



supposée de z : par exemple, au lieu de supposer $z = au + uu$, qui demanderoit $m = 2$ dans cette Regle, on peut supposer $z = \frac{au + uu}{a}$, qui dans $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ produira la même homogenité: tout cela revient au même dans le fond; cependant je conviens que le second sera le mieux, en ce que l'homogenité se trouvera pour lors dans la supposition comme dans la Regle. C'est à quoy je me suis conformé depuis votre lettre en effaçant m dans la Regle, et en divisant la valeur donnée z par a^{m-1} .

5. Je crois aussi comme vous que la courbe KEC serait mieux appelée courbe des resistances, que des affections des vitesses: c'est aussi ce premier nom que je lui donneray dans la suite: je l'appelleray courbe des resistances instantanées, pour la distinguer de la Courbe ARC des resistances totales.

6. Ouy, Monsieur, j'ay lû votre Schediasma sur les resistances du milieu dans les Actes de Leipzig,*) et je me trouve partout d'accord avec vous, excepté dans le nomb. 7 art. 5 pag. 45. Vous dites: si spatia percursa AS (fig. 33) sint ut Logarithmi Sinuum KV arcuum BK, tempora insumpta sunt ut logarithmi rationum, quae sunt inter sinum versusum BV, et VD complementum ejus ad BD diametrum; et je trouve qu'il y faut au contraire ut logarithmi rationum VD ad BV: mais ce ne peut-être là qu'une meprise d'inadvertance ou d'impression, puisque vos nomb. 5 et 6 du même art. 5 prouvent ce que je dis.

7. Votre maniere d'exprimer toujours les espaces parcourus, par de lignes; les vitesses, par les differences premieres de ces lignes; et les resistances instantanées, par les differences de ces differences, est fort simple en général, mais je ne sçais si elle le seroit autant dans l'application à toute autre hypothèse qu'à celle où vous l'employez dans votre lettre: cette hypothèse des resistances instantanées en raison des espaces parcourus pendant leurs instans, qui est la même que vous aviez desja faite dans l'art. 1 pag. 40. de votre Schediasma, vous donne (dis-je) fort simplement ici la logarithmique qu'elle vous avoit desja donnée d'une

*) Schediasma de resistentia mediû, et motu projectorum gravium in medio resistente. Act. Erudit. 1659.

autre maniere dans cet art. 1. Voici comment ma Regle $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ la donne aussi. Car en supportant ainsi les dr (qui sont ici $-du$) en raison des udt , ou des u en faisant dt constante, j'auray $z = u$, et conséquemment $\frac{-du}{u} = \frac{dt}{a}$, qui est aussi l'équation de votre logarithmique.

8. Voici encore quelque chose que j'ay trouvée sur cette matiere depuis ma dernière lettre.

Si l'on veut faire mention de la pesanteur du fluide ou milieu dans ses resistances, laquelle soit appelée q en volume égal à celui du corps mù dont la pesanteur soit aussi appelée p , laquelle lui donneroit dv de vitesse à chaque instant dans un milieu sans resistance ny action; si l'on prend dr pour tout ce que le milieu resistant lui fait de resistance à chaque instant dt , tant de la part de sa pesanteur q que d'ailleurs, et z proportionnelle à tout ce que le milieu en fait à ce corps de toute autre part que de celle de sa pesanteur q ; j'ay aussi trouvé $\frac{pdr - qdv}{pz} = \frac{dt}{a}$ pour Regle des mouvemens verticaux de haut en bas dans ce milieu, et $\frac{pdr + qdv}{pz} = \frac{dt}{a}$ pour celle des verticaux de bas en haut. Quant aux obliques,

ils se feroient en lignes courbes, qui se determineront par le moyen de ces mouvemens verticaux et de ceux de projection oblique, qui n'auroit plus rien à souffrir de la pesanteur de fluide ou milieu, soutenue alors par la portion de force verticale qu'elle éteindroit.

Vous voyez, Monsieur, qu'en faisant à l'ordinaire précision de la pesanteur du milieu, comme s'il n'en avoit aucune, c'est à dire ici $q = 0$, cette Regle $\frac{pdr \mp qdv}{pz} = \frac{dt}{a}$ rendra la générale $\frac{dr}{z} = \frac{dt}{a}$ de cette hypothèse-ci, et que l'application en est aussi tres facile.

Par exemple, si l'on suppose à l'ordinaire la pesanteur du corps mù, telle qu'en tombant dans un milieu sans resistance ny action, elle lui donnast des vitesses primitives v qui fussent comme les tems écoulés (t) depuis le commencement de sa chute, c'est à dire $dv = dt$, et que les resistances instantanées du milieu où il tombe effectivement, venues d'ailleurs que de la pesanteur q de



ce milieu, soient comme les vitesses effectives u de ce corps dans ce milieu, c'est à dire $z = u$, la substitution de ces valeurs de dv, z dans la Règle $\frac{pdr - qdv}{pz} = \frac{dt}{a}$, dont dr se change toujours en $dv - du$, la reduira ici à $\frac{pdt - pdu - qdt}{pu} = \frac{dt}{a}$, d'où résulte $\frac{du}{a - \frac{aq}{p} - u} = \frac{dt}{a}$, qui est une équation à la logarithmique.

Si au lieu de tomber, ce corps montait verticalement malgré sa pesanteur etc. en commençant avec une vitesse de projection $= a$, laquelle ne s'éteignit tout à fait qu'après le tems c ; on auroit alors $dv = -\frac{adt}{c}$, et la substitution de cette valeur de dv , et de celles de $dr = dv - du$, et de $z = u$, dans l'autre Règle $\frac{pdr + qdr}{pz} = \frac{dt}{a}$, la changeroit aussi en $\frac{padt}{c} - pdu - \frac{qadt}{c} = \frac{dt}{a}$, d'où résulte $-acpdu = cpudt + aapdt + aaqt$, ou $\frac{-du}{u + \frac{aa}{c} + \frac{aaq}{cp}} = \frac{dt}{a}$

qui est encore à la même logarithmique autrement placée que dans la chute précédente.

Je ne sais rien ici de nouveau si non que le livre du P. Reyneau paraîtra dans peu, et que les sections coniques de feu M. le Marq. de l'Hôpital paroissent depuis peu de jours: voici un billet pour en recevoir un exemplaire en Hollande, que M. la Marquise de l'Hôpital vous prie d'accepter.

XVII.

Varignon an Leibniz.

Voilà le Reverend Pere Lelong qui se donne la peine de m'apporter lui même votre lettre du 1 Mars. Et comme le paquet de ce qu'il vous écrit n'est point encore fermé, je me hate de vous remercier de la bonne opinion que vous avez de ce que j'ai l'honneur de vous écrire dans ma dernière sur les mouvemens.

J'ensuis presentement aux courbes de projection dans les milieux qui resistent, et que j'ay desja trouvées en plusieurs manieres pour les resistances en raison des vitesses. Je passeray aux autres par le moyen de la dernière formule que j'ay eu l'honneur de vous envoyer, laquelle n'aura point besoin de mouvemens composés qui n'y réussiroient pas. Je passeray en suite les planetaires que vous me conseillez d'examiner.

M. Bernoulli ne m'a rien dit de votre maniere d'expliquer le mouvement. Je ne manqueray pas de faire bien vos complimens à Madame la Marquise de l'Hôpital qui conserve soigneusement tous les papiers de feu M. le Marquis, que je ne voudrois toucher que par compte, et sur mon billet, comme j'ay fait (malgré elle) ceux des Sections coniques.

