貴重書

chassent, au lieu qu'elles se coupent si on les continue. Je m'etonne aussi que l'auteur veut introduire *des tangentes relatives à l'axe*. Une Tangente de la courbe l'est tousjours de quelque maniere qu'on prenne l'axe, si on entend par la Tangente une ligne qui coupe la courbe en deux points coincidens, comme il se fait dans nostre calcul. Il est vray que dans le sens vulgaire, où la tangente ne doit point du tout couper la courbe dans le point, où elle la rencontre, on pourroit concevoir des Tangentes relatives, mais non pas selon l'axe, ains selon qu'on prend la courbe en son unité et continuation: car icy il y a en effect deux courbes qui se coupent, OGP et MGN, et il arrive que la droite CG touche la courbe OP, et que la droite LG touche la courbe MN. Mais si l'essence de la Tangente estoit de ne point couper la courbe au point du rencontre G, alors en cas qu'on prend OGM pour une courbe entiere, regardant plustost à l'equation commune qu'à la direction, alors, dis-je, CG et LG ne seront point tangentes de cette courbe totale ou composée OGM, car elles la coupent et dans ce sens il y auroit des *Tangentes relatives selon la maniere de continuer la courbe*, puisque CG et LG le seroient à l'egard des courbes OGP et MGN, mais non pas à l'egard de la courbe OGM. Mais dans le fonds ce n'est qu'une question de nom, et nostre calcul mettant l'essence de la tangente dans la duplicité des points coincidens, on peut dire CG et LG sont veritablement des tangentes à l'égard même de la courbe OGM, tout comme une certaine droite, qui est la tangente des deux parties, concave et convexe, qui se joignent dans le point d'inflexion de la courbe, se prend aussi pour touchante de la courbe totale, quoyqu'elle la coupe au même point. Mais les *maxima* et *minima* sont veritablement relatifs aux Axes, et nullement essentiels à la courbe, comme le sont les tangentes et les points d'inflexion. Au reste l'auteur a raison de dire apres d'autres que les tangentes degenerent quelquesfois en asymptotes qui en sont une espece alors; cependant on peut trouver les asymptotes par le calcul de l'analyse vulgaire sans avoir besoin d'aucune methode des tangentes, c'est à dire par les seules valeurs des ordonnées paralleles ou convergentes, quand elles deviennent infinies. Il est vray que la methode des Tangentes y fournit souvent des abregés, comme peut faire aussi la methode appropriée à la pluralité des tangentes que M. le Marquis de l'Hospital a déja

donnée par le calcul des differences dans son *Analyse des infiniment petits sect. 9. articl. 163.* Comme vous me l'indiqués, Monsieur, et remarqués aussi que dans le Journal des Savans 1692 p. 176 et dans les Actes de Leipzic de 1694 p. 397 il y a des exemples de la pluralité des Touchantes, ce qui fait qu'on ne comprend pas, comment l'auteur du Memoire peut dire que *lorsque diverses Tangentes conviennent à un même point d'une courbe, les Methodes ordinaires* (où il comprend encor celles qu'on a données par nostre calcul des differences) *ne suffisent pas pour en trouver une seule*, d'autant qu'il semble n'avoir fait que changer nos expressions. Je ne parle point des autres equations et courbes contenues dans le Memoire en question, sur lesquelles on pourroit faire bien des remarques. Je voy, Monsieur, que vous avés etudié la matiere à fonds et que vos reflexions peuvent donner un grand jour à ces matieres. C'est le meilleur usage qu'on peut tirer des oppositions. Il auroit esté à souhaiter que ce Memoire nous eût donné quelque progrés nouveau: mais changer les *dy* en *zn*, et les *dx* en *vn*, ce n'est pas le moyen d'en faire. Je crois que l'auteur en seroit capable, s'il n'aimoit mieux *actum agere*, dans l'esperance qu'il a conçue de rabattre quelque chose de l'opinion qu'on a conçue dans le monde du calcul des differences. En quoy on luy peut bien predire qu'il ne reussira jamais, la consideration des differences elementaires estant la veritable clef des secrets de la Geometrie interieure, et la differentation (avec la sommation pure où impliquée qui luy est reciproque) estant une operation aussi naturelle dans le calcul de cette Geometrie, que la multiplication (avec la division et extraction qui luy est reciproque) l'est dans le calcul de la Geometrie ordinaire, de sorte que c'est *inventa fruge glandibus vesci*, et se faire du tort à soy même que de chercher des detours pour l'eviter.

P. S. J'ay ecrit la lettre en sorte que vous la puissiés montrer ou communiquer, Monsieur, si vous le trouvés à propos, apres l'avoir examinée et apres avoir jugé que j'ay bien rencontré. Car je suis un peu etranger maintenant dans ces matieres, et dans une assiette d'esprit, où je ne suis gueres capable d'y trouver de l'attention, car je me trouve dans la maison de plaisance de la Reine de Prusse, où sont aussi Mad. l'Electrice d'Hanover et Mad. la Duchesse de Courlande. On se retire tard, et on n'est pas trop à soy. Quoyque l'Academie eût eu raison de faire cesser ce qu'il y avoit de personnel dans les contestations, il est pourtant bon que la matiere soit eclaircie. Je prieray M. Bernoulli de Groningue de me communiquer ce que je n'ay pas encor vu de vos reponses: mais je souhaiterois qu'on tirât de vos ecrits et de ceux de M. Rolle avec la permission de l'Academie ce qu'il y a d'instructif, c'est à dire les objections et les solutions, laissant là le personnel et tout ce qui peut se tourner contre quelcun. Pour ce qui est des impressions centrales, je seray bien aise de voir un jour dans les Memoires de l'Academie ce que vous aurés trouvé sur les ovales de M. Cassini; cependant je vous remercie de ce que vous me communiqués sur le calcul de ces impressions, qui est une matiere tres utile.

Entre nous je crois que Mons. de Fontenelle, qui a l'esprit galant et beau, en a voulu railler, lorsqu'il a dit qu'il vouloit faire des elemens metaphysiques de nostre calcul. Pour dire le vray, je ne suis pas trop persuadé moy même, qu'il faut considerer nos infinis et infiniment petits autrement que comme des choses ideales ou comme des fictions bien fondées. Je croy qu'il n'y a point de creature au dessous de la quelle il n'y ait une infinité de creatures, cependant je ne crois point qu'il y en ait, ny même qu'il y en puisse avoir d'infiniment petites et c'est ce que je crois pouvoir demonstrer. Il est que les substances simples (c'est à dire qui ne sont pas des estres par aggregation) sont veritablement indivisibles, mais elles sont immaterielles, et ne sont que principes d'action. Je prepare maintenant une reponse à ce que M. Bayle m'a objecté dans la seconde edition de son Dictionnaire, article Rorarius, mais je ne suis pas encor resolu de la faire imprimer, et je me contenteray peutestre de la luy communiquer. Si le R. P. Gouye a esté disposé à se rendre, j'espere que mes papiers auront pû me conserver dans ce dessein. Je voudrois bien savoir ce que dit M. l'Abbé Gallois. Pour M. de Fontenelle, j'espere qu'il aura receu les observations d'une nouvelle Comete, faites à Berlin, que je luy ay envoyées à deux fois. Je ne say, si on l'a observée aussi chez vous. Je suis etc.

VI.

Varignon an Leibniz.

A Paris ce 5. Avril (1704).

Soufrez qu'apres vous avoir renouvelé mes tres humbles respects, je prenne la liberté de vous faire une prière que vous agréerez (je croy) d'autant plus qu'elle ne concerne que l'avancement des sciences dont vous êtes un si illustre promoteur: c'est de vouloir bien acorder au R. Pere Lelong, prêtre de l'Oratoire, la grace qu'il vous demande par la lettre cy jointe, pour un ouvrage que vous verrez être d'une grande conséquence, et qui demande une vaste érudition; aussi ce Pere est-il tres habile et tres laborieux, jusqu'à l'avoir déja fort avancé. Mais comme un homme seul, quelque habile et quelque laborieux qu'il soit, ne peut pas suffire à tout ce qu'un si grand ouvrage demande de recherches, il a recours à vous comme à celuy qui de toute l'Europe est le plus capable de le secourir en ce rencontre, soit par vous ou par ceux que vous y voudrez bien engager, n'y ayant point de sçavant qui ne s'en fasse un plaisir et un honneur des que vous le luy conseillerez. D'ailleurs le Pere Lelong ne manquera pas de leur rendre dans son ouvrage toutte la justice que méritera la part qu'ils y auront, sur tout à vous qui y aurez le plus contribué: outre qu'il est fort habile, c'est un parfaitement honnête homme; il est Bibliothéquaire de la Maison de l'Oratoire, qui est ici rue St. Honoré, où il demeure avec le R. P. Malbranche, dont il est aussi fort estimé et fort ami. Permettez moy donc, Monsieur, de joindre mes prieres aux siennes pour vous supplier de luy accorder la grace qu'il vous demande.

