





Les gazettes vous auront appris sans doute la perte que nous fîmes le mois de Septembre dernier, de M. Cassini mort âgé de 88 ans sans aucune maladie et par la seule nécessité de mourir: homme aussi regrettable pour la droiture et la bonté de son cœur, que pour la beauté de son esprit et sa grande capacité surtout en Astronomie. M. son fils m'a promis plusieurs observations faites en différentes parties du monde sur la variation de l'aimant; M. de l'Isle géographe, élève de feu M. Cassini, m'en a aussi promis plusieurs qu'il a ramassées de différents voyageurs. Comme ces deux Messieurs comptent d'en faire usage, et qu'ils pouvoient apprehender qu'elles ne fussent rendues publiques par d'autres que par eux, je ne leur ay point dit que c'est pour vous que je les leur demandois; je les ay laissés croire que c'est pour ma propre curiosité. Dès qu'ils me les auront données, j'en tireray copie que je vous enverray à la première occasion que le Pere Lelong ou moy en aurons.

Vous savez qu'on trouve des Ecrevisses dont les grosses pates sont fort inégales, une tres petite avec une fort grosse: le peuple croit que la petite n'est qu'une nouvelle qui revient à la place d'une arrachée. Un de nos Messieurs, nommé M. de Reaumur, pour s'en assurer, a nourri tout l'été dernier des ecrevisses enfermées dans un des coffres percés de plusieurs trous, qui sont à quelques bateaux sur la Seine pour y conserver du poisson; et leur ayant arraché les pates entieres et à différentes articulations, il a trouvé qu'elles leur revenoient toujours complectes, aux unes plus vites et aux autres plus lentement; ce qui me paroist curieux, et ce que bien des gens n'auroient pas cru non plus que moy. Voila tout ce que je scais ici de nouveau, hors les livres badins, et plusieurs contre le Jansenisme. Je me trompe: j'oubliois de vous dire que le fils de M. de la Hire a trouvé une maniere d'attacher les chevaux au carosse qui les rend tres faciles à en être detachés quand ils prennent le mors aux dents, par le moyen d'un cordon qui tire celui qui est dans le carosse, et qui detache les chevaux aussi prestement qu'on tireroit un coup de fusil.

M. Desbillettes vous remercie fort de l'honneur de votre souvenir, et m'a fort chargé de vous bien faire ses complimens: il est toujours en parfaite santé pour son age, qui ne lui permet

pourtant plus de travailler autant qu'il feroit aux arts; ce qui lui fait demander à être fait veteran à l'Academie pour en être tout à fait dispensé.

A Paris le 19. Novemb. 1712.

## XXVI.

## Leibniz an Varignon.

18 Janvier 1713.

Je vous remercie de la part de la Societé de la lettre obligeante que vous luy avés écrite, et de la belle piece que vous luy avés communiquée, qu'on ne manquera pas d'employer.

Vous avés fort raison de faire des recherches sur la dimension de la surface du Cone scalene: et je vous diray là dessus, d'avoir lû et entendu à Paris, que feu M. Roberval pretendoit d'en avoir la construction, et il tenoit cela avec quelques autres solutions inter arcana, pour se maintenir contre celuy qui luy voudroit disputer la chaire de Ramus. Or je crois d'avoir remarqué autrefois qu'il y avoit un grand rapport entre la dimension de la surface du Cone scalene et entre la dimension de la Courbe conique à centre, c'est à dire, Elliptique ou Hyperbolique, et qu'il me paroissoit, que quand j'aurois le loisir d'examiner la chose, je pourrois donner la surface du Cone scalene ex data dimensione curvae Conicae, et que peutestre M. Roberval avoit decouvert quelque chose d'approchant. Cela est d'autant plus croyable, que la surface du cylindre scalene depend de la dimension de la courbe Elliptique, et le cone scalene degenere en cylindre, si le sommet est posé infiniment éloigné.

Il est effectivement vray que dans le cas de la figure du P. Grandi, on tombe in ultimo dans  $1-1+1-1$  etc. et dans un  $\frac{1}{2}$  selon les différentes considerations. Mais il ne faut se fier aux raisonnemens sur les series infinies, que lorsqu'on en peut demonstrier la verité par les finies à la façon d'Archimede. M. de Moivre a du genie, et ce qu'il aura donné sur le sort, n'est pas à mepriser.



192

Il est toujours facheux de perdre une personne comme M. Cassini, quelque age qu'il puisse avoir, et je le regrette avec vous.

L'invention du jeune M. de la Hire de detacher promptement les chevaux du carosse quand ils prennent le mors aux dents, sera bonne sans doute et de son cru, mais il n'aura peutetre point scu, que la meme chose a été inventée et practiquée à Paris il y a plus de 40 ans, car j'en ay oui parler, quand j'y estois. Je ne doute point que M. des Billettes en ait oui parler aussi. Je suis ravi d'apprendre qu'il se porte encor bien, et je vous supplie de le luy temoigner avec mes compliments. Etant assureé qu'il sait quantité de choses jolies et utiles surtout dans les Mecaniques, qui se perdront, s'il ne les conserve, je souhaiterois qu'il en mist ou en fist mettre quelque chose par escrit.

Je serois ravi de voir des observations magnetiques choisies depuis l'an 1700 dont le temps et le lieu fussent bien marqués.

