solicitatur, sed punctum concursus directionum harum solicitationum, cum mobile spatii elementum transmittit. Sic etiamsi mobile ${}_1M$, quod secundum directionem ${}_1MN$ solicitatur, etiam urgeatur versus ${}_1C$, et ${}_2M$ secundum ${}_2Mn$ solicitatum etiam versus ${}_2C$, non tamen ideo puncta ${}_1C$, ${}_2C$ centra dici debent, ad quae terminentur solicitationum directiones, sed puncta contactus N et n curvae Nn. Idcirco theoremata mea, quae habentur §. 607 num. V et VI, item in Appendice §. XI et XII generalia mihi etiamnunc videntur; sola difficultas superesse posset, ut ex positione directionis ${}_1MN$ inveniatur punctum curvae Nn ut N, quod generaliter definitur per hanc aequationem ${}_1MN = hkrds :, akds \pm ardh$, ubi h est sinus anguli, sub quo curva ${}_1M_2M$ a linea ${}_1MN$ secatur, k sinus complementi, dh elementum sinus h, sinus totus a, elementum curvae ${}_1M_2M$, ds, ac denique radius osculi in M, r. Ceterum non minores gratias ago, etsi haec theoria mihi errori obnoxia non videatur, quam si revera incautus lapsus essem, quod me ejus monere voluisti, ut mature errorem corrigere possem, ne scilicet a Parentio vel aliis ea de re reprehendar. Ejusmodi reprehensiones inevitabiles videntur, cum Celeberrimi nostri Bernoulli elegantissimum scriptum: *Essay d'une nouvelle theorie* etc. Parentii stricturas effugere non potuerit. Utinam verò eodem jure hujus crises contemnere mihi liceret, quo praeclarissimo Bernoullio! Verum hoc mihi arrogare non licet, quandoquidem in nonnullis locis meae Phoronomiae errorem deprehenderim aliquando a me corrigendum, sed qui nusquam summae rei vel methodo quicquam derogat, quod sciam. Sic §. 626 rationem sinus compl. anguli MAK ad sin. compl. anguli aAK nominavi b ad a, cum ratio sinus totius ad sinum complementi anguli aAM nominanda fuisset b ad a: hac vero correctione facta omnia sequentia in eodem paragrapho recte se habere videntur, ut alia nunc taceam, quae subinde brevius expediri potuissent.

Sed veniendum est ad postremas Tuas literas. Quae de liticula aut controversia habes inter Cel. Joh. Bernoullium et Comitem Riccatum, eum in modum narrare videris ac si a me profecta esse aut saltem meo hortatu, quod tamen a veritate omnimodo est alienum, non enim cum Comite ullas unquam literas commutavi nec quum in Italia essem nec postea, nec is mihi aliter cognitus est, nisi quod ipsum semel atque iterum in Bibliopoliis Venetis viderim atque postea is me semel in transitu Patavii salutare dignatus

sit. De ejus moliminibus quicquam contra Dn. Bernoullium ne per somnium mihi unquam constitit, priusquam prior ejus Scheda publicata esset, et si quid de ejus proposito mature mihi innotuisset, omni modo conatus essem, ut mentem mutaret nihilque adversus Bernoullium publicaret; interim satis urbano stylo est usus, iis elogiis Clarissimum B. cumulans, quae tanto viro digna sunt. Quod vero controversiam ipsam attinet, ea non versatur in eo, num Cl. Bernoullius errorem unquam commiserit, sed tantummodo num quae Dn. Bernoullius in mea analysi inversi Problematis virium centralium publice reprehenderat, reprehensione dignum sit, et annon mea solutio Bernoullianae sit anteferenda, qua in re ne ego cum ipso sentio, qui affirmativam incautus tueri conatus est. Quod reliquum est et in mea potestate, faciam libenter eumque hortabor, ut controversiam ulterius urgere desinat.

Problema Tuum generaliter conceptum huc redire videtur: *Data in angulo recto HAC (fig. 74) Curva quacunque GEC, ductisque ordinatis quibusvis $E\Theta$, $e\vartheta$ ipsi AG parallelis, et per puncta Θ, ϑ rectis ΘT, ϑt respective parallelis lineis AE, Ae, quae ex puncto A ad terminos E, e ordinatarum $E\Theta$, $e\vartheta$ etc. ductae sunt, invenire curvam CVB, quam singulae rectae ΘT, ϑt angulo recto CAB inscriptae contingunt.*

Solutio facillima est; ducta enim per quodlibet punctum E curvae GEC tangente EH, et per A recta AO tangenti EH parallela, rectae ΘT quae ipsi EA aequidistans est occurrente in O, factoque demum segmento TV hujus rectae ΘT aequali ΘO, erit punctum V in curva quaesita CVB.

Demonstratio facilis est. Nam quia rectae EA, ΘT et eA, ϑt parallelae sunt et aequales, erunt $AT = E\Theta$, et $e\vartheta = At$, atque adeo $em = Tt$, ducta scilicet EF parallela CA, et $mn = \vartheta\tau$, idque generaliter sive arculus Ee finitae sive indefinite parvae sit magnitudinis; sed supponendo posterius, erit $em : mn = HF : FA$, et $Tt : \vartheta\tau = Vt : V\vartheta$, unde quia $em = Tt$, et $\vartheta\tau = mn$, erit etiam $HF : FA = Vt : V\vartheta$, ductisque FI, AO parallelis tangenti HE, fiet $HF : FA = EI : IA = \Theta O : OT$, ergo etiam $\Theta O : OT = Vt : V\vartheta = VT : V\Theta$, et invertendo et componendo $\Theta T : \Theta O = \Theta T : VT$. Ergo $VT = \Theta O$. Quod erat demonstrandum.

Si singulae ΘT sint ejusdem magnitudinis, erit curva GEC Circulus centro A radio $AG = \Theta T$ descriptus, et hic est casus problematis in prioribus Tuis literis mihi propositi, eruntque adeo singuli anguli HEA, FIA, AOT recti, hinc ductis IK et IL, quarum haec parallela sit CA, illa vero AG, et quia EI generaliter $= VT$, erunt hoc casu $EK = VZ$ et $LA = AZ$. Unde si dicantur $AE = \Theta T = a$, $AZ = AL = x$, $VZ = EK = y$, $EF = \Theta A = v$, ac $AF = AT = \sqrt{aa - vv}$, erunt $EI = vv : a$, et $EK = VZ = v^3 : aa = y$, adeo $v^3 = aay$ et $v = \sqrt[3]{aay}$. AI vero $= \overline{aa - vv} : a$, et $AL = \dfrac{\overline{aa - vv}\sqrt{aa - vv}}{aa} = x$, hinc $\overline{aa - vv}\sqrt{aa - vv} = aax$, et $\overline{aa - VV}^{3:2} = aax$ vel $(aa : vv)^3 = a^4xx$, et $aa - vv = a\sqrt[3]{axx}$. Sed $v = \sqrt[3]{aay}$ praebet $vv = a\sqrt[3]{ayy}$, ergo $aa - a\sqrt[3]{ayy} = a\sqrt[3]{axx}$ vel $a - \sqrt[3]{ayy} = \sqrt[3]{axx}$ est aequatio curvae CVB in casu praesenti, vel etiam $\sqrt[3]{aa} - \sqrt[3]{yy} = \sqrt[3]{xx}$.