Sans doute que M. Bernoulli de Groningue vous aura fait part de l'affligeante nouvelle que je luy anonçay il y a un mois de l'irreparable perte que nous avons faite de nôtre cher et illustre M. le Marquis de l'Hôpital, qui mourut ici le 2. Février dernier d'une petite fiévre qu'il portoit au commencement par la ville, et que les medecins ont rendu mortelle. Il a laissé un ouvrage presque fini sur les Sections Coniques par le calcul, sur les Lieux, sur la Construction des équations, lequel comprend toutte la geométrie de M. Descartes, et beaucoup plus. L'Ecrit est assez com-

貴重書

plet, mais les figures sont dans un grand desordre, étant touttes sur pres qu'autant de papiers volans, et presque touttes sans dates. Le P. Malbranche qui l'a entre les mains, pense à m'en charger pour le donner au public; mais je n'ay pas presentement le tems de m'y appliquer: ce sera le plus tost que je pourray, prenant un tres grand interest à la gloire de M. le Marquis de l'Hôpital.

Les Memoires de 1701 de l'Academie sont publics depuis un mois que j'ecrivis par Bâle à M. Bernoulli de Groningue, que je luy en envoyray son exemplaire avec celuy de M. son frere dès que celuy-ci m'en aura indiqué l'occasion. Je luy envoyray aussi vôtre exemplaire pour vous le faire tenir, toutte autre voye etant fermée. Vous y verrez la methode que je vous ay envoyée autrefois pour trouver les forces centrales, de laquelle j'en tire une infinité de formules touttes aussi générales que celles que vous avez vues dans les Memoires de 1700, et cela dépendemment et indépendemment des Rayons Osculateurs que je trouve aussi d'une manière infiniment générale en ce qu'elle en fournit une infinité de formules aussi générales, chacune que tout ce qu'on en a donné jusqu'ici, s'en tire en corollaires, même sans aucun calcul. Outre touttes ces formules de forces centrales, j'ay aussi trouvé celle que vous m'avez conseillé autrefois de chercher pour le mouvement d'un corps tiré de differens côtés par differentes forces centrales à la fois, tel que seroit celuy d'un stile qui décriroit une Courbe à plusieurs foyers à la maniere de M. de Tschirnhausen, soit que ces foyers ou ces forces soient dans un même plan ou dans des plans differens: cela trouvera dans les Memoires de 1703.

VII.

Leibniz an Varignon.

(Im Auszuge.)

Je ne savois rien de la nouvelle affligeante de la mort de nostre illustre ami Monsieur le Marquis de l'Hospital. Quelle perte? Il pouvait donner bien autre chose que les Sections Coni-

ques par le calcul, et j'espere qu'on trouvera dans ses papiers Essais sur des matieres plus importantes, et qui auront plus de rapport à l'infini et à la physique. J'espere que nos Antagonistes se seront lassés de leur petites objections. M. Wallis est mort aussi; c'est une perte tres grande. M. Newton a publié son livre des couleurs, et je l'attends. M. Gregory a inseré quelque chose de la Theorie de la Lune de M. Newton dans son ouvrage Astronomique. Il est vray qu'il ne l'explique pas tout à fait; cependant elle est fondée dans les forces centrales, ainsi vous en jugerés mieux que personne, et je vous suppliez, Monsieur, de la vouloir considerer dans ce livre de M. Gregory. On dit que M. Flamstead s'obstinant de refuser des observations à M. Newton, l'empeche de publier cette Theorie dans la perfection, où il la souhaiteroit. Je voudrois qu'au defaut de M. Flamstead d'autres bons observateurs le secourussent. N'avés vous point examiné ce qu'on peut tirer des Tables de M. de la Hire? M. le Marquis de l'Hospital n'at-il point touché aux courbes ou lieux qui suivent immediatement les Coniques. C'est ce qu'il faudroit tacher un jour de faire pour en regler le nombre et l'ordre. Feu M. l'Abbé Mariotte avoit fait une petite Mecanique pour les ingenieurs; il me l'a dit luy même, si je ne me trompe: elle estoit pour la practique. N'en at-on rien trouvé?

Ne penset-on pas chez vous à tacher de perfectionner la Medecine? la mort de nostre illustre ami me fait souvenir de cela. C'est une chose honteuse que la negligence des hommes sur ce chapitre. M. Fayon, si habile homme, n'y songet-il pas, et ne consideret-il point qu'ayant à sa disposition pour l'avancement de cette science les forces d'un des plus grands Monarques qui ayent jamais esté dans l'univers, il pourroit jetter les fondemens d'un bastiment dont l'utilité seroit inestimable.

VIII.

Varignon an Leibniz.

A Paris ce 6. Decemb. 1704.

On imprime dans les Memoires de 1703, le raport de votre Arithmétique Binaire avec les anciens caractères chinois de Fohi.

貴重書

J'ay appris qu'on n'a pas jugé à propos de mettre dans le Journal des Scavans votre Réponse au P. Lamy Benedictin sur l'union de l'ame et du corps: les Autheurs de ce Journal n'y voulant plus mettre de contestations. M. de Fontenelle cherche à qui il l'a donnée.

Ce qu'on m'a mis de M. le Marquis de l'Hôpital entre les mains, ne comprend que les Sections Coniques par le calcul, avec leur usage pour la résolution des Equations: il est enfin en état de paroître. Je l'ay intitulé: *Traité Analytique des Sections Coniques et de leur usage pour la Resolution des Equations dans les Problêmes tant déterminés qu'indéterminés. Ouvrage posthume de M. le Marquis de l'Hôpital, Honoraire de l'Académie Royale des Sciences.* On en imprime actuellement la premiere feuille. C'est tout ce qui a été mis de M. de Hôpital entre les mains du P. Malbranche, duquel je ne l'ay voulu recevoir que par compte sur un billet qu'il a de moy, et moy de luy, pour le rendre de même apres l'impression, ne l'ayant voulu recevoir qu'à cette condition. Je serois faché d'avoir touché autrement aucun des papiers de M. de l'Hôpital.

M. de la Hire, entre les mains de qui les papiers de M. Mariotte furent mis apres sa mort, m'a dit n'y avoir point trouvé la petite Mécanique que M. Mariotte vous a dit autres fois avoir faite pour les Ingenieurs et pour la pratique.

Je n'ay point encore reçu l'Astronomie de M. Grégori: elle me vient par Basle, d'où je reçu il y a quelque tems les œuvres posthumes de M. Hugens, et le petit livre de Cheynaeus. Je n'ay encore lu que 8 ou 10 pages de ce dernier, où je n'ay pas trouvé grande chose.

J'ay fait vos complimens (comme vous me le marquiez) à M. l'Abbé Bignon, l'Abbé Galloys, de Fontenelle, des Billetes, et au R. P. Malbranche, lesquels m'ont tous chargé de vous bienfaire aussi les leurs. Mr. l'Abbé Bignon me dist alors (ce fut le 13. Juin dernier) qu'il y avoit plus de 18 mois qu'il n'avoit reçu de vos lettres.

On va faire ici au commencement de l'année un nouveau Journal qu'on donnera tous les mois: ce sera, outre quelques pieces particulieres, un extrait de ce qui paroitra de meilleur dans tous les Journaux de l'Europe qui pourront venir jusqu'aux Autheurs de celuy-ci. Un d'entr'-eux me charge de vous prier de nous dire ce

qu'il y auroit à faire pour le rendre le meilleur et le plus utile qu'il soit possible, et par qu'elle voye on pourroit avoir le vôtre pour en profiter. J'apprend du Pere Lelong que celuy qui fesoit le votre a cessé; nous vous demandons du moins vos avis pour celuy-ci.

On va imprimer ici un traité d'Analyse par le P. Raineau, prêtre de l'Oratoire. On imprime actuellement un traité des Lieux geométriques et de la construction des Equations par M. Guinée. Enfin le P. Mabillon vient de publier un supplement à sa Diplomatique, pour réponse au P. Germon Jesuite qui l'avoit attaquée: le P. Mabillon luy repond sans parler de luy ny de sa critique et seulement comme se faisant à soy même les difficultés qu'elle contient avec quelques autres qu'il prévoit qu'on luy pourrait faire encore.

Voila tout ce que je scais des affaires d'Autruy: Parlons (je vous prie) presentement des Miennes par raport à une chose que je vous ay dit (dans la lettre que je vous ay envoyée avec vos Memoires de 1701) me rouler par la teste depuis tres long tems: la voici.