## XXVII.

### Varignon an Leibniz.

J'ay fait quelques tentatives sur ce que vous m'avez écrit que quelqu'une des deux lignes coniques à centre pourroit peut-être servir à trouver la surface du cone oblique à base circulaire, comme la circonference circulaire de la base du droit sert à en trouver la surface. Mais l'Ellipse perpendiculaire à l'axe du cone oblique, laquelle ainsi posée sert à trouver la surface du cylindre circulaire oblique, m'a paru aussi peu propre pour trouver la surface de ce cone, que la base circulaire; et l'hyperbole ne m'y a paru avoir aucun raport: de sorte que mes tentatives n'ont abouti toutes qu'à me faire retomber toujours dans la solution que je vous ay envoyée. Non seulement la dimension de la surface de ce cone scalène que M. de Roberval (à ce qu'on a dit) se vantait d'avoir trouvée par le moyen d'une des deux lignes coniques à centre, ne se trouve point parmi les ouvrages imprimés dans le recueil de Divers ouvrages de Mathematique et de Physique, par Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, imprimé in fol. 1673; mais encore M. de la Hire, qui a eu soin de cette impression, et qui a été le depositaire de tous les papiers

193

de feu M. de Roberval, me dist il y a quelques jours qu'il n'y avoit rien trouvé de cette pretendue dimension.

Voici les observations magnetiques que vous m'avez marqué souhaiter, faites en 1704, 1705, 1706, 1707, 1708. Mais je vous prie que ce ne soit que pour votre propre curiosité, parceque M. Cassini, qui me les a communiquées sans lui dire que ce fust pour autre chose que pour satisfaire la mienne, a dessein d'en faire le même usage qu'il a fait d'autres que vous pouvez avoir vues dans nos Mem. de 1708 pag. 173 et 292, que vous verrez avoir été faites dans les deux mêmes voyages que celles-là, avec lesquelles vous verrez aussi qu'elles ne s'accordent guere; ce qui fait du moins sentir la difficulté de les faire exactement. M. de l'Isle, qui m'en avoit aussi promis, ne m'a point tenu parole: il m'a dit pour excuse ou pour défaite, qu'elles sont tant mêlées d'incertaines qu'il ne seroit pas aisé de discerner les bonnes d'avec les mauvaises.

A Paris le 10. Mars 1713.

## XXVIII.

### Leibniz an Varignon.

(Im Auszuge.)

28 Juin 1713.

Mons. Buot, bon Geometre, qui étoit de l'Academie, et ayant été armurier dans la jeunesse, s'étoit chargé de la description des arts de travailler sur le fer et particulièrement de tout ce qui en regarde la fonte ou la trempe. J'espere que ses observations se trouveront dans les papiers de l'Academie. Monsieur l'Abbé Mariotte qui étoit aussi de mes amis, avoit fait une nouvelle espece de Mecanique, qui ne consistoit pas comme les ordinaires dans l'explication du levier et semblables choses qu'on appelle forces mouvantes, mais dans la connoissance de la force des corps particuliers, pierres, bois, fers, cordes etc. à resister à un effort dans un employ qu'on en pourroit faire, soit pour mouvoir, soit pour soutenir quelque poids. J'espere que ce petit livre se trouvera dans les papiers de l'Academie, et il meritera d'etre publié.

J'apprends de M. Bernoulli que le livre des Anglois a paru, dans lequel ils pretendent prouver que l'invention du Nouveau

Calcul est de M. Newton. Mais par ce que M. Bernoulli n'en mande, je juge que bien loin de l'avoir prouvé, ils donnent lieu de juger que c'est apres coup que le calcul des points a été formé, et que M. Newton a bien eu avec nous la connoissance des fluxions, mais non pas du calcul: comme les anciens ont connu les lieux, mais non pas leur calcul tel que la Specieuse nous l'a fourni. Ainsi je ne doute point qu'on ne me rende justice en France.

## XXIX.

## Varignon an Leibniz.

L'histoire du chien parlant a causé ici d'autant plus de surprise qu'elle seroit incroyable si vous n'assurez l'avoir prise d'un Prince qui l'a entendu parler dans une Foire, où une infinité d'autres personnes en doivent avoir été temoins: sans doute que le maitre de ce chien ne manquera pas de le promener par toute l'Europe: s'il vient ici, il en remportera seurement beaucoup d'argent, quoique ce chien ne parle qu'Allemand que peu de gens de ce pais-ci entendent, lui suffisant pour la curiosité dont on est ici, que son chien y prononce les lettres de l'Alphabet que vous me dites qu'il scait prononcer.

M. de la Hire m'a encore repeté qu'il n'a rien trouvé de la dimension du cone oblique dans les papiers de M. de Roberval, qui lui ont été mis entre les mains apres la mort de cet auteur.

Quant à l'art de travailler le Fer, et à la Mecanique, que vous dites que Mrs. Buot et Mariotte avoient promis, M. de la Hire m'a aussi dit n'en avoir rien trouvé parmi les papiers qui lui ont été remis, qu'il ne croit pas que M. Mariotte ait rien fait de cette Mecanique que ce qui s'en trouve repandu dans son traité du mouvement des Eaux; et qu'à l'égard de M. Buot il n'a jamais entendu dire qu'il est rien fait sur l'art de travailler le Fer.

On travaille toujours à l'Academie sur l'histoire des Arts dont il y en a desja un grand nombre de descriptions faites; mais la guerre, qui dure toujours, nous tient toujours hors d'état de faire la depense de leurs impressions: depense qu'il n'y a que le Roy qui puisse faire.