Epistolam ad Dn. Michelottum curabo quam diligentissime. Hisce vale et favere non desine etc.

Francofurti ad Viadrum d. 22 Nov. 1715.

LXXVI.

Leibniz an Hermann.

Multas ago gratias, quod me labore solvendi problematis Geometrici Tua opera sublevasti. Agnosco non esse ex valde difficilibus, et sane si prolixo labore indigere credidissem, non fuissem ausus eum in Te transferre. Mihi vero nunc, quod alias aut aliis facile, pro difficili est. Interea video Te non studiose tantum, sed et ingeniose in ea re versatum, data constructione generali elegante. Ita plus dedisti, quam petebam; ego enim calculo contentus fuissem exhibente relationem generalem, ita ut AY haberetur generaliter ex $A\Theta$ et ΘT, et similiter YV ex $A\Theta$ et ΘT: idque si vacat adhuc a Te petere ausim. Ita enim si deinde in speciali casu habeatur relatio inter $A\Theta$ et ΘT, ut supponitur, poterit haberi etiam relatio AY et $A\Theta$, itemque inter YV et $A\Theta$, ac proinde tandem (sublata $A\Theta$) inter AY et YV, quae ad extremum desideratur. Sane ingredientur calculum generalem etiam $dA\Theta$ et $d\Theta T$, sed hae quantitates in applicatione speciali evanescent.

Amici tui, Poëtae, ut apparet, eleganter docti versus minime

reprehendo; sed morem Germanorum agnosco, qui (contra quam de Graecis ait Tacitus) tantum aliena mirantur. Si ex data linea, quam centrum gravitationis mobile describit, datoque uno situ puncti mobilis gravis, impetuque ejus, et directione in eo situ, Tua quam dedisti methodo definire potes lineam projectionis, quam ita punctum grave describit, saltem ope quadraturarum; rem profecto egregiam praestitisti, et quam si bene memini, Dn. Varignonius negabat sibi esse in promtu. Mihi non licet nunc profundius ingredi in discussionem eorum, quae optima voluntate ad praeclarum tuum opus admonui. Unum tantum, quia facilius est, nunc attingo, nempe quaestionem, utrum gravitas in omnes corporis partes agat, seu an omnes corporis gravis partes sint graves? Hoc ego verum esse non puto, si quis per partes corporis intelligat, quicquid ejus volumine continetur. Nec potest esse verum, nisi quis cum novis quibusdam Anglis putet dari vacuum, et gravitatem non oriri ex principiis mechanicis, seu qualitate occulta; quas duas hypotheses prorsus falsas esse puto. Sentio igitur corpora gravia esse pervia fluido gravifico, idque ipsum non esse grave; nec proinde quicquid in corporis volumine includitur, a gravitate affici. Tua Thesis est: gravitas agit in partes corporis etiam interiores omnes. Hoc ita probas: si mutato situ non potest mutari gravitas, sequitur quod gravitas agat in partes interiores omnes. Sed verum est prius (per hypothesin praemissam, experimentis scilicet comprobatam), ergo et posterius. Probanda est propositio hypothetica: sed hoc quomodo praestes non apparet, nam Tuum argumentum videtur solum dirigi in eos, qui gravitatem referrent ad exteriores partes tantum, non vero in eos, qui referrent etiam ad interiores, at non omnes. Itaque mihi probatio Tua videtur in formam concludentem redigi non posse. Hactenus respondi ad argumentum Tuum. Ego vero ex abundanti, contrario argumento seu instantia vim consequentiae Tuae infringere aggressus sum, exhibendo structuram corporis, quae satisfaciat experimento, seu mutato situ non mutet gravitatem, etsi gravitas in omnes corporis partes non agat. Hoc efficio, ponendo scilicet partes non graves esse per massam aequaliter distributas. Respondes, ex eo ipso sequi corporum pondera esse massis proportionalia. Recte; sed Tu aliquid amplius probare voluisti, nempe quamlibet corporis gravis partem esse gravem. Objicis, concipi non posse corpus, cujus partes in quovis situ sint gravitatis ictibus aeque perviae (ad sensum scilicet), sed rationem, cur hoc concipi nequeat, non addis. Ego vero rem sic puto concipi posse. Finge corpus totum constare ex retibus, vel elathris sibi superimpositis aequabiliter contextis, id quomodocunque vertas aequabiliter eidem liquido eodem fere modo pervium erit; et quidem eodem prorsus modo ad sensum, si modo rete sit contextum ex filis valde tenuibus (uti revera de corporibus nostris dicendum est). Ita enim discrimen ex mutato situ insensibile erit, cum in sola superficie non intus discrimen oriri possit, superficiales autem partes (quando magna est texturae tenuitas, corpus vero ipsum comparatione filorum valde crassum) rationem sensibilem non habeant ad totum. Itaque ut ingenue dicam quod sentio, videtur hic aliquid esse mutandum. Caeterum hac propositione, quam ego nec probatam nec veram puto, in Tuo opere, ni fallor, non indiges. Cl. Michelotto alias quae licebit respondebo. Interea vale etc.

Dabam Hanoverae 3. Decembr. 1715.

LXXVII.

Hermann an Leibniz.

Jam ante plures dies ad humanissimas Tuas literas die 3. Dec. ad me datas respondissem, Vir Ill., nisi afflicta nonnihil valetudo mea calamum manibus mihi excussisset. Nunc vero per Divinam gratiam satis bene valeo, et ut tantundem de Te quem scientiae et bonae artes diutissime florentem optant, rescire valeam, vehementer cupio.

Sed ad literas Tuas humanitatis plenissimas revertar, gaudeo quod solutio mea Problematis Tui non prorsus displicuerit; nulla vero causa est, cur mihi ob levissimum laborem, quem eidem impendi, gratias ullas agas. Quae adhuc circa idem Problema perfici jubes, hoc loco absolvere conabor. Problema est, ut inveniatur aequatio curvae CVB, quam recta ΘT in angulo recto CAB ita mobilis (ut segmenta AΘ, AT, vel quod idem est, AΘ, ΘE, facta scilicet ΘE = AT, datam constanter ad se invicem relationem servent) ubique contingat. Esto itaque curva quaecunque GEC, cujus ordinata EΘ ad abscissam AΘ sit = AT, adeo ut ducta AE parallela sit ubique

rectae mobili ΘT. Ducta pariter sit EF parallela AC et per curvae punctum E tangens EH; per F vero FD aequidistans tangenti EH et occurrens rectae AE in D, deinde facta AQ = ED, recta QV parallela AG per punctum Q ducta lineae mobili ΘT occurret in Curvae quaesitae puncto V, prout in praecedenti mea epistola ostensum. Propterea, factis denominationibus linearum ut sequitur, scilicet

$$\begin{array}{ll} AF = AT = t & AY = EM = y \\ EF = \Theta A = u & YV = DN = x \\ HF = s & AE = \Theta T = z \end{array}$$