Après avoir trouvé les Regles des forces centrales qui sont dans ces Memoires de 1701 et dans ceux de 1700, j'ay cherché leur raport avec les pesanteurs des corps où elles se rencontrent; et j'ay aussi trouvé une Regle infiniment générale de ce raport. Mais entre les corollaires de cette Regle il y en a un, où je me trouve arrêté par l'authorité de plusieurs grands hommes qui ont avancé le contraire: c'est lorsque la Courbe est un cercle dont le centre est aussi celuy des forces centrales ou centrifuges du corps qui le décrit; par exemple, un cercle que décriroit un corps attaché à un des bouts d'une corde non extensible et retenue par l'autre au centre de ce cercle. Tous ceux qui jusqu'ici ont traité cette matière, ont unanimement avancé, *qu'un corps qui décriroit ainsy un cercle d'une vitesse uniforme égale à ce qu'il en acquieroit en tombant de la hauteur du demi-rayon de ce cercle auroit partout une force centrifuge égale à sa pesanteur*; et moy je trouve qu'il *ne luy faudroit pour cela qu'une vitesse égale à ce qu'il en acquieroit en tombant seulement de la hauteur du quart de ce rayon.* Ceci est non seulement une suite de ma Regle générale; mais je le trouve encore en plusieurs

貴重書

manières particulières. Cependant n'osant préferer mes lumieres (quelques claires qu'elles me paroissent) à celles d'aussi grands hommes que le sont la plupart de ceux auxquels je me trouve contraire, je vous prie de vouloir bien examiner ceci, et de m'en dire votre sentiment.

Problême.

Trouver le raport des Forces centrales (tant centrifuges que centripetes) aux Pesanteurs absolues des corps mus de vitesses variées à discretion le long de telles courbes qu'on voudra.

I. Pour démêler les forces centrales des corps d'avec leurs Pesanteurs, je supposeray partout dans la suite, que les courbes qu'on leur fera décrire, seront touttes sur des plans parfaitement horizontaux, lesquels rendant ces corps comme sans pesanteur, en soutenant tout ce qu'ils en ont.

II. Cela posé, soit (fig. 18. 19) une Courbe quelconque MLN décrite par le corps L mu suivant MN avec telle variation de vitesses qu'on voudra, en tendant toûjours vers ou à contre sens d'un point quelconque C du plan de cette même courbe, suivant des Lignes droites LC, lC etc. qui passent touttes par ce point: on demande le raport de la pesanteur absolue de ce corps avec ce qu'il fait d'effort à chaque point de cette courbe pour s'en écarter en suivant la tangente LQ ou (ce qui revient au même) avec les forces qui égales à ces efforts, le retiennent toûjours sur cette courbe en l'attirant ou en le repoussant incessament et directement contr'eux suivant les droites correspondantes LC, qui passent touttes par le point C, lequel s'appellera pour cela le centre de ces forces, que leur égalité avec ces efforts fera aussi prendre pour eux dans la suite en les appellant du même nom de forces centrales; les droites LC, lC s'appelleront les rayons de ces mêmes forces.

Pour trouver presentement le raport de ces forces avec la pesanteur du corps L, imaginons l'arc Ll infiniment petit, des extremités duquel partent les rayons LC, lC, avec la petite droite LP paralelle à LC, et qui rencontre en P la tangente LQ. Soit de plus la verticale HL de la hauteur de la quelle le corps L tombant, il acquieroit en L en vertu de sa seule pesanteur, la vitesse quil a effectivement en ce point suivant Ll, ou pour suivre LP.

Dans la suite cette hauteur HL s'appellera *déterminatrice* de cette vitesse, pour n'être pas obligé de repeter cette grande phrase touttes les fois qu'on en parlera.

III. Tout cela supposé, il est visible que si l'on prend la tangente LQ double de HL, et qu'on imagine le corps L se mouvoir uniformément de cette vitesse sur LQ, non seulement il parcourera cette longueur LQ dans un tems égal à celuy qu'il auroit mis à tomber de H en L, en commençant en H; mais encore si l'on prend sa partie infinement petite LP pour le tems que ce corps mettroit à la parcourir de cette même vitesse, c'est à dire (hyp.) pour le tems qu'il met à parcourir effectivement Ll, l'on aura aussi LQ pour celuy qu'il employroit à parcourir ainsy cette même LQ, ou à tomber de H en L par sa seule pesanteur.

IV. Cela étant, si l'on suppose que la force centrifuge ou centripete (qui feroit faire LP au corps L dans le tems qu'abandonné à luy même, il parcoureroit LP, ou que retenu sur la courbe, il parcourt effectivement Ll) soit inhérente dans le corps L, et qu'elle agisse incessament sur luy suivant lP, de même que sa pesanteur fait de haut en bas dans l'hypothese de Galilée (si cette supposition déplaist, au lieu de la pesanteur effective du corps L, il n'y a qu'à luy en imaginer une égale à sa force centripete ou centrifuge en L, suivant lP vers ou à contre sens du point C; et le raport qu'on trouvera cy apres, de cette nouvelle pesanteur à la sienne, sera celuy qu'on cherche de sa force centrale en L à sa propre pesanteur): il est visible que puisque cette force centrale en L, est capable de luy faire parcourir lP dans le tems LP, si l'on fait cette Analogie $\overline{LP}^2 . \overline{LQ}^2 :: Pl . \frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2}$, ce quatrième terme sera l'espace que cette force centrale inhérente (hyp.) comme une espece de pesanteur dans le corps L, luy feroit parcourir dans le tems LQ que sa pesanteur (art. 3.) le fait tomber de même de H en L; puisqu'alors les especes seroient comme les quarrés des tems.

V. Donc HL et $\frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2}$ sont les espaces que la pesanteur du corps L, et sa force centrale en L suivant LC, luy feroient parcourir de la même manière en tems égaux. Et par conséquent ces deux forces doivent être comme ces espaces: c'est à dire que si l'on prend p pour la pesanteur de ce corps, et f pour sa force centrale en L par raport au centre C, l'on aura $f.p :: \frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2} . HL$ (à cause que suivant l'art. 3 LQ est $= 2HL$, et $LP = Ll$) :: $\frac{4\overline{HL}^2 \times Pl}{\overline{Ll}^2} . HL$, ce qui donne $f = \frac{4p \times HL \times Pl}{Ll \times Pl}$ (en prenant aussi h pour HL) $= \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$ pour Regle générale de comparaison entre les forces centrales et les pesanteurs des corps. Ce qu'il faloit trouver.

VI. Touttes choses demeurant les mêmes que dans l'art. 2, et B étant le point où Cl prolongée rencontre la touchante LQ; si apres avoir tiré les rayons LR et lR de la dévelopée de la Courbe MLN, on décrit des centres C et L les arcs LD et lF; la ressemblance des Triangles LRl et FLl donnant $LR . Ll :: Ll . lF = \frac{Ll \times Ll}{LR}$, et celle des triangles BlP et BCL donnant de même $Bl . Pl :: BC . LC$, et par conséquent $Bl = Pl$, à cause de $BC = LC$; les triangles BDL et BFl pareillement semblables donneront aussi $DL . LB$ ou $Ll :: Fl : Bl$ ou $Pl = \frac{Ll \times Fl}{DL}$ (à cause de $Fl = \frac{Ll \times Ll}{LR}$) $= \frac{\overline{Ll}^3}{DL \times LR}$. Donc en subsistuant cette valeur de Pl dans la formule ou Regle $f = \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$ du précédent art. 5, l'on aura aussi en général $f = \frac{4ph \times Ll}{DL \times LR}$, de sorte que si presentement on appelle LR, r; Ll, ds et DL, dx, l'on aura de même en général $f = \frac{4p\,h\,ds}{r\,dx}$ pour la Regle de comparaison des forces centrales avec les pesanteurs des corps.

VII. Corol. On voit de là que lorsque le centre C des forces est en R, c'est à dire, lorsque les forces centrales du corps L qu'on suppose décrire la courbe MLN, tendent suivant les rayons RL correspondans de la Dévelopée de cette courbe, ou que leur centre C est sur cette dévelopée, alors LD se confondant avec Ll, et rendant par là $dx = ds$, l'on aura $f = \frac{4ph}{r}$, ou $f.p :: h . \frac{r}{4}$, c'est à dire en général qu'alors en chaque point L de quelque courbe MLN que ce soit, la pesanteur du corps L qu'on suppose la décrire en tendant toûjours suivant le rayon RL

correspondant de la dévelopée de cette courbe, sera à sa force centrale ou tendante aussi suivant RL, comme le quart de ce rayon de Dévelopée, à la hauteur déterminatrice de la vitesse de ce corps en L, c'est à dire, à la hauteur d'où ce corps tombant auroit à la fin de sa chutte en vertu de sa seule pesanteur, une vitesse égale à celle (quelle qu'elle soit) qu'il a effectivement en chaque point L suivant l'élément correspondant Ll de cette même courbe MLN.