Je suis tres faché du mauvais procès que M. Keill vient de vous susciter en Angleterre: on en est ici d'autant plus surpris que M. Newton lui-même, dans les Princ. Math. vous reconnoit aussi pour l'Inventeur de calcul en question, et que depuis pres de 30 ans vous jouissez paisiblement de cette gloire que vous vous êtes jusqu'ici reciproquement accordée avec une civilité qui édifie tous les honnêtes gens: gloire aussi grande pour chacun de vous deux que s'il étoit le seul inventeur de ce calcul. C'est ce qui fait qu'on ne cesse point ici de vous en rendre honneur comme à M. Newton.

M. Bernoulli m'écrivit il y a quelque tems de vous envoyer ce que Mrs. de Lagny et Parent ont fait de nouveau. Il n'y a rien de nouveau de M. de Lagny. Il nous prepare de nouvelles series fort ingenieuses pour la quadrature du cercle approchée: ce sera un ouvrage assez considerable dont le manuscrit m'a passé par les mains de la part de M. l'Abbé Bignon pour l'examiner à la priere de l'Auteur. Pour ce qui est de M. Parent, il vient de faire raficher ses Journaux intitulés Recherches de Physique et de Mathematique, en trois vol. in 12. augmentés de plusieurs pieces qu'il a lues en differens tems à l'Academie, et qu'elle n'a pas jugé à propos d'insérer dans ses Memoires. Il y a à la fin de ces volumes des Errata et des corrections de la valeur d'un d'entr'eux: ils sont aussi obscurs et aussi embrouillés dans le texte et dans les figures, que les elemens de Mecanique de l'Auteur, dont les corrections se trouvent aussi en tres grand nombre dans ces Journaux, de maniere que je les ay abandonnés dès la premiere lecture sans pouvoir me resoudre à les dechiffrer.

Nous avons eu ici pendant quelque tems un nommé M. Goldbach qui se disoit fort de vos amis: il m'a dit qu'il alloit d'ici en Italie, d'où il retournera droit chez lui en Prusse.

A Paris le 9. Aoust 1713.

## XXX.

## Varignon an Leibniz.

Voici un Livre contenant un projet de Paix universelle et stable pour toujours, que l'Auteur vous prie d'accepter comme un



hommage dû à votre rare mérite, et à votre vaste intelligence de tout. Cet Auteur est un homme de qualité, nommé M. l'Abbé de Saint Pierre, de l'Académie françoise, et cousin germain de M. le Marechal de Vilars. Pour perfectionner cet ouvrage, cet Auteur a besoin de bonnes observations, et sur tout de bonnes contradictions: c'est pourquoy il vous prie, Monsieur, de vouloir bien lui faire part des Remarques pour ou contre que vous ferez en lisant ce livre, et de celles que vos amis connoisseurs y pourront aussi faire. Comme je lui suis fort attaché depuis long temps, je vous demande aussi cette grace pour lui, vous assurant de sa reconnaissance et de celle etc.

Le 3. Mars 1714.

### XXXI.

#### Varignon an Leibniz.

Vous me demandiez le sentiment de M. de la Hire et de M. Cassini le fils sur la Theorie de la Lune inserée dans l'Astronomie de M. Gregori. M. de la Hire m'a dit ne l'avoir point examinée; et l'ayant prié de l'examiner, il s'en est excusé sur ce que cela lui couleroit trop de peine. M. Cassini le fils m'a dit avoir calculé une Eclipse suivant cette Theorie, laquelle erroit d'une demi-heure; et qu'y ayant ajouté une correction que M. Gregori disoit devoir en être retranchée, il l'avoit trouvée assez juste: il m'a assuré qu'il lui en avoit coûté près de trois jours de calcul.

J'ay desja eu l'honneur de vous dire que M. de la Hire, depositaire des papiers de feus M. de Roberval et Mariotte, m'a dit n'avoir rien trouvé dans ceux de M. de Roberval, qui ait raport à la dimension de la surface du cone scalene, bien loin de l'y avoir trouvée par le moyen de la ligne elliptique; et que dans ceux de M. Mariotte il n'a point trouvé non plus la petite Mecanique pratique qu'il vous a dit avoir faite pour feu M. de Vauban.

M. Ozanam vit encore, et est de l'Académie: il se porte bien pour son âge que vous savez être desja fort avancée. Quand je lui ay parlé de son Diophante, il m'a dit qu'il le donneroit quand on le lui payeroit.

Voila pour ce qui regarde votre lettre du 13 Decemb. 1713 à une partie de laquelle je croy vous avoir desja repondu, en attendant que je fusse plus informé du reste que je n'étoit alors. Quant à celle que je reçu de vous le 3 de ce mois-ci par la mediation de M. Scheuchzer, M. Herman me vient aussi de mander qu'il est chargé de la Patente que vous pensiez à m'envoyer, et qu'il me l'envoyra par la premiere occasion seure qu'il en trouvera: je vous en rend encore tres humbles graces, Monsieur, et de ce que vous avez jugé mon explanation du cone scalene, digne d'être inserée dans vos scavans Miscellanea de Berlin. Celle que vous me dites avoir trouvée par une courbe constructible par la Geometrie ordinaire, doit être beaucoup plus belle, et je la verray avec plaisir.

