion de continuer cette application ardente, de laquelle il sera detourné sans cela, pour vaquer à d'autres soins, puisque ce n'est pas faute d'employs et de commodités qu'il a pris ce dessein. Quand vous l'aurés connu, je suis seur que vous le favoriserés non pas pour l'amour de moy, mais pour l'amour de luy même. Cependant je vous en auray la même obligation, que si vous l'aviés fait à moy, et je suis etc.

XI.

Tschirnhaus an Leibniz.

Paris 27 May 1682.

Ich wünschete dass mir der Hr. in einem exempel gewiesen hett, wie er Tangentes determinirt $x^y + y^x = a$; worumb diesen methodum nicht gefolget die curvas so zu exprimiren, dieweil omnes curvas alia ratione gar leicht exprimiren kan, habe zu andrer Zeit gedacht, und ist in beygelegtem zu ersehen, durch welcher expression hülffe aller curvarum non-analyticarum seu transcendentium eadem facilitate Tangentes determino quam analyticarum. Dass man man nicht allezeit reciproce gehen kan in dergleichen problematibus, scheinet die ursache zu sein, quod infinitae curvae huic rei satisfaciant quae inquiritur adeoque res indeterminata existit; wie man aber dergleichen quaestiones, da curvae infinitae diversae naturae satisfaciant, solviren kan, weiss noch zur zeit kein mittel; so ob es gleich leicht data curva, invenire aliam ubi ordinatim applicatae aequales arcubus convenientibus hujus curvae, reciproce tamen res difficilis. Data enim Parabola, si curva hinc invenienda, cujus respective arcus aequales ordinatim applicatis hujus parabolae, forte infinitae hinc dantur curvae quae hoc efficiunt, non enim videtur probabile quod sola Cyclois huic rei tantum satisfaciat, et forte dantur quoque curvae Geometricae variae quae idem praestant; sed non video ullam viam, qua ratione haec curvae possint scientifice determinari. Hoc problema admodum curiose persequebar olim, cum viderem, quod idem in spatiis tentares, cum mihi quoque in lineis res nec facilior visa; sed haec omnia reliqui, cum viderem, datis omnium spatiorum Quadraturis omnia similia problemata facile determinari; habemus autem ex sola descriptione curvarum methodum omnia spatia quadrandi, adeoque in eo totus fui, ut omnium curvarum tam Geometricarum quam Mechanicarum descriptionem simplicissimam quae in natura existit exhiberem, quod credo me in Tractatulo meo praestitisse, prout hac de re fusius meam sententiam expositam ibi aliquando leges . . . . .

Ea quae Societati Regiae communicavi, quia sic desideras, ea summariter referam. Sunt autem haec tria: Prima est Methodus, qua Tangentes exhibeo tum Curvarum Geometricarum quam Mechanicarum, unica et eadem regula eaque tam facili, ut expeditior sit Slusiana, tamque universali, ut unica et eadem opera infinitarum semper Curvarum tangentes determinantur.

2. Est Tractatulus brevis, qui Artis inveniendi generalia praecepta includit, qui forte Tibi non displicebit.

3. Sunt quaedam Dioptricam, Catoptricam et Geometriam spectantia; praecipua jam saltem hic commemorabo et prout ea communicavi l'Abbe de la Rocque:

1. Hactenus saltem puncta considerata, ubi radii solares incidentes in curvam quandam superficiem politam et reflexi coguntur in unicum punctum, ubi comburunt; ego vero ostendo, qua ratione non solum unicum hoc punctum, sed integra aliqua Curva, quae ex hisce reflexorum radiorum intersectionibus oritur, debeat concipi.

Sic in figura 109 omnes MW, NW, OW, PW denotant incidentes radios solis; NB, OC, PD, QE, RF etc. radios reflexos. Indefinitae intersectiones fiunt in punctis A, B, C, D, E, F, G etc. Polygonum hinc formatur constans ex lineolis AB, BC, CD, DE, EF etc. Si jam distantiae MN, NO, OP, PQ etc. indefinitae parvae concipiantur, Polygonum ABCDEF etc. repraesentabit Curvam,

cujusque radii reflexi NA, OB, PC, QD etc. erunt Tangentes, A punctum comburens seu focus.

2. Ostendi Methodum Generalem, qua ratione ejusmodi Curvae ex reflexorum radiorum intersectionibus sic ortae possint Geometricae determinari, et in specie determino Curvam, quae in Speculo caustico sphaerico a radiis solaribus formatur, hac ratione: Dato quadrante ACDE (fig. 110) describatur semicirculus AGE; jam ducta quaecunque FD parallela CA secetur pars intercepta inter quadrantem CDE et semiperipheriam AGE, nimirum DG, bifariam in H et erit H punctum aliquod ex infinitis, ex quibus constat reflexorum Curva BHE. Ex hac descriptione patet, focum B esse in medio radii AC.

3. Novam hinc Methodum exhibeo infinitas Curvas mensurandi seu reducendi ad rectas his aequales, per generale hoc Theorema, quod non ingratum Tibi erit:

Si Radii solis DF (fig. 111) incidant in quamcunque Curvam (sive sit Geometrica, prout Cartesius vocat, sive Mechanica ut Quadratrix, Cyclois etc. sive etiam libera manu formata) AFE et sic reflectantur, ut harum intersectiones Curvam efficiant BGE, Radius incidens DF et reflexus GF semper aequales erunt Curvae portioni GE, quae intercipitur inter punctum Tangentis G et punctum E contactus Curvarum, et per consequens CA et AB, ubi incidens et reflexus coincidunt, aequales esse integrae Curvae BGE, sic ex. gr. in Circulo curva illa BGE aequalis erit Radio CA et dimidio Radii AB.

Tractatulus haec tria continet: 1. Qua occasione et Methodo in viam inciderim, quam praestantissimam judico, ad quam in hac vita aspirare licet, quaeque est inventio veritatis per nos ipsos; 2. Artis inveniendi generalia praecepta, quibus adjuti non solum impossibile erit, ut unquam in falsa incidamus, sed potius certo semper Veritatem simus cognituri, quod infallibiliter semper his mediis ulterius progrediemur nova ac nova continue detegendo, modo nos ad talia applicare animus nobis sit, idque exiguo labore. 3. In quo praecipue subjecto perscrutando vitam suaviter et cum oblectamento consumere liceat.

Methodus Tangentes Curvarum determinandi.

Sit (fig. 112) Curva Geometrica BDE, cujus natura ut fieri solet calculo expressa sit (BC supponatur $= x$, CD $= y$, AB $= z$).

1. Termini aequationis, exhibentes proprietatem Curvae, tali ratione disponantur, ut potestas maxima y quae dari potest, sola sit ab altera parte aequationis (exempli gratia $yy = 2ax - xx$) vel si ea desit, ponantur omnes termini aequationis aequales nihilo (sic $xy = aa$ redigitur ad $xy - aa = 0$).

2. Fiat Fractio, cujus denominator hoc pacto constituatur: Omnibus terminis ubi cognitae (adhaerentes indeterminatis x et y) unius sunt dimensionis, praefigatur unitas; ubi duarum dimensionum, binarius; ubi trium dimensionum, ternarius, atque ita porro.

3. Numerator vero ita construatur. Omnibus terminis, ubi x unius est dimensionis, praefigatur unitas; ubi duarum, binarius; ubi trium, ternarius, ablata vero ab omnibus hisce terminis x unica dimensione, eritque Fractio ejusmodi $= Z$.