Pour les Elemens de M. Parent, ils sont d'une obscurité si terrible, que je n'ay pu obtenir de moy la patience de les lire.

A Paris ce 16. Mars 1708.

XVIII.

Varignon an Leibniz.

Le P. Lelong m'envoya avant hier votre lettre du 9. de ce mois. Je me souviens d'avoir autresfois vu dans les Actes de Leipsik les difficultés que vous fesiez contre l'opinion de M. Descartes touchant la quantité du mouvement qu'il croyoit toujours la même dans l'univers. et que vous prétendiez que c'étoit la quantité de force qui y demeurait toujours la même. Comme il me paroissoit en cela quelques équivoques, je fis alors quelques remarques dans la vue de vous les envoyer pour en avoir votre sentiment; mais je n'osay vous les envoyer, n'étant pas encore alors assez connu de vous; et quand depuis je les ay recherchées pour vous les envoyer, je n'ay pu les retrouver, quelque recherche que j'en aye faite dans mes papperasses, de sorte que je ne scais plus du tout ce qu'elles sont devenues. Quant à ce que vous dites dans votre dernière lettre que vous avez trouvé les forces en raison des quarrés des vitesses quand les corps sont égaux, je ne vois pas encore de quelles forces ou de quelles vitesses vous



entendez parler. Vous verrez dans les Memoires de 1707 plusieurs sortes de forces que j'y ay determinées, sans cependant qu'il s'y en trouve aucune dans le raport que vous leur assignez. Par exemple

1. Dans les mouvemens accelérés en raison des puissances quelconques n, r , de tems écoulées t, ϑ , en prenant u, v , pour les vitesses acquises à la fin de ces tems; f, φ pour les forces vives productrices des augmentations instantanées de ces vitesses, telles qu'est la pesanteur, et m, μ pour les masses des corps mûs: cette hypothese de $u.v::t^2.\vartheta^2$ me donne

$$f.\varphi::m n t^{n-1}.\mu r \vartheta^{r-1}::\frac{m n u}{t}.\frac{\mu v}{\vartheta}::m n u^{\frac{n-1}{n}}.\mu v^{\frac{r-1}{r}}$$

Ce qui dans le cas de $n = 1 = r$ suivant Galilée donneroit seulement $f.\varphi::m.\mu$.

2. Dans les mouvemens uniformes je trouve $f.\varphi::m u.\mu v$, dont f, φ ne sont forces vives qu'au premier instant, et seulement perseverantes sans augmentation ny diminution dans tous les autres; ce qui donne simplement $f.\varphi::u.v$ lorsque les corps sont égaux, et non pas $f.\varphi::u u.v v$. Ainsi il faut que l'hypothese qui vous a donné ce dernier raport, renferme quelque chose que je ne vois pas: je vous prie de me dire ce qui en est. Quant à ce qu'il s'est imprimé de physique en ce pais-ci, il y paroist depuis un an un in 12^o intitulé Nouveau systeme ou nouvelle explication du mouvement des Planetes, p. M. Villemot etc. imprimé à Lion. Ce système est fondé sur les forces centrifuges circulaires: l'Auteur a de l'esprit, mais il n'est pas assez geometre. Comme on lui a fait beaucoup de difficultés, et moy quelques unes en mon particulier, ni étant venu voir, il pense à se réimprimer corrigé; et dans cette vue il en a (je crois) supprimé les exemplaires, n'en pouvant presentement trouver un pour donner à un ami. Si cependant celui que j'ay, vous est agreable, je le donneray à qui il vous plaira pour vous le faire tenir.

Si M. Carré, membre de notre Academie, n'étoit pas malade, il ne feroit pas (je crois) de façon de prendre soin de rendre public ce qui pourroit se trouver de considerable parmi les papiers de feu M. le Marquis de l'Hôpital; mais Madame la Marquise semble les vouloir garder pour M. son fis qui est encore au college, n'ayant que 14 à 15 ans. Je n'ay pas manqué de lui bien faire vos remercimens de son livre en lui lisant l'endroit de votre pen-

ultieme lettre, où vous marquez conserver toujours une grande estime pour feu M. son Mary; ce qui lui fist d'autant plus de plaisir que la memoire lui en est toujours tres chere: elle m'a aussi fort chargé de vous en bien remercier pour elle.

M. Bernoulli m'a envoyé l'endroit d'une lettre que vous lui avez écrite, où vous demandez: Quis ille sit Gallus Fr. C. D. qui calculum nostrum attentat subinde, et quaedam Martio et Novembri anni superioris Actis Lips. inseri curavit. Tout ce que j'ay consulté de Geometres de ce pais-ci, ny moy, ne devinons point qui peut être cet Auteur, à moins que ce ne soit M. Rolle caché sous ce nom peut être imaginaire, s'étant desja caché de même autresfois sous celui de Remi Lochell. Quoyqu'il en soit, il est presentement si batu de l'oyseau, qu'il n'ose plus rien publier contre votre calcul, surtout depuis qu'il a perdu M. l'Abbé Galloys, son apuy en cette chicane, en laquelle M. Rolle m'a dit, lui même, que cet Abbé l'avait engagé. J'apprend cependant que M. Rolle ne laisse pas de decrier encore sourdement ce calcul par le monde. Quoyqu'il en soit, l'Auteur a eu raison pour son honneur de ne se pas faire connoitre.

Le livre du P. Reyneau de l'Oratoire, intitulé Analyse démontrée en deux in 4^o, vient enfin de paroître. Il m'a dit qu'il vous doit aussi envoyer par le P. Lelong, un billet de son libraire pour en recevoir de sa part un exemplaire en Hollande: j'espere que vous en serez content. C'est un homme d'une grand merite et du côté de sa capacité et du côté de sa modestie. Je suis toujours avec beaucoup d'estime et de respect etc.

A Paris ce 28. Avril (1708).

XIX.

Varignon an Leibniz.

Je ne scais rien de nouveau en ce pays-ci: l'Academie marche toujours son train, c'est à dire que tout le monde y travaille toujours avec ardeur. J'y continue les mouvemens faits dans des milieux resistans: ils me durent si longtems que parceque



j'y ay trouvé plusieurs choses dignes de remarque, que je n'ay encore pu donner toutes à l'Academie, faute de tems d'y parler, tant la presse y est grande. Vous en verrez une partie dans les Mem. de 1708, le reste sera dans les autres. Je cherche presentement la courbe de projection dans les milieux resistans, tant en raison des quarrés des vitesses et de leurs quarrés; mais j'y suis embarrassé, la composition de mouvement qui m'a servi à déterminer la courbe qui se doit décrire dans un milieu résistant en raison des vitesses du corps jetté, n'ayant de lieu que dans cette hypothese-ci, et dans la vuide. Vous verrez aussi dans les Mem. de 1708, que M. Rolle y accuse de défaut la maniere ordinaire de construire les équations; et comme M. de la Hire, qui en a donné un traité il y a environ 30 ans, s'y croit attaqué, il y répond. M. Mery Anatomiste va aussi répondre à M. de la Hire, qui l'a attaqué sur un Memoire qu'il a donné en 1708 touchant l'organe immédiat de la vision que M. Mery croit avec M. Mariote être la corroïde. Il paroist ici depuis deux jours une nouvelle dissertation sur l'origine des Idées que l'Auteur prétend venir toutes des sens contre le sentiment de M. des Cartes, du P. Malbranche, et de Mrs. du Port-royal: c'est ainsi que le porte l'affiche que j'en vis il y a deux jours; je n'ay point encore vu cette dissertation. Vous voyez que je cherche jusque sur les murailles des nouvelles literaires pour vous en faire part. Je vous souhaite par avance une heureuse année suivie de plusieurs autres heureuses de plus en plus. Tels sont les vœux sinceres etc.