VIII. Donc en prenant presentement cette courbe MLN pour un cercle qui auroit R pour centre, et $RL = r$ pour ses rayons, suivant lesquels le corps L qui le décrit, tend à s'écarter de ce centre, l'on aura aussi $f.p :: h . \frac{r}{4} \left(\frac{RL}{4}\right)$, et par conséquent $f = p$, lorsque $h = \frac{1}{4}RL$: c'est à dire que lorsque la hauteur (h) d'où ce corps acquiéroit par sa chutte une vitesse égale à celle qu'il a sur ce cercle, sera égale au quart du rayon de ce même cercle, sa force centrifuge sera précisément égale à sa pesanteur. Ce que vous voyez, Monsieur, être très différent du sentiment ordinaire, où l'on croit que pour que la force centrifuge d'un corps qui décriroit ainsy un cercle, fust égale à sa pesanteur, il luy faudroit une vitesse égale à ce qu'il en acquieroit en tombant de la hauteur du demi-rayon de ce cercle. Voici en quoy il me paroist que les Autheurs de ce sentiment se sont mépris.

IX. Soit (fig. 20) un cercle MLN (dont le centre soit R) décrit comme cydessus par le corps L en tendant toûjours suivant les rayons RL de cercle; soit HL une verticale, de la hauteur de laquelle ce corps tombant acquieroit en vertu de sa seule pesanteur, une vitesse égale à celle qu'il a effectivement en L suivant la tangente LQ de ce cercle. Ces Autheurs apres avoir supposé de plus LP infiniment petite, Pl paralelle à LC, et avoir démontré expressément ou équivalemment que la force centrifuge de ce corps en L est à sa pesanteur absolue :: $Pl . \frac{Ll \times Ll}{4HL}$, ainsy qu'il resulte du précédent art. 5, ils concluent que cette même force du corps L est à sa pesanteur :: $\frac{Ll \times Ll}{2RL} . \frac{Ll \times Ll}{4HL} :: HL . \frac{1}{2}RL$, en supposant tous expressément (hors M. Hugens à qui je vas aussi ré-

貴重書

pondre) que $Pl = \frac{Ll \times Ll}{2RL}$; au lieu que je viens de conclure (art. 8.) que cette force centrifuge est à la pesanteur du corps $L :: HL . \frac{1}{4} RL$, en supposant au contraire $Pl = \frac{Ll \times Ll}{RL}$, de sorte que toutte la difficulté qu'il y a entre nos sentimens en ce point, vient uniquement de la différence de ces deux suppositions. Voyons donc laquelle est la vraye, s'il est vray que quelqu'une des deux le soit.

X. Pour le voir, il faut considérer qu'un point n'ayant aucune direction particulière, ce ne peut être qu'en considérant une courbe comme un polygone d'une infinité de côtés, qui prolongés en soient autant de tangentes, qu'on peut dire que le corps qui la décrit, est dans un effort continuel pour s'échaper par la touchante de cette même courbe à chaque point où il se trouve, en sorte qu'il s'echaperoit effectivement suivant cette tangente, s'il étoit abandonné à luy même en cet endroit.

XI. Cela étant, quelque soit la Courbe MLN ainsy regardée comme un polygone d'une infinité de côtés, dont deux soient Ll et ML qui prolongé fasse la tangente LQ; si l'on suppose que RL, Rl sont deux rayons de sa developée, et que Pl est paralelle à LR; il est manifeste que l'on aura en général $LR . Ll :: Ll . Pl = \frac{Ll \times Ll}{LR}$, donc en prenant presentement cette courbe MLN pour un cercle dont R soit le centre, l'on aura aussi $Pl = \frac{Ll \times Ll}{LR}$. Ce qu'il faloit démontrer.

XII. La même chose se peut encore démontrer autrement pour le cercle en particulier. Car ce polygone infiniti-latère ayant ses côtés ML et Ll également inclinés sur LR, et de plus $LR = lR$, les angles MLR et LlR faits des côtés infiniment petits de ce polygone avec ses rayons, seront aussi par tout égaux entr'eux; et par consequent Pl étant (hyp.) paralelle à LR, les triangles LRl et PLl seront de même partout semblables entr'eux. Donc le cercle en particulier donnera encore partout $LR . Ll :: Ll . Pl$ ou $Pl = \frac{Ll \times Ll}{LR}$, et non pas $Pl = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$, ainsy que l'ont supposé les Autheurs dont il s'agit ici.

XIII. Ce qui les a trompés, c'est qu'en imaginant lK perpendiculaire sur LR, ils ont cru que Pl étoit $= LK$, comme lorsque ces grandeurs sont finies, au lieu que Pl est ici $= 2LK$. Pour le voir il n'y a qu'à prolonger lK jusqu'à sa rencontre du cercle en M: car alors ayant $lM = 2KM$, avec l'Analogie $Pl . LK :: lM . KM$, que donnent les triangles PMl et LMK, que le petit côté ML prolongé en LQ, et la petite Pl parallele à LK, rendent rectilignes et semblables; l'on aura aussi $Pl = 2LK = \frac{2Ll \times Ll}{2LR} = \frac{Ll \times Ll}{LR}$, et non pas $Pl = LK = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$.

XIV. Voici encore la même chose d'une autre manière. Du point A (fig. 21) pris à discretion hors du cercle MLN sur le diametre NL prolongé, et mobile suivant AL, soient deux droites AE et AF toûjours touchantes de ce cercle en λ et μ, lesquels points d'atouchement seront par conséquent aussi mobiles sur la circonférence de ce même cercle, avec la corde $\lambda\mu$ qui les joint, en s'approchant ou en s'éloignant avec elle du point L, à mesure que le point A s'en approchera ou s'en éloignera, jusqu'à s'y confondre avec le point A lorsqu'il y arrivera. Par le point d'atouchement λ soit la droite $\lambda\pi$ qui le suive partout en demeurant toûjours paralelle à NA, et dont π soit la rencontre avec la tangente μA prolongée vers q.

Cela posé, il suit en général de la seule doctrine d'Euclide, qu'à quelque distance du cercle que soit le point A, l'on aura par tout $\lambda\pi = 2Ax$; et par conséquent aussi lorsque $\lambda\pi$ se trouvera en lP, et $Ax = LK$, par l'arrivée de A en L, de $A\lambda$ en Ll, de $A\mu$ en LM, ou de μAq en MLQ, et de $\lambda\mu$ en LN. Donc aussi pour lors on aura $lP = 2LK = \frac{2Ll \times Ll}{LN} = \frac{Ll \times Ll}{LR}$, en prenant R pour le centre du cercle en question; et cela jusqu'à l'entière confusion des points $\lambda, \mu, l, P, x, K, \mu$, M et A dans le seul point L de la circonférence circulaire MLN. Ce qu'il faloit démontrer.

Peut-être trouverez vous, Monsieur, que je me suis un peu trop arrêté à prouver cette vérité, la pluspart des démonstrations précédentes revenant à la manière ordinaire de trouver les rayons des dévelopées, si connues des Autheurs dont il s'agit ici. J'en ay cependant encore plusieurs autres pour touttes sortes de Courbes en général et pour le cercle en particulier que j'omets de peur de vous ennuyer, aussi bien que deux autres solutions que j'ay encore du Problême général par où j'ay commencé. Je passe donc à

貴重書

l'autre tour qu'a pris M. Hugens pour prouver ce que je combats: vous allez voir que sa méprise revient presque à celle des autres.

XV. M. Hugens apres avoir supposé un cercle MLN (fig. 22) décrit par le corps L d'une vitesse uniforme égale à ce que ce corps en acquieroit en vertu de sa seule pesanteur, en tombant de la hauteur EL égale à la moytié du rayon LR de ce cercle, il suppose la tangente LQ suivant laquelle ce corps s'échaperoit de cette même vitesse, si on l'abandonnoit à luy même en L. Ensuite apres avoir supposé $LQ = 2EL = RL$, sa partie LB infiniment petite, et la sécante BN qui en passant par le centre R du cercle, le rencontre en l et en N; il supose enfin $EF.EL :: \overline{LB}^2.\overline{LQ}^2$.

Tout cela supposé, il trouve que la force centrifuge du corps L luy feroit faire lB dans le tems que sa pesanteur luy feroit parcourir EF; et que par conséquent cette force centrifuge en L seroit à sa pesanteur comme Bl est à EF. Ensuite supposant que Bl est $= \frac{LB \times LB}{BN} = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$, il trouve $Bl = EF$; ce qui luy fait dire que cette force centrifuge du corps L (résultante d'une vitesse égale à ce qu'il en acquieroit en tombant de la hauteur EL du demi-rayon du cercle qu'il décrit) est égale à sa pesanteur. Mais la supposition de $Bl = \frac{LB \times LB}{BN}$ est ici fausse.