Quantum jam ad Mechanicas Curvas attinet, notandum me nullum discrimen videre inter eas lineas, quas Cartesius Geometricas appellat, et Mechanicas, nisi quod in Geometricis Curvis x et y exprimantur per notas lineas et in Mechanicis x et y Curvarum partes seu Arcus designent (adeoque non capio justam esse rationem, quare ideo a Geometria excludendae). Sic autem ego concipio eandem curvam ex. gr. $yy = 2ax - xx$, a Cartesio Geometricam dictam, semper mihi infinitas Curvas exhibere, (sit ex. gr. [fig. 113] Curva quaevis ABC ejusque portio $AB = x$ et $BC = y$, eadem nunc natura $yy = 2ax - xx$ mihi infinitas curvas repraesentat AEG prout loco ABC alia ac alia Curva substituitur). Harum vero infinitarum Curvarum Tangentes una et eadem opera determino. Quaeratur enim juxta regulam modo datam, natura Curvae data $yy = 2ax - xx$, $Z = \frac{2ax}{2a - 2x}$ seu $Z = \frac{ax}{a - x}$; huic addatur semper x et habitur $\frac{2ax - xx}{a - x}$; sique jam Tangens FB assumatur aequalis $\frac{2ax - xx}{a - x}$, dico quod ducta linea FE tangat Curvam AEG in E, qualiscunque Curva ABC etiam sit.

Atque sic tanta universalitate et expedita admodum ratione infinitarum Curvarum Tangentes una et eadem opera semper exhibentur.

XII.

Leibniz an Tschirnhaus.

Desselben sehr werthes vom $\frac{13}{23}$ Maji habe nach meiner rückkunfft vom Harz alhier gefunden, also dass ein paar posten verstrichen, ehe ich solches erhalten und beantworten können. Ich verhoffe, es werde sich alles unterdessen wohl angelassen haben, zumahlen weil der Hr. Abbé Galloys sich der sache angenommen, welcher bey dem Hr. Colbert viel gilt und von leuten urtheilen kan. Kan der Process des phosphori dazu etwas helffen, so wird mir es gewündscht seyn, wie ich ihn denn hiermit schicke. Den Phosphorum aber selbst zu schicken ist mir unmöglich, weil ich schohn vorlängst nichts mehr davon habe, nachdem ich an unterschiedtliche davon geschickt, und ein schöhn stück, so ich dem Herzog zeigen wollen, ohngefehr in der Hand durch die bewegung in des Herzogs gegenwart angezündet, wie M. Hr. aus meinem vorigen schreiben an M. de Mariotte wird ersehen haben, denn ich begehrt er solte es M. Hrn. communiciren, weil unterschiedtliches (sein problema und anderes betreffend) darinn enthalten, damit ich es nicht zweymahl zu schreiben vonnöthen hätte. Was ich vor einem halben jahr vom phosphoro noch übrig hatte, habe ich meinem Diener geben, welcher in Dennemarck geruffen worden den phosphorum alda zu zeigen und zu machen, denn Prinz George der die materi alhier gesehen seinem Bruder, dem Könige, davon referiret gehabt. Wie ihn denn der König aniezo, nachdem er solchen phosphorum in ziemlicher copia gemacht, in Dienste genommen, und habe ich ihm geschrieben mir ein stücklein zu schicken*).

Unter denen Academicis wird M. Hr. den Hrn. Abbé Mariotte den ehrlichsten und aufrichtigsten zu seyn finden. So hat er auch ein sonderlich talent die natur zu untersuchen, artliche experimenta auszufinden und deren ursachen zu errathen. Aber mit Metaphysicis und Analyticis bemüht er sich nicht.

M. Hrn. tractat werde zweifelsohne mit sonderbarer Lust und Nuzen lesen, und ersehe gern bereits aus dem so M. Hr. davon ge-

---

*) Hiernach ist die betreffende Stelle in Guhrauer's Leben Leibnizens Th. I. S. 198 zu berichtigen.

denket, dass er nunmehr von einigen aus Cartesio und Spinosa gezogenen praejudiciis befreyet, dagegen ich unterschiedtlich mahl geprediget, inmassen ich allezeit davor gehalten, neque cogitationem neque extensionem esse notiones primitivas aut perfecte intellectas. Was sonst M. Hr. in seinem tractat de educatione, de inquisitione veritatis, und de Medicina ut ita dicam provisional hat, solches wird zweifelsohne treflich und nüzlich seyn. Das Zinn dessen composition mich erinnert M. Hrn. communicirt zu haben, ist zwar hart und klinget wie silber, aber es ist nicht so schöhn weiss. Die invention, die Beine weich zu machen, ist meines wissens nicht von M. Boyle, sondern von M. Papin, so von M. Hugens sich zu M. Boyle begeben. Die Manier die steine mit einem zusaz zu schmelzen, dass sie kalt wieder harte werden, ist etwas sonderliches und wissenswürdiges. Von Herrn Rohaut opere posthumo so ...... Geometricum erinnere mich ehemalen gehöhret zu haben, glaube nicht, dass es was sonderliches. Hr. Bullialdus hat mir vor diesem selbst gedacht von seiner Arithmetica infinitorum, befinde aber dass er meist proportiones jam notas et quas Wallisius in seinem opere gleiches titels per inductionem gegeben, demonstriret. Wenn M. Römer autor von der Machina Astronomica, so wundert mich dass das Journal des Sçavans nicht sein, sondern Turets gedenket.

Die Progressio Bimalis würde sonderlich ad expressiones quantitatum in numeris nüzlich seyn, denn es prima und simplicissima, und zweifle nicht dass sich darinne viel harmoniae finden würden, so in andern progressionen nicht also zu spühren. Der bekandte Methodus, Tangentes zu determiniren, lässet sich zwar auch gewissermasse ad Transcendentes Curvas appliciren, wie M. Hr. gethan, wenn die curva per arcum alterius curvae nach der von ihm gesetzten art determinirt; alleine die curvae transcendentes werden offt gar anders exprimirt, als gesezt dass sowohl x als y lineae curvae werden, würde schohn die von M. Hrn. gegebene manier in etwas geändert werden müssen. Mein methodus deucht mich sey generalior und compendiosior, wenn auch gleich die transcendens gar nicht per arcus curvarum, sondern auf viel andere weisen determiniret. Und were guth wenn man allemahl ein mittel finden köndte curvam Transcendentem alia ratione determinatam determinare per linearum rectarum vel curvarum inter se relationem. Die curvae Transcendentes per aequationem transcen-

dentem determinatae, als wie diese $x^y + y^x$ aequ. a, lassen sich nicht leicht ad determinationes per arcus curvarum reduciren, doch ist es müglich, wiewohl es nicht ganz ausgemacht. Mein Methodus Tangentium generalissima ist auch diesen aequationibus gemein; der methodus dessen man pro aequationibus Algebraicis seu communibus bedienet, ist nur ein corollarium hujus methodi generalissimae, welche ist eines von den Dingen, die mir am meisten mühe gekostet, und habe fast desperiret dazu zu gelangen, habe auch fast keinen weg gesehen. Dass foci oder umbilici auch in transcendentibus statt haben, daran habe nie gezweifelt, man müsse aber anstatt filorum rectorum, wie in Ellipsi et Hyperbolae ex focis describenda, sich fila curva secundum certas leges, deren summa oder differenz zusammen eine datam quantitatem etc. mache, einbilden. Im übrigen damit M. Hr. sehe, dass ich aus meinem Methodo sowohl den von selbigem gesezten casum, als auch noch andere determiniren könne, so schwehrer scheinen, so will ich sezen, AB (fig. 114) sey x, und BC sey y, und aequatio yy aequ. $2ax - xx$, es sey aber auch BE eine curva, als zum exempel arcus circuli centro fixo H, radio HB descriptus; gesezt nun AB sey zum exempel curva Ellipseos datae, so wird mir doch allezeit unschwehr seyn mea Methodo curvae AE tangentem zu finden, wiewohl die constructio, die M. Hr. tanquam generalem gegeben, sich hieher meines ermessens nicht würde appliciren lassen. Unterdessen bleibt gleichwohl die von M. Hrn. gegebene construction (eo casu quo BE est recta et semper parallela) sehr ingenios und nüzlich. M. Hrn. theorema de curva quam radii solares a speculo concavo reflexi tangunt, ist auch sehr schöhn; weil aber M. Hr. mir solches data opera obscure proponiret und die demonstration zweifelsohne wegen kürze der zeit nicht geschicket, auch andere zu Paris sie nicht finden können, als habe versucht, ob ich sie köndte treffen, so auch erfolget, davon M. Hrn. will urtheilen lassen.

