



X.

Leibniz an Wallis.

Multa me dudum responsurum impediere: Itinera quaedam, tum occupatiunculae, spes etiam reperiendi delineationes quasdam antiquarum mearum Epistolarum, sed quae hactenus irrita fuit, quod non licuerit per magis necessarias occupationes excutere schedarum Chaos. Nunc, praesertim anno ad finem decurrente, diutius differendum non putavi, et rumpendas potius moras responsione qualicunque, quam trahendas, quando ex asse satisfacere non datur.

Verissimum est, quod ais, utile esse ex Epistolis quas edere paras progressum videre quem paulatim fecimus in scientia, neque enim Methodi uno momento totae nascuntur. Id apparet multo clarius, si quae alia et tunc et postea scripsi ad amicos, simul edi possent, mihi que vacaret ex iis colligere, recognoscere et in ordinem redigere quae huc facerent. Interea contenti simus hoc Catone; et ego quidem tantum tribuo et iudicio Tuo et benevolentiae, ut rem totam arbitrio Tuo committam.

Is qui in Cartesii Methodo resolvendi Aequationem Biquadraticam ope Cubicae errorem deprehendisse sibi videbatur, fuit Prestetus, cujus *Elementa Matheseos Universalis*, ut vocabat, initio sine nomine auctoris edita, a Te, ni fallor, et aliis Malebranchio tributa fuerunt, qui patronus fuerit juvenis, eumque animarat ad haec studia atque etiam provexerat. Secundae Editioni nomen suum praescripsit Prestetus, sed ut mihi videtur magnum operae pretium non fecit. Cum autem Lutetiae Parisiorum agerem, ipse mihi attulit schedam, qua in Regula illa Cartesii aliquid nequicquam reprehendebat. Suadebam ut aggredere non exhausta, neque actum ageret; quam multa enim sunt, in quibus cum maximo fructu exerceri posset industria analyticorum? Sed surdo fabulam narrabam. Diu vero est, quod eum obiisse intellexi, de quo doleo; cum enim esset in calculo exercitatus, poterat elaborare in iis quae assiduitatem postulant.

Primus inventor reductionis Aequationum Biquadraticarum ad Quadraticas fuit Ludovicus Ferrarius, Cardani discipulus, juvenis egregius, qui praematura morte decessit. Eum saepe laudat

Cardanus. Vieta postea eandem rem tradidit, et mox Cartesius. Bombellus vero Ferrarii inventum (non multum post ejus obitum) descripsit.

Diu est quod ipse quoque judicavi $\sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}} = z$ esse quantitatem realem, etsi speciem habeat imaginariae, ob virtutem nimirum imaginariae destructionem, perinde ac in destructione actuali $a + b\sqrt{-1} + a - b\sqrt{-1} = 2a$. Hinc si ex $\sqrt[3]{a \pm b\sqrt{-1}}$ extrahamus radicem ope seriei infinitae ad inveniendum valorem ipsius z serie tali expressum, efficere possumus, ut reapse evanescat imaginaria quantitas. Atque ita etiam in casu imaginario regulis Cardanicis cum fructu utimur, ut alias vias taceam.

In eo vero quod addis, non mirum esse quod $\sqrt{-bb}$ seu $b\sqrt{-1}$ sit quantitas imaginaria et impossibilis, cum ipsum quadratum hujus imaginariae seu ipsum $-bb$, quadratum negativum, imaginaria sit quantitas, nonnihil reperi difficultatis. Certe enim $aa - bb$ est quantitas realis, cum tamen $a - b\sqrt{-1}$ sit quantitas impossibilis: oportet ergo in radice situm esse fundamentum impossibilitatis, quod in ipso quadrato non est.

Methodus Tangentium Slusiana fuit, ni fallor, aliquando inserta Transactionibus Philosophicis vestris ab optimo Oldenburgio editis. Non multum differt a Fermatiana aut Tua. Regulam aliquam continebat aptam illis, qui cum fundamenta non intelligant ex praescripto agere coguntur. Ita plerique utuntur regulis Cardanicis aut Ludovici Ferrarii, quas Cartesius suas fecit pro resolvendis Cubicis aut Biquadraticis aequationibus, etsi minime intelligant originem regularum, nec, si ex memoria sint deletae, aut libri non sint ad manus, per se recuperare eas possint. Ego multis olim modis et in Cardani et in Ferrarii regulas incidi. Vidi etiam Harriotum singulari plane ratione ad Cardanicas pervenisse. Sed nulla earum viarum, quas alii quod sciam usurparunt, apta est progressuro ad Aequationes altiores. Cartesius subindicat alieni in sua Geometria, pari ratione etiam aequationes sexti gradus posse reduci ad surdesolidas, qua quarti ad Cubicas. Sed ve reor ut ipse hoc potuerit praestare. Certe cum doctus quidam juvenis Bremensis cui Docemio nomen, rationem sexti gradus ad quintum revocandi ab ipso postulasset, respondit ei Cartesius viamque praescripsit; sed meo iudicio tam perplexam et obscuram



(Apographum enim Epistolae ad me pervenit) ut nihil inde possit elici. Quae res dubitationem meam auxit, utrum scilicet haec potuerit Cartesius: reapse enim fieri posse non nego.

Quod Calculum differentialem attinet, fateor multa ei esse communia cum iis quae et Tibi, et Fermatio aliisque, imo jam ipsi Archimedi erant explorata; fortasse tamen res multo longius nunc provecta est, ut jam effici possint, quae antea etiam summis Geometris clausa videbantur, Hugenio ipso id agnoscente. Perinde fere se res habet ac in Calculo Analytico ad lineas Conicas alioresve applicato: quis non videt Apollonium et veteres alios habuisse Theoremata quae materiam praebent aequationibus, quibus Cartesius postea lineas designare voluit? Interim methodo Cartesii res ad calculum reducta est, ut jam commode ac nullo negotio fiant, quae antea multo meditationis et imaginationis labore indigebant. Eodem modo Calculo nostro differentiali etiam Transcendentia Analyticis operationibus subiiciuntur, quae inde antea excluserat ipse Cartesius.

Putem praestare, ut Elementa vel differentia momentanea considerentur velut quantitates more meo, quam ut pro nihilis habeantur. Nam et ipsae rursus suas habent differentias, et possunt etiam per lineas assignabiles proportionales repraesentari. Triangulum illud inassignabile, quod ego characteristicum vocare soleo, triangulo assignabili simile agnoscere tecum, et tamen pro nihilo habere, in quo retineatur species trianguli abstracta a magnitudine, ita ut sit datae figurae, nullius vero magnitudinis, nescio an intelligi possit, certe obscuritatem non necessariam inducere videtur. Figuram sine magnitudine quis agnoscat? Nec video quomodo hinc auferri possit magnitudo, cum dato tali Triangulo intelligi queat aliud simile adhuc minus, si scilicet in linea alia simili omnia proportionaliter fieri intelligantur. Finge duos circulos concentricos in eodem plano, et continue simul bisehari sectores eorum iisdem radiis productis comprehensos, nonne chordae etiam inassignabiles rationem radiorum servabunt, atque etiam inter evanescentium erunt inaequales, quemadmodum et inaequalia erunt segmenta similia inassignabilia duorum sectorum quae simul inter evanescentium orientur? Haec ergo segmenta, quae tamen triangulis characteristicis inassignabilibus infinites minora sunt, magnitudine tamen non carebunt; quanto minus ipsa haec triangula?