A Paris ce 16. Decemb. 1709.

XX.

Leibniz an Varignon.

J'ay été ravi de revoir vostre main, et d'apprendre que vous êtes bien remis: cependant il est nécessaire de se menager en meditant. La resistance du milieu meritoit d'être bien examinée. Le cas où les resistances soyent comme les quarrés des vitesses peut être supposé, mais il ne paroist gueres reel. Il est

bon pourtant d'avoir moyen de déterminer toutes ces choses pour perfectionner l'art de raisonner. Et je m'imagine qu'on y peut réussir. Il seroit peuteestre utile pour l'Astronomie, d'examiner si quelque resistance du milieu pourroit varier le mouvement des Astres. La Lune sur tout, dont les variations nous sont les plus sensibles, meriteroit cet examen. Si j'avois du temps de reste, ce seroit une recherche où je me voudrois attacher: car le reglement du mouvement de la Lune seroit de grande importance pour la navigation.

M. Rolle pourroit être appellé *pater difficultatum*, comme un certain Ministre public; il paroît né pour faire des difficultés. Les constructions des équations, comme M. des Cartes, et M. Sluse encor mieux, les ont données, sont vrayes et bonnes, mais bien souvent ce ne sont pas les meilleurs, et il faut de tout autres adresses pour y parvenir. Ainsi il faut avouer que nôtre Analyse vulgaire est bien imparfaite. Quand j'étois en France, le seul M. Hugens connoissoit la methode de M. Sluse, et M. Ozannam, quand je luy en montray un échantillon, en fut tout étonné. Car auparavant il avoit tousjours oté toutes les inconnues suivant M. Descartes jusqu'à une seule, au lieu que M. Sluse en laisse deux pour avoir des lieux. Apres que j'en eus parlé à M. Ozannam, la chose devint connue, et ce ne fut que depuis que luy et M. de la Hire s'en servirent. Mais ce n'est pas encor le tout.

Sur la question de l'organe de la veue, l'opinion de M. Mariotte me parut aussi la mieux fondée.

Je ne say si vous avés vû dans les Actes de Leipzig, comment j'ay profité il y a deux ans ou environ de l'occasion que vous me fournistes, Monsieur, pour corriger non pas mon sentiment, mais bien mon expression sur le *conatus centralis*, que j'avois employé pour expliquer le mouvement des planetes par la circulation harmonique et la pesanteur. J'y ay dit aussi que je vous en avois obligation.

Celui qui pretend que toutes les idées viennent des sens, n'entend point ce que c'est qu'une demonstration, ou bien la connoissance d'une verité necessaire. Car les sens ne sauroient fournir que des inductions qui ne prouvent jamais la necessité universelle de l'enontiation.

Vous semblés vous plaindre, Monsieur, de la sterilité du temps en matiere de lettres, et cependant vous marqués que l'Aca-



demie va toujours son train, et qu'on y temoigne de l'ardeur. Ainsi j'ose vous supplier de me donner quelque part de ce qui s'y fait, autant que cela peut être permis. Car les Memoires de l'Academie, et même les Journaux de France nous viennent bien tard. Je vous remercie cependant, Monsieur, des deux billets que vous m'envoyés, l'un pour les Memoires de l'an 1708, l'autre pour 2 exemplaires de la Connoissance des temps.

M. de la Hire ne poursuit-il pas ses meditations sur l'aimant? il y a encor des choses à découvrir. Il me semble que M. Buterfield pretendoit d'avoir fait des bonnes observations là dessus. N'en at-il rien fait imprimer?

M. des Billettes est-il encor en vie? si vous le voyés, Monsieur, ayés la bonté de le saluer de ma part, et de luy dire, que je souhaiterois qu'il ne laissat point perir quantité de bonnes pensées mecaniques. Continuet-on encor la description des arts mecaniques dans l'Academie? On l'avoit deja commencée de mon temps. Feu M. Buot qui avoit été luy même ouvrier en fer et étoit devenu geometre je ne say comment, avoit entrepris la description des ouvrages de fer, et il y étoit propre.

Je vous souhaite aussi quantité de bonnes années au commencement de celle-cy, afin que vous puissés continuer à enrichir le public, et je suis etc.

XXI.

Varignon an Leibniz.

M. Homberg nous fist voir il y a 8 ou 10 jours à l'Academie un nouveau phosphore: c'est une espece de sel qu'il tire des excemens humains; cette poudre mise sur quelque chose, comme sur du papier, y met presqu' aussitost le feu, non en l'enflamant, mais en le brulant comme un charbon allumé qu'on auroit mis dessus. Elle y met le feu plus vite le jour que la nuit; et sa vertu dure peu, à moins qu'elle ne soit dans une phiole bien fermée; encore l'y perd elle en assez peu de tems.

Puisque l'occasion se presente, voici quelque chose de ce que j'ay trouvé sur les forces centrales inverses, c'est à dire, pour

trouver la courbe, la loy des forces centrales étant donnée. M. Bernoulli m'écrivit jadis avoir resolu ce probleme: je le tentay legerement en le prenant en général, comme je croyois qu'il avoit fait, c'est à dire, pour des tems en raison quelconque, et sans y supposer d'autre quadrature que celle de l'équation en premieres differences que je cherchois; et ne trouvant rien de tel, je lachay prise aussi tost, ne m'opiniatrant jamais contre les difficultés, prevenu que lorsqu'apres quelques tentatives je ne trouve rien. c'est que je ne suis pas dans la veritable route, et que je dois attendre du hazard qu'il m'en presente une autre, qui ne me vient d'ordinaire qu'apres avoir oublié celle-là, dans laquelle la depense d'attention que j'ay faite, et même de calcul, me retient toujours malgré moy. M. Bernoulli (en prenant (fig. 34) $AO = a$, $BO = x$, $AL = z$, $bN = dy$ et φ pour les forces centrales données en x et en constantes) m'en envoya il y a quelques jours cette

formule
$$dz = \frac{ax \sqrt{abxx - xx \times \int g dx - aacc}}{aaccx}$$
 avec l'Analyse qui à

son ordinaire est de plus ingenieuses, dans laquelle voyant qu'il prenoit les élémens de tems par Bb en raison des aires centrales BOb , et qu'il supposoit de plus une quadrature $\int g dx$ que je voulois éviter. Cette formule et une pareille et en pareil cas que M. Herman m'envoya aussi peu de jours apres à l'occasion de celle-là que M. Bernoulli lui avoit envoyée comme à moy, m'engagerent à voir si mes formules directes des forces centrales ne me donneroient point aussi la même chose. Elles m'en donnerent tout aussi tost deux solutions que j'envoyai sur le champ à M. Bernoulli pour repondre aux deux qu'il m'avoit envoyées. La teste ainsi echauffée sur cette matiere, m'en fist trouver le lendemain plusieurs autres infiniment plus générales, c'est à dire, pour tous les rapports de tems imaginables, en supposant cependant (comme lui) la quadrature de $\int g dx$. De 18 formules des forces centrales directes, que j'ay données dans les Mem. de 1701 pag. 31, 32, quatorze m'ont donné la solution que je cherchois dans toute cette étendue, en prenant (comme dans ces Memoires) $AO = a$, $AL = z$, $BO = y$, $bN = dx$, $Bb = ds$, $dt = pdx$ pour l'élément de tems employé à parcourir Bb , et f pour la force centrale en chaque point B suivant BO , les grandeurs p , f étant données à volonté en y et en constante. En voici deux exemples, par lesquels vous jugerez aisé-



ment de tous les autres; dans le premier je vais supposer yx constant, et dans l'autre tout variable à volonté.