Car si l'on fait lP paralelle à LR, on trouvera comme cy dessus (art. 11, 12, 13 et 14) $Pl = \frac{Ll \times Ll}{LR}$. Or à cause de Bl. Pl :: BR.LR et que l'infinie petitesse de Bl par raport à BL, elle même infiniment petite (hyp.) par raport à LR, rend $BR = LR$; l'on aura aussi $Bl = Pl$. Donc on aura de même ici $Bl = \frac{Ll \times Ll}{LR} = \frac{LB \times LB}{LR}$, et non pas $Bl = \frac{LB \times LB}{BN}$, comme le suppose M. Hugens.

XVI. La même chose se peut encore démontrer immédiatement et sans dépendance de la valeur de Pl. Car (touttes choses demeurant les mêmes que cy dessus) quelques soient les angles RLM et RlL faits par les rayons RL et Rl du cercle MLN avec les côtés infiniment petits ML et Ll de ce polygone infinitilatère, il est de l'uniformité de sa courboure, qu'ils soient égaux entr'-eux, et leurs complements aussi; par conséquent que les

triangles BLR et BlL soient semblables. Donc $RB.LB :: LB.lB = \frac{LB \times LB}{RB} = \frac{LB \times LB}{LR}$. Ce qu'il faloit démontrer.

L'on aura aussi $RL.Ll :: LB.lB = \frac{Ll \times LB}{RL}$, et $RB.RL :: lB \left(\frac{Ll \times LB}{RL}\right).LP = \frac{Ll \times LB}{RB}$ $\left(\text{à cause de } \frac{LB}{RB} = \frac{LP}{RL} = \frac{Ll}{RL}\right)$ $= \frac{Ll \times Ll}{RL}$. Ce qu'il faloit encore démontrer.

XVII. Non seulement voila en quoy M. Hugens s'est mépris, mais encore voici comment sa methode, elle même, conduit à la proposition que je soutiens. Soit donc encore le corps L tournant circulairement autour du centre R d'une vitesse telle qu'il l'auroit acquise en L en tombant d'une hauteur EL égale au quart du rayon RL de ce cercle; je dis que sa force centrifuge sera égale à celle de sa pesanteur en chaque point L.

Soit LQ la touchante que ce corps suivroit de cette vitesse, si on l'abandonnoit à luy même en L; soit aussi $LQ = 2EL = \frac{1}{2}RL$; soit encore LB infiniment petite, avec la secante BN par le centre R, laquelle rencontre le cercle en l et en N; soit enfin $EF.EL :: \overline{LB}^2.\overline{LQ}^2$.

Presentement de ce que $LQ = 2EL$, si le corps L apres être tombé de E en L, se meut uniformément le long de LQ avec la vitesse acquise en L en vertu de sa seule pesanteur; on scait qu'il doit parcourir LQ dans un tems égal à celuy qu'il a mis à tomber de E en L; et que ce tems sera à ce qu'il en mettra à parcourir LB de cette même vitesse uniforme, comme LQ est à LB. Ainsy en prenant LQ pour le tems que ce corps aura mis à parcourir cette même ligne LQ, ou à tomber de la hauteur EL égale (hyp.) au quart du rayon RL, l'on aura aussi LB pour ce qu'il en aura mis à parcourir cet infiniment petit LB. Par conséquent le tems de la chutte de ce corps de la hauteur EL en vertu de sa seule pesanteur, sera au tems qu'il doit employer à parcourir LB d'une vitesse uniforme égale à ce qu'il en auroit acquis à la fin de cette chutte en L, comme LQ est à LB. Mais à cause de (hyp.) $EL.EF :: \overline{LQ}^2.\overline{LB}^2$, si l'on prend ainsy LQ pour le tems de cette chutte par EL, l'on aura aussi LB pour le tems de cette même chutte par EF. Donc EF et LB seront parcourues en tems égaux: scavoir EF par la chutte de E en F, et LB d'une vitesse uniforme acquise en L en vertu de cette chutte continuée jusqu'en L, et toûjours commencée en E. Or on scait que dans le tems que le corps L va ainsy de L en B, il auroit été de même de L en l avec la même vitesse uniforme; et par conséquent sa force centrifuge luy a fait faire lB dans ce même tems. Donc sa force centrifuge en L est telle quelle luy feroit faire lB dans le même tems que sa pesanteur luy feroit parcourir EF d'une chutte commencée en E.

Mais à cause de (art. 15 et 16) $Bl = \frac{BL \times BL}{LR}$, d'ou résulte $LR . BL :: BL . Bl$, l'on aura $\overline{LR}^2 . \overline{BL}^2 :: LR . Bl$, ou (en divisant les antecédans par 4) $\frac{1}{4}\overline{LR}^2 . \overline{BL}^2 :: \frac{1}{4}LR . BL$. Or (hyp.) $LQ = 2EL = \frac{1}{2}RL$, et par conséquent $\overline{LQ}^2 = \frac{1}{4}RL$, et $EL = \frac{1}{4}RL$, donc $\overline{LQ}^2 . \overline{BL}^2 :: EL . Bl$. Mais on avoit aussi (hyp.) $\overline{LQ}^2 . \overline{BL}^2 :: EL . EF$. Donc EF et Bl sont égales entr'-elles. Par conséquent venant de trouver que la pesanteur du corps L luy feroit parcourir EF d'une chutte commencée en E, dans le même tems que sa force centrifuge, résultante de son tour noyment supposé, luy feroit parcourir lB; on voit aussi que cette forme centrifuge du corps L, résultante d'une vitesse circulaire égale à ce qu'il en acquieroit en tombant de la hauteur du quart du rayon du cercle qu'il décrit, seroit précisément égale à sa pesanteur. Ce qu'il faloit démontrer.

XVIII. Au contraire si l'on prend $LQ = 2EL = RL$, comme fait M. Hugens, tout le reste demeurant le même, on trouvera comme cy dessus (art. 17) $\overline{LR}^2 . \overline{BL}^2 :: LR . Bl$. Ce qui se changera ici en $\overline{LQ}^2 . BL^2 :: 2EL . Bl :: EL . \frac{1}{2}Bl$. Mais par l'hypothese on avoit aussi (art. 17) $\overline{LQ}^2 . \overline{BL}^2 :: EL . EF$. Donc ici l'on auroit $EF = \frac{1}{2}Bl$. Par conséquent, quoyque la pesanteur du corps L luy fasse parcourir EF d'une chutte commencée en E, dans le même tems que sa force centrifuge (résultante d'une vitesse circulaire égale à ce qu'il en acquieroit en tombant de la hauteur du demi-rayon du cercle qu'il décrit) luy feroit parcourir lB, il ne s'ensuit pas que ces deux forces doivent être égales, comme on l'a cru jusqu'ici. On voit au contraire que la force centrifuge seroit ici double de la pesanteur du corps en question.

XIX. Apres tant de preuves si claires et si faciles de la vérité du sentiment que je soutiens ici, et de la fausseté de celuy que je combats, il ne resteroit plus qu'à rasseurer ceux qui, jugeant des grandeurs infiniment petites LK, Pl et Bl, comme si

elles étaient finies, pourroient apprehender de se trouver contraires à Euclide en ne croyant pas de celles-là ce qu'il a démontré de celles-ci. Il suit effectivement de ce qu'il a demontré du cercle (en ramassant dans la fig. 23 ceux des fig. 20, 21, 22 avec ce qu'on y suppose dans les art. 13, 14 et 16, y ajoutant seulement LT paralelle à Ml, et qui rencontre Pl et Bl en V et en S) qu'on auroit $Pl = Vl = LK$, et $Bl = Sl$, si touttes ces lignes étoient finies; mais il ne s'ensuit pas de même qu'elles soient encore égales, lorsqu'elles sont infiniment petites, comme ici.

La raison de ce défaut de conséquence vient de ce que les differences PV et BS de ces infiniment petits, sont de même genre qu'eux et par conséquent comptables par raport à ceux; au lieu que si les quantités Pl, Vl ou LK, et Bl, Sl, étoient finies, l'angle QLT toûjours (constr.) infiniment petit, rendant aussi toûjours leurs différences PV et BS infiniment petites, et par conséquent nulles par raport à ces quantités finies, ces mêmes quantités seroient alors effectivement égales, ainsy qu'il suit de la doctrine d'Euclide sur laquelle les Autheurs précédens semblent s'être appuyés.