Si radii paralleli incidant in speculum concavum PCQ (fig. 115) atque inde reflexi curvam ΩAQ tangant, dico integrum radium ex directo LC (qui sumitur ex basi MLQ radiis normali) et ex reflexo CA compositum fore aequalem arcui curvae QA.

Demonstratio. Positis intervallis punctorum ${}_1C, {}_2C, {}_3C$ infinite parvis agantur ex ${}_2C$ ad ${}_1C_1L$ vel ex ${}_3C$ ad ${}_2C_2L$ etc. normales ${}_2C_1G$, ${}_3C_2G$ etc., et similiter ex punctis ${}_1C, {}_2C$ etc. ad rectas

${}_1A_2C$, ${}_2A_3C$ etc. normales ${}_1C_1H$, ${}_2C_2H$ etc. Jam ${}_1C_2C$ producatur ultra ${}_2C$ in M; cum, ob intervallum ${}_1C_2C$ infinite parvum, ${}_1C_2C$ latus polygoni indefinitanguli considerari possit ut portio tangentis, ideo anguli incidentiae ${}_2C_2LM$ et reflexionis ${}_1C_2C_1A$ erunt aequales; est autem angulus ${}_1L_1C_2C$ aequalis angulo ${}_2L_2CM$, ergo et angulus ${}_1L_1C_2C$ aequalis angulo ${}_1C_2C_1A$, seu Triangulum T_1C_2C erit isosceles (posito T puncto intersectionis rectarum ${}_1A_2C$ et ${}_1C_1L$), itaque recta ${}_1C_1H$ aequalis rectae ${}_2C_1G$, et proinde et recta ${}_1C_1G$ aequalis rectae ${}_2C_1H$. Jam ex methodo infinite parvorum, quia ${}_1A_1C$ differentiam habent infinite parvam, hinc recta ${}_1C_1H$ nihilo differre censenda est a chorda arcus centro ${}_1A$ radio A_1C descripti, qui rectam ${}_1A_2C$ secare censendus est in ${}_1H$ (demonstrari enim posset, si esset opus, differentiam inter ${}_1C_1H$ sinum et dictam chordam arcus, cujus est hic sinus, esse infinities infinite parvam seu ipsarum infinite parvarum ut ${}_1C_1H$ comparatione infinite parvam sive nullam). Erit ergo ${}_1H_2C$ differentia rectarum ${}_1A_1C$ et ${}_1A_2C$ sive ${}_1A_2C - {}_1A_1C$ erit aequ. ${}_1H_2C$, id est (per praecedentia) ${}_1C_1G$. Jam in recta ${}_1C_1L$ versus ${}_1L$ sumatur ${}_1C_1V$, et in recta ${}_2C_2L$ sumatur ${}_2C_2V$, et ita porro, ita ut $AC+CV$ sit aequalis curvae QA, nempe ${}_1A_1C + {}_1C_1V$ aequ. curvae Q_1A, et ${}_2A_2C + {}_2C_2V$ aequ. curvae Q_2A, ostendam punctum V semper incidere in L. Nempe erit ${}_1A_1C + {}_1C_1V - {}_2A_2C - {}_2C_2V$ aequ. curvae Q_1A — curv. Q_2A, id est aequ. ${}_1A_2A$. Ergo ${}_1A_1C - {}_2A_2C + {}_1C_1V - {}_2C_2V$ aequ. ${}_1A_2A$. Est autem ${}_2A_2C$ aequ. ${}_1A_1H$ (seu ${}_1A_1C$) $+ {}_1H_2C$ (seu ${}_1C_1G$) $- {}_1A_2A$, quem valorem ipsius ${}_2A_2C$ substituendo in valore ipsius ${}_1A_2A$ aequatione proxime praecedente expresso, fiet ${}_1A_2A$ aequ. ${}_1A_1C - {}_1A_1C - {}_1C_1G + {}_1A_2A + {}_1C_1V - {}_2C_2V$, et destructis destruendis fiet ${}_1C_1G$ aequ. ${}_1C_1V. - {}_2C_2V$. Similiter erit ${}_2C_2G$ aequ. ${}_2C_2V - {}_3C_3V$, et ita porro. Atque ita rectae CG sunt differentiae perpetuae ipsarum CV; sed eaedem sunt etiam differentiae perpetuae ipsarum CL, nam ${}_1C_1G$ est ${}_1C_1L - {}_2C_2L$, et ${}_2C_2G$ est ${}_2C_2L - {}_3C_3L$, et ita porro. Quod fieri non posset (quaemadmodum demonstratu facile est) nisi CV et CL respondentes perpetuo coincidant. Ergo $AC + CL$ (loco $AC + CV$) aequ. curvae AQ, quod erat demonstrandum. Haec demonstratio Tibi quidem facilis erit, sed non cuivis in his Methodis non versato.

Aus meinem vorigen wird M. Hr. ersehen haben, dass ich viel in dioptricis meditiret und das problema solviren könne: data curva invenire aliam, quae radios parallelos per priorem transeuntes refringat in unum punctum; und dass ich finde, dass M. Hrn. curvae

ebenmässig dienen das problema zu solviren: dato speculo concavo invenire aliud speculum concavum, quod radios solares a priore reflexos iterum reflectat ad unum punctum. Herr Hugenius kan diese problemata auch solviren, wie er mir geschrieben, aber wie ich auch glaube auf einen ganz andern Weg. Die curvas ad quas omnes radii sunt perpendiculares, vel quas omnes radii tangant, nennete ich communi nomine Aclasticas; weil ich aber nicht ad particularia komme und sonderlich nur dioptrica als difficiliora damahls untersucht gehabt und mich contentirt generalem methodum zu haben, so bin ich auff dergleichen schöhne theoremata, wie M. Hr. nicht kommen, welches gemeiniglich meine ungedult verursacht, denn indem ich Methodum generalem meine gefunden zu haben, lasse ich es liegen. Diess aber habe ich nicht gewust, dass man so leicht rectas his curvis, so M. Hr. beschrieben, aequales geben könne; muss einmahl untersuchen, ob es in dioptricis auch angehe. Indem ich dieses schreibe, nehme ich die Feder in die Hand solches zu versuchen, und finde dass es auch angehe und kommt ein herrlich theorema generale heraus. Fiat CV ad CL, ut sinus anguli reflexionis vel refractionis ad sinum anguli incidentiae (quae ratio in eodem medio refringente vel licet cum detorsione quadam reflectente semper eadem est) eritque $AC + CV$ aequalis curvae QA. Ubi patet in casu refractionis curvam AA esse trans curvam CC, in casu autem reflexionis ordinariae, cum angulus incidentiae et reflexionis aequales sunt, coincidunt CV et CL, quod est theorema tuum, sed sine quo generale istud mihi non facile in mentem venisset. *)

Quod attinet problemata Methodi Tangentium inversae, ea quamdiu solvere non poterimus, imperfecta censenda est Geometria. Danda autem opera est, ut tum aequationes, tum descriptiones hujusmodi linearum reperiri possint. Nec Tibi assentior, quod hujusmodi problemata sint indeterminata. Nam in illo ipso exemplo Cycloidis quod attulisti, certo calculo invenire possum, curvam AE (fig. 116) cujus arcus aequalis duplae chordae AB, vel ordinatis FG parabolae AG, necessario esse cycloidem. Hoc ipso enim momento calculum tribus fere lineolis peregi et curvae quaesitae

---

*) Nil refert an CL sint parallelae, an vero ad unum punctum concurrentes, si scilicet ${}_1L$, ${}_2L$, ${}_3L$ etc. coincidant. Bemerkung von Leibniz.

determinationem (si Cycloidem esse ignoravissem) inveni; quoniam tamen methodos istas nondum plane excolui, ideo non semper ita promte rem conficere possum. Non enim semper problemata hujusmodi reducuntur facile ad Quadraturas: neque etiam semper facile est, lineas quae determinantur per quadraturas determinare per descriptiones seu per linearum curvarum in rectas extensiones, denique nec facile est transitus a determinationibus Geometricis per linearum spatiorumve magnitudines ad analyticas per aequationes transcendentes, vel contra. Et haec tamen supersunt ad perfectionem Transcendentis Geometriae.