Interdum abusive dicimus Ordinatas etiam posse esse ad

Axem obliquas, cum proprie magis Axis dicatur recta, ad quem sunt normales; ideo cum accuratius loqui volo, pro Axe voco Directricem, quo vocabulo si bene memini utebatur Johannes de Wit in Conicis suis Elementis. Libenter enim vocabula apta etiam ab aliis proposita usurpo. Possunt autem pro directrice sumi rectae quaecunque, cum diametros per centrum (vel verum vel fictum infinite distans, quando scilicet parallelae sunt) transire oporteat. Rectam autem indefinitam, quae ad principium abscissarum angulum facit eundem cum directrice quem faciunt ordinatim applicatae, vocare soleo *condirectricem*, ad quam novae et propriae ordinatim applicatae sunt ipsae abscissae aequales et parallelae; unde eas voco *coordinatas*, nempe ordinatas ad *condirectricem*. Eamque nomenclaturam meam commoditatis causa nonnulli Viri in his studiis egregii jam frequentare coepere: commoditatis, inquam, causa, nam ad summam rei parum refert, quo quodque nomine appellemus.

Quod ais Tibi non opus esse infinite parvo in se ducto, vide ne ex oblivione quadam proficiscatur: annon enim elementa curvae representanda sunt per $\sqrt{dx dx + dy dy}$, posito rectam dx esse elementum abscissae x , et rectam dy elementum ordinatae y ? Quin observo in his novam quandam legem Homogeneorum pro calculo infinitesimali: nam quadratum differentiae seu elementi primi gradus homogeneum est rectangulo facto ex recta communi ducta in differentiam secundi gradus, seu $dx dx$ homogeneum est ipsi $ad dx$. Cum fieri possit, ut elementum primi gradus sit proportione medium inter rectam communem et differentiam differentiarum, tantum abest ut haec pro nihilis sint habenda. Et habent usum illa secundi gradus elementa cum alias, tum pro lineis osculantibus commode inveniendis, uti elementa primi gradus tangentibus inserviunt.

Haec ad Literas Tuas moneo, magis ne nihil dicam, quam ut putem aliquid hoc loco a me afferri, quod Te animum intendentem fugere possit. Poterunt tamen haec monita nostra mutua fortasse aliis prodesse, quando Tu quidem ea publice legi operae pretium putas. Cui assentior, magis ne Tua pereant, quam quod mea tanti videantur.

Antequam liniam, patere ut meas exhortationes resumam, ne scilicet admirandam Tuam artem cryptolyticam perire patiaris. Scio praecipis comprehendi non posse aut satis generalibus, aut



satis determinatis. At huic defectui succurrerent exempla, si ascripta illis semper essent ipsa ratiocinationis Tuae vestigia. Patere Te quaeso exorari, et tantum beneficium da posteritati. Cum vero in eam rem sumtu et amanuensibus aptis opus sit, putem facile rationem inire posse, modo de Tua voluntate decretorie constet; quam ego mox discere valde optem non meo (ut facile iudices) sed generis humani bono, in re ad gloriam Tuam maxime pertinente.

Quod superest, Calendis Januariis instantibus Deum quaeso, ut Tibi multos adhuc annos valenti et vigenti largiatur, Teque etiam proximi seculi non breve ornamentum esse sinat etc.

Dabam Hannoverae, 29 Dec. 1698.

XI.

Wallis an Leibniz.

Oxonii Jan. 16. 1698/9.

Literas tuas gratissimas, Hannoverae datas Dec. 29, 1698, accepi hodie. Et quidem opportune, quum reliquae, quas de Tuis habeo, fere omnes jam sunt impressae, quas haec sequetur. Atque mihi gratulor, quod mea tibi non displiceat illarum editio.

Quod multo clarius paterent tuae Methodi, si, quas da alios etiam scripseris amicos, simul ederentur, ego juxta tecum sentio. Et quidem optarim ut tibi vacaret illas recolligere et in ordinem redigere, atque rem totam ordine exponere. Cum vero id nondum contigerit, hoc ego solum potui, ut, quae ad manus meas pervenerint, non perirent.

Quod de Presteto mones, ego tecum sentio; nec est quod addam (ea de re) eis quae ante dixi, dum nesciverim quis esset quem tu insinuabas.

Quod addis de Ludovico Ferrario (ut qui primus invenerit Aequationis Biquadraticae in duas Quadraticas Resolutionem. Bombellio prior), ego ante nesciebam; nec scio numquid ab eo scriptum extet.

De Cardanicis Radicibus Aequationis Cubicae, quod tu sug-

geris (nempe, quod sub Notatione quasi-Imaginaria latet Realis Quantitas), omnino verum existimo. De quo ante dixi.

Quod $-bb$ quantitatem dixi Imaginariam, id intellige, quo sensu omnis Negativa Quantitas est (stricto sensu) Imaginaria, quippe quod non possit quicquam existere quod sit Minus quam Nihil. Sed $b\sqrt{-1}$ est duplici nomine Imaginarium, quasi in secundo gradu remotum: est utique $\sqrt{-1}$ media proportionalis inter $+1$ et -1 , ut est $\sqrt{+1}$ media proportionalis inter $+1$ et $+1$, vel inter -1 et -1 .

At inquis, $aa-bb$ est quantitas realis. Omnino quidem, dummodo aa sit plus quam bb . Sin illud, quam hoc, minus sit, erit $aa-bb$ Minus quam Nihil.

Slusianam Methodum pro Tangentibus, siquando viderim in Oldenburgii Transactionibus, oblitus sum. Nec magni interest, cum hujus aliorumque Methodos reapse convenire putaverim, sed sub diverso modo loquendi.

Quod tu mones de illis qui ex praescripto agunt, Regularum fundamenta nescientes, omnino verum est. Atque hinc est quod ipsi Methodorum Aequipollentiam non animadvertant, quae (sub variis loquendi formulis) reapse conveniunt.

Quod Aequationes Sexti gradus (quod censuit Cartesius) sint Reducibiles ad Quintum (sed et Aequationes gradus Octavi, Noni et Decimi, reducibiles ad Septimum), ego non negaverim. Sed nescio an quisquam id laboris hactenus in se susceperit, ut Reductionis Methodum universalem indicaverit. Dissolutionem compositarum Aequationum in Simpliciores innuit Huddenus, et (ante eum) Harriotus. Sed methodum Universalem de omnibus sic reducendis (ut sunt Biquadraticae ope Cubicae) nescio an quis aggressus sit. Et forte, siquando id fiat, tantis implicationibus id erit impeditum, ut vix foret operae pretium persequi. Nolim tamen quemquam inde deterere, siquis aggredi velit.

Quod tuus Calculus Differentialis multa habet cum aliorum sensus communia, etiam ipsius Archimedis, tu (pro candore tuo) libere proferis: non tamen est inde minus aestimandus. Nam multa sunt, quorum prima fundamenta fuerint Veteribus non ignota, ita tamen intricata et difficultatis plena, ut sint ea (nostra aetate) reddita multo dilucidiora et usibus aptiora (ut, ne plura nominem, Indorum Algorithmus per Figuras Numerarias, et Nuperorum Calculus Analyticus seu Arithmetica Speciosa; item Conicarum Sectio-



num Exemptio e Cono in Planum; aliaque plurima quae praesens aetas Veterum inventis superaddidit). Adeoque, ut nollem Veteres sua laude fraudare (quorum Fundamentis nos plura superstruximus), ita nec Modernos sufflaminare velim ne porro procedant, sed incitare potius, et Te prae caeteris.

