

At si non curemus, ut curvae quæsitæ et datae axes certam proportionem (in partibus quæ respondent paribus curvarum arcibus) obtineant, datae curvae  $AJD$  (fig. 75) ad eundem axem  $AC$  apponatur quaelibet curva  $AHN$  (dummodo ejus basis  $NC$  non major, sed utcumque minor sit data curva  $AJD$ ), ducta ubilibet ordinata  $HJF$ , et curvæ posterioris normali  $HK$ , prioris autem tangente  $EJO$  intercepta basi  $CN$ , et ei ex vertice parallela  $AB$ ; fiat perpetuo ut quadratum  $KF$  ad quadratum  $FI$ , ita quadratum tangentis  $EO$  ad aggregatum quadratorum  $AC$  et  $GQ$ , et ordinata  $GQ$  ad basin e directo puncti  $H$ , compleatur hoc modo curva  $NQT$ ; spatio autem  $GQTC$  applicato ad  $AC$  oriatur latitudo  $GX$  ibidem ordinanda, ut proveniat curva  $MXC$ ; hæc erit æqualis datae  $AJD$ . Quod erat demonstrandum.

Hoc tamen deficit utraque constructio, quod non semper in priori evadat integrabilis  $dx\sqrt{zz - gg + I}$  independenter a curvis non rectificabilibus, nec in posteriori spatium  $GQTC$  absolute quadrabile semper evadit, ut opus esset ad algebraicam curvæ quæsitæ æquationem constituendam, sed quandoque dumtaxat, idque ex accidenti, nisi methodus addatur, qua talis curva  $NHA$  assumi debeat, unde facta præcedenti constructione spatium  $GQTC$  quadrabile proveniat, quod mihi nunc in promptu non esse fateor nec vero vacare, ut illud inquiram. Vale et de Mathesis dignitate, quam hactenus adeo promovisti, bene mereri perge. Pisis Kal. Novembr. 1705.

## IV.

## Leibniz an Grandi.

Gratissimæ mihi fuere literæ Tuæ. Notationes Algebraicas quisque pro arbitrio instituit: ego commoditatis rationem habeo, ut omnia in eadem linea signari possint, et vito superfluitatem, neque enim alio quam divisionis signo ad exprimeudam Rationem et proportionalitatem opus est; consensus fateor hic optandus esset. Meditationes Tuæ ad Problema Bernoullianum satis vim ingenii indicant, etsi non vacaverit prorsus absolvere quod desideratur. Ego quidem solutionem statim dedi et perscripsi, sed quam in exemplis

exequi non vacavit. Commisi tamen alteri hanc curam, qui fortasse edet aliquando; nam mihi in his versari attentius vix ultra licet.

Aliquot viri docti nunc in Arithmetica mea dyadica occupantur, ubi omnes numeri scribuntur per solas notas 0 et 1, omnesque numerorum series in quavis columna pulcherrimas periodos habent: unde fit ut hæc notandi ratio, etsi non destinata ad praxin vulgarem, magna tamen scientiæ incrementa promittat. Apparet eandem arithmetica ante ter mille et amplius annos innotuisse Fohio, Sinensium Regi vel philosopho, ut ex ejus figuris a Coupletio et aliis jam editis ope arithmeticae meae compertum habemus, solumque ænigma quod ipsis Sinensibus jam inde a Confutii tempore negotium facessivit.

## V.

## Grandi an Leibniz.

Serius ad me pervenit notitia epistolarum, quas in Causa Varignoniana et Marchetiana dignatus es Actis Lipsiensibus inserere. Quod attinet ad primam, ipse mihi videor difficultatem omnem abstulisse, quæ circa plus quam infinitas quantitates proposita fuerat, ac satis respondisse instantiis oppositis in mea Prostasi, quæ sub praelo nunc est, ac brevi ad te pariter mittetur. Quod ad alteram pertinet, doleo animadversionem tuam ad me non pervenisse, antequam e praelo prodiret, ac publica fieret Responsio mea Apologetica ad D. Marchettum: tua enim doctrina usus essem ad rem, quæ vulgo adeo paradoxa, mihi vero certissima videtur, uberius declarandam. Caeterum, ubi creationis mysterium, in multiplicatione infinita ejus quod per se nihil est, adumbravi, expresse me imperfectam analogiam promovere fassus sum, quæ paritatem omnimodam non postulat; unde quas disparitates attulisti, et ipse perlibenter amplector, sed non prohibent illæ, ne similitudo aliqua inter utramque operationem servetur, quantum satis ad mentem bene compositam persuadendam de possibilitate hujus mysterii, eamque adversus naturæ præjudicia confirmandam. Nisi in aliquo discreparet actio creativa ab ea multiplicationis infinitæ efficacia, non jam paritas sed identitas, ut ita loquar, exempli adducta esset,



ac fieret naturalis et consentanea causis secundis vis illa creativa, quam solius supremi Entis propriam agnoscimus. Exemplum illud de Gemma non esse adaequatum ultro agnovi, nec de illo in tota Responsione adversus oppositiones Marchettianas verbum ullum facere volui; imo dum illud proponerem, expresse non tamquam exactum, sed rude tantum exemplum, et in speciem vulgo plausibile recognovi, dicens pag. 28. mei libri de Quadr. Circuli: Ego vero idem rudiori exemplo exponi, ac vulgo etiam persuaderi posse censebam hoc pacto: Titius, et Maevius etc. Quod autem addis ad instantiam meae doctrinae oppositam, quod eadem quantitas infinities posita, et infinities subtracta dimidio sui aequivaleret, respondendum non fuisse ex vi infiniti, quae nihil ipsum multiplicando in aliquid commutet, sed ex quo in numero infinito cum nec paris nec imparis differentia determinari queat, aestimandus sit valor per medium arithmeticum inter varios casus, quibus aggregatum quantitatum  $a - a + a - a + a - a$  etc. nunc est  $= a$ , nunc  $= 0$ , adeoque continuata in infinitum serie ponendus  $= \frac{a}{2}$ , fateor acumen et veritatem animadversionis tuae; sed quaerere libet, cur non (saltem per causam remotam) responsio refundens hunc effectum in rationem infinitatis sustineri non possit? Eatenus enim in serie infinita confunduntur casus paris et imparis, quatenus demum infinita est; ergo ratio cur illa series fiat  $= \frac{a}{2}$ , videtur ex Infiniti natura non incommode nec absurde petita: etsi, quomodo postea vis infiniti eo pertingat, non satis fortasse explicuerim, sed ex praeclara animadversione tua penitus enucleandum reliquerim. Ad haec certissimum est, partes infinitesimas, quas dx aut dy ex tuo praescripto dicimus, et velut nihil respectivum habemus, dum ex calculo expungimus, ubi ordinarias quantitates tractamus, tales esse, ut quantumlibet multiplicatae per numerum finitum, adhuc nihil respectivum maneant, et expungi similiter debeant; per numerum vero infinitum multiplicatae, jam in quantitatem assignabilem assurgunt, et evadunt  $= x$  vel  $y$  etc. Cur ergo idem discrimen in nihilo absoluto non observetur, quod scilicet, etiamsi per finitum quemlibet numerum multiplicatum adhuc absolute nihil efficiat, nihilominus per infinitum, aut maximum qui concipi possit inter ipsosmet infinitos, illud multiplicando, ideam alicujus quantitatis exsurgere cogat? Ad

haec aliquot fortasse series terminorum in infinitum progredientium, et certae quantitati nihilominus aequales assignari possunt, in quibus tamen valor per regulam, qua aestimari solent valores plarium casuum, ex eorum summa per numerum multiplicativitatis casuum divisa, vix assignari poterit. Quomodo enim hinc deducatur exempli causa, quod series in qua infinitae unitates denominantur ab omnibus quadratis unitate minutis, nempe  $\frac{1}{4-1} + \frac{1}{9-1} + \frac{1}{16-1} + \frac{1}{25-1} + \frac{1}{36-1}$  etc.  $= \frac{3}{4}$ ? aut quod alternatim ponendo  $\frac{1}{4-1} - \frac{1}{9-1} + \frac{1}{16-1} - \frac{1}{25-1} + \frac{1}{36-1} - \frac{1}{49-1}$  etc.  $= \frac{1}{2}$ ?