M. de Montmort vous aura envoyé sans doute un exemplaire de son Essay d'Analyse sur les jeux de hazard, qu'il vient de faire reimprimé fort augmenté. On vous aura sans doute aussi envoyé de Basle le traité de Arte conjectandi de feu M. Jacq. Bernoulli, imprimé depuis plus de six mois, puisqu'arrivant de la campagne au commencement du mois de Novemb. dernier, j'appris qu'il en étoit venu ici un exemplaire pour essayer chez un de nos libraires: il n'y a pourtant été commun que vers le mois de Janvier dernier que je le reçu en present du fils de l'Auteur.

Depuis ce tems-là M. le chevalier Renau, Ingenieur general de la Marine, ayant fait imprimer contre l'avis de l'Académie et de ses amis connoisseurs, un Memoire par raport à son ancienne dispute contre Hughens sur son livre de la Manœuvre des Vaisseaux, il en a envoyé un exemplaire à M. Jean Bernoulli, qu'on lui avoit dit être de son sentiment; et celui-ci l'ayant aussi desaprouvé, il s'est excité entr'eux deux par lettres une dispute qui a produit enfin un livre de la part de M. Bernoulli qui me le vient d'envoyer: il y a beaucoup de belles choses, telles que vous savez qu'il est capable d'en donner; vous verrez quand l'exemplaire qu'il vous en a aussi sans doute envoyé sera parvenu jusqu'à vous. Je suis toujours avec un profond respect etc.

A Paris le 25. May 1714.



## XXXII.

## Leibniz an Varignon.

Depuis que je suis de retour, je suis fort occupé, et même incommodé un peu maintenant de la goutte. Cela m'a empêché de satisfaire plustost à mon devoir.

Voicy ma reponse à M. l'Abbé de S. Pierre, que je vous supplie de luy faire tenir. Je vous suis obligé, Monsieur, de m'avoir procuré l'honneur de sa connoissance. Ses raisons sont solides, j'ay lû sur tout avec profit et plaisir ses reponses aux objections. Le mal est que ceux dont depend l'affaire n'en seront point informés.

Je vous remercie, Monsieur, de l'extrait de M. Parent; comme il connoitra mieux mes sentimens par la Theodicée, il en jugera peutetre mieux à present.

Je ne doute point que depuis la paix, qui a la mine de durer, l'Academie Royale des Sciences ne reprenne vigueur, et ne nous donne bientost les années qui sont en arriere. Je souhaite particulierement que l'on pense à donner les descriptions des Arts qu'on a commencée déjà. M. des Billettes me manda un jour qu'on commenceroit par l'imprimerie. J'espere qu'il sera eneor en santé, et je vous supplie, Monsieur, de luy faire mes complimens dans l'occasion.

Je pense à donner un jour moy même un vieux *Commercium epistolicum*, mais il faudra deterrer mes vieux papiers. De disputer avec un homme grossier comme Keilius, n'est point une chose conforme à mon humeur, et si j'ay du loisir, je tacheray de refuter de telles gens par quelques realités où ils ne s'attendent point. M. Chamberlain, auteur de l'Estat present de la Grande Bretagne, qui est un des membres de la Societé Royale de Londres, m'a envoyé l'extrait d'un journal de la Societé, où l'on declare que le rapport des commissaires, nommés par la Societé, qu'ils ont publié dans leur *Commercium*, n'est pas un jugement definitif de la Societé même. Aussi ne m'a-t-elle jamais fait savoir qu'elle vouloit faire le juge, et ne m'a jamais fait demander si je la voulois reconnoitre pour juge competent, et luy soumettre mes raisons, dont elle n'a eu aucune connoissance. Les commissaires aussi n'ont ecouté qu'un coté: il falloit me les nommer pour savoir s'ils ne

me seroient suspects. Ainsi tout ce qu'on a fait contre moy, est la chose du monde la plus informe. Il paroist que mes adversaires ont raison en une chose, c'est que si les lettres ne sont point interpolées, M. Jaques Gregori a scu avant moy ma Quadrature Arithmetique du Cercle. Mais toute l'Angleterre et l'Ecosse, ses amis, son propre neveu David Gregori l'avoient ignoré jusqu'icy. Quand M. Collins ou M. Oldenbourg m'a communiqué autres fois cette serie de M. Gregory parmy d'autres, c'estoit apres que j'avois déjà envoyé la mienne. Ainsi j'auray supposé qu'il y étoit venu apres moy, puis que la mienne avoit été receue d'abord comme quelque chose de fort nouveau. Car l'ancienne lettre de M. Gregory qu'on a produite maintenant, écrite avant que j'eusse commencé de devenir Geometre, n'étoit point venue à ma connoissance, et je crois que M. Collins luy même ne s'en étoit point souvenu, quand nous étions en commerce. Le principal est la question du Calcul des infinitesimales, mais M. Bernoulli a fort bien remarqué, que M. Newton n'a point eu ce calcul; sa Methode des Fluxions étoit lineale.

Je suis maintenant témoin oculaire et auriculaire du chien parlant; entre autres mots il a bien prononcé Thé, Caffé, Chocolat, assemblée.

Je suis etc.

## XXXIII.

## Varignon an Leibniz.

A Paris le 20. Juillet 1715.

Le 5. de ce mois je reçus votre lettre du 22. Juin, vous étant déjà redevable d'une reponse à celle que vous me fites l'honneur de m'écrire en m'adressant celle que je donnay de votre part à M. l'Abbé de Saint Pierre, à qui elle fist beaucoup de plaisir: il me la lut avec les avis que vous lui donniez par raport à son ouvrage, lesquels par le grand sens et les faits historiques dont ils sont soutenus le charmerent aussi bien que moy: il espere bien en profiter pour la perfection de cet ouvrage. Il m'a dit vous



en avoir remercié peu de jours apres, et que depuis il vous a aussi remercié d'un manuscrit que vous lui avez envoyé par rapport à son sujet: il m'a dit avoir pris pour cela l'occasion des lettres que S. A. R. Madame écrivoit en Allemagne.