Quod dixi de retenta Specie Trianguli abstracta a Magnitudine, non id intellectum velim, quasi Triangulum vellem quod Magnitudinem non habeat, sed quod considerari possit Species seu Forma Trianguli abstracta a Magnitudine, hoc est, non considerata magnitudine (ut puta si dixerō Triangulum Aequilaterum, non interim dicto, quam Magnum sit), quippe hoc est Abstrahere. Si vero non placeat, ut dicatur Species Trianguli, dicas licet Gradum Inclinationis seu Declivitatis curvae in puncto Contactus, vel Angulum quem cum Ordinata facit recta Contingens, quippe hoc est quod quaeritur.

Dum suspicaris, insinuasse me, mihi non opus esse Factum ex infinite-parvo in se ducto, vel in aliud infinite-parvum (puta $d_x d_x$ vel $d_y d_y$), omnino non assequeris mentem meam, quippe ego plane contrarium insinuabam (non, quod hoc Multipulum mihi non sit opus, sed hujus Neglectum mihi non opus esse.) Nimirum, cum Factum ex $x + d_x$ in $y + d_y$ sit $xy + yd_x + xd_y + d_x d_y$, hujus loco tum Tu, tum D. Hospitalius (Artic. 5) assumitis (si ego vos recte intelligo) $xy + yd_x + xd_y$, neglecto $d_x d_y$, quasi hoc sit pro Nihilo habendum, eo quod factum sit ex infinite-parvo in infinite-parvum ducto, adeoque Heterogeneum (quod quasi Postulatum videmini passim adhibere). Dixeram ego, hoc Postulato mihi non opus esse (nempe, quod Factum ex infinite-parvo in infinite-parvum ducto habendum sit pro Nihilo), quod, dixi, non nisi caute admittendum esse. Admitti tuto potest (ob rationem a me ante dictam) in Contactu Curvae cum Recta (quod Vos facitis), sed non ita semper in mutuis Curvarum inter se Contactibus. Hujusque loco mihi sufficere dixi, quod Nihili quodvis Multipulum sit adhuc Nihil (quod mihi videbatur simplicius.) Nam Diametri seu Directricis segmentum VD (inter Trianguli Basin et Ordinam Figuram interjectum) quod vos vocatis x aut y, ego voco a: adeoque, quo casu puncta V, D coincidunt (quod fit in Tactu), illud a nihil est (propter nihil interjectum) adeoque ipsius a quodvis Multipulum est item Nihil seu Evanescens. Quaeque inter evanesendum (ut tu vere loqueris) manent

inaequalia (et quidem in eadem ratione inaequalia), ea, quum prorsus evanuerint, sunt pariter Nihil (quod, si processum meum rite perpendas, non potes non videre). Sin tu malis hanc punctorum V, D coincidentiam dicere distantiam infinite-parvam, per me licet.

Quum dixi Te Axem (sensu laxiore) dicere, quo sensu dici solet Diameter, id Notabam quidem (ut quod tu intellectum velles), non Reprehendebam. Nam perinde mihi est, sive Axem, sive Diametrum, sive Directricem voces. Dum enim de Sensu convenit, nolim ego tecum de Nomine litigare.

Quod tu de Interpolandi Methodo antehac aliquoties monuisti, nimirum quod multum adhuc in recessu habeat, omnino verum est. Vis ut ego rem illam fusius prosequar; sed illud aggredi hac aetate, mihi non vacat. Fontem tamen aperiam, unde alii pro libitu suos deducant rivulos satis copiosos.

Plurimae sunt (quod notum est) Regularium Progressionum Formulae (quas Medietates vocabant olim Jordanus Brunus alique), inter quas sunt Progressio (quae dicitur) Arithmetica, Geometrica, Harmonica, sed et (quae mihi dicuntur) Series Secundanorum, Tertianorum, Subsecundanorum, Subtertianorum etc., item Numerorum Triangularium, Pyramidalium etc. aliaque plurimae. Et quidem plures excogitantur in dies.

Quarum omnium (si Progressionem Aequalium excipias) Series Primanorum seu Arithmetice-proportionalium est Simplicissima et quasi Norma reliquarum, ut 0, 1, 2, 3, 4 etc., ad quam exigendae sunt reliquae, pro suo cuiusque Characterem.

Verbi gratia, Series Numerorum Triangularium, ut 0, 1, 3, 6, 10 etc., cujus ego Characterem facio $\frac{l^2+1}{2}$ (Ar. Infin. prop. 171, 172). Hanc ego si Interpolare velim, suppono sic interpolatam (unis aut pluribus interpositis) Seriem illam Primanorum, puta 0, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3 etc. aut 0, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, 1, $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}$, 2, $2\frac{1}{3}$, $2\frac{2}{3}$, 3 etc. Deinde, in Triangularium serie, expono 1 per singulos sic interpositos terminos, habeoque interpolatam seriem Numerorum Triangularium, puta 0, $\frac{1}{3}$, 1, $1\frac{1}{3}$, 3, $4\frac{1}{3}$, 6 etc. (qui fiunt ex Continua Additione Arithmetice-proportionalium $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ etc. ut sunt ipsi 1, 3, 6, 10 etc. hoc est 1+2+3+4 etc.: sicut series quam dico Hypergeometricam 1, 2, 6, 24, 120 etc. ex continua Multiplicatione Arithmetice-proportionalium 1x2x3x4x5 etc.). Atque ad eandem formam interpolandae sunt aliae Series



pro suo cujusque Characterē (ut videre est ad Ar. Infin. pr. 184), ita tamen ut nonnunquam singuli interponendi termini exeant in seriem infinitam (aut aliam forte posthac excogitandam formam designandi quantitates perplexas, surdas, aut intricatas) praesertim in Radicum Extractionibus cujuscunque generis, aliisve id genus operationibus Resolutivis.

Ubi vero de pluribus hujusmodi seriebus separatim interpolandis constat, possunt harum duae pluresve inter se componi seu commiseri Addendo, Subtrahendo, Multiplicando, Dividendo, Radices extrahendo, aliisve modis, ut nunquam sit desitura materia volentibus hanc Artem ampliari.

Hujus ego plura exhibui specimina, Addendo et Subtrahendo Ar. Infin. prop. 108, 111, 114, 117 et seqq., item prop. 155, 158, 159 et seqq., Multiplicando item et Dividendo prop. 58, 59, 71 et seqq. item prop. 85, 88, 101 et seqq. et speciatim prop. 166, 167 et seqq.

Hanc Artem adhibuisse Newtonum, non dubito, sed quam reticet, contentus plurima exhibuisse specimina, ex seriebus sic compositis deprompta, donec harum rerum (quod ait) pertaes desistit, patentem campum permittens aliis, si quis (otio abundans) eo se exercere velit.

Sed diserte notat, se neglectis saepe Figurarum formis (quibus res haecce non est coercenda) series Abstractas considerasse. Quod et tu aliquando mones, Methodos tuas ampliores esse, quam ut solis Quadraturis accommodentur.

Atque hoc est quod mihi potissimum propositum videas per totam meam Arithmeticae Infinitorum, nempe ut Speculationes Geometricas, Abstracte consideratas, reducerem ad speculationem pure Arithmeticae seu potius Logisticae (prout Arithmeticae et Logisticae distinguebant Veteres, illam ad Numerorum Integrorum considerationem accommodando, hanc item ad Fractionum et quarumcunque Rationum seu λόγων considerationem) adeoque Figurarum Quadraturas (et quae sunt hujusmodi) recenseo ut Casus particulares, sub Generalibus et Abstractis Seriebus comprehensos.