Caeterum innumeras tibi grates habeo, quod conciliare nisis meas sententias cum iis, a quibus dissentio; id enim et optimi Amici munus agnosco, et nedum gratissimum, sed perhonorificum mihi esse profiteor. Quod autem Marchettianas rationes mihi oppositas non videris, nihil plane tua interesse debet, cum illas et in mea responsione relatas animadvertere possis, et earum debilitatem statim agnoscere; is enimvero non me oppugnare aggressus est, quod falsam tantummodo doctrinam meam putaret (id quod aequissimo animo ferre paratus eram, nihil enim mea refert, quod alii secus ac ego sentiant) sed quod erroneam diceret, temerariam, a recta Theologia alienam, et si quae alia sunt hujus commatis; id quod a me justa ratione refellendum esse judicavi, cum me nihil commisisse videris, quod (etsi fortasse non ad summum usque rigorem, sed toleranter dumtaxat sit) Religioni nostrae contrarium aestimari queat; imo potius laudando conatu maxime necessarium creationis mysterium adversus atheos propugnandum exhibeat, in ejusdem Religionis Christianae favorem. Vale, et meis studiis favore perge, Vir summe et Mathematicorum Primpile.

Dabam Pisis prid. Kal. Julii 1713.

## VI.

### Leibniz an Grandi.

Cum praeclara Tua in rem Geometricam, et nostram imprimis Analysis merita dudum ut par est aestimaverim, nunc pro-

pius Tibi innotescere laetor, magis ut applaudam currenti, et ad majora tendenti animam addam, quam quod sperem multum adjuvanti Tibi a me hac aetate et his occupationibus afferri posse. Sumus adhuc in primo tantum aditu Analyseos profundioris, eoque magis egregiorum virorum conjunctis laboribus opus est. Et vestra Italia, ferax insignium ingeniorum, gustare hujus doctrinae dulcedinem coepit, Te inprimis duce. Caeterum mea sententia est, saepius exposita, infinite parvas pariter atque infinitas quantitates esse fictiones quidem, sed utiles ad ratiocinandum compendiose simul ac tuto. Et sufficere ut capiantur vere tam parvae quam opus est, ut error sit minor dato; unde ostenditur, nullus. Ejus sententiae indubitata argumenta habeo, sed quae exponere nunc quidem prolixius foret. Interea infinite parva concipimus non ut nihila simpliciter et absolute, sed ut nihila respectiva (ut ipse bene notas), id est ut evanescentia quidem in nihilum, relinquentia tamen characterem ejus quod evanescit. Talia ducta in quantitatem infinitam etiam modificatam concipimus producere quantitatem ordinariam. Nec ineleganter hinc a Te illustratur Creationis negotium, ubi vis infinita absoluta ex nihilo absoluto aliquid facit. Certe in nostra Analysis concipimus rectam infinitam modificatam, ut  $aa:dx$ , ductam in  $dx$  rectam in nihilum abeuntem vel quod idem est in statum annihilationis rectae  $x$  continue decrescentis producere rectangulum ordinarium  $aa$ . Equidem infinitae numero (id est quovis numero plures) magnitudines nunquam componunt unum totum infinitum, et infinitudo vera non cadit nisi in infinitum virtutis, omni parte carens; et ideo nec aeternitas nec recta infinita etsi uno nomine expressa est unum totum, et quantitates illae calculi nostri extraordinariae sunt fictiones, non ideo tamen spernendae sunt, aut rejicienda cum illis analogia, quam verae religioni.....\*) esse posse non omnino negem; cum in calculo perinde sit ac si essent verae quantitates, habeantque fundamentum in re et veritatem quandam idealem ut radices imaginariae, quas non recte Prestetius, Analysta Gallus, contradictione laborare dicebat. Ut enim radices imaginariae necessariae sunt ad tuendas aequationes quae casus possibiles pariter et impossibiles contineant, ita quantitates extraordinariae necessariae sunt ad regulas generales quae media pariter cum extremis complectantur,

\*) „profuturam“ vielleicht zu ergänzen.

verbi gratia, ut parallelismus tanquam extremum convergentiae sub convergentia comprehendatur. Et Natura rebus legem continuitatis inviolabilem a me olim in Novellis Reipublicae prioribus apud Batavos editis expositam praescripsit, ut usus earum etiam in physicis nunquam fallat, etsi in illis non demonstratione rigurosa, sed convenientiae rationibus constet, ut dicendum sit, Deum ipsum ad eas respexisse. Et dici non inepte potest ipsum casum infiniti modificati in infinite parvum modificatum ducti continue crescendo et decrescendo evadere tandem ut combinationem infiniti absoluti cum nihilo absoluto, id est creationem. Nec sine jactura philosophiae has subtilitates, et hanc ut sic dicam metaphysicam Geometriae (quam Caramuel Metageometria vocaret) ignorarunt Philosophi Scholastici, multa alioqui ingeniosa et scitu digna, et iis quae in scholis vulgo agitantur utiliora prolaturi. Me adolescente Nieulandius, praefectus militum Batavus, idemque Geometra et philosophus, in libello paulo ante annum 1672 edito, cui Hugenii Epistola praefixa est, analogia quadam non valde Tuae dissimili ad Creationem illustrandam usus erat, sed libellus nunc non est ad manum. Non diffessus sum ipse, sed fundamenti loco posui quod observas, ex natura infiniti oriri, quod paris et imparis discrimina evanescent in serie de qua agitur, interim in genere etiam, cum finita est; sed utrum per  $+$  an  $-$  terminetur ambigua, dicendum est aestimationem esse eandem, ut valor sit  $\frac{1}{2}$ . Agnosco etiam, non omnibus seriebus infinitis summandis applicari eam methodum posse, qua nempe ostendi  $1-1+1-1$  etc. in infinitum esse  $\frac{1}{2}$  seu  $\frac{1}{1+1}$ ; sed ea methodo hic opus erat eo magis, quod haec series non esset decrescens nec continue usque ad intervallum dato minus advergens summae, ut aliae series solent. Sed difficultatem peculiarem prae se ferret amicisque viris doctis, antequam meam explicationem perciperent, minime toleranda videretur, nec

admittenda divisio, quae ex  $\frac{1}{1+1}$  facit  $1-1+1-1$  etc. Interim in aliis quoque seriebus, ubi alternant  $+$  et  $-$ , posset similis aliqua aestimatio subinde institui alternativa. Et complures ob causas maximi momenti foret habere Methodum, per quam series decrescens constans ex meris membris affirmativis possit reduci ad seriem, in qua membra positiva et privativa sint alternantia.

Cl. Marchettum vellem Tecum collisum non fuisse. Eum



audio queri de insigni viro, et mihi olim amico, Vincentio Viviano, quod hic illum multos ante annos editionem libri de Resistentia Solidorum diu differre coegerit. Ego meum iudicium hic non interpono, neque Vivianum quantumvis amicum excusarem, si quid ea in re humani passus esset: ipsum autem librum Marchettianum de Solidorum Resistentia legere olim memini, et haerebam in demonstrationibus nonnullis, praesertim cum de solido utrinque fullo agitur, quae mihi paulo abruptiores videbantur, cum quam maxime clarae optentur, quoties a pura mathesi ad mixtam physicae transimus, ubi facilior deceptio est. Ejus versio perelegans poematis Lucretiani versibus Italicis conscripta ad me pervenit ejusque cum laude memini in opere Theodicæae.