Je vous remercie aussi de la plus ample instruction, que vous m'avez donnée par rapport au chien parlant: j'en ay reglé ici bien des gens qui en ont été aussi surpris que moy.

Je n'ay pas manqué de bien faire vos complimens à M. des Billetes, qui se porte autant bien que son grand âge de 82 ans se peut permettre: il me chargea aussi reciproquement de vous faire les siens. Il me vient de donner pour vous un Ecrit qu'il appelle Compagnie du Bonheur, mais il feroit un trop gros paquet pour vous être envoyé par la poste.

On travaille toujours à la description des Arts à l'Academie; mais, faute d'argent, on ne scait encore quand on en pourra faire imprimer quelque chose. Vous me demandez si l'on enverra quelqu'un au Levant, comme autres fois M. Tournefort; je n'en ay point entendu parler, mais ce défaut d'argent suffiroit seul pour l'empêcher.

Je n'ay point vu ce M. de Sully, Anglois, que vous me disiez fort habile en Horlogerie; M. de Remond. m'a fait voir le livre de cet Horlogeur, que j'ay lu avec plaisir aussi bien que les belles reflexions qui y sont de vous sur la fin. Je n'ay point entendu parler de ce M. de Sully à l'Academie, mais seulement à quelques uns de nos Academiens qui vont au café où il se trouve, et où je ne vas jamais: je croy qu'il est encore ici, parcequ'on m'a dit qu'il pense à s'y établir.

Voilà pour ce qui regarde la lettre que vous aviez ajoutée sans date pour moy à celle que vous m'adressiez pour M. l'Abbé de Saint Pierre. Quant à la seconde que je reçu le 5. de ce mois, la machine Astronomique du Prêtre du Suabe, que vous me dites être dans le cabinet de l'Empereur, me paroist curieuse, et utile si les Ephemerides qu'il en a tirées, s'accordent avec les autres. Quoiqu'il en soit, c'est dommage que l'Auteur si habile dans la pratique de la mecanique soit mort: guidé par quelque habile Astronome, peut être auroit il pu rendre sa machine plus exacte. Dans les Mem. de 1709 que je vous ay envoyés par M. Lith de

Francfort sur l'Oder, qui les a remis à M. Herman lequel vous les a fait tenir, vous trouverez des cartes de feu M. Cassini, lesquelles vous donneront ces Ephemerides plus exactement qu'une machine, suivant l'explication qu'il en donne dans ces Memoires.

Il y a aussi en ici une personne qui s'est mis sur les rangs pour les longitudes, ainsi que vous l'avez pu apprendre par la gazette d'Hollande, où elle l'a fait anoncer; mais il n'y a pas mieux reussi que Mrs. Wriston et Ditton, Anglois, dont j'apprend que le dernier est mort depuis peu.

M. Bianchini ne nous a rien dit du dessein que le Pape Innocent XII. et en suite celui d'à present avoient eu de faire faire une revision du Calendrier Gregorien: on y a travaillé quelque tems à Rome dans une congregation dont étoit M. Maraldi qui se trouvoit pour lors en ce pays-là, et par la mediation du quel on recevoit les avis de M. Cassini; mais le tout est demeuré sans être achevé et sans qu'on sache pour quoy à ce que dit M. Maraldi.

Je n'ay pas manqué de faire vos complimens au Pere Lelong, et de lui marquer que vous êtes surpris de ne plus recevoir de ses lettres: en voici une qu'il m'a donnée pour vous.

Quant à l'exemple que vous demandez pour un de vos amis, des cubes magiques que M. Sauveur a publiés dans les Mem. de 1710, cet Auteur n'en donne aucun, il se contente d'expliquer sa methode en general sur un cube de 5 celules de côté, et d'une maniere qui ne me paroist que croquée, et si confuse que je ne l'entend point assez pour en rien deduire: peut être est ce la faute de ma teste qui ne me permet pas encore de m'appliquer; dans l'état languissant où je me trouve, je l'ay encore presque aussi embarrassée que lorsque j'avois la fièvre.

Voilà tout ce qui concerne vos deux dernieres lettres du 7. Fevrier et du 22. Juin. Je ne scais rien d'avantage si non que je suis toujours avec bien du respect etc.



202

XXXIV.

Varignon an Leibniz.

Le 13. Octobre nous perdisme le Pere Malbranche, mort sans fièvre, et par la nécessité seule de mourir, comme une lampe qui s'éteint faute d'huile: nous fesons en lui une grande perte. Il était aussi recommandable par la bonté de son coeur, que par l'élevation de son esprit: j'y perd en mon particulier un bon ami que j'estimois fort.

Nous avons aussi perdu quelques jours auparavant M. Homberg, chimiste des plus habiles de l'Europe, et aussi tres difficile à remplacer en son genre.

A Paris le 9. Novemb. 1715.

XXXV.

Varignon an Leibniz.

A Paris le 27. Fevrier 1716.