Triangula similia EMD, AND praebebunt analogiam

$$EM : AN = MD : DN$$
$$y : u - y = t - x : x,$$

ergo $xy = tu - ty - ux + xy$ vel $tu = ty + ux$ (1). Propter parallelas vero EH et FE fiet HF (s) : AF (t) = EF : AD = EM (y) : AN (u − y), hinc $ty = su - sy$ (2). Jam ope harum duarum aequationum atque illius, quae curvae CEH naturam explicat, indeterminatae omnes s, t et u tolli possunt, ut sola remaneat aequatio in indeterminatis x, y et constantibus data, quae curvae quaesitae CVB naturam referat. Exempl. Sit CEG quadrans circuli centro A descripti, quo recidit casus Problematis initio mihi propositi, adeo ut AE = z nunc dicatur a, eritque $s = \frac{uu}{t}$, qui valor in aequatione secunda substitutus dat $ty = (u^3 - uuy) : t$ vel $tty = u^3 - uuy$, hinc $tty + uuy = u^3$, aut (quia ex natura circuli $tt + uu = aa$) $aay = u^3$. Aequationes vero 1 et 2 inter se collatae dant $\frac{t}{s} \left(= \frac{tu - ty}{su - sy}\right) = \frac{tt}{uu} = \frac{ux}{ty}$, ergo $t^3y\ (= u^3x) = aaxy$, vel $t^3 = aax$, adeoque $t = \sqrt[3]{aax}$ et $tt = \sqrt[3]{a^4xx}$; sic etiam quia $u^3 = aay$, fiet $uu = \sqrt[3]{a^4yy}$, ergo $\sqrt[3]{a^4xx} + \sqrt[3]{a^4yy}$ (= tt + uu, ex natura circuli) = aa, vel dividendo per $\sqrt[3]{a^4}$, $\sqrt[3]{xx} + \sqrt[3]{yy} = \sqrt[3]{aa}$, etiam ut in pracedenti mea epistola inveneram pro aequatione curvae CVB. Quae abit in sequentem

$$\begin{array}{llll} x^6 + 3yyx^4 & + 3y^4xx & + y^6 & = 0 \\ - 3aa & + 21aayy & - 3aay^4 & \\ & - 3a^4 & + 3a^4yy & \\ & & - a^6 & \end{array}$$

Alterum Problema, cujus mentionem injicis, quo ex data linea, quam centrum gravitationis mobile describit, datoque uno situ puncti mobilis gravis, impetuque ejus et directione in eo situ, definienda est linea projectionis, quam punctum grave describit, ex difficillimis esse videtur multumque diversum ab eodem problemate, sed directionibus gravium in punctum convergentibus, quod post Cel. Bernoullium et Newtonum etiam a Cl. Varignonio solutum est in posteriore sensu concursus directionum gravitatis in centro; nec ejus inventa, quae hactenus publicavit circa vires centrales, sufficiunt solutioni novissimi Problematis, quia proportio harum virium, cum earum directiones datam lineam contingunt, ex ejus meditationibus editis elici non potest, nisi multa iis superaddantur. Non miror proinde Dnum. Varignonium negasse Problematis Tui solutionem sibi in promtu esse. Mea vero methodus eo pertingit, suppositis figurarum quadraturis, ut projectilis puncta determinentur.

Fig. 158 Phoronomiae, datis Curva AY, angulo jactus FAα et celeritate jactus in A, invenire Curvam AM, seu in singulis YN puncta M, in quibus Curva AM radios evolutae YN curvae AY occurrit. Fiant $\log. B = \int \overline{Cds : am}$, $A = b - \int \overline{Bds : m}$, $P = \frac{eeAA + 2eeBB - AABC}{eAA}$, $QQ = \int \overline{2PPdm : h}$, ac denique linea YM in fig. 158 $= \int \overline{QQdP : PP,} - \int \overline{Pdm : h}, \pm d$. Ubi singulae a, b, c, d, e et h sunt quantitates datae, et elementum Curvae AY, quod est $Yy = ds$, $YM = m$, reliquae indeterminatae omnes A, B, P et Q in hisce ds et m ita datae sunt, ut inde terminatae ab invicem separatae sint atque adeo Curva AM per puncta describi possit. Haec vero omnia ita se habere dico salvo calculi errore, quia diebus hisce ita distractus fui, ut nulli rei serio et attente vacare potuerim.

Elegantia sunt, quae circa quaestionem, utrum omnes cujusque corporis partes aequales, aequales gravitatis ictus excipiant nec ne, mones, eaque ita comparata mihi nunc videntur, ut iisdem cedendum sit. Interim nunquam controversum lemma tanquam Propositionem geometrice demonstrabilem, sed physice tantum respexi et hoc posteriori modo idem probare conatus sum utcunque: plura tamen super hanc rem adhuc proferri possent et nonnulla in qualemcunque mei excusationem allegare possem, nisi tabellarij discessus instans huic epistolio finem imponeret. Vale etc.

Francofurti ad Oderam die 6 Jan. 1716.

LXXVIII.

Leibniz an Hermann.

(Im Auszuge)

2 Novembr. 1716.

Angli, ut accepi, solutionem quandam problematis Bernoulliani de lineis ad alias perpendicularibus (cujus solutionem Tibi quoque notam esse intelligo) suis Transactionibus hujus anni inseruere, generalem quidem, quamvis nonnihil vagam, sed haud talem, qualem oportet. Et perinde est ac si quis problema planum per Conicas construat. Nam descendunt ad differentias secundas, cum (ut scis) res praestari possit per differentias primi gradus.

Videris fortasse Taylori Methodum Incrementorum, quam vocat. Equos ille ponit post currum. Ego per Methodum incrementorum in seriebus numerorum perveni ad Methodum differentiarum inassignabilium, ut postulat natura rerum. Angli, qui istam Methodum non nisi mutuo sumtam habent, contra procedunt. Caeterum vix quicquam affert alicujus momenti, quo specimen artis suae ostendat, superciliosus interim omnium praeter Newtonum contemtor.

BRIEFWECHSEL

zwischen

LEIBNIZ

und dem

FREIHERRN VON TSCHIRNHAUS.