De Cryptolyticis (quod porro mones) dicendum: non omnes sunt huic negotio pares, aut discendi capaces (poscit haec res peculiare quoddam ingenii acumen). Qui pares sunt (expertus loquor) ubi quanti laboris res ea sit animadvertunt, molestiam de-

clinant, et molliora malunt studia prosequi. Unum tamen aut alterum docturus sum, quibus sit res ea Methodis aggredienda (si saltem Methodus dicenda sit Vaga Venatio) monstrando, quibus ego passibus indagando soleo procedere (quod ipse pro Sagacitate sua imitetur) nec tamen eisdem semper, nam pro Vario Ferarum genere, variando est Venatio.

Haec raptim scripsi, quo tuis utcumque respondeam Literis, ne officio in te deessem meo. Tu vale tuoque faveas etc.

P. S. *) Monendum hic duxi (ex Philosophicis Transactionibus pro Mense Octobri 1697 desumptum) in Algebrae meae Cap. 109 irrepsisse Numeros quosdam vitiosos, qui quamvis summam Demonstrationis non evertant, sunt tamen rectificandi. Propositum est, Datum Cubum (cujus latus ponatur = 1) ita perforare, ut Cubus alter, ipsi aequalis, per foramen transeat. Quod cum pluribus modis fieri possit, hunc selegi. Intelligatur Cubus perforandus Sphaerae inscriptus, cujus itaque Diameter seu Axis erit (aequalis Diagonio Cubi) = $\sqrt{3}$. Cujus Polos occupent Cubi Angulus A, et huic oppositus latens. Reliquique sex Anguli B, C, D, E, F, G, in planum per Centrum (Axi ad Angulos rectos) projiciantur, non quod illi omnes sint in eodem plano, sed B, D, F sunt in plano superiori quod ab A (polo proximo) distat Axis triente; reliquique C, E, G in plano huic parallelo quod tantundem distat ab opposito polo latente. Sed omnes hi Anguli, demissis in planum illud per centrum perpendicularibus projecti, formabunt in illo hexagonum regulare BCDEFG. Cui si intelligatur Circulus circumscriptus, non erit ille Circulus Sphaerae maximus (quia puncta sic projecta non pertingunt ad extremum ambitum Circuli Sphaerae maximi per centrum), sed qualis ille est qui per B, D, F, vel per C, E, G transit. Cujus itaque Diameter est = $\sqrt{\frac{3}{2}}$, et $PB = \sqrt{\frac{3}{4}}$, et $PG = \sqrt{\frac{3}{2}}$, et $BM = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$, et $MQ = \sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$. Cum itaque $MH = \frac{1}{2} = 0.500$ (semilatus incumbentis Cubi transituri) minus sit quam $MQ = \sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0.548$, manifestum est (facto foramine HIKL) transire posse cubum incumbentem, perforato aequalem.

*) Dieses Postscriptum ist später hinzugesetzt.



XII.

Leibniz an Wallis.

30 Martii 1699.

Multum debeo benevolentiae Tuae, quod tantum Tibi laboris sumis in panno meo ad purpuram tuam assuendo, dum literas quasdam a me olim scriptas et pene in memoria mea obliteratas producis: tum etiam quod memor desiderii mei olim significati, quae de Bohoritii libro compereras, nuntiare voluisti. Ipse interim ad me commodato pervenit beneficio amici qui ex Bibliotheca publica Senatus Francofurtanae ad Moenum urbis transmisit.

Nunc ad Tuas illas priores et ampliores venio, quae beneficio Amplissimi Ablegati vestri recte et mature ad me sunt perlatae. Ludovicum Ferrarium Raphaelae Bombello priorem dedisse reductionem aequationis quadrato-quadraticae ad cubicam, ex ipso didici Bombello, qui gratus praedicat inventorem atque etiam inventi modum exponit. Postea vidi Cardanum juvenis discipuli immatura morte defuncti laudare ingenium, cujus vitam peculiari dissertatiuncula operibus, si bene memini, inserta perstringit et hoc ipsum ei ascribit insigne inventum. Edictum aliquid a Ferrario non apparet. Vieta et Cartesius cum rem ambo attigerint, autorem praeteriere.

Reduci posse aequationes exponentem habentes numerum derivativum, ad proxime inferiorem aequationem exponentis primitivi, verum censeo, sed nemo hactenus demonstravit. Cartesius in Geometria professus est et in Epistola inedita tentavit ostendere sextae ad quintam reductionem, sed scopum meo iudicio non tetigit. Viae, quibus Ferrarius aliique in quarto gradu usi, hic non succedit, nec aliam quisquam monstravit: et quanquam prolixior esset calculus, quam ut tentari mereretur, ad scientiae tamen perfectionem pertineret, habere praedemonstrationem successus, id est methodum. Sed facit rei difficultas, ut plerique omnes hunc scopulum sint circumvecti. Unde factum est, ut post Ferrarium nihil adjectum sit ad aequationum resolutionem speciosam etiam universalem.

Inter $-bb$ et $\sqrt{-bb}$ id interest, quod $aa - bb$ realis esse potest quantitas et positiva, sed $a + \sqrt{-bb}$ non potest.

Equidem potest forma characteristici Trianguli in curva recte explicari gradu declivitatis, sed pro calculo utile est fingere quantitates infinite parvas, seu ut Nicolaus Mercator vocabat, infinitesimas: quales, cum ratio eorum inter se utique assignabilis quaeritur, jam pro nihilis habere non licet. Rejiciuntur interim quoties incomparabiliter majoribus adjiciuntur, secundum Lemmata incomparabilium aliquando a me in Actis Lipsiensibus proposita; quo fundamento etiam utitur Dn. Marchio Hospitalius. Itaque si per se stet $x + dx$, rejicitur dx . Secus est si quaeratur $(x) - x$ seu $x + dx - x$; tunc enim quantitas assignabilis evanescit. Et pari jure non possunt simul stare $x dx$ et $dx dx$, seu $x + dx$ in dx . Hinc si differentiari debeat xy , scribique $(x)(y) - xy$, posito $(x) = x + dx$ et $(y) = y + dy$, evanescit rectangulum assignabile, manet rectangulum sub assignabili et elementari primi gradus, rejiciendumque est rectangulum sub elementaribus duabus, nempe $x + dx, y + dy = xy + x dy + y dx + dx dy$, ut bene mones, ubi detracto xy , restat $x dy + y dx + dx dy$. Sed hic $dx dy$ rejiciendum, ut ipsis $x dy + y dx$ incomparabiliter minus, et fit $d, xy = x dy + y dx$, ita ut semper manifestum sit, re in ipsis assignabilibus peracta, errorem, qui inde metui queat, esse dato minorem, si quis calculum ad Archimedis stylum traducere velit. Sed cum descenditur ad secundam differentiationem, tunc etiam rectangula illa ex assignabili et elementari evanescent supersuntque rectangula ex duabus elementaribus, et quae (quod memorabile est) his homogenea facta ex assignabili ducta in differentio-differentialem. Nihil ergo a nobis negligitur nisi in loco, nec quicquam aliud pro nihilo ducitur, nisi comparate. Nec alio indigemus postulato. Itaque dd, xy est $2dx dy + x ddy + y ddx$. Qui calculus ad oscula aliaque id genus innumera usum habet. Simplicius, fateor, est quod ais, nihili multipulum esse nihilum, sed usum quem nos proponimus non habet. [Verae interim an fictitiae sint quantitates inassignabiles, non disputo; sufficit servire ad compendium cogitandi, semperque mutato tantum stylo demonstrationem secum ferre; itaque notavi, si quis incomparabiliter vel quantum satis parva pro infinite parvis substituat, me non repugnare].*)

Licet judicarem Te pro humanitate Tua non admodum re-

*) Dieser eingeschlossene Satz sollte wahrscheinlich in der Abschrift des Briefes wegleiben.



prehendere, quod axem dixissem, ubi ordinatae non sunt normales; libenter tamen professus sum, qua ratione loqui ipse soleam, cum distinctius omnia efferre interest.