Curvas, quas radii reflexi vel refracti tangunt, calculo Geometrice determinare non difficile est ea methodo, de qua nuper in literis nescio an ad Te an ad Mariottum scripseram, ponendo puncta ${}_1L, {}_2L, {}_3L$ designabilem distantiam semper si lubet aequalem habere, et quaerendo per calculum puncta, quibus radii reflexi ${}_1C_1A$ et ${}_2C_2A$, item ${}_2C_2A$ et ${}_3C_3A$ etc. se secant, denique ponendo quantitatem ${}_1L_2L$ vel ${}_2L_3L$ etc. infinite parvam seu nihilo aequalem, evanescet pars calculi, et habebitur quaesitum. Sed non dubito quin egregia compendia pulchrasque constructiones complures deprehenderis, si quidem ei rei incumbere voluisti.

Pulcherrima sunt quae de speculis concavis cupreis communicasti, quae aliquando penitus intelligere gratissimum erit.

Phosphori Process komt hierbey. Solchen werde, so lange M. Hr. mir nicht den ausgang seiner sach meldet, nicht communiciren, zumahlen sie mir noch nicht geschrieben, was sie mir vor curiosa experimenta dafür communiciren wollen. M. Hr. wird solche doch auch leicht erfahren, und werde ich sie also durch ihn bekommen, hat also M. Hr. vom phosphoro nach seinem belieben zu disponiren. Nur dieses muss bekennen, dass das phosphorum zu machen, eine ziemlich beschwehrliche arbeit, und muss man sonderlich bey der letzten arbeit zusehen, dass die retorte nicht springe. Des Mons. Boyle ist etwas kürzer, aber wie ich aus seiner Beschreibung sehe, so fehlet er ihr bisweilen, gibt auch keinen so starken phosphorum, und überdiess so ist er nicht instructif, denn er weiset nicht analysin subjecti et ex qua ejus parte potissimum veniat phosphorus. Zweifelsohne ist M. Boyle darauff gefallen, weil ihm der phosphorus imperfecte communiciret worden. Schicke hiermit beyde processus, sowohl wie ich es gemacht, als wie M. Boyle.

Compositio des Feuers oder pyropi. Habe genommen urin so eine zeitlang gestanden, etwa eine tonne (wiewohl ich zweifle, obsolche fermentation oder putrefaction nöthig sey, weil mein Diener in Coppenhagen den phosphorum noch selbige woche, als er hinkommen, gemacht), kochet es ab bis es beginnet dick zu werden, wie ein dicker sirup, alsdann thut man diesen dicken urin in eine retorte, lässet das phlegma und volatile vollends wegrauchen, und wenn rothe tropfen zu kommen beginnen, leget man einen recipienten vor, und empfängt darinn das oleum urinae. Alsdann schlegt man die retorte in stücken, darinn findet man ein caput mortuum, dessen unter theil ist ein hartes salz, so hieher nicht dienet, das obere theil ist eine schwarze lückere materi, die hebt man auff. Das oleum urinae thut man wieder in eine retorte und ziehet alle feuchtigkeit stark davon ab, so findet man in der retorte eine schwarze lückere materi der ieztgedachten, so in voriger retorte gewesen ganz gleich. Thut sie zusammen und treibt das feuer daraus folgendermassen. Nim eine guthe steinerne retorte, so kein stübgen nicht hält, darin thue etwa 24 Loth von der schwarzen materi oder capite mortuo oleoso, lege einen zimlichen gläsern recipienten vor, so wohl verlatirt, und treibs also in freyen feuer, doch erstlich gelinde bis die retorte wohl glüet, treibs wohl 16 stunden lang, die lezten 8 stunden aber gar stark. Es kommen bald weisse Nebel oder wolcken und sezet sich wie ein schlammigt oel zu boden. Gehet auch wohl etwas von einer materi mit über, die sich ganz hart an das glas anleget, ist wie ein Börnstein, darinn bestehet die beste krafft. Im ..... distilliren ist der recipient ganz hell, und leuchtet im finstern. Was übergangen, ist alles leuchtend, doch das siccum mehr als das humidum. Hieraus ersiehet man, dass das feuer stecke in dem capite mortuo oleoso.

Folgender Process, so mehr confus, ist von Mons. Boyle gebraucht worden. Nim eine ziemliche menge Menschen urin, desselben ein guth theil zum wenigsten eine beharliche zeit lang putreficiret. Hernach die spirituosische theile und übrige wässrigkeit abgezogen, bis zur consistenz eines dicken sirups oder dünnen extracts. Diess mit 3mahl so schwehren reinen weissen sand einverleibet in eine starke retorte, eine weite Vorlage, so ein guthes theil mit wasser angefüllet, vorgeleget. Sorgfältig zusammen latiret, dann ein ofnes feuer per gradus geben 5 oder 6 stunden lang, damit alles phlegma oder volatilisches vollends übergehen möchte, alsdann das feuer vermehret, und bey 5 oder 6 stunden lang so starck und hefftig gemacht, als der ofen, so nicht schlecht seyn muss, immer geben kan, so komt erstlich ein ganzer hauffen weisses rauches, eine weile hernach eine andere arth, die scheinet in der vorlage als ein schlecht bläulicht liecht, wie von den kleinen schwefelstücken. Und lezt als das feuer sehr hefftig war, kam noch eine andere substanz, weit schwehrer als die ersten, so auff den grund der vorlage fiele. Hierauss siehet man, dass Mons. Boyle das sal sowohl als caput mortuum oleosum beysammen gelassen, daher mich nicht wundert dass sein phosphorus wie er gestehet, schwächer gewesen.

Ich weiss keinen process, der auff die vulgata Chymicorum principia, sal, sulphur und mercurium, besser quadrire, als die compositio dieses feuers oder pyropi, denn dieses feuer komt eigentlich nicht aus dem sale fixo, noch aus dem volatili oder Mercuriali, sondern aus dem medio oder oleo vel sulphure. Und deucht mich, dass dieser process kein geringes liecht gebe. Im übrigen beziehe mich ad priora und verbleibe etc.

XIII.

Tschirnhaus an Leibniz.

Paris 27 July 1682.

Derselbige hette sich die mühe nicht geben dürffen, eine demonstration meines Theorematis zu übersenden, den als M. Hrn. kenne, so habe keinen zweifel dass ein eintziges Theorema könne gegeben werden, dessen demonstration Sie nicht sollten finden, wenn Sie sich nur hierzu appliciren wolten; meine demonstration, als Sie leicht gedenken können, ist nicht different von selbiger, wie anwesend zeigen wihl, und auch so universal, dass sie alle casus in sich schlüsset, die lineae convergiren oder sind parallel. Methodus Tangentium mea circa Mechanicas est utique specialis saltem casus, sed non credo tam universalem posse concipi, ut non possim eadem methodo qua haec derivavi, eandem determinare. Dass foci in transcendentibus curvis (wie sie M. Hr. nennet) ist meines wiessens noch von niemanden nachgewiessen worden; ist auch nicht nöthig loco linearum rectarum seu filorum curvilineas assumere ad hoc determinandum, prout judicas; wie