Freiherr Ehrenfried Walther von Tschirnhaus, geb. 10. April 1651, zeigte frühzeitig ein lebhaftes Interesse für die mathematischen Wissenschaften. Zu seiner nicht geringen Freude, wie er selbst in seinen spätern Lebensjahren öfters erzählte, fand er bereits auf dem Gymnasium zu Görlitz einen Lehrer, dessen Unterricht in den Fundamenten der Mathematik für ihn so förderlich war, dass er sich selbstständig fortbilden konnte. Im Jahre 1668 ging Tschirnhaus nach Holland, um auf der Universität Leyden seine Ausbildung zu vollenden. Seine Studien erlitten eine Unterbrechung, als im Jahre 1672 Holland von den Franzosen besetzt wurde; Tschirnhaus betheiligte sich als Volontär am Kampfe, kehrte aber nach anderthalbjährigen Kriegsdiensten nach Leyden zurück. Es unterliegt keinem Zweifel, dass damals in Holland eine weit günstigere Gelegenheit zum Studium der philosophischen und mathematischen Wissenschaften sich bot, als auf den Universitäten Deutschlands; denn während auf den Universitäten zu Leipzig und Jena, wie wir aus den Geständnissen Leibnizens wissen, die mathematischen Vorträge nicht über die Elemente Euklid's hinausgingen, lebten und lehrten in Holland die Schüler von Descartes. Wir dürfen demnach mit gutem Grunde annehmen, dass Tschirnhaus in die höhere Mathematik bereits fünf Jahre früher eingeweiht war, als Leibniz, der vom Jahre 1673 an in Paris durch eigene Anstrengung sie sich zu eigen machen musste. Nach einem kurzen Besuch in seiner Heimath trat Tschirnhaus im Jahre 1675 eine grosse wissenschaftliche Reise an. Er ging über Holland nach London, wo er die Bekanntschaft von Oldenburg und Collins machte. Mit dem ersteren blieb Tschirnhaus nach seinem Weggange von London in wissenschaftlichem Verkehr, und wir ersehen namentlich aus einem Briefe, den er am 1. September 1676 von

Paris an Oldenburg schrieb*), dass der erste Brief Newton's, der durch Oldenburg unter dem 26. Jul. 1676 (Bd. I. S. 100 ff.) an Leibniz überschickt wurde und der zugleich zur Mittheilung an Tschirnhaus bestimmt war, für den letztern neue, ihm bis dahin

---

*) Es kann nur das folgende Bruchstück dieses Briefes, wie es im Commercium epistolicum Joh. Collins aliorumque de Analysi promota (neueste Ansgabe von Biot und Lefort S. 121) sich findet, hier mitgetheilt werden:

Expectabam cum desiderio responsum, cum aliquot abhinc mensibus ad te literas meas transmiseram; sed nec ex modo datis colligere licet has receptas fuisse. Interim admodum oblectatus fui, hisce conspectis quae ad D. Leibnitium exarasti, maximeque me tibi devinxisti, quod me participem volueris facere tam ingeniosarum inventionum, et promotionis Geometriae tam pulchrae quam utilis. Statim cursim eas pervolvi, ut viderem num forte inter hasce Series Infinitas existeret ea qua ingeniosissimus D. Leibnitius Circulum, imo quamvis sectionem Conicam (centro in finita distantia gaudentem) quadravit, tali ratione ut mihi persuadeam simpliciorem viam, nec quoad linearem constructionem, nec numeralem expressionem, nunquam visum iri; quique hisce porro insistens, generalem adinvenit Methodum Figuram quamvis datam in talem rationalem transmutandi, quae per solum inventum (admodum praestans meo judicio) D. Mercatoris ad Seriem infinitam posset reduci; sed hac de materia, cum ipse non ita pridem mentem suam declaravit, non opus est ut prolixior sim. Verum ut ad specimina perquam ingeniosa D. Newtoni revertar, haec non potuere non mihi placere, tam ob utilitatem qua se tam late ad quarumvis quantitatum dimensiones, ac alia difficilia enodanda in Mathematicis extendunt, quam ob deductionem harum a fundamentis non minus generalibus quam ingeniosis derivatam: non obstante quod existimem, ad quantitatem quamvis ad infinitam seriem aequipollentem reducendam fundamenta adhuc dari et simpliciora et universaliora, quam sunt fractionum et irrationalium reductio ad tales Series, ope Divisionis aut Extractionis, quae mihi tale quid non nisi per accidens praestare videntur, cum haec successum quoque habeant, licet non adsint fractiones aut irrationales Quantitates. Similia porro quae in hac re praestitit eximius ille Geometra Gregorius, memoranda certe sunt, et quidem optime famae ipsius consulturi, qui ipsius relicta Manuscripta luci publicae ut exponantur operam navabunt.

unbekannte Resultate enthielt. Von Collins erhielt Tschirnhaus während seines Aufenthalts in London mehrere mündliche Mittheilungen, namentlich in Betreff der Untersuchungen Gregory's über die allgemeine Auflösung der Gleichungen (Bd. I. S. 82. 93), ein Problem, das, wie es scheint, Tschirnhaus' gesammte Thätigkeit damals in Anspruch nahm. Dagegen ist die Angabe, die im Commercium epistolicum Joh. Collins sich findet und von Edleston und von Brewster wiederholt wird*), dass nämlich von Collins eine Abschrift des Newtonschen Briefes vom 10. December 1672**)

---

*) Im Commer. epistol. Joh. Collins (neuste Ausgabe von Biot und Lefort S. 84) heisst es: Missum fuit Apographum hujus Epistolae ad Tscurnhausium mense Majo 1675, et ad Leibnitium mense Junio 1676. — Edleston (Correspondence of Sir Isaac Newton and Cotes p. XLVII) giebt am: A copy of Newton's letter was sent to Tschirnhaus in May 1675, in Collins's paper „About Descartes“ (14 folio leaves, Roy. Soc. MSS. LXXXI). — Brewster (Memoirs of the life, writings and discoveries of Sir Isaac Newton, voll. II. p. 31) bemerkt: A copy of his letter was sent to Tschirnhausen in May 1675, thirteen months before it was sent to Leibnitz.

**) Dieser Newtonsche Brief, auf welchen von Seiten der Engländer so grosses Gewicht gelegt wird, findet sich im Commer. epist. (neuste Ausgabe von Biot und Lefort S. 83 f.) wie folgt mitgetheilt:

Ex animo gaudeo D. Barrovii amici nostri reverendi lectiones Mathematicis exteris adeo placuisse, neque parum me juvat intelligere eos (Slusium et Gregorium) in eandem mecum incidisse ducendi Tangentes Methodum. Qualem eam esse conjiciam, ex hoc exemplo percipies. Pone CB (fig. 90) applicatam ad AB, in quovis angulo dato, terminari ad quamvis Curvam AC, et dicatur AB, x et BC, y, habitudoque inter x et y exprimatur qualibet aequatione, puta $x^3 - 2xxy + bxx - bbx + byy - y^3 = 0$, qua ipsa determinatur Curva. Regula ducendi Tangentem haec est: multiplica aequationis terminos per quamlibet progressionem arithmeticam juxta dimensiones y, puta $\underset{0}{x^3} - \underset{1}{2xxy} + \underset{0}{bxx} - \underset{0}{bbx} + \underset{2}{byy} - \underset{3}{y^3}$, ut et juxta dimensiones x, puta $\underset{3}{x^3} - \underset{2}{2xxy} + \underset{2}{bxx} - \underset{1}{bbx} + \underset{0}{byy} - \underset{0}{y^3}$. Prius productum erit Numerator, et posterius divisum per x Denominator Fractionis, quae exprimet longitudinem BD, ad cujus extremitatem D ducenda est Tangens CD: est ergo longitudo $BD = \frac{-2xxy + 2byy - 3y^3}{3xx - 4xy + 2bx - bb}$.