Magni semper feci faciamque Tuam methodum interpollandi, et ut dixi, vellem oriri juvenes qui prosequerentur hanc rationem, qua inductive et tamen indubitate (quod adeo non improbo, ut mirer magis) tot Quadraturas ad circulum et hyperbolam [etsi (quod unum deest) non nisi in totalibus, hac quidem arte, figuris] reducis.

Nescio quomodo remissius nunc tractantur studia illa altiora, cum tamen nunquam, post tot aditus apertos, facilius potuerint tractari. Sed puto infelicia tempora intercessisse, dum bella curas hominum alio vertere; ita pauci admodum juvenes in gloriae pristinae spem succrescunt. Etiam natura quam paucos nunc observatores diligentes habet! Utinam, ut Gallica Scientiarum Academia nuperrime a Rege restituta est, etiam vestrae Regiae Societati novus quidam calor infunderetur.

Dum ita faves, ut etiam exemplum novi Tui operis pollicear, ita auges obligationem meam, ut pene spem dissolvendi vinculi adimas. Tanti tamen muneris beneficium quis recuset? Residentem Londini habet aula nostra Dn. Berrium; quod ad eum perveniet, recta deinde ad nos ibit.

Unum, antequam finiam, venia, spero, Tua addo. Vir in Gallia doctus, cujus extat liber antiquitatis temporum restituta, opus molitur de nationum origine, cujus delineationem exhibet Epistola, quam adjungo. Equidem indulgere alicubi ingenio videtur et Celtarum suorum honori, expecto tamen aliqua non spernenda, ut iudicium Tuum desidero. Itaque optarem pervenire schedam ad Dn. Episcopum quondam Santassaphensem, nunc nescio annon Coventricensem, qui et ipse ex Mythologiis veritatem Historicam elicere, ut audivi, aggressus fuit, etsi specimen ejus ad me non pervenerit. Si quis etiam alius in his studiis egregiis operam conferre posset, libenter sententiam ejus intelligemus. Cetae olim Germanos et Gallos complectebantur; Wallicam vel Cambricam vestram linguam (quae semi-Germana est) veteri Galliae proximam ipse credo. Cumros vestros vel Cambros pro parte ex Cimbricae nostrae antiquis habitatoribus venisse suspicio mihi est, ut postea Angli ex posterioribus sunt egressi. Titanum cum Diis bello veteres intellexisse Scytharum aut Celtarum antiquas in

Asiam et Graeciam irruptiones, tunc cum ibi regnabant qui postea Dii sunt habiti, verisimile mihi visum est. Promethei (Titanis) aligatio ad Caucasum forte nil aliud designat, quam coercitos copias ad Caspiae portas collocatis Scythos. Sed nihil in his est ultra conjecturas.

P. S. Cryptolyticorum super omnia rogo ne obliviscare. Nolim perire haec pene summa humanae subtilitatis specimina.

XIII.

Wallis an Leibniz.

Oxoniae Apr. 20, 1699.

Tu novis me continue cumulas beneficiis. Talia siquidem reputo tuas Literas, quarum ego aliquot (te permittente) meis interserui, ut Gemmas et Ornamenta. Neque tibi erit dedecori, Te ea dudum fuisse meditatam, quae etiam nunc non forent contentenda.

Ultimae tuae, 30 Martii datae, serius huc accesserunt, quam ut possent praecedentibus associari, quum totum illud opus absolverant Typographi, istiusque ego duo Exemplaria tradideram Juveni Menkenio (Dni. Menkenii filio), quae suscepit ille se Parenti suo transmissurum, indeque eorum alterum ad Te transferendum (quod factum iri spero) dicitque jam esse in itinere. Idemque Juvenis ingenuus, qui apud nos egit aliquamdiu, ad Patrem die crastino (quod ait) rediturus, est harum lator.

Ludovicum Ferrarium, Bombellio priorem, Aequationem Biquadraticam in duas Quadraticas distribuisse, ipso Bombellio id sponte agnoscente (et Cardano pariter comprobante) ego te momente jam rescisco. Et quidem suspicor, me id olim apud Bombellium legisse, sed cum illud jam ante multos annos factum fuerit, istius ego eram plane oblitus, tibi que gratias habeo, quod candide monueris. Quod de illo peculiarem scripserit dissertationem Cardanus, vel nesciebam, vel oblitus eram.

De Aequationibus superiorum graduum, Exponentem habentium numerum compositum, ad inferiorem reducendum cujus Exponens sit Incompositus proxime minor, ego plane juxta tecum sen-



tio. Atque in hunc, credo, finem Harriotus tot paradigmata subjecit Aequationum Inferiorum, ex quibus componi possent Superiores, atque in eas resolvi.

De Differentiis Infinitesimalium-infinitesimis explicandis non est, ut sis porro sollicitus. Nam, ut tu mihi facile concedis, quod Nihili quodvis multipulum sit adhuc Nihil, eadem ego facilitate tibi permitto, ut Differentias Infinitesimas in Infinitesimas ductas tu pariter negligas. Potestque id Tuto fieri, modo caute (quod ego vos fecisse diserte dixeram), quippe in omni genere Quantitatum, quae differunt dato minus, reputanda sunt Aequalia. Quo nititur Exhaustionum doctrina tota, Veteribus pariter et Recentioribus necessaria. Methodoque tua, cum tibi usui sit, quo utaris, non repugno.

De $\sqrt{-bb}$ seu $b\sqrt{-1}$ jam ante dixi (quantum mihi videtur) satis, neque jam vacat rem eam penitius excutere.

Quod tu quereris, remissius jam tractari altiora studia, et pauciores esse Naturae observatores diligentes, quadantenus verum esse non diffiteor. Sed mirandum non est, ut res alias, sic hominum studia, suas habere vicissitudines. Praesenti seculo (quod jam ad finem vergit) eruditionem in omni rerum genere insignes (et quidem insperatos) processus obtinuisse, certum est: in re Physica, Medica, Chymica, Anatomica, Botanica, Mathematica, Geometrica, Analytica, Astronomica, Geographica, Nautica, Mechanica, ipsaque (quod minus laetor) Bellica, et quidem longe majores quam per multa retro secula obtinuerat. Quippe quibus vix aliud sibi proposuisse videntur homines, quam ut intelligere videantur quae ab Euclide, Aristotele, caeterisque ex antiquis olim fuerint tradita, de progressu porro faciendo haud solliciti: quasi scientiarum metas posuerint illi, quas transcendere sit nefas. Cum vero ausi sint aliqui (et quidem pauci) ultra prospicere, facti sunt aliis animi, late patentem campum ingredi. Et res novas aggredi, novus ardor, novus impetus impulit, nec infeliciter. Sed postquam haec desinit esse res nova, hic novus ardor deferbuit. Mortui sunt ex sedulis indagatoribus non pauci, alique morituri, juvenesque non accendebat (ut antea) rerum Novitas: sed ipsa Materia erat magna et parte exhausta, ut non tam Messis jam spernenda sit quam spicilegium. Et quidem jam fessis et fatigatis permittendum videtur, ut quadantenus requiescant. Atque hinc factum puto (pro variabilitate naturae hominum), quod severiora studia negligantur.

Fierique forte potest (quod tamen ominari nollem), ut praesentis seculi diligentiae succedat desidia sequentis.