Audio obiisse Eminentem virum Laurentium Magalotum, cujus etiam Florentiae benevolentiam expertus sum. Is pro veritate Religionis quaedam conscripsit, quae vellem extare. Magliabecium non nostrum minus quam vestrum de literis optime meritum spero et opto adhuc vivere et valere.

Te, Vir Eximie, video etiam in Historia recondita versatum esse, et cum voluptate legi in Diario Italico, quae occasione originum Camaldulensium circa res quasdam in confiniis seculi decimi et undecimi gestas agitasti. Nam et mihi de Hugone Marchione Tusciae et Waldrada ejus sorore, Petro Candiano Duci Venetiarum nupta, agenti harum rerum cura fuit. Scipio Ammiratus junior in revisa a se Historia Florentina Paterna citat diploma quoddam apud Aretinos, ni fallor, extans, in quo mentio fit Adalberti Marchionis, filii Adalberti item Marchionis, lege viventis Longobardorum, ex seculo (opinor) nono. Idem diploma, sed ex eodem Ammirato ut arbitror citat etiam vester Cosmus de Arena in Historia veterum principum Hetruriae, cujus consuetudine olim Florentiae utiliter usus sum. Copiam ejus Diplomatis mihi fieri opto, ut de eo sufficienter judicari possit, eamque in rem Tuam opem implora. Nescio an ejus meminerit Gamurrinus in suo de Familiis Tuscis et Umbris opere, quod superest, sed quod mihi in antiquis valde confusum videbatur. Vale et fave.

Dabam Viennae Austriae 6. Septembr. 1713.

## VII.

## Grandi an Leibniz.

Gratissimae fuerunt litterae tuae, Vir Doctissime, quibus sensum tuum de infinite parvorum et magnorum natura, cogitatis meis apprime consentientem, optime illustras. Doleo impedita, ex grassantis pestis suspicione, viarum commercia in causa fuisse, cur librum meum Apologeticum Marchettianae epistolae oppositum, et dudum tibi destinatum, nondum receperis; ibi enim Cl. Viviani defensionem certissimis documentis innixam reperisses, unde nihil ab ipso, minus quam Virum Candidum et litterarii progressus amatorem decebat, actum fuisse contra Dominum Marchettum in retardanda libelli de Resistentia Solidorum editione (quae nec aliunde D. Blondelli opusculum, diu antequam haec dissensio inter Marchettum et Vivianum excitaretur, impressum praevnire unquam poterat) manifeste constat. Ad haec ostendo, in Cl. Viviani Adversariis de eodem argumento adhuc existentibus, et tum sigillo, tum subscriptione Seren. Card. Leopoldi Medicei jam inde ab anno 1667 signatis, longe plura extare ad illustrandam doctrinam illam de Resistentia Solidorum idonea, quam quae apud Cl. Marchettum habentur, ut dubitare liceat, annon potius conqueri possimus, quod Marchettus Vivianum impediit a suis edendis, quam ut ille de hoc justam querelam moveat ob editionem libri sui ad aliquot menses dumtaxat Viviani causa dilatam. Et quidem in Viviani commentariis (quae spero aliquando in lucem proditura, nam iis recensendis atque in ordinem redigendis, ac supplendis demonstrationibus quae in schedulis illis plerumque desunt aut imperfecte indicantur, non parum operae hac occasione impendi) habemus complura solida aequalis resistentiae, tum in casu, quo extra murum pendeant, uno tantum termino innixa, tum in casu quo hinc inde binis fulcris innitantur; et in summa, quaecumque a te ipso in Actis Lips. 1684 (ni fallor) felicissime adinventae sunt circa species solidorum aequalis resistentiae, itemque a Cl. Varignonio in Monumentis Academiae Parisiensis alia via demonstrata sunt, haec a D. Viviano jam animadversa fuerant, et solita lineari methodo veterum Geometrarum, citra ullam Analyseos speciem, exposita, quamquam certissimum sit, nec Tibi nec Varignonio visa



fuisse scripta Viviani, quae tamen ipsum Blondello olim communicasse ex ejus quadam epistola constat. Ego vero infinitas species solidorum aequalis resistentiae insuper adinveni, et in praedicta Apologetica mea Responione exposui, quae tibi omnibusque harum rerum amatoribus maxime probanda auguror. Multa etiam in illustrandis Vivianeis ea de re commentariis adducam, nondum hactenus ab ullo, quod sciam, animadversa. Utinam otii et commodi satis ad haec perficienda obtinere aliquando possim!

Nuper mihi construenda proponebatur curva quaedam Rosiformis, quam Rhodoneam appellare placuit, in qua quadrata ramorum AF, Af (fig. 76) sint reciproce ut sinus angulorum AfL, AFH, quos dicti rami cum ipsa curva continent; adeo ut posito lumine in A irradiante in curvam, seu verius in superficie ab illa circa AC rotata descriptam, intensio ubilibet sit aequalis, utpote composita ex reciproca duplicata distantiarum a lumine et directa sinuum incidentiae: imo etiam corpus quoddam premens hanc superficiem in ratione composita ex vi gravitatis quadrato distantiae AF vel Af reciproce proportionalis et ex sinu anguli, quo superficies inclinatur ad perpendicularia horizontium per varia ejus superficiei loca ductorum, ubilibet tam in C quam in f aut in F illi incumbendo, eam aequaliter premat. Cum autem in ea construenda rem ad dimensionem cujusdam spatii adduxissem, ex improvise in hanc simplicissimam constructionem incidi, quam figura ostendit. Nimirum, esto AGB semicirculus radio CB descriptus, super quo item alius sit semicirculus CIB, et ducta ubilibet ordinata DE, secante semicirculum priorem in D, posteriorem in I, jungatur AD, fiatque AF = intervallo CI; erit F ad curvam Rhodoneam, de qua loquimur.

Tangens HF inclinatur ramo ad angulum HFA semper duplum anguli GAF, quem ramus cum subtensa AG (extremi puncti A tangente) complectitur. Et consequenter perpendicularis curvae inclinatur pariter eidem ramo ad angulum duplum residui anguli FAC. Porro circulus osculator cujuslibet puncti F transit semper per idem punctum A, et dicti circuli diameter est tertia proportionalis post ramum AF et radium AC: Spatium AFIC est =  $\frac{1}{2}$  trianguli GAC; partes etiam quaelibet AFf facile quadrantur. At si radio AC describatur arcus circuli CK, erit superficies sphaerica ab hoc circa AC descripta aequalis curvae superficiei, quam Rhodonea AFIC circa eandem AC (vel etiam circa AG, aequalem enim superficiem creat,

cum habeat curva centrum gravitatis in recta, quae angulum GAC bifariam secat) rotata generaret. Imo si circa quamlibet rectam per punctum A transeuntem tam Rhodonea scilicet AFIC, quam arcus idem circularis KC convertantur, aequales semper superficies sunt proditurae: nam elementa curvae binis ramis infinite proximis intercepta, sunt ad elementa dicti arcus reciproce ut radius circuli ad ramum curvae, adeoque et ut peripheriae, quae ab eorundem dato cuilibet axi motus aequae inclinatorum extremis generantur. Sed vereor, ne Poma dare Alcinoo videar, qui has nugas praestantissimo Geometrarum Principi offeram.

Viri Clarissimi Magalotti epistolae, quae in Atheos conscriptae sunt, ut et varia alia ejus opuscula apud multos Mss. servantur; utinam adjutricem manum inveniant, ut edi possint ad publicam utilitatem.