Solution I. du probleme en question, dans l'hypothese yx constante.

Cette hypothese dans les Mem. de 1701 pag. 32. art. 19 donne $f = -\frac{dsdds}{dydt^2}$ (en prenant $dt = pdx$) = $-\frac{dsdds}{ppdydx^2}$; et consé-

quemment $\frac{2fppdy}{yy} = -\frac{2dsdds}{yydx^2}$, dont l'integrale (à cause de yx constante) est $2 \times \int \frac{fppdy}{yy} = -\frac{ds^2}{yydx^2} + n$ constante ar-

bitraire, ou $2yydx^2 \times \int \frac{fppdy}{yy} = nyydx^2 - ds^2 = nyydx^2 - dx^2 - dy^2$; ce qui donne $dy^2 = nyydx^2 - dx^2 - 2yydx^2 \times \int \frac{fppdy}{yy}$,

ou $dy = dx \sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}$, ou bien aussi

$dx = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$, de sorte qu'ayant

OL (a). OB (y) :: LI (dz) . Nb (dx) = $\frac{ydz}{a}$, l'on aura

$\frac{ydz}{a} = \frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$ (en prenant ac pour l'unité,

et $ab = n$) = $\frac{dy}{\sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$, ou

$dz = \frac{a dy}{y \sqrt{nyy - 1 - 2yy \times \int \frac{fppdy}{yy}}}$. Ce qu'il falloit trouver.

Solution II. sans rien supposer de constant parmi les indeterminées.

La premiere $f = \frac{dx dy ds^2 + y ds^2 ddx - y dx ds ds}{y dy dx dt^2}$ des formules infiniment générales directes de la pag. 31 des Mem. de 1701

donne $\frac{2y dy dx^2 ds^2 + 2y ds^2 dx ddx - 2y y dx^2 ds ds}{y^4 dx^4} = \frac{2dt^2}{yy dx^2} \times f dy$

(en prenant encore $dt = pdx$) = $\frac{2fppdy}{yy}$, dont l'integrale est $2 \times \int \frac{fppdy}{yy} = -\frac{ds^2}{yydx^2} + n$ constante, et le reste comme dans la solut. I.

Corol. Si l'on suppose ici (comme Mrs. Bernoulli et Herman) $dt = ydx$, la precedente supposition générale de $dt = pdx$ quelconque, donnera pour ce cas-ci $p = y$, ce qui y réduira la precedente équation générale à

$dz = \frac{a dy}{y \sqrt{abyy - aacc - 2yy \times \int f dy}}$ qui (au pres) est

celle de ces deux Messieurs.

Douze autres de mes 18 formules directes donnent de même la precedente solution générale, et de plus cette autre

$dz = \frac{a dy}{y \sqrt{abyy - aacc - 2aayy \times \int \frac{fqddy}{y^4}}}$ en y prenant $dt = qdz$

quelconque dont q , comme p dans l'autre, soit donnée à volonté en y et en constantes, aussi bien que f .

Outre ces 18 formules directes de la pag. 31, 32 des Mem. de 1701 dont 14 donnent l'une et l'autre de ces deux inverses générales, et dont les 12 dernières sont déduites des six premières en y supposant dx, dy, ds, dz successivement constantes, l'on peut encore en deduire une infinité d'autres de ces six premières en y supposant de même toute autre chose de constante, desquelles nouvelles formules directes plusieurs donneront ces deux inverses:

par exemple, en y supposant aussi $\frac{dy}{y}, \frac{ds^2}{y}, y^m dx, y^m ds$ etc. successivement constantes, j'en ay encore deduit tout autant d'autres formules directes qui ont donné encore ces inverses générales, de sorte que les formules directes des forces centrales m'ont fourni plus de 20 solutions de ce probleme, en le resolvant par $dt = pdx$ et par $dt = qdz$, lesquelles hypotheses donnant $pdx = qdz = \frac{aqdx}{y}$,

donnent $p = \frac{aq}{y}$, et $q = \frac{py}{a}$, lesquelles valeurs de p, q , substi-



tuées en leurs places dans les précédentes formules générales inverses, les changeront l'une en l'autre, réciproquement, de sorte que les solutions s'en prouveront mutuellement sans avoir besoin d'en faire deux problèmes.

Je suis persuadé que si M. Bernoulli eust pensé à cette généralité, il n'auroit pas manqué de trouver aussi la même chose; mais je doute que sans le secours de mes formules directes (auxquelles il ne paroît pas avoir pensé non plus) il l'eust trouvée aussi simplement et en autant de manières. Quant à la construction qu'il donne de son équation, et à la manière dont il fait voir que la courbe résultante ne peut être que section conique quand les forces centrales sont données en raison réciproque des carrés des distances du mobile au centre de ces forces, rien assurément ne marque plus de sagacité: c'est aussi ce que je trouve de plus beau dans son Ecrit, que tout y soit digne de lui; je vous en dirois davantage si vous ne la connaissiez pas, et si jamais je donne ceci, je ne manquerai pas de lui rendre toute la justice qui lui est due, aussi bien qu'à M. Herman, me faisant honneur d'en faire aux autres: jugez de là comment je parle de vous quand l'occasion s'en présente, personne n'ayant plus d'estime et de vénération pour vous etc.

A Paris ce 4. Decembr. 1710.

XXII.

Leibniz à Varignon.

Je suis bien aise d'apprendre vos progrès dans la recherche des inclinaisons centrales. Je me souviens que lorsqu'avant plusieurs années j'examinai les causes physiques des mouvemens célestes, je trouvai que le problème se réduisoit aux quadratures. M. Bernoulli a bien fait de démontrer ce que M. Newton n'avoit pas démontré assez, que les seules coniques satisfont dans le cas en question. Après cela il faudra examiner ce qui vient quand le centre même est mobile et quand un même mobile est attiré par deux centres, ou même d'avantage tout à la fois. Il importeroit d'y venir, pour voir si le mouvement de la Lune pourroit

être déterminé passablement par ce moyen. Car elle tend en même temps vers la terre et vers le soleil, pendant que la terre est mobile elle-même. J'ay mis autres fois dans le Journal de Paris une composition des tendances qui pourra servir icy. Si le même mobile M (fig. 55) a en même temps plusieurs tendances, comme MA, MB, MC, sa tendance composée ou effective MD passera par E, centre de gravité des points A, B, C, et sera à ME, comme le nombre des tendances simples est à l'unité. Il y a lieu de former encor quantité de beaux theoremes à cette occasion, qui se présentent aisément quand on y pense. Vous aurés vû dans le Journal de Leipzig depuis que je n'ay pas eu de vos nouvelles, comment une difficulté qui vous étoit venue dans l'esprit, m'a donné occasion de me mieux exprimer circa conatus centrifugos.

Ne connoissés vous pas, Monsieur, un certain Monsieur F. D. C. A. V. qui envoie de temps en temps quelques pieces aux Actes de Leipzig et qui par exemple au May 1709 a fait quelque remarque sur l'Analyse démontrée du R. P. Raineau?

Il me manque beaucoup de vos Memoires, et même ceux de l'an 1705 me sont venus sans les figures. Un homme, Monsieur Nuguet a passé ici l'esté passé et m'a dit qu'il avoit trouvé quelque chose sur le moyen d'exciter le phosphore dans le vuide; je ne say si cela vous est connu.