J'ay reçu vos deux lettres du 14. Octob. et du 22. Decembre 1715 peu de tems l'une apres l'autre: la premiere me fut envoyée par M. l'Abbé Bignon, et la seconde par M. Martini. M. l'Abbé Bignon envoya aussi de votre part à l'Academie le cube magique de 27 celules que vous lui aviez envoyé: il fut donné à M. de la Hire pour l'examiner, lequel peu de jours apres dist à l'assemblée l'avoir trouvé vray sans rien decouvrir de la methode; l'Abrégé que vous m'en aviez envoyé dans la premiere de vos lettres, m'a aussi paru tel. Quant à celui que vous m'aviez dit dans la seconde, de proposer pour étrenes, chacun s'excuse de s'y appliquer, disant qu'il a autres choses à faire: il en couteroit trop à une teste échauffée et pleine d'autres matieres, pour s'appliquer à celle-ci. M. Sauveur qui la doit avoir plus presente que personne, m'avoit paru d'abord s'y devoir appliquer; mais peu de jours apres il m'envoya lettre que voici de lui pour s'en excuser: cependant quelques jours apres cette lettre il me donna le cube que voici, lequel n'est que de 27 celules, encore n'est il que croqué.

203

Les Mem. de 1713 sont encore sous la presse, l'imprimeur avançant si peu qu'il a été depuis Noel jusqu'à Samedi dernier à imprimer un Memoire d'environ 6 feuilles de moy. Ce Memoire est sur le nombre des racines égales qu'exigent les courbes en differens points, selon qu'elles y sont contournées ou rebroussées. Entre les rebroussées en même sens j'en trouve de trois sortes: les unes dont le cercle osculateur en leur point de rebroussement, passe entierement au dedans de leurs branches; les autres où il passe entierement en dehors; et d'autres enfin où il passe entre ces branches, et le seul qui puisse y passer ainsi à travers l'angle qu'elles font entr'-elles. Je trouve que de ces trois especes de courbes rebroussées en même sens, le cercle osculateur au point de rebroussement des deux premieres, exige cinq racines égales pour la determination de son rayon osculateur; et quatre seulement au point de rebroussement de la troisieme, de même qu'au point de rebroussement des rebroussées en sens contraires. Quant à tous les autres points de courbes quelconques, mêmes aux points de contour ou d'inflexion, le cercle osculateur n'y exige que trois racines égales, lesquelles en ces points d'inflexion sont toujours infiniment grandes ou infiniment petites, et finies par tout ailleurs dans les endroits d'une seule concavité ou convexité. Ces nombres et ces longueurs de racines égales serviront à distinguer tous ces differens points des courbes; ce que je demontre par les developemens qui les engendrent. Je demontre aussi en general que chaque cercle touchant d'une courbe en quelque point que ce soit, y exige toujours autant de racines égales plus une, qu'il y touche de branches d'un même côté de ce point: de sorte que si l'on prend  $n$  pour le nombre de ces branches placées d'un même côté de ce point où ce cercle les touche toutes, je veux dire pour le moindre nombre des branches rebroussées que la courbe eust d'un même côté, si elle en avoit de part et d'autre de ce point de rebroussement; le cercle qui les y toucheroit toutes, y exigeroit  $n + 1$  de racines égales pour la position d'une perpendiculaire en ce point de rebroussement, sur laquelle son centre se trovast. C'est ainsi que les cercles touchans des courbes non rebroussées, torses ou non, n'y exigent par tout que deux racines égales, ainsi qu'on le pense d'ordinaire, ces courbes n'ayant jamais qu'une branche de chaque côté de chacun de leurs points. Par la même raison les courbes rebrous-





204

sées à deux branches, soit en même sens ou en sens contraires, les ayant toutes deux d'un même côté de leur point de rebroussement; le cercle touchant en ce point, y exigera trois racines égales. Il y en exigeroit quatre si ces courbes étoient rebroussées en trois branches d'un même côté de leur point de rebroussement; cinq, si elles l'étoient en quatre; six, si elles l'étoient en cinq; et toujours autant de racines égales plus une, que la courbe auroit de branches rebroussées d'un même côté, en quelques sens que les convexités ou concavités de ces branches fussent tournées. Voila pour la position du rayon osculateur, et le surplus de racines égales qu'il exige pour sa détermination totale, est pour la détermination de sa longueur. Pardon, Monsieur: je ne sais comment ma teste encore échauffée de ces matieres, m'a mené si loing.

## BRIEFWECHSEL

zwischen

LEIBNIZ und GUIDO GRANDI.



Guido Grandi (geb. zu Cremona 1671, gest. 1742 als Professor der Mathematik zu Pisa) war einer der ersten unter den Mathematikern Italiens, der, wie es scheint, durch eigenes Studium in die von Leibniz geschaffene höhere Analysis eindrang. Es gelang ihm, durch die beiden Schriften: *Geometrica demonstratio Vivianeorum problematum*, Florent. 1699, und: *Geometrica demonstratio theorematum Hugonianorum circa logisticam, cum epistola ad Pat. Cevam*, Florent. 1701, die Aufmerksamkeit auf sich zu lenken, und er erhielt einen Platz an der Universität zu Pisa. Im Jahre 1703 erschien von ihm eine neue Schrift: *Quadratura circuli et hyperbolae per infinitas hyperbolas geometricae exhibita*; es ist offenbar dieselbe, die Grandi an Leibniz übersandte und deren Inhalt die Veranlassung zu der vorliegenden Correspondenz zwischen beiden Männern wurde.