wohl es ist so leicht zu wiessen, wen man darauff reflectiret, dass wen es eröffnen werde, alle weld sagen wird, sie haben es lange gewusst, welches doch gewiess bin, dass es nicht ist; den es haben viele bereits solche focos in Mechanicis determiniret, sie haben aber nicht gewusst, dass dieses foci und eben dasselbige was wir in Geometricis focos nennen, und dass ich mich mitt einem wort erklähre: Cyclois sibi ipsi focus est; curvae omnes, quae juxta meum Theorema per intersectiones reflexorum radiorum fiunt, sunt foci curvarum, a quibus radii paralleli incidentes reflectuntur, et idem repraesentant quam punctum, quod in Parabola focum vocamus. Si hoc Hugenius vidisset, quod Evolutae essent foci curvarum, quae ex evolutione describuntur, tunc nobis multo praestantiora exhibuisset. Hinc vero quam praestantia deduco ex sola hac consideratione, videbis in Tractatulo meo de indaganda Veritate, et facile jam ipse ex iis, quae retuli, concludes; hinc enim non solum facillima descriptio omnium curvarum conceptibilium patet, sed et harum Tangentes nova et facillima methodo determinantur, imo ex eadem hac descriptione curvarum mensura infinite infinitis modis quantum possibile habetur; et hinc facile quoque concipies qua ratione curvas concipio duorum focorum in mechanicis. Sint enim (fig. 117) duo circuli F et G vel si placet quaecunque curvae, quibus filum DBEKD involutum, describatur hinc curva ABC; foci erunt circuli F et G; et tangens statim determinatur, diviso enim angulo DBE bifariam, linea hinc ducta occurrit Tangenti ad angulos rectos. Sed non opus erit Tibi haec prolixius explicare cum ut ego firmissime credo, nullus in rebus hisce Tibi in mundo aequalis habetur. Admiror quam pauci jam sint in tanta occasione perplurima addiscendi, qui cognitionem aliquam extraordinariam possident, et eo majoris similes aestimo.

XIV.

Tschirnhaus an Leibniz.

Dass sonsten bieshero in den Actis eines und das andere inseriren lassen, ist geschehen, dass sie zu Paris sehen, wie das in meinen studiis fortgehe, und das zugleich auch andern innotescire; doch achte dieses letztere auch so gross nicht, wen keinen andern nutzen davon habe, als dass man meinen nahmen nennen lernet. Was den methodum anlanget, die Radices ope ablationis intermediorum terminorum zu determiniren, ist gar leicht zu demonstriren, dass er richtig; wo es gewiesse rationes nicht verhindern, die ich habe, so wihl solches publice auch in 5to gradu darthun; aber dass diesen methodum selbst nicht so gross achte, ist dass hierdurch Radicum expressiones hervor kommen, die aliquid imaginarii scheinen zu haben; sonsten dass ich als ein specimen methodi nur die cubicas radices zu determiniren gewiessen, ist gewessen, dass die richtigkeit dieses methodi durch ein exempel klar würde, das bereits bekand; den sonsten eadem via procedendi in quocunque gradu, in superioribus aber sehr weitläufftig; das zu ..... es würde dem drucker viele mühe gegeben haben, quanquam hisce brevibus sat multa mihi indicasse videor. Es ist mir aber sehr lieb, dass mich vorerst ad radices cubicas zu determiniren gewendet, den hierdurch bin gefallen in genuinam methodum omnes radices exhibendi, quae non per ablationem terminorum peragitur, da ich zweyfele quod melior possit exhiberi, saltem omne quicquid possibile aut impossibile circa hoc determinandi hinc derivatur, und da habe lernen erkennen, was die ursache dass in radicibus cubicis ordinariis imaginariae quantitates nothwendig kommen, dahergegen meine genuinae expressiones radicum cubicarum, die nuhmero determiniret, keine imaginariae quantitates in sich schliessen, und also alle radices cujuscunque gradus.

Neundorff d. 25 August 1683.

XV.
Leibniz an Tschirnhaus.

Nunciatur mihi Lipsia nescio quod scriptum Tuum illuc allatum esse, quo quereris, me in partem cujusdam inventi Geometrici a Te editi venire velle. Ego quidem spero adhuc nihil in eo contineri ab urbanitate tua, sed maxime ab illis quae mihi saepe coram et per literas contestatus es, alienum, neque enim ita de Te meritus sum, praesertim cum mature id egerim ut hoc quicquid est subusculi evitaretur. Nam cum intelligerem ex tuis literis Te Methodum quadraturarum edere velle, dissuasi tum quod

esset adhuc imperfecta, tum quod aliquid mihi quoque in ipsam juris esset, tum quod satius esset specimina quam Methodos publicare ad continendos in officio nonnullos qui origine inventorum intellecta jactant hoc se quoque potuisse. Et scis, nisi ista me retinuisset causa (ut alias taceam), et hanc methodum et alias complures, quas prope a decennio habeo, a me potuisse publicari; sed Tu neglecto amici desiderio, quod commune nobis erat publicum fecisti, et me silentium abrumpere coëgisti, ne forte aliquando rem a tot annis meam adhibens ab aliquibus, quasi ea Tibi sublecta, plagii accusarer. Equidem nescio, utrum neges mihi Methodum ante Te notam fuisse an tantum Te a me didicisse; sane adjecisse Te non contemnenda nec facilia fateor lubens et agnosco me Aequationes illas, quas exhibes, condendas potius censuisse, quam conditas habuisse, itaque hactenus consilium meum, tuam executionem esse, quae peringeniosa est et ut spero (nondum enim examinavi) errorum vacua erit, sed plura largiri non possum, nisi contra conscientiam meam tuamque. Equidem qui videbit, quae jam multo ante ad complures scripsi, facile judicabit me ista non potuisse ignorare, forte et de tua manu erunt quae id firmabunt. Vim sane methodi hujus et limites quoque dudum perspexi, neque enim adhuc eam habet perfectionem, cujus scio esse capacem, et si quemadmodum alias monitis meis in viam Te revocari passus fuisti, ita nunc monentem audivisses, nunquam suscepisses solutionem problematis de quadratura Circuli, quemadmodum in scripto edito tentata frustra impossibilitatis demonstratione fecisti. Vellem nosse quid figurae a me propositae respondeas, quae quadrabilis est et secundum regulas tuas non esset; item an tandem habeas promissam radicem generalem Aequationis cubicae sine imaginariis, de quo magnae rationes me dubitare cogunt; denique an ope Methodi tuae pro radicibus aequationum omnium exhibueris tandem radices aequationis surdesolidae tam diu speratas, nam inferiores dudum per alias methodos habemus.

Haec scribere volui (quanquam responsum ad eas quas hoc vere dedi, jure meo potuissem exspectare) idque non tantum ut hortatui communium amicorum obsequerer, sed et (utcunque res a Te accipiatur) ut conscius essem ipse mihi nihil a me neglectum esse, quod ad amici officium pertineret. Vale etc.

Hierauf erhielt Leibniz ein Schreiben von Tschirnhaus, datirt 31 August 1684, das nur Entschuldigungen in Betreff der in Rede stehenden Veröffentlichungen enthält. Zugleich wurde ihm von Mencke Tschirnhaus' Entgegnung zugesandt, welche derselbe zur Aufnahme in die Acta Eruditorum entworfen hatte. Sie hat die Aufschrift: Responsio ad objectionem, quae impressa mense Maji praesentis anni circa inventum, quod mense Octobris anni praeteriti publicatum, ubi insinuatur Methodus datae figurae Geometricae aut quadraturam aut impossibilitatem determinandi per D. T. Nur die folgende Stelle, in welcher Tschirnhaus seine Methode zu rechtfertigen sucht, verdient daraus hervorgehoben zu werden: Sit enim curva AFB Geometrica, et sit jam demonstratum mea methodo, quod curva AHD (fig. 118) quae talis ut rectangulum AGHJ sit semper aequale spatio AFG, non possit esse Geometrica, sed Mechanica, non statim sequitur, quod omnia spatia AFG hujus curvae AFB non possint absolute quadrari; dantur enim (quod maxime notandum) infinitae curvae Mechanicae AHD, ubi aliquae ex ordinatim applicatis GH geometrice possunt mensurari, et per consequens non obstante quod AHD sit curva Mechanica, probabile videtur, quod quandoque spatium aliquod AFG poterit absolute quadrari. Si quis exemplum desideret: sit AFB cyclois, curva quadratrix AHD erit Mechanica et hujus ope interim spatium aliquod cycloidis, prout a Nobilissimo Hugenio primo observatum, absolute quadratur. Requiritur itaque, ut quis qui praetendit se methodum exhibuisse datae curvae Geometricae aut quadraturam aut impossibilitatem determinandi, adhuc insuper demonstret, quod existente AFB curva Geometrica, loco AHD nulla talis curva Mechanica unquam possit exoriri, hoc est ubi aliqua ex ordinatim applicatis GH sit Geometrice mensurabilis, adeoque hoc quidem fieri posse, si curva AFB sit quoque Mechanica, nunquam autem si geometrica existat; hanc autem demonstrationem, quam a nullo alio quoque didici, Lector suo loco videbit. Hoc ipsum vero ab Authore harum objectionum mihi absolute jam negatur; sed videamus num contrarium hujus rei probet. Dicit primo: Fieri enim potest, ut aliqua certa portio quadrantis Circuli vel etiam totus quadrans quadrari possit, etiamsi non detur quadratura generalis cujusvis portionis etc. Quae objectio utique ingenio suo digna et idem prorsus est, quod modo insinuavi, quod nimirum probabile videatur, si curva AFB sit quadrans circuli, quia in publicatione hujus methodi demonstravi, curvam AHD, ope cujus portio quadrantis AFB semper quadratur, esse Mechanicam, et inter Mechanicas curvas infinitae dantur, ubi aliquando aliqua ordinatim applicatarum est Geometrice designabilis (veluti modo declaravi) quod, inquam, probabile sit, forte hinc aliquam portionem quadrantis AFG aut etiam integrum quadrantem ABC fore quadrabilem, utut AHD sit Mechanica. Verum hoc, quod ab initio objicit his verbis „Fieri enim potest" per me non aliter interpretari potest, quam quod probabile videatur; nullibi enim hoc demonstrat, adeoque nihil adhuc primo hoc in loco meae sententiae contrarium affertur, et suo loco ostendam, veluti modo promisi, generaliter si curva AFB sit Geometrica, nunquam accidere posse.