J'ay oublié de dire qu'aux tendances centrales on pourroit ajouter la resistance du milieu. Or je trouve que cette resistance est de deux especes; l'une est la resistance de la masse même du milieu que le mobile peut déplacer, l'autre est la resistance des superficies et vient à une espece de tenacité dans le milieu ou d'asperité, pour ainsi dire, dans le mobile. Mais je trouve que l'une et l'autre resistance se réduit enfin à une semblable estime, et que toujours les pertes des velocities sont proportionnelles aux vîtesses. Quant à la resistance de la masse, la chose est claire d'elle même; mais à l'égard de la resistance qui vient des superficies, c'est comme si un globe rouloit sur un tapis, où il doit surmonter la force elastice de quantité de petits poils qu'il plie en courant; d'où il suit, que la perte de sa velocity est proportionnée à la longueur de l'espace parcouru. Soit la velocity totale g , la velocity restée v , la longueur parcourue l , le tems t , la velocity perdue sera $g - v$, et les $g - v$ seront comme les l , donc



en differentiant les — dv seront comme dl . Mais les dl sont comme les vd , donc les — dv sont comme les vd . Et par consequent les elemens du temps étant egaux, les diminutions des velocités sont proportionnelles aux velocités mêmes du mobile à chaque moment. Si le mobile perdoit continuellement de sa velocité par la resistance du milieu, sa circulation approcheroit de plus en plus de la ligne droite, si le milieu n'avoit luy même un mouvement propre à entretenir la circulation. Vous m'obligerés, Monsieur, si vous me donniés part quelques fois des nouveautés literaires de l'Academie que j'apprends tard, et je suis etc.

Hannover le 12. Fevrier 1711.

XXIII.

Varignon an Leibniz.

A Paris ce 23. Mars 1711.

Le Pere Lelong m'a rendu la lettre du 12. Fevrier que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire. Vous y parlez d'une composition de mouvemens que vous avez mise autrefois dans le Journal de Paris: je l'y ai vue, et j'en fais usage (en vous citant) dans une réimpression que je prepare de mon Projet d'une nouvelle Mécanique ou Statique par les mouvemens composés, imprimé pour la premiere fois en 1687. Mais je n'en voy point d'usage dans la recherche des formules des forces centrales. J'ay aussi démontré dans les Mem. de 1707 pag. 306 corol. 11, que dans les mouvemens primitivement uniformes retardés par des resistances en raison des vitesses restantes, les pertes de vitesses sont comme ces vitesses elles mêmes dans des instans egaux, ainsi que vous le dites dans votre dernière lettre; et là je cite ce que vous en avez dit dans les Actes de Leipsik de 1689 pag. 40 et 41 art. 1.

Quant aux forces centrales à plusieurs foyers, j'en ay trouvé dès il y a long-tems une formule generale pour tant de forces centrales qu'on voudra supposer dans un mobile quelconque à chaque point de la Courbe qu'il décrit, tendantes à autant de centres ou foyers placés où l'on voudra par raport à cette Courbe

quelconque, et par raport à son plan: c'est à dire, soit que ces centres ou foyers soient tous ou quelques uns dedans, et les autres au dehors de cette courbe; soit aussi que ces centres soient tous dans son plan, ou quelques uns au dessus, et les autres au dessous de ce même plan: je donnay cette formule generale avec quelques applications dans les Mem. de 1703 pag. 216 etc. Il est vray que je ne considerois alors le mobile que dans un milieu sans resistances; mais ce que j'ay donné depuis dans les Mem. de 1707, 1708 etc. touchant les mouvemens faits dans des milieux de resistances quelconques, m'a conduit à une formule aussi generale de ce même Problème des mouvemens faits en lignes courbes quelconques dans ces milieux avec des forces tendantes encore d'un même mobile à tant de foyers qu'on voudra, placés aussi où l'on voudra par raport à chaque courbe que ce mobile tracera, quelle qu'elle soit, et par raport au plan de cette même courbe. Là voici cette formule.

I. Soit une Courbe quelconque HEG (fig. 36) decrite dans un milieu de resistances aussi quelconques par le mobile E de tant de forces centrales qu'on voudra en chaque point E de cette Courbe, tendantes à autant de foyers ou centres N, C, D, K, F, L, M etc. placés à volonté: par exemple, C, K, F, M hors du plan de cette Courbe HEG, et à telles distances CV, KX, FY, MZ qu'on voudra de lui, savoir (si l'on veut) C, F, d'un côté de ce plan, et K, M, de l'autre: tous les autres centres ou foyers N, D, L etc. étant (si l'on veut aussi) dans ce même plan, auquel CV, KX, FY, MZ sont perpendiculaires en V, X, Y, Z, par lesquels points sur ce plan soient imaginées au point E les droites VE, XE, YE, ZE. Soient ensuite de l'autre extremité e de l'element Ee de la Courbe, sur EN, EV, ED, EX, EY, EL, EZ etc. prolongées (s'il est necessaire) du côté de E, autant de petites perpendiculaires en, ev, eδ, ex, ey, ez etc. qui les rencontrent en n, v, δ, x, y, l, z etc.

II. Cela fait, si l'on appelle ds l'element Ee de la courbe; u la vitesse dont il est parcouru; dt l'element de tems employé à le parcourir; z la resistance quelconque du milieu qui s'y oppose; et N, V, D, X, Y, L, Z etc. ce que les forces centrales du mobile tendantes aux foyers donnés N, C, D, K, F, L, M etc. en ont de tendantes en N, V, D, X, Y, L, Z etc. foyers de celles-ci: l'on aura ici en general pour toutes les positions possibles de ceux-là par raport à la Courbe HEG en chaque point E, par raport à son



plan, et par rapport à un autre plan QR perpendiculaire à celui-là, et à cette courbe en chaque point E: l'on aura, dis-je, en general

$$1. ds = \left\{ \begin{array}{l} N \times En + V \times Ev + D \times E\delta + X \times Ex + \text{etc.} \\ -Y \times Ey - L \times El - Z \times Ez - \text{etc.} \mp udu \end{array} \right\} : \pm z$$

$$2. ds = \left\{ \begin{array}{l} N \times En + \frac{C \times EV \times Ev}{EC} + D \times E\delta + \frac{K \times EX \times Ex}{EK} + \text{etc.} \\ -\frac{F \times EY \times Ey}{EF} - L \times El - \frac{M \times EZ \times Ez}{EM} - \text{etc.} \mp udu \end{array} \right\} : \pm z$$

en appelant aussi N, C, D, K, F, L, M etc. les forces totales tendantes aux veritables foyers donnés N, C, D, K, F, L, M etc.

La raison de ces deux formules generales paroitra sur la fin de l'art. 5 plus brievement et plus simplement qu'il ne seroit possible de la rendre ici, où il faudroit des digressions pour expliquer ce qui se va presenter naturellement dans cet art. 5.

III. Si l'on veut presentement que tous ces foyers donnés soient dans le plan de la courbe HEG, cette hypothese qui rend C en V, K en X, F en Y, M en Z etc. rendant ainsi EV=EC, EX=EK, EY=EF, EZ=EM etc., la seconde ces deux Regles generales du precedent art. 2 se changera ici en

$$ds = \left\{ \begin{array}{l} N \times En + C \times Ev + D \times E\delta + K \times Ex + \text{etc.} \\ -F \times Ey - L \times El - M \times Ez - \text{etc.} \mp udu \end{array} \right\} \pm Z,$$

qui sera la generale de ce cas-ci pour tant de forces centrales qu'on voudra supposer au mobile en chaque point E de la Courbe HEG, tendantes à autant de foyers placés où l'on voudra dans le plan de cette Courbe, sur lequel en, ev, eδ, ex, ey, el, ez etc. se trouveront ici perpendiculaires en n, v, δ, x, y, l, z etc. aux rayons ou directions veritables EN, EC, ED, EK, EF, EL, EM etc. des forces totales N, C, D, K, F, L, M etc. tendantes aux veritables foyers donnés de ces noms N, C, D, K, F, L, M etc.