In seinem ersten Schreiben bemerkt Leibniz unter anderen, dass es nicht unwichtig sei, dass die Mathematiker ein und derselben Zeichensprache sich bedienen. Es ist dies ein Gegenstand, auf welchen er in seinen Correspondenzen wiederholt zurückkommt und dessen sorgfältige Behandlung ihm besonders am Herzen liegt. Keiner erkannte sicherer, ob ein Zeichen zweckmässig sei oder nicht, keiner war mehr als er von der ausserordentlichen Wichtigkeit einer passenden Zeichensprache durchdrungen. Er selbst hatte ja durch die Einführung des Algorithmus der höheren Analysis aufs glänzendste dargethan, wie sehr der Fortschritt der Wissenschaft von dem Gebrauch zweckmässig gewählter Symbole abhängig ist. Noch in seinen letzten Lebensjahren veröffentlichte er in den Denkschriften der Berliner Akademie ein „*Monitum de characteribus algebraicis*“, offenbar damit die darin aufgestellten Zeichen, durch die Autorität der Akademie geweiht, allseitig in Gebrauch kämen.

Ein anderer Gegenstand der vorliegenden Correspondenz ist die Behauptung Grandi's, die in der oben zuletzt genannten Schrift vorkommt, dass die Summe einer unendlichen Anzahl von Nullen (die man anstatt der unendlichen Reihe  $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$  in inf. setzen kann) einer bestimmten Grösse gleich sei. Er gerieth

darüber in einen heftigen Streit mit seinem Landsmann Marchetti. Ausserhalb Italien scheint Niemand hiervon Notiz genommen zu haben, bis Grandi im Jahre 1710 eine Schrift unter dem Titel: *De infinitis infinitorum infiniteque parvorum ordinibus*, herausgab, in welcher er seine Ideen weiter ausführte und vertheidigte. Da Grandi, um seine Behauptung zu stützen, Gründe sehr eigenthümlicher Art gebrauchte, so sahen sich Varignon und auf Wolf's Instanz auch Leibniz veranlasst, dergleichen für mathematische Beweisführung Ungeeignetes zurückzuweisen\*). Aber auch die Art und Weise, wie Leibniz in dem angeführten Schreiben an Ch. Wolf den Nachweis führt, dass  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$  in inf.  $= \frac{1}{2}$ , ist keineswegs zulässig; dass er selbst das Unsichere seines Beweises fühlte, beweist sein Brief vom 6. Sept. 1713. — Dieser Brief ist insofern noch bemerkenswerth, als Leibniz darin seine Ansichten über das Unendliche und Unendlichkleine unumwunden ausspricht. Er erklärt die unendlichen und unendlichkleinen Grössen als Fictionen; ähnlich den imaginären Ausdrücken, die in der Algebra nothwendig seien, seien sie von Nutzen, um auf einem kurzen, aber sicheren Wege zu Resultaten zu gelangen. Was die unendlichkleinen Grössen betrifft, so reiche es aus, sie so klein als möglich zu nehmen, damit der Fehler möglichst klein werde, so dass also im Grunde kein Irrthum begangen werde. Sie dürften indess, setzt Leibniz sogleich hinzu, keineswegs als absolute Nullen betrachtet werden, sondern vielmehr „ut nihila respectiva, id est ut evanescentia quidem in nihilum, retinentia tamen characterem ejus quod evanescit,“ wodurch offenbar die vorhandene Schwierigkeit nicht beseitigt, im Gegentheil durch eine neue Unklarheit vermehrt wird. Bekanntlich hat Euler diese Leibnizische Auffassung der Differentiale zu der seinigen gemacht und in seinem grossen Werke über die Differentialrechnung zu Grunde gelegt.

Zuletzt erwähnt noch Grandi eine neue Curve, von ihm Rhodonea genannt. Er hat darüber und über eine andere doppelte Krümmung, welcher er zu Ehren der Gräfin Clelia Borromei, einer Freundin der Geometrie, den Namen Clelia beilegte, eine besondere Schrift herausgegeben: *Flores geometrici ex Rhodonearum et Cleliarum curvarum descriptione resultantes, una cum novi expeditissimi Mesolabii auctario*, Florent. 1728.

\*) Sieh. Epistola ad Ch. Wolfium circa Scientiam infiniti, Bd. 5. S. 382 ff.

### I. Grandi an Leibniz.

Exigua haec opella, quam hisce litteris adnexam accipies, pluribus certe nominibus Tibi etiam communicanda erat, quanquam mecum ipse diutius contendi propriae tenuitatis conscius, an usque adeo auderem, ut crepundia mea ante oculos tuos, profundioribus Mathesis speculationibus dudum assuetos, venire paterer, qua ratione praecedentia opuscula mea quibus Vivianeorum Problematum, ac mox Theorematum Hugenianorum demonstrationem in me suscepti, haud sollicitus fui, ut ad te deferrentur. Pluribus autem, ut jam dixi, nominibus hanc opellam tibi debitam esse cum intelligerem, quippe quae et in demonstrandis sublimibus Propositionibus tuis potissimum versatur, et Tui calculi principiorum applicationem nonnullam continet (quae in Italia prorsus nova est) adeoque meae erga virtutem tuam venerationis, Tuaeque apud nos famae argumenta exhibet minime contemnenda, Tibi ipsam reddendam curavi, hortante inprimis Celebr. Magliabechio nostro, qui ingenti jam apud omnes de tua incomparabili doctrina, et immortalibus erga Geometriam et Analysin meritis, parem etiam de Tua Humanitate summa opinionem apud me conciliavit, gratumque tibi quaecunque hoc munusculum meum futurum spondidit. Quodsi et profundissimis doctrinis tuis erudiri me hac occasione continget, litteraeque frui commercio, certe reseratum mihi veritatis et sapientiae fontem ejusmodi felicissima vel audacia vel confidentia mea arbitrabor. Vale.