Optas Tu (et quidem ego pariter), ut sicut Gallorum Academia Scientiarum jam videatur restituta, sic Nostrae Societati Regiae novus calor infunderetur. Atque hoc ipsum jam modo monui his verbis, sed et ipsi (quod tibi non displicebit) reapse me monentem praevenerunt, qui jam nuper sibi novas leges posuerunt, serias hujusmodi Inquisitiones viritim promovendi. Sed inter Gallorum illam Academiam nostramque Societatem Regiam hoc interest discriminis: fruuntur illi sumptibus Regiis suisque gaudent singulatum salariis, nostri suis sumptibus agunt omnia.

Verum etiam, ubi obtinueris quod ego tibi nuper misi volumen meum tertium, videbis in Flamstedii ad me Epistola, non plane otiosos nostrates esse, ut qui tum Fixarum loca plurima a se sedulo observata narrat, tum mobile exhibet Phaenomenon Parallaxeos Orbis Anni Telluris, ab ipso deprehensum, et continuis Annorum octo Observationibus stabilitum: Phaenomenon per aliquot retro secula frustra quaesitum et lere desperatum, nunc in Anglia primo detectum.

Literarum exemplar, tuis inclusum, mittendum curabo (quod tu petis) ad Dn. Episcopum nuper Asaphensem, nunc Lichfieldi-Coventriensem, mox facturum Wigorniensem (seu Worcesterensem). Idque mihi jam in mentem revocat Tractatum bene longum cujusdam Olai Rudbek, Sueci, ante annos (si satis memini) quasi sexdecim (aut etiam plures) editum, saltem sub id tempus a me conspectum, quo deducere satagit ex Veterum Mythologia res Historicas, quae fabulis hisce fecerint occasionem. Et speciatim ex Homerica narratione itinerum Ulissis (post captam Trojam) deducit eum (partim navigio, partim terrestri itinere) Septentrionem versus usque ad extremas oras Sueciae Septentrionalis, ubi figit Rudbekius Herculis columnas (non ad Fretum Gibraltar), indeque per oras Norvegiae (jam dictae) Insulasque Britannicas circumvectum perducit eum ad Phaeacum Insulas (jam Canarinas forte dictas) indeque per fretum Gibraltar et Mediterraneum Mare ad suam tandem Ithacam restituit. Omniaque haec ex Poetarum Mythologia desumptis characteribus adornat haud ut si nova non sint, magnam saltem habeant veri similitudinem. Id autem ego mihi speciatim notavi, quod habet ex Poetarum quodam veterimo (cujus ego nominis jam sum oblitus) de quadam Insula (prope Bri-



tanniam) tum olim a Mari absorpta, unde mare totum, circum circa, redditum est longo tempore lutosum et caeno turbidum, ut per plures annos vix navigari potuerit, donec tandem, disperso sensim luto, ad statum illum redierit quem jam cernimus. Qualis fuerit haec Insula, aut ubi particulatim sita, non memini quod Rudbekius diserte dicit, ne quidem ex conjectura. Sed mihi subiit cogitare (caeteris stantibus) hoc insinuari posse Rupturam Isthmi, quo Britannia fuerat olim (ante omnem harum rerum certam historiam) cum Gallia conjuncta. Quippe si talis fuerit olim Isthmus, maris impetu Britannici et Germanici coeutium ruptus (quod non est inopinabile), necesse est ut inde talia obvenerint phaenomena quae narrantur. Non enim tota moles Isthmi foret uno impetu discussa, sed postquam marium alterum Isthmi summum transcenderit, molem illam (eundo et redeundo) sensim ablueret, lutosum inde turbidumque factum, et (propter maria jam conjuncta quae fuerant Isthmo pridem determinata, indeque ortum insuetum marium horum motum) haud navigabile, donec turbidis hisce motibus tandem compositis, in pacatum statum rediret. Ego nihil hac in re statuo, sed rem totam penitus considerandam permitto. Tu interim vale etc.

XIV.

Leibniz an Wallis.

Nunquam accipio a Te literas, quin laeter Tuam valetudinem adhuc sibi bene constare. Tertiam partem operum tuorum mox recipere spero in Nundinis Brunsvicensibus, nam illuc Dn. Menkenium misisse intelligo, cujus filius apud me fuit multumque humanitatem Tuam depraedicavit. Ego vero pro insigni munere condignas gratias ago.

Circa Aequationes Graduum altiorum earumque veram Anallysin radicesque irrationales exequar aliquando vetera cogitata, ubi tantillum otii nactus fuero: puto enim visam mihi dudum aliquam pedum viam.

Differentiae secundae et altiores non hactenus tantum a me considerantur, ut appareat eas recte abjici, sed etiam ut appareat

eas caeteris abjectis recte aliquando retineri, quoties non tantum de tangentium, sed etiam de osculorum proprietatibus agitur; sed nihil in his est, quod Te, ubi animum huc intendas, fugere possit.

Praeclare judicas de progressibus Scientiarum; nempe homines optimarum rerum velut satietate quadam capi, et si, ut mihi videtur, hactenus praestita sint non tam potissima quam facillima, nec tam spicilegia posteris relicta, quam messis integra, paucis tantum spicis magis obviis praedecerpitis. Quamvis autem jam talia minore in vulgus plausu agantur, puto tamen semper magnis inventis honorem habitum iri.

Parallaxin orbis annui a Flamstedio tandem experimentis esse demonstratam, res plane eximia est. Spero arcanum magneticarum varietatum aliquando detectum iri, si modo certae satis et multae observationes habeantur. Halaeum audio nescio quid ingeniose in eam rem conjectasse, de quo iudicium Tuum nosse velim. Sed super omnia optarem homines majore cura incumbere in artis medicae constitutionem quandam firmiorem. Turbatur progressus artis, dum certa ab incertis non distinguuntur, et quisque sibi pro arbitrio hypotheses ac notiones fingit.

Velim etiam operam dare viros doctos, ut ex praesenti facie telluris mutationes ejus praeteritae agnoscantur. Nonnulla in hanc rem ex nostris regionibus et mihi observata sunt. Amicus qui bonam partem literum Germanici et Balthici maris lustravit, non inellegantes habet observationes, quae et ipsae ad isthmi rupturam ex parte referuntur, quas velim ex vestro et Aremorico litore confirmari, hortaborque ut quaestiones formet ad vos mittendas. Rudbekii Atlanticam legi, doctam et ingeniosam, sed ut verum fatear, interdum indulgentiorem. Ignoscendum tamen est praeclare proferentibus, quoties affectu patriae quaedam infirma admiscunt: fortasse enim huic eorum in imaginaria affectui vera debemus, ut in Alchymia. Iter certe Ulyssis mihi nihil minus quam persuasit. Quae de Heroe suo dixit Homerus, non ex Historia, sed ingenio commentus est, et voluit eum errare per quicquid longinqui fando tunc compertum erat. Sed illis temporibus, cum res mira et magna erat ex Graecia in Pontum navigasse, Ulysses iter fecisse etiam hodie improbum et hodoeporicon ejus exactum adeo ad Homerum devenisse, in quo rupes Septentrionis notatae fuerint, quas vix hodie habent chartae, quis credat? Scilicet nulla gens est,



quae in sylvarum et montium nominibus non facile aliquid fingat, quod assonet locorum nominibus quae apud veteres exstant.