Scipio Ammiratus Junior non erat certe Senioris Ammirati filius, ut ipse supponere videris in epistola tua; imo senior Canonicus fuit Metropolitanae ecclesiae Florentinae, ac sacerdos, quo utique munere fungi non permittit Viros matrimonio illigatos ecclesiae nostrae vetustissima disciplina; sed cum famulum haberet industrium studiorum suorum administrum, et amanuensem diligentissimum Christophorum del Bianco, hunc omnium suorum honorum haerem conscripsit suo testamento die 11. Januarii 1600, ea conditione ut nomen et cognomentum et stemma familiae suae assumeret, qui propterea in Scipione Ammiratum Juniore evasit. Porro frustra conquisitum est documentum ab eo relatum de Adalberto Etruriae Marchione circa annum 896, tum a Cl. Viro Cosmo de Arena, qui id examinare cupiebat, tum ab aliis; num ego feliciter in eo expiscando futurus sim, mihi polliceri non audeo; non omittam tamen, tum inter Mss. Junioris Ammirati, quae in Majoris Nosocomii Florentini bibliotheca extant, tum inter veteres Volaterani Archivi membranas (nam episcopum Volateranum respicit ejusque ecclesiam donatio praedicta) omnem indaginem collocare, si qua ex parte obtineri possit quo votis tuis fiat satis. Cl. Magliabequium Florentiae sospitem reliqui nuper; an nunc etiam optima fruatur valetudine, ignoro, nam proximis meis litteris nondum respondit, quibus ipsum, nomine etiam tuo, salvere jubebam. Vale, et ad incrementum omnis litteraturae, imprimis vero ad perfectionem analyseos, quae Te inprimis Auctore ad hanc facilitatem,



quam nunc exhibet, evecta est, majoremque earum, quae adhuc supersunt, salebrarum explanationem abs te merito postulat, diutissime vive. Dabam Pisis nonis Decembris 1713.

## VIII.

## Grandi an Leibniz.

Postquam epistolam ad te nonis Decembris scriptam tabellario deferendam tradideram, animum pupugit sollicitudo, an non in curvae illius Rhodoneae natura definienda pronunciarim, sinus angulorum, quos curva cum ramis continet, reciproce proportionales esse quadratis eorumdem ramorum; quod si mihi calamo excidit, emendandum opto, ut directe sint tales sinus quadratis ramorum proportionales. Id in causa est, ut hanc schedulam adjungam; atque id me ab initio dicere voluisse patet ex aliis curvae illius proprietatibus, quae talem directam, non vero reciprocam proportionem supponunt. Hac occasione illud addo, vim centripetam, cujus actione ad polum, unde rami illi procedunt, directam distantiarumque reciproce sumptarum ratione septuplicata crescentem huic ipsi curvae describendae idoneam fore. Curvae ipsius dimensionem, nec non corporis ab ea circa suum axem conversa geniti molem nondum tentavi, et vereor, ut ex voto succedere mihi possit, nisi in seriem infinitam valorem hinc prodeuntem conjiciendo. Sed jam temperandum. Iterum vale, tibi que addictissimum amare perge.

Pisis V. Idus Decembr. 1713.

## IX.

## Leibniz an Grandi.

Gaudeo optimi et ingeniosissimi Viri et mihi quondam amici, Vincentii Viviani, famam a Te vindicari. Magis adhuc gaudebo, si ab interitu vindicentur beneficio Tuo multae ejus praeclarae

cogitationes cum aliae, tum de Resistentia Solidorum, et de Cursu aquarum. Nam et aquarum curam habebat per Hetruriam Medicam, et haud dubie Geometra et Naturae consultus multa ad usum observarat ultra Michelinum. Guilielmi librum Italicum de Aquis currentibus puto vivente adhuc Viviano prodixisse, et nosse optem, quid de eo judicaret, et quid de controversia Guilielmi cum Papino circa idem argumentum senserit. Mihi ista expendere satis non vacavit. Mire placet ratio ejus, ex inspectione figurarum eruendi multa quae nos assequimur per notandi artem. Est etiam aliqua (quam voco) Analysis Situs, ab Analysis magnitudinis quae sola vulgo nota est diversa, sed eam nondum quisquam constituit. Veterum processus Analyseos hujus semina quaedam continent, quibus usus est Vivianus, sed longe altius aliquid in illis latet. Cum Vivianus ultimus superstes fuerit discipulorum Galilaei, nescio an non quaedam in schedis notavit Anecdota ex Galilaei sermonibus hausta. Circa resistentiam solidorum notavi olim in Actis Lipsiensibus alium prodire calculum, si ut ego arbitror fibrae resistentium extendantur antequam rumpantur, quam si supponatur cum Galilaeo et ni fallor etiam cum Marchetto rupturam fieri sine...tensione tanquam in momento. Blondellus librum de Resistentia Solidorum composuerat, sed re melius comperta cum ego Parisiis agerem, id est paulo post annum 1672, totum revocarat. Paulus Wurzius, qui Ductor exercitus apud Batavos paulo post initium belli Gallici (id est paulo post eundem annum) obiit, idem argumentum tractarat per experimenta, quae Galilaeo haud consona deprehenderat, sed schedae ejus periere. Cum olim Cl. Marchetti libellum inspicerem, haerebam imprimis in ejus demonstratione, quando accedebat ad solidum utrinque fultum. Sane cum tunc ruptura alicubi fit in medio, contingit quaedam ut sic dicam extritio, quae non est obvia, cum solidum ex muro projectum est et rumpitur prope murum.

Perelegans est tua curvae Rhodoneae inventio, quae rotata det superficiem, ubique aequaliter a dati puncti luminosi radiis afficiendam; praesertim cum constructionem quae Tetragonismum aliquem exigere videbatur, reduxeris ad operationem communis Geometriae. Posses si vacaret Tibi rem in dissertationem non prolixam redigere et synthesisi analysis seu inveniendi modum adjungere, nec alia sit prompta edendi occasio, posset inseri novo Tomo Miscellaneorum Berolinensium, quem nunc paramus.



Gratias ago quod insignem virum Antonium Maliabecum a me salutasti; tum quod de Scipione Ammirato juniore me doces; sed plurimum debemus Historiarum amantes, si Adalberti Marchionis chartam ex tenebris erueris, inquisitione tum apud Volaterranos, tum inter schedas Ammirati instituta. Miror inprimis in ea charta anno Domini 896 data Adalbertum profiteri se vivere lege Longobardorum. Is enim loquendi mos, quantum memini, seculo nono nondum frequentabatur. Itaque vereri coepi ne in anno sit peccatum.

Quoniam animadverti ex Diario Veneto, quanto studio versatus sis in rebus seculi X exeuntis discutiendis, quaerere in mentem venit, an Tibi aliquis notus sit Hugo Marchio cum conjuge Waldrada, qui egerit circa Rhodigium vel in vicinis locis paludosis, vulgo Polesine di Rovigo. Suspiciatus sum Waldradam esse notam illam magni Marchionis sororem secundis nuptiis Candiano Venetiarum Duci nuptam, et ab eo viduam, quae secundis nuptiis poterit alteri illi Hugoni se junxisse. Nam habui horum conjugum notitiam ex Necrologio Monasterii Vangadiensis; porro illic Waldradam cum fratre Hugone possessiones habuisse constat. Quod superest, vale et fave. Dabam Viennae Austriae 3. Martii 1714.

## BRIEFWECHSEL

zwischen

LEIBNIZ und ZENDRINI.