Secundo ulterius progreditur: ponatur etenim AG = x et FG = z et AC = h, dicit posito curvae AFB naturam talem esse ut sit $4zz - 8hz + \frac{4hhxx - 4hx^3 + x^4}{hh - 2hx + xx} = 0$, curvae hujus quadratrix Geometrica AHD haberi non potest, quia cum Theoremate, quod alias exhibui:

$$\begin{array}{l} bzz + caz \;\; + eaa \\ \quad + 2dxz + 2fax \\ \qquad\qquad + 4gxx \end{array} + \frac{ddeaaxx + ccgaaxx + bffaaxx - cdfaaxx - 4begaaxx}{\begin{array}{c} 4beaa + 4bfax \;\; + 4bgxx \\ - ccaa - 2cdax - ddxx \end{array}} = 0$$

non potest conferri; sed bone Deus! quam miram hic collationem instituit; dicit enim: Manifestum est, collationem non procedere, deberet enim $4hh - 4hx + xx$ coincidere cum aa in $dde + ccg + bff - cdf - 4beg$, indeterminatum cum determinato etc. Quis unquam hominum ipsi docuit hac ratione comparationem instituere; certe qui hac ratione procedent, mihi multa absurda admodum injuste affingent, nec credo quod ullus, qui comparationem aequationum ex Cartesio probe didicit, non statim primo intuitu absurdam hanc applicationem hujus methodi perspiciat, et sane dum haec vel primum spectavi, cogitavi mecum: Quandoque bonus dormitat Homerus.

Tertio objicit: et tamen aliunde ..... trilineum propositum esse quadrabile, quod denuo non probat; ubi ipsum rogo ut hoc prius mihi demonstret, dum ego comparationem instituam inter hanc suae curvae exhibitam naturam et meum Theorema, prout nimirum decet, et tunc videbimus num curva AHD erit Mechanica aut Geometrica; jam etenim quia res haec aliquo modo prolixa, laborem molestum aggredi non vacat, ubi exitus forte nullius usus et utiliora negotia prae manibus habeam exequenda......

Caeterum reliqua quae Author in objectione hac recenset, me meaque non spectant, cum ego transcendentali calculo (prout ille loquitur) nullatenus utar, nec de illo plus minusve non sciam, quam quod ille in exponente indeterminatarum quantitatum, quae relationem curvae ad rectam aliquam exhibent, literas, non vero numeros veluti Cartesius et post ipsum reliqui Analystae, adhibeat; quanquam hoc non obstante et quod plurium me non participem fecerit, omnia illa calculo meo Algebraico possum praestare quae ibi refert; nam quod curvas quae Cartesius Mechanicas vocat, aeque analytice possum tractare ac Cartesius Geometricas, satis in illo specimine Anni 1682 ostendi, ubi docui quod eo ipso, dum Cartesius Tangentem alicujus curvae Geometricae designat, ego semper regula perquam generali et expedita non solum illius curvae Geometricae, sed una et eadem opera infinitarum curvarum ex Mechanicis Tangentes determino. Porro eodem calculo Algebraico, si curva quadratrix curvae alicujus Geometricae sit Mechanica, perfacile possum ipsius naturam aequatione algebraica comprehendere, non solum circuli et hyperbolae, sed omnium curvarum Geometricarum Mechanicas quadratrices, easque simplicissimas omnium (cum infinitae tales existant) quae in rerum natura existunt, quod etiam annotatione sexta in publicatione hujus methodi satis indigitavi, ubi insuper singularem harum Mechanicarum quadratricium proprietatem a nemine quod sciam productam insinuavi, quod nimirum certa spatia harum aequalia semper sint spatiis curva Geometrica terminatis. Addam jam quod etiam curva haec quadratrix Mechanica, ope dati spatii curva Geometrica terminati, potest mensurari; quae quidem hic non ideo refero, quod credam cogitationes hujus ingeniosissimi Viri, quas circa calculum transcendentalem formavit, parvi esse faciendas, potius nova prorsus et singularia mihi hinc promitto, cum observem talia a Tanto Viro magni fieri. Verum haec hoc loco recensere eam ob causam coactus quodammodo fui, quia circa finem suae objectionis perhibet, quod harum suarum cogitationum me participem fecerit, quo proinde aliis quoque innotescat, quaenam hac de re sciam, quodque has speculationes nunquam ullo modo prosequuntur quia meae inclinationi illo tempore nec etiamnum incongruentes esse observavi; ego vero nulla studia soleam tractare, nisi ad quae propria inclinatione me incitari sentio. Gaudio interim

non levi perfundor, dum re ipsa sic cognosco, quod pleraque quae tam illustris Vir se praestare posse perhibet, ego quoque methodo mea licet diversa et forte non tam ingeniosa assequi valeam.

XVI.

Leibniz an Tschirnhaus.*)

Novissimas meas acceperis, opinor, hortatu Lipsiensium amicorum ad Te scriptas, ut colendae ac conservandae necessitudinis nostrae me paratum ostenderem. Interea redditae mihi sunt tuae quoque, ex quibus libentissime intellexi eandem Tibi sententiam esse. Cum vero adjeceris scriptum illud Apologeticum, quod prius Lipsiam miseras, fateor id non sine quadam admiratione mihi lectum esse nec aliam rationem reperire excusandi candoris tui, quam ut memoriam accusem. Profecto enim methodum meam per differentias serierum inveniendi summas aut quadraturas monstravi Tibi saepissime, quin et indicavi, quomodo generalibus formulis quaerendo curvarum generaliter expressarum figuras differentiales, semper determinare possem an data figura inter differentiales illas possibiles contineretur adeoque quadrabilis esset. Memini tamen ea Tibi satis tunc quidem arrisisse eo obtentu, quod calculus esset prolixior, et quod alias vias sperares longe meliores; itaque cum nunc ad ea recte postliminio rediisti, fieri potest, ut oblitus sis tot post annis, quanam occasione in has cogitationes deveneris. Credo me adhuc schedas habere, ex quibus ostendi posset Tibi talia communicata. Legisti etiam Epistolam meam ad Oldenburgium Parisiis scriptam occasione Neutonianarum literarum, in quia ea continebantur, unde ista satis clare constarent. Et cum novissime hac transires ac vel verbo hanc methodum tangere coepisses, statim dixi, esse hanc ipsissimam meam, nec vel olim vel tunc in solis generalibus verbis substiti dicendo rem me habere in potestate, sed ea protuli, ex quibus procedendi modus non difficulter appareret; saltem scio Te dubitare non posse quin mihi dudum innotuerit, quod secundum Methodos Calculi mei differentialis quem nosti fugere me non poterat. Equidem facillima res est,