IV. Quant aux signes qui se trouvent dans cette Regle de l'art. 3 et dans les deux de l'art. 2, il est à remarquer

1. Que les signes superieurs de $\mp udu$, $\pm z$ sont pour le cas de mouvement quelconque de E vers H, et les inferieurs pour celui de E vers G.

2. Que suivant cela, quelqu'autre nombre de forces centrales qu'ait le mobile en chaque point E de la Courbe HEG, tendantes

à autant de centres ou foyers placés tout autrement qu'ici; tout ce qui se trouvera de ces foyers du côté de H par rapart au plan QR perpendiculaire (hyp.) à celui de cette courbe, et à celle en ce point E, rendra positifs tous les termes affectés des expressions des forces qui y tendent, ou de leurs derivées suivant le plan de la courbe, telles que sont les expressions V, X, Y, Z des forces ainsi derivées des totales C, K, F, M dans l'art. 2. Et qu'au contraire tous les affectés des expressions des forces tendantes de l'autre côté G de ce plan QR, ou des expressions de leurs derivées suivant le plan de la Courbe, seront negatifs.

3. Si parmi ces forces centrales il s'en trouvoit qui au lieu de tendre vers leurs foyers ou centres, tendissent directement à contre-sens, comme de chacun de ces centres à la circonference, c'est à dire, tendissent à éloigner le mobile E de leurs foyers ou points de concours de leurs directions, au lieu de tendre (comme ici) à l'en approcher; elles ou leurs derivées suivant le plan de la Courbe, rendront alors negatifs les termes qu'elles auroient rendus positifs, et au contraire positifs ceux qu'elles auroient rendus negatifs en tendant vers leurs centres comme dans le precedent nomb. 2.

4. Lorsqu'enfin le mobile se trouve en quelque point E de la Courbe, où le plan QR passe par un ou par plusieurs foyers de ces forces centrales, les tendantes à ces foyers ou directement à contre-sens, ou bien leurs derivées suivant le plan de la courbe, ne contribuant en rien à faire avancer ou à retarder le mobile suivant cette courbe, et se trouvant ainsi nulles par rapport à l'un et à l'autre de ces deux effets, doivent rendre alors nuls tous les termes que sans cela elles auroient rendus positifs ou negatifs comme dans les nomb. 2. 3.

5. Dans tout cela (nomb. 2. 3. 4.) il est encore à remarquer que lorsqu'il se trouve des centres ou des foyers des forces centrales du mobile hors le plan de la Courbe qu'il trace, ces centres ou foyers doivent être tellement placés de part et d'autre de ce plan que les forces derivées de celles-là perpendiculairement à ce plan, par exemple, suivant CV, KX, FY, MZ dans la figure de l'art. 2. fassent des sommes égales directement contraires; autrement le mobile ne se meuvroit plus dans un même plan.



V. Suivant cela, si le mobile n'avoit qu'une force centrale en chaque point E de la courbe HEG, son centre devoit être dans le plan de cette courbe, comme (par exemple) D dans les figures precedentes, ou tous les autres alors nuls, reduiroient ces figures à celle-ci (fig. 37) et pour lors les formules generales des art. 2. 3

se reduiroient ici à $ds = \frac{D \times E\delta \mp udu}{\pm z}$, de sorte qu'en prenant

ici $p = D$ pour cette force ou pesanteur quelconque tendante à son foyer D, son rayon $ED = y$, et conséquemment $E\delta = dy$, l'on auroit

$$\text{en ce cas } ds = \frac{pdy \mp udu}{\pm z}.$$

J'ay envoyé cette dernière formule à M. Bernoulli à l'occasion d'une solution qu'il m'a envoyée, et que j'ay donnée des à part à l'Academie, pour trouver la force centrale d'un mobile qui decroit une Courbe quelconque donnée dans un milieu resistant en raison composée de sa densité et des puissances quelconques des vitesses du mobile à chaque point de cette Courbe: dans laquelle solution il a fait évanouir les vitesses (u) avec beaucoup d'adresse par la maniere dont il s'est servi dans les Actes de Leipsik de 1679 pag. 115. C'est aussi cette formule que j'ay deduite la

premiere de $ds = \frac{\pm udu}{\varphi \mp z}$, dont φ exprime une force de même

direction que la vitesse u dont elle est acceleratrice ou retardatrice suivant cette direction, les signes superieurs y étant pour le premier cas, et les inferieurs pour le second: de sorte qu'en prenant la tangente en E pour cette direction, cette hypothese rendant

$\varphi = \frac{pdy}{ds}$, il en resulte $ds = \frac{pdy \mp udu}{\pm z}$. Cette autre formule

$ds = \frac{\pm udu}{\varphi \mp z}$ m'est venue de la generale $\frac{dt}{a} = \frac{dv - du}{z}$, que j'ay

donnée dans les Mem. de 1707, 1708 pour des mouvemens faits dans des milieux de resistances quelconques $= z$ à chaque instant $= dt$, en y substituant les forces motrices $= \varphi$ au lieu des vitesses primitives $= v$ telles qu'elles seroient dans un milieu sans resistance. J'ay encore trouvé cette Regle $ds = \frac{\pm udu}{\varphi \mp z}$ par une

autre voye independante de celle-là, et aussi simple qu'elle: c'est en y substituant au lieu de φ , le total des forces à chaque point de la Courbe suivant sa tangente en ce point, resultantes de tant

de forces centrales qu'on voudra supposer tendre à autant de foyers placés à volonté, ou directement à contre-sens, que me sont venues les deux formules generales de l'art. 2.

VI. Il est à remarquer dans toutes les formules ou Regles precedentes que si la Courbe quelconque HEG étoit decrite d'un mouvement uniforme malgré les resistances (z) du milieu, elles auroient alors toutes $udu = 0$; cette hypothese de u constante, en rendant les accroissemens ou les decroissemens du $= 0$. De la on voit

1. Que dans le cas d'un seul foyer D (art. 5) l'on aura generalement $ds = \frac{pdy}{\pm z}$ pour toutes sortes de courbes; et conséquemment $z.p::dy.ds$ (soit dans la fig. 37 la tangente EO qui

rencontre en O la droite OD perpendiculaire au foyer D sur le rayon EO)::ED.EO, c'est à dire en general pour toutes sortes de courbes dans ce cas-ci d'une seule force centrale (p) toujours tendante en D, que pour decrire chacune de ces courbes d'un mouvement uniforme quelconque, la resistance (z) du milieu y devoit toujours être à cette force centrale ou pesanteur (p) du mobile, comme le rayon ED de cette force seroit à la tangente EO correspondante en chaque point E de cette courbe, ou (à cause de QR perpendiculaire (hyp.) en E à la courbe ou à sa tangente EO) comme le sinus de l'angle DER seroit au sinus total. D'où l'on voit que si cette courbe HEG de la fig. 37 art. 5 étoit un cercle dont le foyer D fust le centre, ce cas qui rend $dy(E\delta) = 0$, rendant aussi la resistance $z = 0$ dans la precedente formule

$ds = \frac{pdy}{z}$, requeroit un milieu sans resistance, tel qu'on suppose d'ordinaire le vuide, pour qu'un cercle y pust être decrit du mouvement uniforme par un mobile d'une seule force centrale tendante au centre de ce cercle.