Gleich seinem Zeitgenossen Guido Grandi war Zandrini\*) (geb. 1679, gest. 1747 zu Venedig) in Italien einer der ersten, der unbekümmert über die Streitigkeiten in Betreff der Zuverlässigkeit des Fundaments der neuen Analysis die unschätzbaren Vorzüge derselben vor der bisher üblichen Methode erkannte. Er machte sich ihre Theorien zu eigen und brachte sie besonders auf physikalische und mechanische Probleme zur Anwendung. Indess sind die Fragen, die Zandrini aus den Gebieten der Hydromechanik, Dynamik, Ballistik, Akustik in seiner Correspondenz mit Leibniz erwähnt und kurz erörtert, eben nur erste Versuche, ein unmittelbar der Natur entlehntes Problem mathematisch zu behandeln; noch lagen zu wenig, durch Experimente hinreichend begründete Erfahrungssätze vor, die als Ausgangspunkt für dergleichen Untersuchungen dienen konnten. — Au der anderen Seite zeigt sich in dieser kurzen Correspondenz die ausserordentliche Vielseitigkeit Leibnizens aufs glänzendste; er weiss in den verschiedenartigsten Gebieten, die zur Sprache kommen, Bescheid und hebt treffend dasjenige hervor, worauf die Aufmerksamkeit besonders zu richten ist.

---

\*) Eine sehr ausführliche Würdigung der hohen Verdienste Zandrini's um die Hydromechanik enthält der von Prony verfasste Artikel: Zandrini, in der Biographie universelle, tom. LIII.





I.

Zendrini an Leibniz.

Non diutius, quin humanitatem tuam, Vir Illustrissime, hisce litteris in obsequii tesseram exerceam, me continere possum: ex quo enim matheseos studia salutavi, profundiorisque Geometriae sacra limina adivi, tui inprimis nominis clarissimi extiti cultor, et e schedis tuis mathematicis, quae passim Europae diaria exornant, quantum per ingenii contumaciam licuit, studiorum meorum fundamenta erui. Non semel opportunitatem tibi, Vir celeberrime, scribendi anxie quaesivi, multa tamen hucusque ne justum desiderium officiumque implem, in causa fuerunt: eminentiora tua studia inprimis non solum interioris Matheseos, verum et Metaphysica, quin immo et Historica, caeteraque solidioris Eruditionis, uti ex altera parte mei in Geometricis et Physicis tenues nimis vel prorsus inanes conatus. Sed cum per eruditissimum aequae amicissimum D. Burghettium officia mea per litteras tibi deferenda non semel....., persensique in postrema ad eundem data Epistola V. Nov. instantis, qua animi benignitate nostra studia excipias, non diutius haesitavi in accipienda hasce ad te dandi occasione, non solum ut maximas propensionis quam erga me ostendisti gratias rependam, sed ut nostra quaecumque ea demum sint cogitata tecum possim communicare, et a te, omnium artium ornamento et oraculo, corrigi ac erudiri.

Ex iisdem supra memoratis litteris solutionem difficultatis D. Comitis Riccati comperi, et revera in allatis exemplis, licet indeterminatae jam sint separatae, attamen in altiorum graduum differentialibus per quadraturas rem expediri nequit. Caeterum enodationem aenigmatis seriei infinitae terminorum se invicem destruentium  $+1 - 1 + 1 - 1 + \text{etc.} = \frac{1}{2}$  jam vidi maxima cum voluptate tribus ferme abhinc annis in litteris, quas Nobilissimo et

Eximio Viro D. Bernardo Trevisano IV. idus Octobris dedisti, et ut verum fatear, de tam facili et novo solutionis genere obstupuitur enim in assumendo medio arithmetico inter 0 et unitatem, ex eo quod in terminis finitis, si ultimus sit +, erit utique = 1, si —, = 0; ergo cum in terminis infinitis non abrumpatur series neque cum signo + vel —, ergo summam seriei concludebas esse medium arithmeticum inter 0 et 1, nempe  $\frac{1}{2}$ . Sed non minus

elegans est solutio desumpta ex formula  $\frac{1}{1-x} = 1 - x + xx - x^3 + x^4 - x^5 \text{ etc.}$  faciendo  $x = 1$ . Hoc paradoxum antepono celebri illi Galileano de puncto aequali maximae peripheriae circuli.

Tibi, Vir Illustrissime, litterariam disputationem, quae inter DD. Bernoulios et D. Riccatum intercedit, notam credo; ortum duxit ex occasione solutionis Problematis Newtoniani circa inversum Problema virium centralium in vacuo in ratione reciproca duplicata distantiarum a virium centro. Solutionem indeterminatam satis facilem esse, id notum est, non ita de peculiari illa succedere sensit celebris noster Hermannus in Tomo II et V Diarii Italici. Tantam autem difficultatem non involvere eximius Joh. Bernoullius asseruit in Actis Regiae Acad. Paris. a. 1710, solutionemque uti quaesitam ex eo quod Conisectiones hac gaudere proprietate jam Hermannus constabat accusavit; neque integrationem expressionis differentialis gradus secundi absque tali adminiculo unquam assecutum fuisse ibi ostendere conatur. Hoc tamen negavit particulari Schediasmate in XIX. Tomo Diarii Italici D. Riccati, ostenditque se methodi compotem esse separandi indeterminatas construendique curvas ex data lege, et ex Hermanni calculis idem ipse fecisse colligit, interim confirmando faciliorem esse solutionem generalis, quam particularis casus. In sequenti Tomo, nempe XX, D. Nicolaus Bernoulli aliam dissertationem pro patris defensione subnectit, in qua praeter quaestionis nodum multa praeclara et Bernoullii digna leguntur. Sed novam parere responsonem D. Comes per litteras me monet. In fine Bernoulliani Schediasmatis appendicis loco Problema exhibetur Geometris Italici, neque qua ratione nostrae Nationi simpliciter inditum, constat, nisi forte per quandam contentionis speciem id factum sit; communiter enim ita autumant Itali, si quidem nullam difficultatem involvit, si modo hanc consistere volunt in constructione cujusdam lineae virium, ubi status quaestionis propositae sonat, et non in descriptione cujusdam Tra-



jectoriae genitae ex circumvolutione axis motu aequabili, interim dum grave data lege tendit ad centrum virium, et tali pacto meo quidem iudicio difficilior esset casus, quam ille pro conisectionibus. Problema tale est: Punctum C (fig. 77) est centrum virium, BbC curva, cujus ordinatim applicatae BA, ba expriment vires centripetas in distantis CA, Ca simulque tempora a mobili insumta, incipiendo casum a punctis A, a, et descendendo per distantias AC, aC; quaeritur natura hujus curvae BbC, sive in qua hypothesis virium tempora descensuum per AC, aC a punctis A, a quietis sint proportionalia viribus agentibus in distantis CA, Ca. Solutio: Vocetur AC, y; AB, x; aequatio curvae quaesitae erit  $x = \sqrt[3]{6y}$ , hoc est, vires in subtriplicata distantiarum a foco; curvam autem esse parabolam cubicam patet.

Supposita vero gyratione axis CAD (fig. 78) circa centrum C, interdum dum grave D descendit per DC lege virium supradicta, sit fd, dz; CF = CA = y; Fd, dy; CD = a; invenio aequationem curvae localem esse  $dz = \frac{dy\sqrt{2}}{\sqrt{2abyy - 3y^2\sqrt{6y} + 3ay^2\sqrt{6a} - 2a^4}}$ , cujus constructio satis est involuta, nisi per quadraturas rem expedire contenti simus.

Occasione id ferente inveno, quod si ad tangentem FNe centro C ducatur normalis CN et e O, centro radii osculantis, recta OP perpendicularis FC, esse vires centrales, quibuscum describuntur cujusvis generis Trajectoriae ut  $\frac{1}{FP \times NC^2}$ , quae expressio est adhuc simplicior Moybraeana.