an Tschirnhaus geschickt worden sei, in mehrfacher Hinsicht sehr zweifelhaft; denn Tschirnhaus befand sich im Mai 1675 entweder in London, oder war noch unterwegs auf der Hinreise begriffen*); ferner würde sich Collins dieser Mittheilung, ebenso wie der oben erwähnten, noch erinnert und ihrer gedacht haben, als er an Leibniz einen Auszug desselben Newtonschen Briefes überschickte (Bd. I. S. 91 f.). Angenommen aber auch, dass jene Notiz richtig wäre und dass Collins eine Abschrift des gedachten Newtonschen Briefes an Tschirnhaus im Mai 1678 abgegeben hätte, was konnte dieser über Newton's Fluxionen daraus erfahren? Ebenso wenig, als Collins und Oldenburg davon wussten; diesen war sogar noch im Juli 1676 — also über ein Jahr später — nichts Näheres darüber bekannt**). Auch würde Tschirnhaus nicht versäumt haben,

---

Hoc est unum particulare, vel corollarium potius Methodi generalis, quae extendit se, citra molestum ullum calculum, non modo ad ducendum Tangentes ad quasvis Curvas, sive Geometricas, sive Mechanicas, vel quomodocunque rectas lineas aliasve Curvas respicientes, verum etiam ad resolvendum alia abstrusiora Problematum genera de Curvitatibus, Areis, Longitudinibus, Centris Gravitatis Curvarum etc. Neque (quemadmodum Huddenii methodus de Maximis et Minimis) ad solas restringitur aequationes illas, quae quantitatibus surdis sunt immunes.

Hanc methodum intertexui alteri isti, qua Aequationum Exegesin instituo, reducendo eas ad Series infinitas. Memini me ex occasione aliquando narrasse D. Barrovio, edendis Lectionibus suis occupato, instructum me esse hujusmodi methodo Tangentes ducendi, sed nescio quo diverticulo ab ea ipsi describenda fuerim avocatus.

Slusii Methodum Tangentes ducendi brevi publice prodituram confido; quamprimum advenerit exemplar ejus, ad me transmittere ne grave ducas.

*) Sollte sich das letztere auf irgend eine Weise ermitteln lassen, so liegt die Unrichtigkeit der obigen Notiz am Tage, denn Tschirnhaus, damals 24 Jahr alt, war vor seiner Ankunft in London Collins sowohl als Oldenburg gewiss ganz unbekannt.

**) Sieh. Bd. I. S. 91, wo es heisst: Defuncto Gregorio, congessit Collinius amplum illud commercium litterarium, quod ipsi inter se coluerant, in quo habetur argumenti hujus de seriebus historia: cui Dn. Newtonus pollicitus est se adjecturum suam methodum inventionis

falls er an Leibniz irgend etwas über Newton's Entdeckungen mitgetheilt hätte, in der Differenz, die zwischen ihm und Leibniz später ausbrach und wobei es sich namentlich um die Methode der Differential- und Integralrechnung handelte, darauf zurückzukommen; aber es findet sich in Betreff dessen in der vorliegenden Correspondenz nicht die geringste Andeutung.

Mit Empfehlungen Oldenburg's an Leibniz traf Tschirnhaus im September 1675 in Paris ein. Er wurde sehr bald mit Leibniz aufs innigste befreundet, denn beide in der schönsten Blüthe jugendlicher Kraft beseelte dieselbe Vorliebe für philosophische und mathematische Studien. Quod Tschirnhausium ad nos misisti, schreibt Leibniz an Oldenburg (Bd. I. S. 84), fecisti pro amico: multum enim ejus consuetudine delector, et ingenium agnosco in Juvene praeclarum, et magna promittens inventa mihi ostendit non pauca, Analytica et Geometrica, sane perelegantia. Die Leibnizischen Manuscripte aus der zweiten Hälfte des Jahres 1675 und aus dem Jahre 1676 zeigen zahlreiche Spuren von den gemeinsamen Arbeiten beider; auf demselben Blatte finden sich die Schriftzüge Tschirnhausens neben denen von der Hand Leibnizens. Wie bereits erwähnt, beschäftigte sich damals Tschirnhaus vorzugsweise mit der allgemeinen Auflösung der Gleichungen; auch Leibnizens Aufmerksamkeit war um dieselbe Zeit auf dieses grosse Problem gerichtet. Doch dies Eine war für Leibniz nicht genug; über das ganze Gebiet der Mathematik erstreckte sich seine Thätigkeit. Vor allem ist hier hervorzuheben, dass in diese Zeit der ge-

---

illius, prima quaque occasione commoda edendam; de qua interea temporis hoc scire praeter rem non fuerit, quod scilicet Dn. Newtonus cum in literis suis Dcbr. 10. 1672 communicaret nobis methodum ducendi tangentes ad curvas geometricas ex aequatione exprimente relationem ordinatarum ad Basin, subjicit hoc esse unum particulare, vel corollarium potius, methodi generalis, quae extendit se absque molesto calculo etc. — Hiermit ist zu vergleichen die folgende Stelle aus Oldenburg's Brief an Leibniz vom 30. Septemper 1675 (Bd. I. S. 82): Scire cupis, an dare Nostrates Geometrice possint dimensionem Curvae Ellipseos aut Hyperbolae ex data Circuli aut Hyperbolae quadratura. Respondet Collinius, illos id praestare non posse Geometrica praecisione, sed dare eos posse ejusmodi approximationes, quae quacunque quantitate data minus a scopo aberrabunt.

meinsamen Studien beider Freunde die grosse Entdeckung Leibnizens fällt: die Einführung des Algorithmus der höheren Analysis (im October 1675). Es ist mehrfach ausgesprochen worden, als könne Tschirnhaus irgend welchen Antheil daran gehabt haben; diese Vermuthung indess wird durch das Vorhergehende hinreichend zurückgewiesen. Ausserdem aber geht aus der vorliegenden Correspondenz hervor, dass Tschirnhaus kein grosses Gewicht auf die so folgenreiche Entdeckung Leibnizens legte; er war vielmehr der Ansicht, dass die Einführung einer solchen monströsen Zeichensprache ganz überflüssig sei, und meinte, dass die bis dahin üblichen Methoden, wenn sie nur anderweitig vervollkommnet würden, zur Lösung von Problemen aus der höheren Mathematik genügten. Dass Tschirnhaus in dieser Meinung verharrte, selbst nachdem Leibnizens Erfindung allseitig anerkannt und durch sie bereits die glänzendsten Erfolge errungen waren, geht aus einer Mittheilung Christian Wolf's hervor, die sich in dessen eigener Lebensbeschreibung S. 123 f. findet*).