XX. On voit de là et de l'art. 10, qu'il s'en faut l'angle infiniment petit QLT que la tangente LQ (que doit suivre le corps mu circulairement suivant MLN, si on l'abandonnoit à luy même au point L) ne fasse un Angle absolument droit avec le rayon LR, comme le fait (hyp.) la droite LT avec ce-même rayon LR; et qu'ainsy si l'on prend cette droite LT pour la tangente d'Euclide, ce n'est point absolument suivant cette Tangente que ce corps doit s'échaper, mais seulement suivant le prolongement LQ du petit côté ML de ce polygone infiniti-latère: laquelle LQ ne faisant qu'un angle infiniment petit avec LT, peut cependant passer pour cette tangente LT tant qu'il ne s'agira que de grandeur finie. Et si l'on conçoit que cela dure jusqu'à ce que cette LQ soit enfin confondue avec LT, on pourra dire qu'alors le corps L s'échaperoit suivant LT; et les raports précédens subsistant jusqu'à cet instant de confusion, tout ce qu'on en a conclu cy dessus sera encore vray dans ce dernier instant.

Voila, Monsieur, ce que je vous demande en grace de vouloir bien examiner et m'en dire votre sentiment, n'osant préferer mes lumières (quelques claires qu'elles me paroissent) à celles

貴重書

d'aussi grands hommes que le sont la pluspart de ceux auxquels vous me voyez contraire. Je suis avec un profond respect etc.

P. S. Etant sur le point de cacheter cette lettre, il venu en pensée de vous envoyer aussi la Réponse qui a été faite par un nommé M. Saurin (homme d'esprit et de mérite) au Journal des Sçavans que je vous envoyay dans une lettre il y a environ deux ans, où M. Rolle attaquoit encore la Methode des infiniment petits sur les Tangentes. Là voici cette reponse que je joins à votre exemplaire des Mémoires de l'Académie, avec la Réplique que Mr. Rolle y a faite: Replique que vous trouverez asseurément pitoyable, tout il y fait paroitre d'ignorance en cette matière ou de mauvaise foy. J'y joins de plus un Ecrit qu'il vient de donner tout fraichement sur les tangentes inverses, où je trouve aussi une infinité de choses à reprendre, quoyque je ne l'aye encore lu qu'en courant: j'en aperçu la plus grande partie dês qu'il le lut à l'Academie; mais il diroit deux et deux sont cinq, que je ne m'aviserois pas de le reprendre, pour ne pas m'exposer davantage à sa langue qui est des plus mauvaises: je me contentay de le dire à M. de Fontenelle à qui je donnay la pluspart des integrales (trouvées sur champ) de ce que M. Rolle s'en propose à trouver dans cet écrit.

Quoyque sa méthode, ou plustot ses méthodes (si methode il y a) ne paroissent qu'autant de retours d'un homme qui retourne en bricolant au point d'où il est parti, je trouve qu'il s'est égaré en voulant retourner à la génératrice de la differentielle H de la pag. 8. Cette differentielle est $2ayxz - bbxz - 2ayyv + 2bbyv - ffxv = 0$, ou (en substituant dx et dy, au lieu de v et de z, ainsy qu'il le permet presentement) $2ayxdy - bbxdy - 2ayydx + 2bbydx - ffxdx = 0$: il donne l'égalité S de la pag. 9, scavoir $ahyy - bbhy - atxx + hffx = 0$ pour l'intégrale, ou (selon luy) pour la génératrice qui a donné cette differentielle; et moy, je trouve $ayy - bby - ffx = 0$ pour cette génératrice. Je le trouve en deux manières dont voici la plus courte que l'autre m'a donnée pour cette égalité ci. Il n'y a qu'à multiplier la précedente differentielle par $\frac{x}{x^4}$, et elle se changera en $\frac{2axxydy - 2ay^2xdx}{x^4} - \frac{bbxxdy + 2bbyxdx}{x^4} - ffx^{-2}dx = 0$, dont l'intégrale est $\frac{ayy}{xx}$

$- \frac{bby}{xx} + ffx^{-1} = 0$, ou (en multipliant le tout par xx) $ayy - bby + ffx = 0$, ainsy que je le vient de dire.

Remarq. Si l'on differentie cette équation $ayy -- bby + ffx = 0$, elle donnera seulement $2aydy - bbdy + ffdx = 0$; d'où l'on voit que la proposée H étoit déguisée: voici comment. Soit l'équation $ayy - bby + ffx = 0$ divisée par xx, en ce cas l'on aura $\frac{ayy - bby + ffx}{xx} = 0$, dont la differentielle est 0

$$= \frac{2axxydy - bbxxdy + ffxxdx - 2ayyxdx + 2bbyxdx - 2ffxxdx}{x^4}$$

$$= \frac{2axydy - bbxdy - 2ayydx + 2bbydx - ffxdx}{x^3},$$

ou $2axydy - bbxdy - 2ayydx + 2bbydx - ffxdx = 0$, qui est l'égalité H proposée, en restituant z et v au lieu de leurs valeurs dy et dx. D'où l'on voit encore que $ayy - bby + ffx = 0$ est sa génératrice cherchée.

Il est vray que l'égalité S de la pag. 9 donnant $2ahydy - bbhdy - 2atxdx + hffdx = 0$, et $t = \frac{ahyy -- bbhy + hffx}{axx}$, la substitution de cette valeur de t dans la précédente différentielle rendroit aussi l'égalité H. Mais il est à observer que de faire ainsy $t = \frac{ahyy - bbhy + hffx}{axx}$, c'est faire $t = 0$; puisqu'on vient de voir $ayy - bby + ffx = 0$. Par conséquent l'égalité S se changeant alors en celle-ci, ce ne seroit pas l'égalité S, mais $ayy - bby + ffx = 0$ qui rendroit l'égalité H proposée; donc l'égalité S n'est pas la génératrice de l'égalité H.

IX.

Leibniz an Varignon.

Hanover ce 27 Juillet 1705.

J'ay receu enfin le Journal du 13me d'Avril de cette année, qu'un Suedois m'a apporté, et j'ay vû que je n'avois pas besoin d'autre instruction, ny de beaucoup de discussion, pour examiner ce qui est contesté entre M. Saurin et M. Rolle. C'est pourquoy, pour satisfaire à vostre desir, et au sien, quoyque d'ailleurs je n'aime pas les con-

貴重書

testations, je vous envoye le papier cyjoint, esperant qu'il sera conforme à vostre intention. La mienne seroit que sans le publier on le communiquat à M. l'Abbé Bignon, et je luy écriray pour cet effect par la poste suivante, et vous adresseray la lettre sous cachet volant. Peutestre qu'elle le portera à terminer selon la justice une dispute scandaleuse du costé de celuy qui fait des objections les plus frivoles qui se puissent voir, en l'obligeant de reconnoistre qu'on a satisfait sur cet article. Je pense même à en écrire aussi à M. l'Abbé Gallois et à adresser la lettre pour luy à M. l'Abbé Bignon. Si cela ne servira de rien, il faut abandonner la pensée de faire rendre justice à M. Saurin et à nostre calcul par l'Academie, et nous tacherons de ramasser des jugemens des autres.

J'ecriray par la premiere au R. P. Lelong, ayant parlé à Mons. Mayer qui s'est chargé du supplement de son Catalogue Scripturaire par rapport à l'Allemagne.

J'ay reveu encor vostre demonstration sur la force centrifugue, et je crois que vous avés raison dans un point important qui est de prendre non pas LK dans vostre figure, mais son double Pl et de mener la droite MLP oblique au rayon, quoyque l'angle differe incomparablement du droit. Je vous expliqueray une autre fois quelle consequence considerable j'en tire. Cependant avec tout cela, apres avoir examiné la chose independamment de vostre demonstration par une voye assez simple, que je vous pourray communiquer quand il vous plaira, qu'il faut dire que la hauteur qui donne une force centrifuge égale à la pesanteur, est égale au demi-rayon de la circulation. Apres cela retournant à vostre demonstration, je ne puis trouver d'autre fondement de nostre difference que celuy que voicy. C'est que vous concevés Pl comme décrite d'un mouvement croissant continuellement, car vous dites, Monsieur, que Pl est à la ligne que cette force centrifuge considerée comme une pesanteur, feroit parcourir un mobile pendant le temps LQ, comme les quarrés des temps, c'est à dire comme LP qu. à LQ qu. Mais alors on ne doit point estimer la force centrifuge par cette ligne Pl, qu'elle fait parcourir, car cette force est icy..... commune celerité, mais les celerités ne sont point comme les hauteurs que les corps parcourent d'un mouvement uniformement acceleré. Mais en considerant Pl comme la mesure de la force, il faut concevoir que le mobile la parcourt

uniformement et alors l'analogie des lignes comme des quarrés ne sauroit avoir lieu.