Sed missis iis dicam aliquid de quodam meo Schediasmate, quod forsam publicam lucem aspiciet in proximo Tomo nostri Diarii. Agitur in hoc de riparum corrosionibus in fluminibus, hoc est determinatur curva efformata ab aquis currentibus in oppositis aggeribus compositis ex partibus ammovilibus, cum fluidi directio aliqua de causa versus alterutram ripam tendit. De hoc problemate sermonem habuit D. Guylhelminy prop. 8 pag. 159 Della Natura de fiumi: Curvae tamen determinationem praeteriit forsam ob methodi deficientiam; ego rem breviter sic expedito tam pro corrosionibus verticalibus quam horizontalibus, et primo pro verticalibus. Esto CQSO (fig. 79) sectio fluminis verticalis, Bm sit linea horizonti parallela transiens per initium fluminis; sit CpO curva quae-

sita cujus axis Ce, et e quolibet puncto P ducatur PDR parallela QC, et Dm, Ef sint ad horizontalem mB normales; esto curva SRD quae representet resistentias aggeris pro diversis altitudinibus CD, CE, et XJV velocitates respectivas aquae in D, d etc. Vocetur Pp, ds; eD, x; eC, a; CD = a - x et Np = - dx, DP = z. Cum enim impetus fluidi in Pp sit in ratione composita ex velocitatis duplicata, et duplicata sinus anguli incidentiae, erit aequalis  $\frac{uu \times Np^2}{Pp^2}$  (dicendo u velocitatem et accipiendo Pp pro constanti ad salvandam legem homogeneorum). Pariter cum resistentia ripae in Pp sit in ratione composita ex sinu anguli NpP et tenacitatis materiae, ex qua efformatur agger, erit utique haec = NP × DR. Persistet autem curva corrosionum in curvatura CPO, cum haec resistentia aequabit aquae impulsus, ergo  $\frac{uu \times Np^2}{Pp^2} = NP \times DR$  vel ad salvandam legem

homogeneorum =  $\frac{NP \times DR}{Pp}$ , hinc in terminis analyticis + uu dx = tdsdz, faciendo DR, t. Sunto Ef, c; et Ee, b et pro communi hypothesisi  $u = \sqrt{\frac{c}{b}} x =$  velocitati debitae puncto D, et  $t = a + x$  pro hypothesisi satis probabili, aequatio reducetur ad sequentem  $z + gf^*) = - \int dx \sqrt{\frac{\sqrt{aa + 2ax + uxx}}{2a + x} - \frac{1}{2}}$ , in qua  $m = \frac{c}{b}$  et  $n = 1 + 4mm$ , faciendo autem  $t = 1$ , supponendo nempe resistentiam aggeris ubique aequalem, et  $p = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 4mmxx}}{4} - \frac{1}{2}}$ , erit  $z = - \frac{1}{3m} \times 2pp - 1 \sqrt{pp - 1} + C$ ; C autem determinatur ex suppositione  $z = 0$  ac per consequens  $x = a$ .

Horizontales vero corrosiones ex iisdem principiis mutatis mutandis facile deduco.

Scholium dissertatiunculae subnectere in animo est circa aquarum fluentium velocitates computatis resistentiis riparum, fundi et fluidi vis... et in hypothesisi magis probabili inveno curvam velocitatum adhuc conicam parabolam esse, inverso situ tamen positam; ne verificetur theoria, multa desunt experimenta, et deerunt fortasse semper in tam lubrica et contumaci materia.

\*) gf est planum datum.



Scire cuperem, an projectum maximam vim a projiciente determinatam recipiat? v. g. an ad expellendum globum e tormento bellico maximo impetu possibili quantitas pulveris pyrii sit determinata, ita ut si in majori quantitate eo utamur, quam par sit respectu gravitatis globi, conferat ad validiorem adhuc ictum producendum nec ne? Mihi videtur rationi magis consona determinatio inter resistantiam projecti et vim agentem saltem in casu superiori, si quidem applicatio virium (nempe ignis et aëris violentissimae expansiones) sequitur in tempore, et per quandam speciem fluxus partium activarum, ita ut cum eadem velocitate movetur globus ac partes igneae, hae nil aniplius motum globi juvabunt. Moveri autem tali celeritate posse videtur globus, antequam tota vis ignis, si hic in magna sit quantitate, singulis corporis movendi particulis applicari possit, et tali pacto determinari posset maxima vis pro amovenda data resistantia maxima possibili velocitate.

Sed fortasse nimis, Vir Illustrissime, calamus....; prolixioris epistolae ab humanitate tua incomparabili veniam postulo. Reliquum est, ut omnia ex corde tibi felicia.....

Dabam Venetiis VI Kal. Junii MDCCXV.

## II.

### Leibniz an Zentrini.

Multum praeclarissimo Burghetto nostro debeo, quod propiorem Tui notitiam mihi procuraret, quam ex fama dudum optabam. Gaudeo praeclara Italiae ingenia paulatim ad interioris Analyseos studium conversa, nunc pulchris speciminibus acumen ostendere. Nollem tamen lites Dni. Hermanni causa Domino Comiti Riccato cum praeceptore communi D. Johanne Bernoullio fuisse natas. Eae mihi prorsus ignotae fuere hactenus, quia Diarium Venetum ad nos non perfertur. Et optem terminari quam primum honorifica utrinque ratione, ne tandem, ut saepe fit, liticula in odia et dieteria pungentia desinat. Etiam si verum fuisset, Dn. Hermannum adjutum notitia Conicarum ad solutionem inversam problematis Trajectorii devenisse, hoc tamen nihil obsesset, id enim agebatur, ut demonstraretur proprietatem hanc Conicarum esse reciprocam.

Itaque mihi controversia minime necessaria videtur, suaderemque D. Comiti Riccato, si quid apud eum possem, ut stylum moderetur, et dissimulet quod observas, posse aliquos offendi in Italia, quod Italici nominatim problema proponatur. Poteritque eo dissimulari facilis; quod quae in hoc genere habetis, pleraque ex Bernoulliana institutione tanquam fonte profluerint.

Caeterum ego ita sum oppressus distractusque aliis diversissimi generis occupationibus, ut calculis tentandis tempus tribuere nullum possim. Itaque beneficio me afficies, si Tuis solutionibus analysin ipsam adjicies, videntur enim ingeniosae. Sed maxime velim Methodis ipsis provehendis operam dari, et ubi ad particularia descendere libet, tentari problemata utilia, quale illud tuum est de corrosione riparum. Meretur certe aquarum currentium doctrina discuti accuratius; quam ab egregio Viro, Dominico Guglielmino, aut ab Antagonista ejus ingenioso, Dionysio Papino, fieri potuit, quoniam illis deerant Methodi haec tractandi cum *ἀκρίβεια* quam res caput; interea Guglielminus utilem materiam disquirendi praebuit. Vellem extarent, quae Vincentius Vivianus, praeclarus certe Geometra, circa aquas meditatus erat; illis enim curandis a Magno Hetruriae Duce fuerat praefectus.

Circa trajectorias vellem non tam proponi casus qui non dantur, quam tentari, an Luna, contumacissimum sidus, Legibus Geometricis magis subjici possit, qua in re Newtonus sibi satisfecisse nondum videtur, ut ex iis conjicio, quae David Gregorius in suis Elementis Astronomicis ex ipsius sententia dedit.

Recte judicas, posse limitatam esse quantitatem pulveris pyrii pro tormento et globo, ut major non prosit, etsi enim non arbitrator eo pervenire in nostris tormentis, ut globi celeritas aequet celeritatem venti ignei impellentis; puto tamen, si major aequo sit pulveris pyrii quantitas, totam non esse ignem concepturam, antequam globus tormento exeat. Et ideo propositae etiam sunt ab Ingeniariis nonnullis inventiunculae quaedam ad efficiendum, ut pulvis pyrius promptius accendatur. Et fortasse quae admista augere vulgo creduntur vim pulveris, non nisi hoc praestant, sed tanto plus firmitatis bombardae vel tormentum habere debet, ne frangatur. Itaque praeter machinae firmitatem hic consideranda, quae accelerant accensionem et quae tardant egressionem, quod nullo virium detrimento faciunt pondus globi, longitudo fistulae, et modus hoc



praestandi cum virium detrimento, si globus in exeundo frictionem sentiat, et potest tamen hic plus esse lucri quam damni.