Verissimum est inclytam Societatem Regiam vestram, imo scilicet dicere, nostram subsidia non nisi a se hactenus petiisse, sed tanto majore gloria res tantas gessit. Ego qui inter veteranos Collegas me esse glorior, et si minus utilis, tamen dedi operam, ne Societati dedecori essem, eoque magis admiratus sum, exortum nuper ex illa qui in me acerbe scripsit. Is est Nicolaus Fatius Duillierius, cujus libellum de Curva brevissimi descensus et Solido minimum in medio resistente Tibi visum est et (ausim dicere) ubi in me dicit non probatum puto. Graves habet (si Diis placet) mei accusandi rationes: unam, quod non est nominatus, cum ipse fateatur se non dignatum edere, per quae in hoc genere nominaretur; alteram, quod alii a me sunt nominati, hoc vocat ex solio mathematico existimationem Geometris distribuere, quasi mihi non liceat laudare eos qui voluere ut sua bene merita extarent? Nec uspiam dixi hos solos ea posse, de quibus agebatur; illud innui, talia non facile posse, nisi qui methodos nostris similes sequantur, ut scilicet excitarem homines ad Geometriae partem tam utilem excolendam. Praeterea si omnes voluissem nominare, a quibus talia expectari possent, modo illis vacaret haec agere, certe Te in primis etiam illo loco non praeteriissem, cui quantum debeamus omnes etiam pro his disquisitionibus, haud semel publice dixi satisque alias agnovi a Te eruta, quae pene indagatu impossibilia videbantur. Itaque libenter audio quaedam cryptolytica Tua specimina tertio volumini inserta esse. Viros meritis insignes ad problemata provocare non soleo, et constat programma Bernoullianum me plano ignaro ad Dn. Newtonum fuisse transmissum.

Haec vero Fatii, affectibus nescio quibus agitati, in me immerita et inexpectata incursatio me moveret parum, nisi permissio edendi a Societate Regia accessisset, quam fateor non sine summa admiratione vidi. Quid tantum commertus sim, ut ita laederer publice, mecum exputare non possum. Spero tamen illam permissionem subreptitè fuisse impetratam, eaque adhuc spe me utunque solor: sed tum demum animo ero tranquilliore, ubi non vanam esse intellexero. Itaque benevolentia tua toties testata uti audeo rogoque ut in rem inquiras, et hanc molestam dubitationem, si potes et aequum putas, mihi eximas. Satis mihi erit per Te

intellexisse hoc scribendi genus quo usus est Fatius, indignis in me modis invecutus, Societati non probari.

Quod superest, vale adhuc diu et quartum nobis, ac si vota mea aliquid possunt, etiam quintum Tomum comple etc.

Dabam Hanoverae 4 Augusti 1699.

XV.

Wallis an Leibniz.

Oxoniae Aug. 29, 1699.

Literas Tuas Hanoverae datas 6 Augusti 1699, acceptas Oxoniae 22 Augusti, postridie (transcriptas) Londinum mittebam (ad dignissimum Societatis Regiae Secretarium) cum Societate Regia communicandas, saltem cum eorum illis quos ea res spectaret, quibus Tu (non immerito) quereris de indigna quadam Tui tractatione a D. Fatio. Quid inde mihi responsum fuerit, mox dicetur.

Fatii quem memoras librum videram quidem ego, sed non legeram (necdum examinavi). Neque sciebam quicquam mihi de Te fuisse scriptum, priusquam has Tuas acceperim literas. Nihilque tale mihi probatum iri (sive ab ipso sive ab alio scriptum) Tu recte judicas.

Verum quidem est, quod obtinuerit D. Fatius, ut Sodalibus Regiae Societatis accenseatur. Non tantae tamen est (ne quid gravius dicam) apud nos existimationis, ut Tibi anteponi mereatur, nedum ut contemptui habere debeat aut indignis modis tractare Nobilissimum Virum, qui tum alias, tum in rebus speciatim Mathematicis optime merueris.

Nescio an idem ipse sit, qui nuper (celato suo nomine) in D. Davidem Gregorium (Astronomiae Professore Oxoniae) pariter involavit, prout videre est in Actis Lipsiensibus pro Mense Februario 1699 pag. 87. Sin idem ipse non sit, operam Gregorio nostro non ingrati praestabit Cl. D. Editor, si indicaverit, quis sit ille Anonymus, qui scripsit ea quae sunt ibidem edita. Est utique quoddam hominum genus, qui (cum de se suisque rebus



alius sentiunt quam reliqua pars mortalium) magis satagunt aliorum famam laedere, quam ut bene mereantur ipsi.

Rem Tuam quod spectat, Fatius hic, a quo Te laesum queris, non Anglus est, sed Germanus ex Helvetia, qui apud nos aliquandiu moratus, nuper (quod audio) hinc recessit in suam nescio patriam, an alio. Nolim ego Te a quoquam laesum, praesertim non ab Anglis, apud quos Tibi fama manet illibata, nec facile ab aemulis minuenda.

Edendi permissionem quod spectat, nolim existimes rem illam ab aliquo consensu Societatis Regiae factam, aut ipsis consciis. Sed D. Vice-praeses, pro potestate sibi facta, solet (ipsis inconsultis) imprimendi facere licentiam, qui cum nihil suspicatus sit aliud, quam Solutionem Problematis Geometrici (quod non satis perspexit ipse, nec erat de eo examinando sollicitus) se tuto posse putavit permittere ut imprimeretur, nescius quod inibi de Te quicquam diceretur, quem laesum nollet. Cui Tu (credo) pro candore Tuo facilis indulgebis (incaute facti) veniam. Huc utique spectat quod a Dignissimo Societatis Secretario responsum accepi, quod suis verbis subjungam haece literis.

Me quod spectat, non est ut sis sollicitus Te excusare, quippe ego me minime laesum putem, sive quod nullae fuerint ad me missae literae quibus incitarer, sive quod inter eos non fuerim nominatus, quos Tu recensuisti ut negotio pares. Utcunque enim haec D. Fatio (de se) gravia videantur, mihi certe non sunt, qui fui tam hujus rei negligens, ut ne unam horulam impenderim, sive Problematis Solutionem exquirendo, sive aliorum demonstrationes examinando: contentus utique ex aliorum solutionibus resciscere, quaesitam curvam (celerrimi descensus per data duo puncta) Cycloidem esse (ut mihi porro quaesito non sit opus), securus interim, tot egregios viros (inter se consentientes) non esse calculo lapsos omnes.

Noveram quidem hanc curvam a Newtono nostro fuisse reeptam, sed et a D. Davide Gregorio sub idem tempus. Qui cum in eandem curvam consenserint uterque (nec erant de recitandis methodis quibus huc perventum erat solliciti), sat esse rati sunt id una vice significare, quod factum est in Transactionibus Philosophicis pro Mense Januario 1696/7. Quodque habetur in illis pro sequente Martio supplementum, est ipsius Gregorii.

Quid hac in re fecerit Fatius (aut quisquam alius), ego nesciebam; quaeque habentur in Actis Lipsiensibus pro Mense Majo 1697, non videram nisi post acceptas has Tuas literas. necdum examinavi. Atque Tu mihi facile concedas, hac aetate, ut vacationem mihi indulgeam a talibus inquisitionibus.

Ad id quod de litoribus Gallico et Anglicano suggeris, hoc dicendum putem: Praeruptos clivos atque praecaltos (congeneris materiae, et simili situ, quasi ad perpendicularum) ad Dubrim et Caletum contrapositas (ubi est brevissimus trajectus ab Anglia in Galliam) magnam prae se ferre speciem, quasi fuerint olim aliquando (ante hominum memoriam) continuati, nec nisi rupto Isthmo (qui Angliam forte cum Gallia conjunxerat) separati et quasi dilacerati. Multaque quae dudum me legisse memini apud Rudbekii Atlanticam (sed quae, post tot annos, non jam distincte reminiscor) a Veteri nescio quo Scriptore deprompta, mihi videntur huc spectare; quae ille alio trahit, puta ad Insulam (nescio quam) a mari absorptam, unde factum sit mare (per multos annos) turbidum, coenosum et innavigabilem, sed huic Isthmo (si quis olim fuerit) dirupto, aptius convenirent.