Zu Anfang des Jahres 1677 verliess Tschirnhaus Paris. Er ging über Lyon, Turin, Mailand, Venedig nach Rom. Sein erstes Schreiben, das er von hier aus an Leibniz richtete, enthält eine sehr ausführliche Beschreibung dieser Reise; sie liefert einen ausgezeichneten Beitrag zur Charakteristik des Mannes, der alles, was

*) Ch. Wolf erzählt daselbst: Ich reisete auf die Oster-Messe A. 1705 (muss höchst wahrscheinlich heissen: 1703) nach Leipzig, um daselbst den Herrn von Tschirnhausen zu sprechen: welches auch geschahe. Ich referirte ihm, was mir in seiner Medicina mentis schwer vorkommen zu verstehen und sagte ihm, wie ich es erkläret hätte. Er war damit zufrieden. Als ich ihn aber fragte, wie man denn die elementa definitionum erfinden könnte: antwortete er mir weiter nichts, als: dieses wäre eben die Haupt Sache. Weil ich gerne von dem Calculo differentiali etwas verstanden hätte, der dazumahl noch weniger bekandt war, fragte ich ihn, wie ich dazu gelangen könnte. Er machte aber nicht viel davon, sondern gab mir nur zur Antwort, er beruhe auf einer einigen Proposition in Barrow Lectionibus geometricis und wäre nicht der rechte methodus, sondern nur ein compendium verae methodi, deren es unendlich viele gäbe. Den rechten methodum wollte er in dem andern Tomo seiner Medicinae mentis zeigen, wo er die in dem ersten Tomo gegebenen Regeln

ihm als neu entgegentrat, mit gleich lebhaftem Interesse erfasste*).

Dieses erste Schreiben, so wie alle folgenden, die Tschirnhaus auf der Reise an Leibniz richtete, geben ein vollständiges Bild sowohl von seinen eigenen Studien auf dem Gebiet der mathematischen Disciplinen, als auch über die gemeinsamen Arbeiten beider während ihres Zusammenseins in Paris. Leider sind die Antworten Leibnizens auf diese ersten Briefe Tschirnhausens nicht vollständig vorhanden; sie werden indess gewiss hinreichend ersetzt durch das, was Leibniz in Folge seiner Unterredung mit Tschirnhaus niedergeschrieben hat, als derselbe auf der Rückkehr in seine Heimath durch Hannover kam und einige Tage bei Leibniz verweilte.

Nachdem Tschirnhaus gegen Ende des Jahres 1679 in seine Heimath zurückgekehrt war, begann er sofort seine äusserst weitgehenden wissenschaftlichen Pläne ins Werk zu setzen. Er erkannte indess sehr bald, dass dazu seine eigenen Mittel nicht ausreichten. Um sich Geld zu verschaffen, beschloss er im Jahre 1682 noch einmal nach Paris zu gehen, denn er hoffte, auf Grund seiner Untersuchungen über die Eigenschaften der Brennlinien, nicht nur seine Wahl zum Mitglied der dortigen Akademie der Wissenschaften durchzusetzen, sondern auch durch sein persönliches Erscheinen eine ansehnliche Pension vom Könige von Frankreich zur Fortsetzung seiner Studien zu erhalten. Das Erstere gelang ihm, besonders durch die Empfehlung und durch die ächt

auf die Mathematik appliciren würde und da sollte die Welt die Augen darüber aufthun und sich verwundern. Wenn aber der dritte Theil herauskommen würde, darinnen er eben seinen Methodum auf die Physik appliciren würde, so würde man darüber erstaunen. Er recommendirte mir aber, um in der Mathematik weiter zu gehen, Barrowii lectiones geometricas und Nieuwentiit Analysin infinitorum, ingleichen auch Ozanams Elémens d'Algebre (Ch. Wolf's eigene Lebensbeschreibung, herausgegeben von H. Wuttke, S. 123 f.)

*) Diese Reisebeschreibung ist im Folgenden nicht abgedruckt; ich hoffe sie bei einer andern Gelegenheit, wo von Tschirnhaus ausführlich die Rede sein soll, mitzutheilen. Dasselbe gilt von allen seinen spätern Briefen an Leibniz, in welchen von andern als mathematischen Gegenständen gehandelt wird.

freundschaftliche Unterstützung Leibnizens; in Bezug auf das Zweite wurden ihm nur leere Versprechungen gemacht. Tschirnhaus kehrte nach Deutschland zurück, in der Meinung, die Realisirung der ihm in Paris gewordenen Zusagen zu erreichen, wenn er seinen Namen in der wissenschaftlichen Welt bekannt machte. Er beeilte sich daher die Ergebnisse seiner mathematischen Studien in den Actis Eruditorum Lipsiensium zu veröffentlichen. Es erschienen zunächst seine Auflösung der Gleichungen und seine Untersuchungen über Quadraturen, zwei Gegenstände, auf deren Gebiet namentlich er mit Leibniz in Paris gemeinsam gearbeitet hatte. Hierbei konnte es nicht fehlen, dass der eine die Ideen des andern aufgenommen und mit den seinigen combinirt hatte, und dass er sie deshalb zuletzt als sein Eigenthum betrachtete. So geschah es denn, dass Tschirnhaus in den erwähnten Veröffentlichungen auf Ergebnisse Anspruch machte, von denen Leibniz nachweisen konnte, dass sie die seinigen wären. Dazu kam, dass Leibniz das, was Tschirnhaus bekannt machte, noch nicht für hinreichend reif und vollendet hielt; nach seiner Ansicht sollte überhaupt noch nicht mit der Veröffentlichung der Methoden, sondern höchstens mit der Bekanntmachung einzelner Beispiele, die mit Hülfe derselben behandelt waren, vorgegangen werden. Leibniz sah sich demnach genöthigt, das was ihm gehörte, öffentlich in den Actis Eruditorum als von ihm entlehnt zu bezeichnen*). Hiermit war der Bruch zwischen beiden Freunden entschieden. Um eine ärgerliche literarische Fehde, deren Kampfplatz die Acta Eruditorum werden sollten, im Entstehen zu unterdrücken, übernahm der Herausgeber derselben Mencke eine Vermittelung zwischen beiden Männern herbeizuführen. Unter den Leibnizischen Papieren befinden sich die beiden folgenden Briefe, die nicht allein in Betreff der in Rede stehenden Sache, sondern auch noch in anderer Hinsicht höchst interessant sind:

Mencke an Leibniz.

Demselbigen sol ich negst dienstschuldigstem Grusse nicht verhalten, dass Mons. Tschirnhaus unss diese tage eine grosse

---

*) Vergl. die Abhandlung: De Geometria recondita et Analysi indivisibilium atque infinitorum (Bd. V. S. 226 ff.).

weitläuftige apologiam wieder meinen Hohg. Patron eingeschicket, undt begehret, dass solche je eher je lieber in unsern Actis möchte publiciret werden. Er wil darin aussführlich erweisen, dass er nicht, wie er aperte beschuldiget worden, eines anderen inventum vor das seinige aussgegeben, sondern dass er selbst erst auf diese gedancken gekommen, undt praetendiret, die wieder ihn formirte objectiones zu removiren. Nun sehen wir gar ungern, wan M. H. Herr Patron undt obgedachter Mons. Tschirnhaus in einander gerathen solten, alss die in teutschland heute in hoc studiorum genere die berühmtesten seyn, undt so lange Zeit vertraute freunde gewesen. Ich weiss auch nicht, ob es ihnen beyden solte reputirlich seyn, wan hierauss ein krieg entstehen solte; zumahl da sich die exteri, welche unss teutschen ohnedem nicht gern die Ehre eines neuen inventi gönnen wollen, gewiss damit kitzeln werden. Wie ich dan von gewisser hand nachricht habe, dass man in Engeland im werke begriffen, ich weiss nicht welche quadraturam circuli, die unsern Actis inseriret ist, ihrem professori Newton zu Cambridge publice zu vindiciren, undt zu erweisen, dass solches dessen, und nicht eines teutschen inventum sey. Also bin ich angestanden, gedachte des von Tschirnhauses apologiam in die Acta zu bringen, ehe undt bevor ich meinem Hochg. Patron communication davon gethan, ungeachtet er urgiret, dass man doch diese apologiam den nechsten Monat inseriren möchte, undt stelle also M. H. Herrn anheim zu bedencken, ob nicht dienlicher sey, dass Sie mit einander durch briefwechselung, alss vorhin gewesene gute freunde, die gantze Sache aussmachten, damit hernach ein concept, das ihnen beyden anständig, denen Actis einverleibet werden könnte, ut utriusque honori consulatur.