*) Leibniz hat bemerkt: ist nicht abgangen.

data curva Algebraica invenire aliquam aliam figuram Algebraicam,
ejus ope quadrabilem, sed viam qua quis retrorsum ire et da-
tae figurae quadrabilitatem inventa quadratrice ejus determinare
possit, non inde quivis statim agnoscat; qui vero mecum tantum
considerat, quadratricem datae inveniri inveniendo lineam, cujus
differentialis sit ipsa data, et datae differentialem ex calculo tan-
gentium semper haberi posse (seu quadraturas et tangentes figura-
rum invenire, esse invenire summas et differentias serierum, series-
que summandas esse summatricium differentiales), is statim videt,
inter differentiales figuras generalibus formulis expressas etiam da-
tam, si quadrabilis est, contineri debere. Ex hac methodo differen-
tialis calculi scis me alia magni momenti ducere, inprimis evitationem
sublationis irrationalium in calculo tangentium aliaque innumera
circa Geometriam sublimiorem, nec quisquam opinor ista ante me
tam efficaci generalique ratione concepit. Ipse quoque Parisiis, cum
ultima vice ibi esses, me scribens tunc cum jam haberes methodum
quadrandi nostram, fateris, Te non habere in potestate Methodum
Tangentium inversam seu inventionem curvae data Tangentium pro-
prietate, quae tamen et ipsa ex hac eadem Methodo Calculi diffe-
rentialis, per generales formulas tractati, eodem modo sequitur, quo
methodus quadraturarum, imo methodus quadraturarum nil nisi
ejus exemplum est: nimirum sume formulas curvarum generales,
earumque quaere differentiales aequationes seu tangentes, easque
aequationes conjungendo cum data aequatione differentiali, habebis
aequationem assumtae coincidentem. Ex quo Methodum Tangentium
inversam Tute nunc statim potes perspicere, et potuisses dudum,
sed non omnia per nos animadvertimus et subinde opus est ut ab
aliis admoneamur. Quia deinde in scripto tuo calculum meum
transcendentem paulo arctius accipere videris, scito ejus nomine
designari a me omnem calculum, quo tractantur transcendentes
curvae vel quantitates, hoc est, ubi incognita vel indeterminata non
potest exprimi per aequationem certi gradus. Et cum ego ni fal-
lor primus admonuerim, quas Cartesius Mechanicas vocat, non minus
Geometricas esse, putavi appellandas Transcendentes, quia primus
animadverti adhibendum pro illis esse calculum, in quo incognita
non sit certi gradus; inveni et prodire novas quasdem affectiones,
scilicet praeter potentias et radices, nempe y, yy, y^3, $\sqrt[2]{y}$, $\sqrt[3]{y}$ etc.
adhiberi aliquando $d\overline{y}$, $dd\overline{y}$ vel $\int\overline{y}$, $\iint y$, et horum rursus potentias
vel radices. Unde novus oritur calculus plane mirabilis, quem voco

differentialem, cujus usus est maximus servitque ad ea paucissimis
lineis calculi exhibenda, quae vix maximis figurarum circuitionibus
communi Methodo exprimuntur. Et quemadmodum in communi
Algebra insignis est usus calculi vel ideo quoniam altiores gradus
non nisi per ambages in figuris exhibentur, tametsi aliquis veteri
Geometriae assuetus et novae methodi obtrectator dicere possit se
omnia vel etiam communi via exhibere per plures proportionales,
et sane inferiora, ut yy, y^3, per plana aut solida facile exhibentur,
ita in hoc calculo transcendente, etsi dy vel $\int y$ per tangentes aut
quadraturas exprimantur, tamen altiores affectiones, ut $\iint y$, $\iiint y$,
ddy, dddy, aut horum variae complicationes non sine multis amba-
gibus exprimuntur in figuris aut in communi calculo algebraico,
sed nec nisi istis affectionibus dy, $\int y$ etc. adhibitis aequationes
curvarum ex tangentibus pendentes ad duas incognitas x et y reduci
possunt, quod tamen ad exprimendas curvarum naturas requiritur.
Generaliter autem Calculus Transcendens mihi est triplex. Est
enim adhibenda aequatio quoad numerum terminorum vel infinita
vel finita; si infinita, tunc proveniunt series infinitae, quas jam
et alii ante me adhibuere, etsi in illis nova quaedam magni momenti
detexerim. Si aequatio numerum terminorum habeat finitum, tunc
rursus vel adhibet quantitates infinitas infiniteve parvas (tangentium
tamen ope in ordinariis repraesentabiles), quod speciatim facit Cal-
culus meus differentialis, vel adhibet quantitates ordinarias,
sed tunc necesse est ut incognitae ingrediantur exponen-
tem, et hanc ultimam expressionem omnium Transcendentium cen-
seo perfectissimam, hanc enim ubi semel nacti sumus, finitum
est problema. Calculus differentialis ostendit non tantum quicquid
ab aliis circa tangentes et quadraturas hactenus repertum est, sed
et innumera, in quae quis nisi calculo meo usus (cujus nuper initia
quaedam Lipsiam publicanda misi) non facile incidet, quia isto cal-
culo omnia mira brevitate et claritate oculis ac menti objiciuntur.
Facile tamen unumquemque patiar abundare suo sensu et inventa
fruge glandibus vesci. Vides ergo meum calculum transcendentem
non consistere in sola illa incognitarum translatione in exponentem,
de quo fateor me non nisi pauca Tibi monstrasse, nempe regulam
pro numeris primitivis quam inde duco, et modum quem habebam
jam Parisiis, per aequationem finitam ordinariis quantitatibus con-
stantem exprimendi quadratricem circuli, sed calculi differentialis
mei fundamenta saepissime Tibi a me monstrata exemplisque etiam

aliquando illustrata non poteris diffiteri. Methodus tangentes exhibendi transcendentium, meae generalis methodi corollarium est adeo facile, ut per se pateat intuenti, imo methodus mea calculi differentialis a transcendentibus et algebraicis abstrahit. Quod ais Te posse curvam transcendentem Algebraicae quadratricem, licet transcendens sit, metiri seu in rectam extendere per spatiorum alterius curvae Algebraicae dimensionem, id in meo calculo differentiali tam facile est ut vix moneri mereatur. Nam si ordinata figurae quadrandae seu differentialis sit z, tunc ordinata figurae, cujus spatia serviunt ad curvam quadratricis seu summatricis metiendam, erit $\sqrt[2]{aa+zz}$: scilicet talia quae Tibi magni momenti visa sunt, apud me facillima sunt et levis armaturae. Illud laudarem mirifice, si posses efficere facili aliqua ratione, quod ego nondum praestiti, ut liceat quadraturas reducere ad dimensiones curvarum, seu ut semper curvae Algebraicae reperiri possent, ex quarum dimensione posset datae figurae Algebraicae haberi quadratura. Hoc ego inventum maximi facerem, et si aliquid apud Te possem, mi Amice, hortarer potius ut vere nova aggredereris, quam actum ageres, nam praeter illa quae de focis praeclara dedisti et summo ingenio tuo digna, in caeteris quae probo nihil quod mihi quidem novum sit agnosco. Fateor tamen, si demonstrare potes, quod in scripto tuo apologetico asseris et ad tuendum Methodi tuae ...... necessarium esse agnoscis, nempe si Figurae Algebraicae, cujus quadratrix Algebraica (seu quadratura indefinita sive generalis) non datur, ejusdem figurae nec quadraturam specialem ullam dari posse, Te aliquid magnum ac mihi ignotum praestitisse, eoque casu retractabo lubens, quae contra methodum tuam sive eam improbando, sive quod in ea probum est mihi quoque ascribendo dixi, fatebor enim hoc modo et probam et unice tuam esse. Offertque mihi ea res occasionem, qua si placet Tibi publice satisfacere et utriusque existimationi, si tanti est, consulere possim; profitebor enim id ipsum ut in scheda hic adjecta vides, eamque si consentis poterit in Actis imprimendam curare Dn. Menckenius.*) Scribis denique Te non parum miratum, cur publice Tibi contradicere in animum induxissem, quod Tibi officere poterat; sed purgare me non difficile erit. Primum enim rogaveram et coram et per literas, ut in Methodo publicanda, in