Si au contraire le foyer D de cette force étoit infiniment éloigné, en sorte que toutes les ED fassent parallèles entr'elles, et que le cercle HEG eust R pour centre, du quel on menast dans la fig. 37 RP perpendiculaire sur ED, cette même formule

$ds = \frac{pdy}{\pm z}$ donnant ici $z.p::dy.ds::ED.EO::RP.ER$ fait voir que la resistance (z) du milieu devoit être à la pesanteur (p) du mobile E, en raison de l'abscisse RP d'un diametre ainsi dirigé du



cercle à son rayon ER, pour qu'il y pust être encore decrit d'un mouvement uniforme. Cela suit aussi tout d'un coup du general conclu d'abord dans ce nomb. 1.

2. Si la Courbe HEG étoit une Ellipse ou une Hyperbole dont les foyers fussent D, L ou L, M, et qu'elle fust decrite d'un mouvement uniforme par un mobile E de deux forces centrales tendantes à ces deux foyers, une à chacun en chaque point E de cette courbe: la formule generale de l'art. 3 se reduiroit ici à

$$ds = \frac{D \times E\delta - L \times El}{\pm z} \text{ pour l'ellipse de la fig. 38, et à}$$

$$ds = \frac{-L \times El - M \times Ez}{\pm z} = \frac{L \times El + M \times Ez}{\mp z} \text{ pour l'hyperbole}$$

de la fig. 39. Et ces deux courbes ayant, la premiere 'Eδ = El, et la seconde El = Ez, l'on y aura pour l'ellipse (fig. 38) z.D - L :: El.ds (Ee) et pour l'hyperbole (fig. 39) z.L + M :: El.ds (Ee). D'où l'on voit que la resistance z du milieu devoit être à la difference D - L des forces centrales D, L du mobile E sur l'ellipse, et à la somme L + M des deux autres L, M sur l'hyperbole, comme le sinus de la moytié de l'angle DEL dans l'ellipse, et comme le sinus de la moytié du complement de l'angle MEL sur l'hyperbole, seroit au sinus total, pour que le mobile E pust decrire d'un mouvement uniforme chacune de ces deux courbes avec deux forces centrales tendantes chacune à chacun des deux foyers de ces deux mêmes courbes dans ce milieu resistant.

3. On trouvera la même chose pour la Parabole HEG (fig. 40) laquelle n'est qu'une Ellipse ou une Hyperbole de foyers D ou M infiniment éloignés de son determinable L: en cas de mouvement uniforme du mobile E en la decrivant, on y trouvera, dis-je, également (comme dans le nomb. 2) z.D - L :: El.ds (Ee), et z.L + M :: El.ds (Ee). C'est à dire que la resistance z du milieu y devoit être encore à la difference D - L, ou à la somme L + M des forces centrales du mobile E, tendantes suivant ED, EL, ou suivant EL, EM, comme le sinus de la moytié de l'angle DEL, ou comme le sinus de la moytié du complement de l'angle MEL, seroit au sinus total; et consequemment aussi (en imaginant la tangente ET, et l'appliquée EA à l'axe TL de cette parabole) comme la soutangente AT seroit à la tangente ET de cette parabole supposée decrite d'un mouvement uniforme.

On pourroit tirer encore plusieurs autres consequences des

Regles precedentes des art. 2. 3; mais je ne voy point comment on les pourroit appliquer au mouvement de la Lune tendante à la fois au Soleil et à la Terre dont le centre en seroit un foyer mobile, ne voyant point encore comment on peut faire entrer, c'est à dire, exprimer dans ces formules la mobilité ou plus tot le mouvement effectif des foyers. Parlons d'autre chose, les forces centrales ne m'ayant desia entraîné que trop loing pour une lettre: ains je ne diray rien ici de la maniere de trouver les rayons osculateurs des courbes à plusieurs foyers placés encore où l'on vaudra, que j'ay aussi donnée dans les Mem. de 1703 pag. 218 etc.

S'il vaquoit quelque place d'Associé Etranger dans votre Academie de Berlin, l'estime que j'en fais, me la feroit souhaiter, et vous me feriez plaisir de me l'accorder en cas que la Religion Catholique n'y soit pas un obstacle.

Pour nouvelles de ce pays-ci, il est y est revenu depuis peu de Genes un Anatomiste nommé Desnoües, qui en a raporté plusieurs Anatomies de corps entiers dissequés, et modelés en cire jusqu'aux moindres vaisseaux d'une maniere si naturelle pour la configuration et les couleurs, qu'on y est presque trompé. Feu l'Abbé Zumbo Sicilien, qui mourut ici il y a 2 ou 3 ans, et qui y avoit apporté une teste humaine ainsi copiée en cire jusqu'aux moindres parties avec une nativité et un descente de croix pareillement en cire, qui ont fait et font encore l'admiration de tous ceux qui les ont vues, avoit commencé quelques choses de ces Anatomies du Sr. Desnoües à Genes: celui-ci y a fait continuer ce travail, et le fait encore continuer ici sous la direction par un nommé de la Croix Sculpteur, qui imite la nature jusqu'à tromper les yeux en plusieurs choses, et à les surprendre dans tout ce qui seroit de ces fausses Anatomies chez le Sr. Desnoües. Tout ce que je vous en pourrais dire, n'approcheroit jamais de ce que vous en penseriez si vous les aviez vues; tous ceux qui les ont vues, en sont enchantés.

On ne devine point quel peut être l'Auteur F.D.C.A.V. Ces lettres pourroient signifier Francois De Catelan, Abbé de V. s'il est vray qu'il s'appelle Francois, et que le nom de son benefice commence par une V: je ne l'ay encore pu scavoir, cet Abbé ayant rompu tout commerce depuis longtems avec les gens de lettres. Il me venoit voir jadis presque tous les mois, et moy reciproquement lui; mais depuis sa contestation avec feu M. le



Marq. de l'Hôpital à l'occasion des infiniment petits, il a cessé tout à fait de paroître parmi les gens de lettres; et quand on a été chez lui pour le voir, son laquais même a toujours répondu qu'il n'y étoit pas, aussi bien au P. Malbranche, son meilleur ami qu'aux autres. Tout cela soit dit, je vous prie, entre nous; car j'n'ay pas cessé pour cela de l'estimer, l'ayant toujours reconnu un parfaitement honnête homme et de beaucoup d'esprit, mais un peu trop vif, ce qui l'a quelques fois fait aller un peu trop vite en certaines choses, sur tout lorsqu'il s'est agi de la doctrine de M. Descartes dont il est zelé défenseur; et s'il y a fait quelques fautes, je les ay toujours attribuées à sa trop grande précipitation, le connoissant d'ailleurs homme habile et de mérite.