Puisque vous voulés, Monsieur, que je recoive de Hollande ce que vous me destinés de l'Histoire de l'Academie, vous aurés la bonté de marquer à qui je me dois adresser pour cet effect, ou si vous voulés que je marque une personne en Hollande à qui on la doive faire tenir. En tout cas on y pourroit mettre un couvert qui s'adressât à moy, et puis l'envelopper d'un autre couvert, qui porteroit:

A Monsieur

Monsieur Gargan, Secretaire de Madame l'Electrice de Bronsvic, et faire porter ce paquet à Mons. de Botmar, Envoyé extraordinaire de la Maison de Bronsvic qui se trouve à la Haye.

Voicy encor de quoy je prends la liberté de vous supplier. On m'a dit que Mons. de la Hire a fait un instrument pour trouver les Eclipses, qu'on peut avoir en carton et en laiton. Je le desirerois dans l'une et dans l'autre matiere; mais je voudrois savoir combien cela cousteroit. M. Tschirnhaus m'a écrit de l'avoir vû. Et apprenant par un des derniers Journaux de Hollande, que M. de la Hire a donné depuis peu un nouveau niveau, je vous supplie, Monsieur, de me dire entre nous, si vous jugés que ce niveau est meilleur que les autres, et particulierement que celuy de Chapotot, dont le R. P. Lelong m'a envoyé la description.

Je vous supplie aussi de me faire part de temps en temps des nouvelles de ce qui passe dans l'Academie. Le Suedois venu de Paris, m'a dit que M. de l'Isle y a esté receu, et qu'on luy a donné l'intendance des cartes geographiques, c'est de quoy je serois bien aise. Je l'avois fait exhorter autres fois de nous donner des Cartes suivant la G e o g r a p h i a N u b i e n s i s qui est d'un auteur Arabe, mais traduite. Si vous en avés l'occasion, Monsieur, je vous supplie de le saluer de ma part, et de repeter ce conseil.

J'espere que M. des Billettes vivra encor; c'est une de mes plus anciennes connoissances. Travaillet-on encor à la description des arts mecaniques, où il s'employoit?

M. Tschirnhaus desire d'apprendre si M. Homberg a receu les lettres qu'il luy a écrites depuis son retour au sujet des verres brulans, n'ayant point receu de reponse.

貴重書

J'ay vû dans le Journal de Hollande qu'un habile Chymiste de l'Academie a tiré de l'argille paitrie avec de l'huyle de Lin et mise dans la retorte une matiere que l'aimant attire comme du fer. Je ne say si celuy qui a fait cette experience, sait qu'elle a esté aussi faite et publiée autres fois par un chymiste Allemand, nommé Becherus, qui n'en estoit pourtant pas l'inventeur. Elle se trouve dans son Supplementum Physicae subterraneae, qu'il publia dans le temps que j'avois deja fait connoissance avec luy. Il y a bien long temps de cela, car ce fut avant que je vins en France. Mais il n'a pas pû m'asseurer, que cette matiere estoit veritablement du fer, et qu'il en avoit tiré, quoyqu'il sembloit le dire, soit qu'effectivement il n'y en eut point, ou que la quantité en estoit trop petite pour estre tirée de la terre, où elle estoit engagée. Maintenant quel experience a esté faite à l'Academie, j'espere qu'on l'aura poussée à bout, et qu'on saura, s'il y a veritablement du fer ou non. Car l'on sait d'ailleurs qu'encor les huiles et autres matieres ont quelque chose de magnetique. Je suis curieux de la production artificielle des metaux; comme aussi de la production artificielle des mercures tirés des metaux que M. Homberg nous promet, et qui par là tirera Mercurios corporum du nombre des non-Entia Chymica, où bien des gens les ont mis jusqu'icy. J'ay connu des chymistes habiles qui m'ont asseuré d'en avoir fait par hazard, mais de n'avoir pû les faire exprés. Mais il y pouvoit avoir de l'erreur dans l'experience, ou peutestre que leur drogues en contenoient, de sorte qu'il importe d'eclaircir le public là dessus. Et quand il n'y auroit aucune des utilités que les Chymistes se promettent de ces mercures et particulierement de celuy de l'antimoine, ces experiences ne laisseroient pas d'estre luciferae, quand elles ne seroient point luciferae. Mais je ne scay comment je me suis enfoncé icy dans la Chymie, où je me plaisois assez dans ma jeunesse. J'espere que M. Homberg nous en donnera quelque systeme provisionnel. Madame, Epouse du Frere du Roy, avoit mandé à Madame l'Electrice de Bronsvic, sa Tante, que M. le Duc d'Orleans, son fils, se plaisoit fort aux experiences de M. Homberg. Une telle assistance peut contribuer beaucoup aux avancemens des sciences. Ayant lû dans le Journal de Hollande que M. Homberg a preferé la place qu'il a dans l'Academie, à celle du Medecin de ce grand Prince, j'espere qu'il l'aura fait avec son

approbation, car autrement M. l'Abbé Bignon n'en auroit point parlé publiquement.

M. Butterfield qui a fait beaucoup d'experiences sur l'aimant, en at-il publié quelque chose?

On a publié depuis long temps chez Cusson, et puis chez quelques autres imprimeurs ou libraires, quantité de petits traités qui avoient du rapport aux sciences physiques et Mathematiques. J'en ay peu, et je voudrois en avoir beaucoup. Si un ami en pouvoit faire un recueil pour moy, je mettrois ordre au payement, et je luy en aurois bien de l'obligation. J'ay oublié dire que j'ay appris autres fois que M. de l'Isle a fait des remarques sur la Notitia familiarum Galliae de M. Imhof; il seroit bon qu'il les donnat ou du moins qu'il les envoyat en Allemagne. etc.

X.

Varignon an Leibniz.

A Paris ce 9. Octob. 1705.

Votre lettre du 26. Juillet dernier me fut rendue sur la fin du même mois. Je fus aussi tost porter à M. l'Abbé Bignon celle que vous m'adressiez pour lui, avec celle que son paquet contenoit aussi pour M. l'Abbé Galloys. M. l'Abbé Bignon lut la sienne sur le champ, et il me dist qu'il ne manqueroit pas de vous faire réponse, et qu'en attendant j'eusse à vous asseurer qu'il avait desja donné des ordres pour terminer la dispute d'entre M. Saurin et M. Rolle; que pour Juges avec luy, il avait nommé M. Cassini, M. de la Hire, M. l'Abbé Galloys et M. de Fontenelle, qui est le seul de ceux qui sont pour les infiniment petits, qui n'ait pas été récusé. Pour nous, nous n'avons récusé personne, non pas même M. l'Abbé Galloys, tout ennemi déclaré qu'il est de ce calcul, ny M. de la Hire, quelque livré qu'il soit à M. l'Abbé Galloys: M. Saurin a seulement demandé que le jugement de chacun de ces Mrs. fust rendu public, pour retenir les ennemis du calcul par la crainte d'exposer leur réputation. Apres plusieurs seances ils ont enfin donné chacun leur jugement par ecrit à M. l'Abbé Bignon, sur la solution que M. Saurin à donnée de l'exemple A qui fait le

貴重書

sujet du Journal du 13. Avril dernier: nous ne scavons encore quand M. l'Abbé Bignon declarera ces jugemens; dès que je les scauray, je vous en feray part.

Pour vôtre lettre à M. l'Abbé Galloys, elle a pensé tout gâter: on a répandu par le monde que vous y conveniez vous même que vôtre calcul n'était pas démontré. C'est ainsy qu'on a abusé du souhait que vous sembliez faire qu'il le fust à la maniere des Anciens, et qu'on a supprimé ce que vous disiez sur la fin pour le démontrer d'une maniere que vous disiez équivalente à celle-là. Dès que je vis cette lettre, je previs l'abus qu'on en pouvait faire; mais je n'osay la supprimer.

Voici aussi un Ecrit que m'a donné pour vous M. Geofroy (un de nos chimistes associés) par raport à ce que vous m'avez écrit sur la composition du fer avec l'huile de lin et l'argille.

M. Homberg n'a encore rien donné sur la maniere de tirer le mercure des metaux.

M. Buterfield n'a rien donné non plus de ses expériences sur l'aimant, qui sont en grand nombre, et dont plusieurs sont tres curieuses.

Le niveau de M. de la Hire n'est point encore public: il m'a paru par la description qu'il en a lue à l'Academie, que ce n'était que le niveau ordinaire renversé: au lieu qu'on suspend l'autre, il met le sien en équilibre sur un pivot où il l'arrête en suite.