---

*) Es ist dies die Additio ad Schedam „De Dimensionibus Curvilineorum.“

quam et mihi aliquid juris esse putabam, velles communi consilio uti; cum vero ne respondisses quidem et viderem Schediasma tuum comparere in Actis Eruditorum, coactus sum juris mei vel ideo meminisse (quod honestissimis verbis a me factum vides), ne si aliquando uterer eadem methodo tanquam mea, mihi ab ignaris plagii crimen intentaretur. Itaque nihil me ab officio alienum fecisse puto. Spero Te quoque, mi Amice, suum cuique ingenue tribuendo effecturum ut amicitia nostra, si quidem ea Tibi tanti videtur quanti videtur mihi, in solido collocata nullis suspicionibus labefactetur.

P. S. Si quando vacat, quaeso ut mihi processus illos mihi pro phosphoro a Parisiensibus communicatos denuo mittas, in quibus erat auri volatilisatio; scripsi enim me schedas perdidisse.

Wie schon bemerkt, legte Leibniz dieses ausführliche Schreiben zurück und übersandte an Tschirnhaus folgenden Auszug:

Leibniz an Tschirnhaus.

Novissimas meas acceperis hortatu Domini Licentiati Menckenii scriptas, ut colendae ac conservandae amicitiae nostrae me paratum ostenderem; interea et accepi tuas, ex quibus libenter intellexi, eandem Tibi sententiam esse. Certamen nostrum non magis amori mutuo officere debet, quam duorum inter se chartulis ludentium commotiunculae. Caeterum ego qui certus sum Tibi jam Parisiis monstrasse Methodi quam publicavimus substantiam, cum Te video contra asserere quod per Te in eandem incideris, non tam candorem tuum, quam memoriam in dubium revoco; haud dubie enim Tibi saepe methodum summandi series, vel quadrandi figuras per differentias monstravi, dum scilicet generalibus calculis figuras differentiales seu quadrandas possibiles determinari posse ostendebam, sed memini Te tunc alias meliores methodos sperare, quae neque calculo implicato, qualis sane iste est, nec tangentibus (coincidunt enim tangentium et differentiarum inquisitiones) niterentur. Unde factum pie credo, ut tunc animum non attenderis, et cum multo post tempore ad eandem methodum postliminio redisses, non distincte memineris, per quem profecisses. Paravi responsionem longiorem ad Schedam a Te Lipsiam missam mihique proximis tuis literis communicatam; hanc responsionem vicissim communicabo, ubi opus erit; eam his verbis finio: „In calculo differentiali, cujus „fundamenta et specimina amicissimo Viro saepissime communi-

„cavi, quicquid hactenus circa Curvilineorum dimensiones et tan-
„gentes inventum est, alia multa nondum hactenus inventa conti-
„nentur; sane quod ait exempli gratia se posse curvam transcen-
„dentem Algebraicae quadratricem metiri seu in rectam extendere
„per spatiorum alterius curvae Algebraicae dimensionem, id in meo
„calculo differentiali tam est facile ut vix moneri mereatur. Nam
„si ordinata figurae algebraicae quadrandae seu differentialis sit z,
„tunc ordinata figurae, cujus spatia serviunt ad curvam quadra-
„tricis metiendam, erit $\sqrt[2]{aa + zz}$, scilicet istiusmodi. Omnia (inter
„quae etiam est quod ait se infinitarum curvarum Transcendentium
„tangentes eo modo quo algebraicarum exhibere) quae Amico magni
„momenti visa sunt, apud me facillima sunt et levis armaturae.
„Illud laudarem mirifice, si posset efficere, quod ego nondum prae-
„stiti, ut liceat quadraturas reducere ad dimensiones curvarum seu
„ut semper curva Algebraica reperiri possit, ex cujus dimensione
„supposita posset datae figurae algebraicae haberi quadratura. Hoc
„ego inventum maximi facerem et si quid possem apud illustrem
„Amicum, hortarer eum potius, ut vere nova aggrederetur, quam
„uti hactenus saepe facere visum est, actum ageret, nam praeter
„illa quae de focis praeclara habuit et summo suo ingenio digna,
„in caeteris quae probo, nihil quod mihi quidem novum sit
„agnosco.“ Atque haec in responsione mea continentur, quae ideo hac transcribo, ut Te ad egregia et mihi nondum pervestigata excitem. Fateor etiam, si demonstrare potes, quando generalis quadratura algebraica seu quadratrix algebraica non procedit, nec procedere quadraturam specialem, quemadmodum in tua defensione promittis, fatebor profecto Te rem magnam effecisse et Methodum istam longissime provexisse; imo si putas officere Tibi posse, quod in Actis publicari curavi, libens hoc quicquid est damni reparabo, statim fatendo publice, si ita postulas, Te ubi hoc demonstraveris, vere aliquid magnum et mihi ignotum circa hanc methodum praestitisse, imo magnum illud problema quadraturae Circuli quoad modum solvendi vulgo quaesitum demonstrata algebraicae solutionis impossibilitate absolvisse; imo ut videas promtitudinem inserviendi meam, ecce Schedam adjicio, quae Actis Lipsiensibus, si quidem Tibi probatur, inseri potest.

XVII.

Tschirnhaus an Leibniz.

Dessen angenehmes vom 16 Decembr. de dato Hannover habe den 12 Januarii alhie erhalten, über dessen contente höchlich erfrewet bin worden. Dass selbter aber annoch die verlangte processe, die volatilisation des goldes und das sal vegetans nicht erhalten, wundert mich nicht wenig, den sobald verstanden, dass selbiger die von mir zwar einmahl communicirten processe verlanget, aber nicht wieder finden können, so habe solche gleich an Hrn. Findekellern in Dressen communicirt . . . . . .

Dass Mr. Hugens annoch bey leben und die dioptrique in druck geben wird, welche er so lange zeit versprochen (bereits in Commentariis der Geom. des des Cartes) erfrewt mich sehr; zweifle nicht daran dass es was sonderbahres sein werde, wie sein schöner Tractat de Lumine et Gravitate, welches inhalt selbst ad Acta Lipsiensia referiret, und war erfrewt dass bereits etliche sachen vorher schon ad Acta communiciret, ehe seinen Tractat erhalten können, den sonst würde er ohne zweifel gedacht haben, dass etwas von ihm erborget, wiewohlen auch andere Proben habe, die gantz evident eben dieses . . . . können. Sonsten bin gleichfals in diesen intent die Opticam zu perficiren, nicht sowohl was die Theorie anlangt als die praxin, da sehr zweifle ob leicht iemand auff dieses gefallen was mir hierinne bekand worden. Die Telescopia zu bereiten weiss ungemeine sachen, dass ob sie schon von unglaublicher grösse, dennoch gantz accurat können fabricirt werden, und wen ein vornehmer Herr die Kosten wolte dran wagen, ich wolte ein objectivum lieffern, das auff 1000 Fuss so accurat elaborirt, als wir bieshero Tubos haben von 6 schuen; aber solches mit menschen henden zu verfertigen, ist plane unmöglich. Was die Microscopia betrifft, habe angemerkt dass wie wir Telescopia können machen, so indefinite mehr und mehr die entfernten sachen entdecken, so könne es gleichfals mit diesen Microscopiis geschehen, dass wir indefinite immer mehr und mehr die nahen sachen entdecken, und zwar nicht wie bieshero geschehen, dass man nur kleine theile von grossen objectis, sondern dieselbige gantz betrachten könne. Das licht weiss auch sowohl in Telescopiis als in Microscopiis zu augiren, dass ob es gleich sehr dun-