M. l'Abbé Bignon a fait scavoir à l'Academie votre sentiment sur la Cause du mouvement du Mercure dans les Barometres. Votre raison, qu'un corps qui tombe dans un fluide, en rend la colonne moins pesante que lorsqu'il y nageoit, me paroist evidente, toute vitesse à part: puisque si (toute vitesse à part) ce corps en tombant pressoit autant ou plus le fluide que lorsqu'il y nageoit, le fluide (par reaction toujours egale à l'action) lui resisteroit autant ou plus que lorsqu'il se soutenoit en repos; et par consequent le corps qui y auroit nagé, n'y pourroit pas tomber, ce qui est contraire à l'experience que nous avons des vapeurs et de la pluye. Il n'y a donc que la vitesse de ce corps en tombant, qui pust augmenter la pesanteur de la colonne du fluide où il tomberoit; mais l'experience que vous avez faite faire à un des deux Professeurs contestant sur cette matiere, repond (ce me semble) assez à cette difficulté pour pouvoir dire que la cause de la descente du vif argent dans la branche scélée du Barometre en tems de pluye, et de son ascension en beau tems, vient de ce que la chute de l'eau en pluye rend l'air moins pesant que lorsqu'elle y nage en vapeurs. Cette raison seroit, dis-je, aussi excelente qu'elle est ingenieuse, s'il étoit vray que le Mercure descendist toujours dans la branche scélée du Barometre en tems de pluye, et qu'il y montast toujours en tout autre tems. Mais M. de la Hire et M. Maraldi, qui depuis long-tems tiennent l'un et l'autre Registre des observations qu'ils font regulierement toute l'année sur le Barometre et sur le Thermometre, dirent qu'il n'étoit pas vray que le Mercure descendist toujours dans la branche scélée du Barometre en tems de pluye, et qu'il

y remontast toujours en beau tems, ayant (dirent-ils) vu plusieurs fois l'une et l'autre effet arriver en pareils tems: M. Maraldi ajouta même qu'en tems de pluye le Mercure montoit presqu'aussi souvent dans le Barometre, qu'il y descendoit. Cela étant, vostre raison, quoique des plus ingenieuses, ne seroit plus valable: j'en ay une autre depuis long-tems, qui me paroist satisfaire à toutes ces bizareries; mais ce sera pour une autre lettre, celle-ci n'étant desia que trop longue.

XXIV.

Leibniz an Varignon.

Je vous dois remercier des soins que vous prenez de ce qui me regarde touchant les livres que je devois avoir receus. Je devois sans douté marquer plustot ce qui me manquoit, sans me reposer sur la bonne foy ou sur l'exactitude des gens qui s'en étoient chargés. J'espere que je pourray acheter encor ce que je n'ay point receu. Messieurs Frisch et Bohm paroissent plus exacts que M. Delorme, il semble même que ce dernier n'en use pas tousjours comme il devroit.

Je vous remercie aussi bien fort de la peine que vous avez prise de me communiquer votre calcul et vos formules des forces centrales, même en cas de la resistance du milieu. Quand il y a plusieurs foyers, ma methode que je donneray un jour dans le Journal de Paris peut servir aussi. Car supposé qu'un mobile M (fig. 41) soit sollicité par des forces paracentriques des foyers ${}_1F, {}_2F, {}_3F$, et que ces sollicitations quant à leur grandeur et direction soyent comme M_1N, M_2N, M_3N , on n'a qu'à trouver G centre de gravité des points ${}_1N, {}_2N, {}_3N$ et MG prise trois fois marquera la grandeur et la direction de la sollicitation composée ou totale.

Puisque je vois que la recherche du mouvement, lors que le mobile est sollicité par un centre ambuland, demande encor quelque meditation, j'y penseray à mon loisir.

Pour ce qui est de ma pensée sur les raisons des phenomenes du Barometre, dont j'avois parlé à Monsieur l'Abbé Bignon, je crois bien que la difference de la pesanteur de la colonne d'air

selon que les particules de l'eau y descendent ou y sont soutenues, n'est pas l'unique cause de tous ces phenomenes, mais il me semble qu'elle ne peut manquer d'y contribuer beaucoup, puisqu'en effect, on ne peut point nier, que la colonne en doit devenir moins ou plus pesante. Mais il y faut sur tout joindre l'effect des vents, lesquels emportent souvent une partie de la colonne de l'air, en amenant d'autre air à la place, et compriment l'air ou le rarifient, quand deux vents sont convergens ou divergens. L'air sera encor soutenu par le vent violent, et particulièrement par un vent qui va s'éloigner de la terre et tend en quelque façon de bas en haut, ce qui contribue aussi à rarifier l'air, comme il sera pressé vers la terre et même comprimé par un vent qui tend de haut en bas. Enfin certaines vents, amenant de l'humidité avec eux, contribuent par là au grossissement des gouttes, qui les rend capables de tomber: et les vents qui rarifient l'air, contribuent encor par une autre raison à rendre la colonne plus legere, c'est que l'air plus rare soutient moins les gouttes d'eau qui y nagent: témoin la machine du vuide, où l'air rarifié laisse tomber de l'eau, tellement que par ce moyen on peut tirer de l'eau de l'air, en renouvelant continuellement l'air rarifié dans cette machine. Le concours de tant de causes ne permet point que l'effect du barometre puisse estre tout à fait regulier; et M. de la Hire a eu raison de dire dans votre assemblée, que le Mercure du Barometre ne descend pas toujours en temps de pluye, et ne remonte pas toujours en beau temps. Je ne crois pas aussi que personne se soit avisé de la dire, à moins qu'on n'y adjoute quelques distinctions dont je ne m'éloignerois pas, comme seroit de dire que l'usage du barometre paroist d'avantage dans les changemens durables, que dans ceux qui ne sont que passagers, et que pour mieux juger sur le barometre, il faut y ajouter l'observation des vents. Cependant je seray bien aise d'apprendre un jour votre explication des phenomenes du Barometre.

Il y a des gens de différentes religions dans notre Société des Sciences, ainsi on y sera sans doute bien aise, Monsieur, de vous y associer; et je vous en donneray bientôt des nouvelles. Cependant je suis avec zele etc.

XXV.

Varignon an Leibniz.

Dans votre lettre du 20 Juin, qu'on été ravi de me mettre parmi les membres de la société de Berlin, vous ajoutez: et je croy vous en avoir instruit. Si je l'eusse sçu plustost, je n'aurois pas manqué de vous en faire plustost mes tres humbles et tres sincerés remercimens, et à elle aussi; et si je m'acquitte si tard de ce devoir, depuis votre lettre d'avis reçue, c'est qu'elle me trouva la teste si pleine de Quarrés magiques que je ne pouvois presqu'alors penser à autre chose qui pust dignement accompagner ma lettre de remerciement à cette sçavante société que je n'osois remercier (pour ainsi dire) les mains vuides. J'étois alors depuis près de deux mois occupé à l'examen d'un gros traité de plus de 300 pages in 4. de Quarrés magiques et magiquement magiques, qu'il falloit rendre avec mon avis par écrit à M. l'Abbé Bignon avant que d'aller à la campagne, pour laquelle j'étois sur le point de partir: ce qui me fist remettre au loisir que j'y esperois, à penser à quelque chose qui pust faire agréer mon remerciement à cette Illustre Compagnie; ce que je souhaite être dans le paquet que je prend la liberté de vous envoyer pour elle.

Ce gros traité de Quarrés magiques et magiquement magiques est du Chanoine de Bruxelles (nommé M. Poignard) qui en publia un touchant les premiers en 1704. Il le corrige et l'augmente des magiquement magiques dans ce nouveau qu'il destine encore au public sous le nom de seconde édition, et qui m'a coûté d'autant plus de peine et de tems qu'il ne consiste qu'en exemples de calculs tres longs sans aucune demonstration qui fasse voir que les Methodes qu'il contient, ne font pas sujettes à exception comme il est arrivé à quelques unes du premier traité de l'Auteur.

Revenons à votre dernière lettre du 20 Juin: vous y demontrez d'une maniere tres ingenieuse qu'il n'y a point de raison d'un nombre negatif à un positif; et si c'est-là la note que M. Bernoulli m'a écrit avoir été ajoutée pour vous à ma reponse au Pere Grandi, elle servira encore à le convaincre de l'impossibilité des Plus qu'infinis au sens de M. Wallis.