Leipzig den 16 Julii 1684.

Leibniz an Mencke.

Dessen werthes 16 Jul. habe zurecht erhalten, und bedanke mich dass derselbe mir von M. Tschirnhaus schrifft part gegeben; erkenne auch auss dem vorschlag, so M. H. Herr selbiger gethan, umb den streit privatim beyzulegen, desselben wohl intentionnirtes gemüth, so allem nachtheiligen zuvorzukommen erachtet. Ich habe an M. Tschirnhaus bereits deswegen schon vorlängst geschrieben gehabt und ihm zu verstehen geben, er möchte sich dieses nicht so absolute allein zuschreiben, weil ich aus seinem brieff gefolgert, dass ers in druck geben wolte. Schreibe ihm iezo nochmahls beykommendes, so vornehmlich deswegen abgehen lasse, damit M. H. Herr sehe, dass ich seinem consilio deferire. Denn im übrigen endtlich Hr. Tschirnhaus am wenigsten ehre von diesem streite haben würde, massen ob er gleich über vermuthen vorgeben wolte, dass er hierinnen von mir das fundament nicht gehabt, und ich ihn in re inter amicos sincere acta nicht überführen kan, auch solches nicht tanti (?), so wird er doch seinen paralogismum nicht excusiren, sondern mich zwingen selbigen clarens zu entdecken, da ich zuvor also davon gesprochen, dass es vielleicht wenig merken werden. Denn gewiss ists, dass er das problema quadraturae Circuli nicht seiner meinung nach absolviret, noch dessen impossibilitatem erwiesen; und bin ich versichert, dass man zu Paris und London mit mir eins seyn wird. So kan man auch leicht erachten, dass derienige das fundamentum methodi besser verstehe, so dessen gebrauch und limites weiss, als der damit in paralogismos verfallet. Was sonst Hr. Newton betrifft, so habe ich dessen sowohl als Hr. Oldenburgs seel. briefe, darinn sie mir meine quadraturam nicht disputiren, sondern zugestehen; ich glaube auch nicht dass Hr. Newton sie sich zuschreiben werde, sondern nur einige inventa circa series infinitas, die er theils auch ad circulum appliciret, darauff Hr. Mercator, ein teutscher, zuerst gefallen, Hr. Newton sie weiter gebracht, ich aber auff eine andere weise dahinter kommen; unterdessen bekenne ich dass Hr. Newton die principia, daraus er eben die quadratur schliessen hätte können, schon gehabt, allein man fället nicht gleich auf alle consequenzen, einer macht diese, der andere eine andere combination.

Hiebey schicke M. H. Herrn eine Methodum de maximis et minimis, welche treflichen usum in der ganzen Mathesi hat.

Durch das Vorstehende erhält demnach die an einem andern Orte ausgesprochene Vermuthung, dass durch Tschirnhausens Veröffentlichungen Leibniz zur Bekanntmachung der Differenzialrechnung veranlasst wurde, ihre Begründung. Nachdem er sie neun Jahre lang zurückgehalten, entschloss er sich, um seine Rechte für alle Eventualitäten zu sichern und einen möglichen Prioritätsstreit im Voraus abzuschneiden, wenigstens ein Bruchstück seiner grossen Entdeckung bekannt zu machen; aber von den mehrfachen Entwürfen, die unter seinen Papieren sich noch vorfinden, wählte er den, der durch eine äusserst knappe und gedrängte Darstellung bemerkenswerth ist, so dass nur die fähigsten unter den Mathematikern in das Verständniss desselben einzudringen vermochten. Von dem andern Haupttheil der höheren Analysis, von der Integralrechnung, worauf Leibniz bei weiten den grössten Werth legte, spricht er nur in kurzen unverständlichen Andeutungen; der oben erwähnten Ansicht getreu, dass man Methoden nicht bekannt machen müsse, vermied er die Elemente derselben zu enthüllen. Die Folge davon war, dass Johann Bernoulli der Erfinder der Integralrechnung zu sein sich anmasste (Sieh. Bd. III. S. 115 f.), und bis auf die neueste Zeit auch dafür gehalten worden ist.

Die Unterbrechung der Correspondenz zwischen Leibniz und Tschirnhaus dauerte bis zu Ende des Jahres 1692. Aus den vorhandenen Briefen erhellt nicht, wodurch die Wiederanknüpfung des freundschaftlichen Verhältnisses zwischen beiden Männern veranlasst wurde. Während dieser Zeit hatte Tschirnhaus mehr noch als früher seine Thätigkeit fast ausschliesslich der Verfertigung von Brennspiegeln aus Metall und von Brenngläsern zugewandt. Um letztere in möglichster Grösse herzustellen, legte er selbst Glashütten an, die ersten in seinem engern Vaterlande Sachsen. Auch erfand er neue Polir- und Schleifmaschienen und liess sie auf eigene Kosten ausführen. Obwohl Tschirnhaus seine Fabrikate zu möglichst hohen Preisen verwerthete, so wurde dennoch durch diese kostspieligen Unternehmungen, besonders aber auch dadurch, dass er seit 1700 fast ununterbrochen in Dresden in der Nähe des Hofes lebte, der gänzliche Ruin seines Vermögens nach und nach herbeigeführt. Indess mitten in den Zerstreuungen des Hoflebens unterliess er nicht mit mathematischen Problemen sich su beschäftigen; nach seinem eigenen Bekenntniss fühlte er sich nur in den

Stunden wahrhaft glücklich, welche er ungestört seinen Studien widmen konnte.

Die Correspondenz zwischen Leibniz und Tschirnhaus wird besonders seit 1700 sehr unvollständig. In der damaligen kriegerischen Zeit gingen die Briefe häufig verloren. Die letzten Briefe Tschirnhausens sind aus dem Jahre 1706. Er starb den 11. October 1709. Nach seinem Tode brach über sein Vermögen der Concurs aus; alle seine werthvollen Anlagen wurden von den Gläubigern mit Beschlag belegt und gingen, wie es scheint, gänzlich zu Grunde.

I.

Tschirnhaus an Leibniz.

Romae d. 17. Aprilis 1677.