Serenissimus Hassiae Landgravius Cassellis experimenta institui curavit circa modum elevandi aquam per ignem, et is qui haec ipsius auspiciis curat, significavit mihi, in illis locis ubi equi nunc adhibentur ad aquas ex fodinis exantlandas, tertiae partis sumtum hac ratione compendium fieri posse, quod non spernendum foret.

Galilaei, summi Viri, paradoxum de puncto aequali peripheriae, lusus ingenii est seu elegans sophisma, quae habent usum ad excitandam attentionem et comparandas veras rationes. In quo consilii rigor demonstrandi, quem aliquando si labores qui nunc urgent, Deo dante absolvero, in rebus quae etiam pertinent ad rationem a materia abstracta, ut Elementa quaedam in his quoque demonstrata, aliquando consequamur.

Cum Dn. Burgettus mox Venetias relicturus sit, spero Tu me imposterum favore illic frui posse, sive ad libros obtinendos, sive ad alia cognoscenda, vellemque eum vicissim aliquo officio demereri posse.

Curavi olim, ut Theodicaea mea ad Bernardum Trevisanum vestrum, Virum utique magnum, deferretur, sed nondum didici, quae sit ejus de hoc opere sententia, cum tamen pauci sint, qui de eo melius judicare possint. Visus est aliquando cogitationem suscepisse de excitandis magis magisque praeclaris Italiae ingenis. Ei instituto merito applausi, optavique etiam, ut Dictionarium Vocabulorum Technicorum in Italia conficeretur, quale Galli jam habent, Academici enim Secerniculi Florentini ad vocabula communis usus tantummodo respexerunt.

### III.

#### Zendrini an Leibniz.

Accepi humanissimas tuas litteras, tantaque cum voluptate ac veneratione perlegi, quantum conditio tua, mens summa, ceteraque eximiae dotes, per quas tui nominis clarissimi fama per orbem longe lateque spargitur, merentur.

Optime judicas circa controversias inter Cl. Bernoullios et D. Comitem Riccatum, natas occasione notae solutionis Hermannianae, et licet non tam facile, pluribus in contrarium suadentibus, eorum scripta in odia vel pungentia dicteria desinere crederem, tamen cum his reducat fere ad simplicem nominis quaestionem, aequum esset et laudabile silentio omnia tradere, quod etiam D. Comitem esse facturum tum ex ejus privatis litteris, cum ex ejus dissertatione non ita pridem publici juris facta in Tomo XXI Diarii Italici comperio. Incipit enim his verbis: La presente dissertazione servirà di riposta alle Annotazioni, che s'è compiaciuto di fare il dottissimo Signor Niccolò Bernoulli sopra la mia difesa della soluzione del Signor Jacopo Ermanno, e per mia parte... certamente l'ultima etc. Adde sensus tuos in hac re, quos ipsi opportune significabo, quosque pro lege inviolabili D. Comiti futuros sperarem: hortaborque tuo nomine ut missis his ad promovendas scientias methodosque utilius nervos omnes contendant. Certe post te, inventorem eximium calculi infinitesimalis, maxima incrementa scientiis mathematicis Cl. Bernoullii dederunt et dant, jureque quodam hereditario sublimia haec studia in hac optime merita familia nepotibus traduntur.

Si analysim solutionibus meis tibi in progressa communicatis non adjece, id factum, ne tibi, celeberrimo Viro, scribens debita modestiae aliquid detraherem. Imposterum, ut tuis obtemperem jussibus, calculos solutionibus, si quas dabo, appendam. Circa aquarum fluentium doctrinam praebuerunt quidem hucusque Autores disquirendi materiam, rem tamen, ut notas, minime consumperunt. Vincentium Vivianum aliquid circa aquas esse meditatam me non latet, meditationes vero ipsas neque vidi, neque ubi apud quos extent, mihi innotescit. Caeterum si aquarum fluentium scientia parum promota est, nihil fluidorum cursus in animalium corporibus exploratus est. Borellius et Bellinus multa quidem, et haec non spernenda dederunt, sed idem obstaculum quod Guglielminum detinuit, ne hydrostaticam exhauriret, fecit, ut ii quoque ceteroquin celeberrimi Autores rem, quam prae manibus habebant, acu non tetigerint. Utinam animum vires meae adaequant, si quidem acriter incumbere vellem ad scientiae tam praeclarae et necessariae promotionem, ut tandem Medicina a statu semiempyrico, in quo adhuc jacet, vindicaretur. Generalia quaedam de motu flui-



dorum in animato corpore olim meditatus sum, praecipue circa sanguinem, in cuius recta crasi, motusque harmonia consistere animalis salutem vix est qui neget. Vim igitur cordis ad sanguinis promotionem per vasa propria huic muneri inservientia ante omnia indagare volui; utut autem in vasis arteriosis motus fluidi ob vasorum distractibilitatem et contractibilitatem diversa lege celebratur, quam si per fistulas rigidas propagaretur, hinc Lemma quoddam fundamentale, ut sequitur, praemisi. Intelligatur anthliae AG (fig. 80) annexus tubus distractilis et contractilis HNML, qui in maxima sui dilatatione occupare possit spatium GOLK. Esto curva KCB ad axem KA, cujus area, puta DKC, representet vim residuum pro fluidi promotione, cum embolus DF est in D. Vocetur DK, x; AK, a, eritque DA = a - x; DC, y; Mn augmentum dimidium diametri ex parte ML post intrusionem emboli usque ad D sit z. Vis totalis F = AKB = cc. Diameter primaria ante intrusionem, hoc est MN = h, et  $\frac{1}{2}h + z = k$ . Velocitas cum qua movetur fluidum in anthlia, sit u, tempus t, peripheria radio Pn descripta p, et resistentia ob fluidi inertiam g. Velocitas autem fluidi in tubo distractili dicatur V. Et quia resistentia fasciarum in tubo distractili, per demonstrata a Cl. Bernoullio in Dissertatione de musculis aequatur pressioni sive vi impellenti ductae in radium Pn et peripheriam ejus p, vis autem impellens vel sustinens in situ D est ut portio areae ADCB =  $cc - \int y dx \times \frac{1}{2}h + z \times p = cc - \int y dx \times kp$ . Resistentiae vero pars altera orta ex inertia fluidi est ut quadratum

velocitatis ductum in orificium Nu; ergo  $g = VV \times \frac{pk}{2}$ . Spatium autem percursum ab embolo vel fluido in anthlia, cum est in situ D, est ut velocitas in tempus, et velocitas ut vis et tempus, ergo  $a - x = ut$  et  $u = t \times cc - \int y dx$ , quare erit  $uu = a - x \times cc - \int y dx$  vel  $u = \sqrt{a - x \times cc - \int y dx}$ . Velocitas autem V fluidi in tubo distractili ob fluidi contiguitatem cum fluido anthliae obsidebitur, si fiat juxta leges staticas u. V :: k<sup>2</sup>. b<sup>2</sup> (dicendo b diametrum

anthliae AE), ergo  $V = \frac{bbu}{kk} = \frac{bb}{kk} \sqrt{a - x \times cc - \int y dx}$ , et

$VV = \frac{b^4}{k^4} \times a - x \times cc - \int y dx$ , quare  $g = \left( VV \times \frac{pk}{2} \right) = \frac{b^4 p}{2k^4}$

$\times a - x \times cc - \int y dx$ , et hinc F. v + g ::  $\frac{ccp}{k}$  (ob const.  $\frac{p}{k}$ ) ad

$cc - \int y dx \times kp + \frac{b^4 p}{k^4} \times a - x \times cc - \int y dx$ , vel etiam F. v + g :: cc.