Florentiae IV. Kal. Julii 1703.





Postremo ad profectum Scientiae pertinet, ut methodos per solutionem problematum exerceamus; sic non ita pridem Dn. Joh. Bernoullius proposuit hoc problema: dato (positione) arcu curvae invenire aliam curvam infinitis modis, cujus arcus aliquis a nobis assignandus arcui dato sit aequalis, et ita ut posito datam curvam esse Algebraicam, etiam quaesita sit Algebraica, quod a me est solutum diversa methodo ab ea, qua ipse est usus. Vale. Dabam Hanoverae 11. Jul. 1705.

## III.

## Grandi an Leibniz.

Humanissimas litteras tuas per Cl. V. Magliabechium mihi Florentiae redditas summa voluptate perlegi. Quae ad commodiorem analytici calculi descriptionem admones, gratissima sunt, et usui fortasse futura, nisi majoris obscuritatis et confusionis cavendae scrupulus aliud suaserit; optandum enim foret in his signis statuendis retinendisque mathematici convenirent, ne ad novi cujuslibet libri editionem novam semper technographiam addiscere et imaginationi figere lectores cogantur, neve magis ab hujus scientiae cultu characterum perplexitate et inconstantia avertantur.

Acta Eruditorum Lips. difficillime ad nos, nec nisi serius deferuntur. Florentiae cum degerem anno 1695, primi libri mei Geometrici editionem praemonens, vix unius semihorae spatium illa evolvere datum fuit in Bibliotheca Cand. Medicei, ubi tamen ad annum usque 1694 dumtaxat collecta tum servabantur, nec scio adhuc posteriorum tomorum accessione locupletata fuisse. Hic tamen Pisis apud eruditum equitem Albizium ad annum usque 1699 extensa habentur, sed caetera nulla diligentia sibi potuit comparare pertinacia bellorum commercium omne bibliopolarum perturbante. Unde non mirum aut nostram diligentiam effugere quandoque inventa vestra, quae nec statim ad nos deveniunt, nec ubi devenerint, ita obvia haberi possunt, ut pro arbitrio consulere liceat.

Gravitatis intensionem in duplicata ratione distantiarum a centro reciproce sumpta crescere, ex Planetarum periodis, quae temporum rationem sesquialteram rationis distantiarum a sole observat, ingeniose deducitis, at generatim in terrestribus etiam corporibus id obtinere ut persuadeamur, physica aut mechanica

ratio desideratur, quae ab attractionis hypothese, vel ambiguo alio sistemate non pendeat. Quae de generalibus differentiis  $d'y$  notasti, amicis hujus scientiae studiosis communicabo; in his, praeter utrumque Manfredium, laudo Victorium Stanearium, Joseph Verzalian, Jacobum Panzaninum, et (spero etiam accessurum, qui nunc lineari tantum geometria profundissima et subtilissima quaeque molitur) Laurentium Lorenzinum.

Venio ad Problema a Cl. Joh. Bernoullio propositum, mihi quae abs te communicatum (pro quo summas tibi gratias refero, et ut simili honore me deinceps prosequaris enixius rogo), nempe de Curva describenda, cujus arcus a nobis assignandus arcui positione dato alterius propositae Curvae sit aequalis. Quo spectant nonnulla jam a me edita in Epistola Geometrica ad Thomam Cevam adnexa demonstrationi meae Theorematum Hugenianorum, quatenus ibi num. 19 docui, qualibet plana figura data, quam una duae rectae et curva quaedam comprehendat, cylindrum invenire, cui ita circumvolvatur, ut curva ipsa nihilosecius in uno plano jaceat, sitque ejusdem cylindri transversa sectio. Quemamodum ex cylindro super cycloide erecto, transversa sectione habetur curva datae parabolae aequalis, cum nihil sit ungula cylindrica superficiei curvae ad dictam sectionem terminantis, quam Parabola ipsa cylindro cycloidali advoluta; quo eodem modo notavi Logisticam ex cylindro super Tractoria erecto secari posse, et generatim si relatio ordinarum ad axem mutetur in relationem ordinarum ad curvam, ex cylindro super posteriore excitato, priorem curvam secari posse, id quod per methodum tangentium inversam obtinetur, cum non aliud requiratur, quam ut tangens quaesitae posterioris curvae, super qua cylindrus excitandus est, aequetur semper subtangenti prioris curvae datae; sed et per explicationem in planum curvae superficiei Conicae contingit curvas transformari in alias priori longitudine retenta, vel convoluzione circa conos, aut cylindros, de quibus alias.

Verum arbitror propositum Theorema sic solvi posse: Curvae datae axis esto  $= x$  et ordinata  $= y$ ; mox valor ipsius  $dy$  in terminis ab ipso  $dx$  affectis (per differentiationem aequationis curvae datae) reperiat, omnesque ejus coefficientes ponantur  $= z$ , id est  $dy = zdx$ ; Axis autem curvae datae habere debeat ad axem curvae inveniendae rationem 1 ad  $g$  (in portionibus, quibus respondebunt aequales arcus curvae), dico ordinarum curvae quaesitae fore integram quantitatis  $dx\sqrt{zz - gg} + 1$ .