Je ne scais rien de nouveau sur la Physique et les Mathématiques hors nos Memoires et les Journaux. Venons presentement à la difficulté que vous me faites l'honneur de me faire sur ma comparaison des forces centrales avec la pesanteur.

I. J'augure bien, Monsieur, de ce que vous aprouvez la manière dont je trouve Pl double de LK dans les art. 13 et 14 (fig. 20. 21) de ma lettre du 6. Decemb. 1704. Et par conséquent aussi $Bl = \frac{Ll \times Ll}{LR}$ dans l'art. 15 de la même lettre (je l'appelleray dans la suite lettre premiere). Cela seul substitué dans les raisonnemens que M. Newton Phil. nat. princ. Math. Schol. prop. 4. pag. 42, M. le Marquis de Hôpital Mem. de l'Acad. de 1700 pag. 11, et M. Hugens Opusc. de vi centrifuga prop. 5. pag. 413 font pour prouver que la hauteur d'où un corps tombant acquieroit une vitesse qui continuée en cercle, luy donneroit une force centrifuge égale à la pesanteur, doit être égale

au demi-rayon de la circulation, prouve au contraire que cette hauteur ne doit être que le quart de ce rayon, M. Newton et M. le Marquis de l'Hôpital supposant (fig. 20. 21) $Pl = LK$, et M. Hugens (fig. 22) supposant de même $Bl = \frac{LB \times LB}{BN} = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$. Aussi avez vous vu dans l'art. 17 de ma let. 1, que le raisonnement luy même de M. Hugens donne ce que je prétend, sans y faire d'autre changement que d'y substituer $Bl = \frac{BL \times BL}{\frac{1}{2}BN} = \frac{Ll \times Ll}{LR}$ au lieu de $Bl = \frac{BL \times BL}{BN} = \frac{Ll \times Ll}{2LR}$. D'où vous voyez qu'en m'accordant (comme vous faites) que j'ay eu raison de prendre Pl double de LK, c'est m'accorder ce que je prétend contre ces Auteurs, supposé la validité de leurs raisonnemens dans le reste.

II. Mais parcequ'ils considerent ainsy que moi, la force centrifuge comme une espece de pesanteur ou de force constante, qui continuellement appliquée feroit parcourir des espaces comme les quarrés des tems, il est de leur justification comme de la mienne de satisfaire à la difficulté que vous me faites l'honneur de me faire sur cela.

III. Vous dites que je concois Pl comme décrite d'un mouvement croissant continuellement. Cela est vray, et c'est une suite de l'uniformité de la force centrifuge qui toujours appliquée au corps qu'elle tire de cette quantité, la luy doit faire ainsy parcourir pendant l'instant qu'elle lui fait décrire l'arc Ll au lieu de la portion LP de la tangente LQ qu'il décriroit sans cette force. Ainsy la conséquence que vous dites que je tire, est juste: scavoir que Pl est à la ligne que cette force centrifuge, considérée comme une pesanteur, feroit parcourir au mobile pendant le tems LQ, comme les quarrés des tems, c'est à dire, comme $\overline{LP}^2$ est à $\overline{LQ}^2$. C'est aussi pour le prouver que M. Newton (Schol. prop. 4 pag. 42) dit que Corpus omne vi eadem in eandem plagam continuata, describit spatia in duplicata ratione temporum.

IV. Mais alors, dites vous, on ne doit point estimer la force centrifuge par cette ligne Pl, qu'elle fait parcourir. Cela est vray, excepté dans le cas des Pl décrites en

貴重書

tems égaux: il est, dis je, vray que Pl seule, ny comparée à d'autres décrites dans des tems differens, ne prouve rien pour la quantité de la force centrifuge; differentes forces centrifuges pouvant faire décrire les mêmes Pl en des tems différens. Mais il n'en va pas de même des Pl contemporaines ou simultanées, c'est à dire, décrites par un même corps dans des instans égaux: car ces petites lignes étant comme les sommes de vitesses avec lesquelles elles ont été parcourues; et ces sommes de vitesses, faites de part et d'autre d'un égal nombre d'accroissemens égaux (de chaque part) au premier par lequel chaque force centrifuge a commencé, étant aussi entr'-elles comme les vitesses initiales contemporaines ou simultanées, lesquelles dans un même corps sont pareillement comme les forces qui les produisent, les effets étant toûjours comme leurs causes; c'est une suite nécessaire que les Pl contemporaines soient aussi toûjours entr'-elles comme les forces centrifuges qui les font parcourir à un même corps ou à des corps égaux dans des instans égaux.

V. C'est sur ce principe que M. Hugens, M. Newton et M. le Marquis de l'Hôpital ont bati tout ce qu'ils ont dit des forces centrifuges, et prenant par tout la force centrifuge du mobile à sa pesanteur, en raison de Pl à ce que cette pesanteur feroit parcourir d'espace à ce corps dans un premier instant (de la chutte) égal à celui que la force centrifuge a employé à luy faire parcourir Pl. Mais comme ils ont pris juste cette première portion de hauteur, contemporaine à Pl, et qu'ils ont pris au contraire Pl trop petite de la moytié; il suit necessairement que la force centrifuge qu'ils ont trouvée, n'est que la moytié de la véritable qui est effectivement à la pesanteur du mobile, comme Pl est à cette première portion de hauteur. Aussi au lieu de conclure $f = \frac{4ph}{r}$ comme j'ay fait dans les art. 7 et 8 de ma let. 1. et comme on le va voir encore démontré d'une autre manière dans l'art. 8 de cette lettre-ci, en appelant f cette force centrifuge, p la pesanteur du mobile en question, r le rayon de la circulation, et h la hauteur d'où la vitesse de la circulation s'acquieroit en vertu de la seule pesanteur; ils ont seulement conclu $f = \frac{2ph}{r}$, ou son équivalent. De sorte que dans le cas de $f = p$, ils ont seulement trouvé cette hauteur $h = \frac{r}{2}$, au lieu de $h = \frac{r}{4}$ qu'ils devoient trouver en prenant

(comme j'ay fait dans les fig. 20. 21 de ma let. 1.) $Pl = 2LK$ et non pas $Pl = LK$, ainsy qu'ils ont fait. C'est là l'unique source de leur méprise; car ils ont raisonné juste dans tout le reste.

VI. Le raisonnement par lequel je viens de prouver (art. 4) sur les fig. 18. 19 de ma let. 1. que les forces centrifuges vers C sont comme les Pl qu'elles font parcourir à un même corps ou à des corps égaux dans des instans égaux, prouvant également pour touttes les forces constantes, telles qu'est la pesanteur dans l'hypothese de Galilée, et pour tous les espaces qu'elles font parcourir à des corps égaux dans des tems égaux quelconques; c'est aussi sur ce principe qu'apres avoir trouvé (art. 3 et 4 de ma let. 1.) HL et $\frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2}$ pour les espaces que la pesanteur (p) et la force centrifuge (f) du mobile en question, luy feroient parcourir dans les tems égaux à LQ ou à 2 HL, j'ay conclu (let. 1. art. 5) que $f . p :: \frac{\overline{LQ}^2 \times Pl}{\overline{LP}^2} . HL$. (à cause de $LQ = 2HL$ et de $LP = Ll$) $:: \frac{4\overline{HL}^2 \times Pl}{\overline{Ll}^2} . HL$. Ce qui m'a donné $f = \frac{4p \times HL \times Pl}{Ll \times Ll}$ (en prenant h pour HL) $= \frac{4ph \times Pl}{Ll \times Ll}$ pour la Regle générale de comparaison entre les forces centrales et les pesanteurs des corps.

VII. Voici encore la même chose d'une autre maniere, en ne comparant entr'-eux que des espaces infiniment petits parcourus par un même corps ou par des corps égaux dans des instans égaux. Pour cela, touttes choses demeurant les mêmes que dans ma let. 1. art. 2 et 3, si l'on prend (fig. 24) $H\lambda$ pour ce que le corps tombant de H, parcôuroit de la hauteur HL en vertu de sa seule pesanteur dans l'instant que sa force centrale lui fait faire Pl parallele à sa direction LC, et infiniment près d'elle; il est manifeste que cette force centrale (f) se trouvera pour lors être à la pesanteur (p) de ce corps $:: Pl . H\lambda$, soit qu'on prenne ces longueurs Pl, $H\lambda$, comme parcourues chacune d'un mouvement uniforme, ou (art. 4) d'un mouvement uniformément accéléré: il suffit qu'elles le soient touttes deux de l'une ou de l'autre de ces deux manières dans instans égaux. Mais ce tems par Pl, ou par $H\lambda$, étant (let. 1. art. 3) à celui de la chutte de H en $L :: LP$ (Ll). LQ (2HL), l'on aura de plus $H\lambda : HL :: Ll \times Ll . 4HL \times HL$, ou $H\lambda$