In Paris habe von Hr. Oldenburgern gedachte Brieffe erhalten, aber aus mangel der zeit noch bies dato nicht antworten können; das einen newen modum die radices irrationales omnium aequationum zu determiniren gefunden annoch in Paris, habe in selbigen Schreiben so damahl an den Hrn. abgehen lassen nebenst andern realien notificirt, damitt aber der Hr. siehet wie candide verfahre, so wihl selbigen communiciren; die gantze difficultät bestehet hierinne, das wir alle intermedios terminos ex quacunque aequatione können wegbringen; dieweil den also unus incognitus terminus und unicus quoque cognitus, patet radices extractio; ferner dieweil in keiner aequation eintziger terminus kan weggebracht werden ipsa immutata, so ist nöthig das eine gegebne aequation in eine andere transmutirt werde, darin die intermedii termini können tollirt werden; dieses kan ferner also geschehen: sit aequatio quaecunque $xx - px + q = 0$ *) sive cubica $x^3 - pxx + qx - r = 0$ etc. si jam saltem unicus terminus debeat auferri, supponatur $x = a + y$ et transmutetur aequatio, in qua unicus terminus debet auferri, ope $x = a + y$ in aliam, ubi y incognita radix, in qua ponatur ille terminus auferendus $= 0$ atque sic inveniemus, qua ratione a sit assumenda ad terminum illum auferendum: sit ex. in hac aequatione $xx - px - q = 0$ auferendus secundus terminus, fiat $x = y + a$, jam vero

$$\begin{aligned} xx &= yy + 2ay + aa \\ -px &= \quad - py - pa = 0 \\ +q &= \qquad q \end{aligned}$$

*) Tschirnhaus gebraucht stets das Zeichen ∞ als Gleichheitszeichen.

adeoque ponendo $2ay - py = 0$, erit $2a - p = 0$ et $a = \frac{p}{2}$; hinc patet debere fieri $x = y + \frac{p}{2}$ ad secundum terminum in aequatione quadratica tollendum, atque sic non solum terminus unicus aufertur et in quacunque aequatione, sed et radices quadraticae aequationis determinantur, prout hoc quoque a Schottenio in Commentariis ostenditur. Si jam velis duos terminos in quacunque aequatione auferre, supponendum saltem $xx = ax + b + y$, si tres $x^3 = axx + bx + c + y$, si quatuor $x^4 = ax^3 + bxx + cx + d + y$, atque sic in infinitum, non obstante demonstratione, qua contrarium evincebat Gregorius, prout scribit Oldenburgerus, et operatio instituenda eadem prorsus ratione ut antea. Verum ut te adjuvem quantum possum, si forte haec introspicere animus sit, cum consectariorum utilissimorum haec methodus sit ferax, sit ex g. cubica aequatio $x^3 - pxx + qx - r = 0$; verum cum jam unicum terminum ex aequatione possim tollere, compendiosius progrediar (id quod semper observatum in superioribus aequationibus multum calculi abscindit) supponendo saltem $x^3 - qx - r = 0$ et supponendo $xx = ax + b + y$, hinc enim

$$\begin{array}{l} y^3 + 3byy + 3bby + b^3 \\ \quad - 2qyy + 3ary - 2qbb \\ \qquad - 4qby + 3bar \\ \qquad + qqy + qqb = 0 \quad (A) \\ \qquad - aaqy - aqr \\ \qquad\qquad - aaqb \\ \qquad\qquad + a^3r - rr \end{array}$$

jam ponatur $3b - 2q = 0$, eritque $b = \frac{2q}{3}$ et secundo fiat $3bb + 3ar - 4qb + qq - aaq = 0$ et erit, restituto b, quantitas $a = \frac{3r}{2q} + \sqrt{\frac{qrr}{4qq} - \frac{q}{3}}$; jam cum in aequatione (A) duobus terminis sublatis (id quod fiet a et b substituendo, prout jam inventae) y possit inveniri sitque

$$y = \sqrt[3]{4rr - \frac{27r^4}{2q^3} + \frac{8q^3}{27} + \frac{4qr}{3} - \frac{9r^3}{qq}\sqrt{\frac{9rr}{4qq} - \frac{q}{3}}},$$

erit in aequatione $xx = ax + b + x$ substitutis a, b et y

$$x = \left\{ \frac{3r}{4q} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9rr}{4qq} - \frac{q}{3} + \sqrt{\left(\frac{9rr}{8qq} + \frac{7q}{12} + \frac{3r}{4q}\sqrt{\frac{9rr}{4qq} - \frac{q}{3}} + \sqrt[3]{4rr - \frac{27r^4}{2q^3} - \frac{8q^3}{27} + \frac{4qr}{3} - \frac{9r^3}{qq}\sqrt{\frac{9rr}{4qq} - \frac{q}{3}}}\right)}} \right.$$

desiderata radix cubicae aequationis. Haec nulli hactenus praeter D. Mohr et D. Schillero communicavi; sed D. Oldenburgero id non rescribam, nisi postquam ad ultimam perfectionem deduxero. Praeterea in utilissimas hoc in itinere quandocunque speculationes incidi, sed nescio num tempus unquam habiturus sim ea quae annotata saltem habeo, in praxim deducendi; inter alia in modum incidi admodum naturalem, omnium irrationalium quantitatum expressionem, cujuscunque gradus sint, per infinitas series obtinendi, absque ulla extractione radicum; sit ex. gr. $2aa = xx$, dico quod $x = a + \frac{a}{2} - \frac{a}{10} + \frac{a}{60} - \frac{a}{348} + \frac{a}{2030}$ etc. et $a = x - \frac{x}{3} + \frac{x}{21} - \frac{x}{119} + \frac{x}{697} - \frac{x}{4059}$ etc., quas series nescio num per Methodum Gregorii possint terminari, et posses Dn. Neutonio proponere saltem series hasce terminandas, aut quod idem, in progressione hac $\frac{a}{1}, \frac{3a}{2}, \frac{7a}{5}, \frac{17a}{12}, \frac{41a}{29}, \frac{99a}{70}$ ultimum seu maximum terminum invenire: est enim $a = \frac{a}{1}$, $a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$, $a + \frac{a}{2} - \frac{a}{10} = \frac{7a}{5}$, $a + \frac{a}{2} - \frac{a}{10} + \frac{a}{60} = \frac{17a}{12}$ etc. Progressio vero numerorum sic procedit: ad Fractionis praecedentis (ex. $\frac{7a}{5}$) numeratorem (7) adde denominatorem (5) et habebis (12) semper subsequentis Fractionis denominatorem; secundo ad hunc denominatorem (12) inventum adde praecedentis Fractionis $\left(\frac{7a}{5}\right)$ denominatorem (5) et habebis (17) numeratorem subsequentis fractionis (quae itaque erit $\frac{17a}{12}$). Methodum quoque, qua haec inveniuntur, si desideras, sequentibus communicabo, nec credo mihi, qua es facilitate, sententias tuas paradoxas admodum, quas eruisti in Tamesis ostio, nec non quaecunque se tibi memorabilia offerunt, esse celaturum.

P. S. Endlich ersuche, so was würdiges in Mons. Newton briefen mir zu communiciren, oder auch sonst was mir dienen köndte.