$\frac{2k^4 + b^4, a - x}{2kk} \times cc - \int y dx$ , hoc est, vis totalis ad resistentiarum aggregatum (sumpta AK = a pro unitate ad salvandam legem homogeneorum) ut area ADK ad

$\frac{1}{2Pn^2 \times AK^3} \times 2 Pn^4 \times AK + AE^4 \times AD \times ADCB$ .

Cum Acusticae duobus abhinc annis aequalem operam darem, et praecipue pro verificanda hypothesis et observatione D. Charrè (?) asserentis in Act. Acad. Regiae Scient. corpora solida similia, qualia sunt cylindrica, sonos edere, si percutiantur non in ratione suarum longitudinum vel crassitierum, sed habita ratione tantum ad eorum superficies, ejus ratiocinio et experimentis acquiescere non potui; idcirco plura tentavi experimenta, plures ligneos cylindros percutiendo sonosque cum chordis musicis conferendo. Accidit ut pulsando diversa puncta cylindri lignei persenserim in certo ac determinato situ acutiorem sonum, quam in reliquis partibus. Phaenomeni rationem reddere curavi, ut sequitur. Sit corpus FEAHG (fig. 81) cujuscunque figurae, in hoc reperiendum est punctum L vel Q vel ambo (tot enim et non plura habere potest) quibus in locis si percutiatur, sonum diversum a suo naturali reddit; quod autem dico de punctis L et Q, idem dicendum de quovis alio puncto circulorum transeuntium per haec duo puncta basibusque corporis parallelorum. Percussio enim undas sonorum excitat in corpore solido non secus ac undae in aqua stagnante ab ictu lapidis suscitantur, hac tamen differentia ut in fluido undae haerent in superficie, sed in corporibus solidis penetrant crassitiem corporum, seque diffundunt ad usque oppositam superficiem. Excitetur motus in E, propagabitur hic in instanti usque ad H; circuli autem sonori in progressu ad partem oppositam magis magisque crescunt, et probabiliter in proportione arithmetica suarum diametrorum, ita ut EG, Ea, quae sunt circulorum horum limites, sint duae rectae lineae. Undae cum primum H attingunt, convertuntur versus E motu retrogrado, postea versus H et ita ultro citroque, donec prorsus motus exstinguatur. In aqua stagnante ubique projiciatur lapis, eandem et constantem invenit resistentiam



propagatio undarum, in solidis non item; datur enim in his varia et diversa resistentia, uti et planum EH minimae resistentiae, quo percusso validior particularum tremor excitabitur, quam in reliquis locis. Sed licet percussio non fiat in E, sed in alio loco, puta P, erit quidem partium oscillatio minor, sonum tamen in ratione acuti vel gravis eundem edent. Si demum percutiatur corpus in punctis Q et L, obtusior vel prorsus nullus sonus excitabitur; ratio est, quia circuli sonori ultra citroque pergentes in series successivas disponuntur; datur autem punctum C, in quo se intersecantes lineae GE, FH, ubi aequatis momentis circulorum progredientium et revertentium se invicem sustinendo tremor perit, neque per consequens sonus solitus auditur. Centrum autem sonus in huiusmodi corporibus idem est ac centrum percussiois; hinc fit, ut si punctum aliquod circuli QS percutiatur, mutum appareat. Secus in reliquis omnibus punctis extra circulos QS et LM. Invenio autem tale punctum, ut sequitur. Esto corpus cujusvis figurae (fig. 81); Fa, Sa sint duae curvae similes ad communem axem DA. Quaestio reducitur ad inventionem plani EH minimae resistentiae. Sit ergo AD = a, AB = x, BE = y, erit BD = a - x = t, DF = b, DC = z et CB = t - z. Expressio autem pro resistentia cujuscumque plani HE solidi propositi juxta demonstrata Cl. Va-

rignonii Act. Acad. Scient. An. 1702 est  $\frac{ay^3}{ax - xx}$ . Substituo loco

unius ex incognitis x vel y valorem, qui habebitur ex natura curvarum corporis sonantis; dein sumo differentias colligoque distantiam minimi plani ab extremitate corporis. Sit e. g. corpus propositum figurae cylindricae, erit tunc b = y et resistentia ejus

$\frac{ab^3}{ax - xx}$ , et differentiando  $\frac{-adx + 2xdx}{ax - xx^2} \times ab^3 = 0$  ex natura

minimi; vel  $-adx + 2xdx = 0$ , quare  $\frac{a}{2} = x$ . Nimirum distabit

planum minimae resistentiae per semissem longitudinis totius cylindri, uti jam notum est. Invenio autem tale punctum C, ubi lineae EG, HF se decussant, id quod est impedimentum soni per theoriam. In cylindris ergo (fig. 82) cum triangula FDC, SCH sint similia, erit FD (b) : DC (z) :: BH (y = b) ad SH = CB

= t - z, ergo z = t - z vel 2z = t = a - x =  $\frac{a}{2}$  et z =  $\frac{1}{4}a$ , quod perfecte respondet experientiae. Eadem ratione alterum planum

LM invenitur. Haec de figuris, in quibus planum minimae resistentiae cadit in medio axe B. Sed in Conis eorumque truncis, figurisque omnibus, in quibus haec lex non servatur, uti in fig. 83, 84, 85, consideranda venit etiam reflexionis natura; haec enim cum fiat in aequalibus incidentiae angulis, evenit, ut cum primum undulatio sonorum pervenit ad superficiem oppositam, reflectatur in angulis FHG et a HM aequalibus; hinc in fig. 84, 85 duo etiam habebuntur plana muta. In fig. 83 unicum tantum, si tamen, supposito HE plano minimae resistentiae, angulus DHB = ang. BHJ punctumque D in axis extremitate desinat. Inventio autem horum planorum in hisce figuris facile e supradictis eruitur, ideoque lubens praetereo, ne in immensum Viro Illustrissimo taedium augeam. An supradicta theoria cum ratione consentiat, necne, meum non est judicare; si intra probabilitatis limites consistet, factum satis rei physicae autumo; certe calculis respondent experimenta hucusque tentata. Fundari in hoc rationem formandi in musicis instrumentis (vulgo da arco) sustentaculum seu fulcrum (scagnello) pro chordis in certo et determinato situ, nimirum in plano mutuo, crederem. Dari etiam in Tympanis huiusmodi locum mutum vel semiacutum, probabile est; cum primum dabitur occasio, examini subjiciam.

Utile quidem esset post tot speculationes circa Trajectorias potius ad ingenii ostentationem, quam ad Astronomicam veritatem promovendam, ut accuratius Geometrae circa Planetarum errores et praecipue circa Lunam cogitationes suas dirigerent. Angli post novissimam Solis Eclipsim mense Majo elapso celebratam Theoriae Lunae Newtonianae acquiescere videntur, siquidem ad normam hujus instituti calculis, a veritate nisi uno vel altero minuto aberrasse profitentur.

Quod pertinet ad quantitatem pulveris pyrii in tormentis bellicis, non tantum quaesivi, an limitata esset hujus quantitas, quae in actu ejectionis accenditur, verum etiam an resistentia pilae explodendae coercescat inter determinatos limites, ita ut recipere non valeat inertia pilae, nisi datum impetus gradum a vento igneo, licet hic vi maxima, ne dicam infinita, respectu resistentiae pollere concedatur. Totum artificium ne plus aequo pulveris pyrii impendatur, consistit in figura Camerae, et in quodam peculiari modo deferendi ignem in ejusdem camerae fundum. Equidem globus ferreus pondus librarum L, duodecim tantum pulveris pyrii