Tu vale, Vir Nobilissime, et perge (quod facis) a Literato Orbe mereri etc.

XVI.

Leibniz an Wallis.

Jam dudum Tibi gratias debeo ingentes et plane singulares, quod epistolae quasdam meas olim ad Cl. Oldenburgium, nuper ad Te ipsum de rebus Mathematicis scriptas, perire noluisti, et in cumulum favoris assutum pannum meum cum purpura Tua mihi dono misisti. Quod utinam aliquo genere officii aut redhostimenti satis digne pensare possem.

In Epistolis meis antiquis etsi sint quae ipse non satis intelligam, et mendis fortasse olim inter scribendum a me ipso festinante admissis non carere putem, in summa tamen res bene habet, curaeque Tuae debetur, siquid in illis bonae est frugis.

Ex Tuis praeclaris in hoc Tomo ultimo comprehensis, etsi omnia digna sint Te, digna publico cultu, nihil tamen magis placuit quam mirifica illa Tua artis Cryptolyticae specimina, sed



quibus irritas appetitum nostrum, non exples. Ego vero qui nolem pulcherrimos in hoc quoque genere labores Tuos intercideré, dudum mirificam illam a Te ostentatam artem praedicando Principis cujusdam eximii curiositatem accendere conatus sum. Et cum interroganti mihi atque hortanti respondens non videreris recusare operam, ingeniosos aliquos et studiosos juvenes ad Te mittendos ducendi per inventionum Tuarum vestigia, ut tanta ars propagaretur, jussus nempe sum ex Te quaerere, quibus legibus conditionibusque subire laborem non recuses, ut mysteria illa candide discipulis paucis et selectis aperiuntur. Erit autem Tibi res cum Principe generoso, et dum illi satisfacies, poteris simul utilitati publicae et gloriae Tuae velificari.

Fatii in me dicta non multum jam moror, ex quo Societati Regiae probata non esse intellexi. Inclytae Societatis Regiae Secretario, Domino Sloane, scribam ipse proxime, nec tantum testatae jam per tot in omnes bene merita et in me quoque promissimae humanitati ejus qua potero respondebo, sed etiam proponam aliquid, ne literae sint inanes. Id quod facit ut adhuc differre officium cogar; interea rogo ut eum multa cum gratiarum actione a me salutes.

Quaesivi de censura demonstrationis cujusdam Gregoriana Actis Lipsiensibus inserta; responsum est, Davidis Gregorii, celeberrimi viri, merita apud omnes digne aestimari neque praetermissum iri occasionem hoc testandi; caeterum edentibus collectoribus quae anonyma acceperant, visum ubi de rationibus agitur, non fuisse quaerendum de personis, nec fuisse dubitatum, quin sine offensione cujusquam objectiones edi possent, quae modeste proponerentur. Ego tamen malle litibus parum profuturis careri posse, sed si Fatius intra hunc se modum tenuisset, nec verbum de eo per querelas commutasset cum quoquam, libertatem judicandi cuivis relinquens, aut fortasse etiam responsurus, si e re publica literaria visum fuisset.

Id ago etiam ut colligantur observationes quas amicus ingeniosus in Maris Balthici litoribus habuit, proponanturque velut inquisitoris articuli pro litoribus Oceani Germanici nostro et vestro. Putat his confirmari rupturam Isthmi, qui Galliam Britanniae connectebat. Sunt tamen in illis, in quibus adhuc haereo. Equidem cohaesisse olim non dubito, sed non putem tamen, ullis Historiarum monumentis eousque assurgi.

Nescio ubi notavi, Dn. Llyddium Vestrum (si bene memini), virum egregium, qui multam operam in telluris stratis aliisque id genus examinandis ponit, antiquitatesque gentium investigat, de Lingua Hibernica quaedam non vulgaria observasse, et ni fallor, Latinae antiquae affinem judicare. Haec merentur discuti. Sane crediderim, ut Vestri Angli a recentioribus nostri litoris incolis, Saxonibus, venere, ita Cymraeos Vestros vel Cambros esse ab antiquioribus habitatoribus, nostris Cimbris, et vestros Scotos antiquos seu Hibernos adhuc antiquiores orae nostrae incolae indicare. Vale.

Dabam Hanoverae 24 Novembr. 1699.

XVII.

Wallis an Leibniz.

Oxoniae Martii 29, 1700.

Literas Tuas, Vir Celeberrime, Novembr. 24 ad me datas accepi non ita pridem, quibus quod non prius responderim, Te veniam oro.

Tua Novissima Sinica quod spectat, atque rem eam quam Tu illic agis, haud incommodum fore judico, si illius Libri plura Exemplaria Bibliopolae vestri ad nostros mercatum mittant; dignus utique est Liber ille qui pluribus innotescat. Unum illud exemplar quod ad me mittere dignatus sis, est forte unicum quod in Angliam appulit. Id ego dudum concessi Reverendissimo D. Archiepiscopo Cantabrigensi (id expetenti, quod aliunde sibi comparare non potuerit), cujus curae rem eam quae ibi agitur commendaveram. Ex eo tempore (anno jam praeterito exeunte) missus est ad Sinas (D. Archiepiscopo rem promovente) a Mercatoribus nostris, rem illic habentibus, Vir ingeniosus D. Pond, Medicinae studiosus, Matheseos peritus et Sacris Ordinibus (hac occasione) initiatus, ut possit non Medici tantum, sed et Concionatoris munus obire apud Mercatores nostros ibidem agentes, et rem Christianismi (si quo possit modo) promoveat. Huic contulerunt (quod audio) Mercatores (praeter alia suscipiendi itineris invitamenta) centum et viginti libras Anglicanas (sterlingas vocant) pro comparandis Instru-

mentis Mathematicis (aliisque rebus eo spectantibus), quo sit apud Sinenses acceptior. Eum comitatus est Chirurgus, D. Oliphant, Scoto-britannus, tertiusque D. Brown (rebus ejusmodi promovendis non minus idoneus) qui jam tertia vice est ad Sinas profectus: sed metuo ne hic perierit in itinere, quippe quod de illo ultimum audivimus, est quod aegrotaverit valde, metueritque ne non posset iter integrum absolvere. Quinam alii sint simul profecti, non possum dicere. Sed haec dixisse visum est, quod ea Tibi putaverim fore non ingrata. Doleo interim, quod res Protestantium haud satis feliciter cedant apud Europaeos.

Rem Cryptographicam quod spectat, haereo quid dicam. Nostris utique Amicis non minus quam Inimicis magno fore posset incommodo, si Ars, occulte scripta recludendi, passim innotesceret. Nam in negotiis magni momenti transigendis magno usui esse solet, posse secreto res communicare. Id autem ago (et egi aliquamdiu) innuente Rege nostro, ut doceam non-neminem (quatenus res ea doceri potest), quibus ego passibus procedere soleo rem eam exequendo (ne penitus periret Ars ea). Nescio autem an id debeam promiscue ad alios propalare, inconsulto nostro Principe. Si quid autem Tibi obtigerit tale, quod Tua interesse putaveris explicatum iri, operam dabo, quatenus potero (modo hoc transmittas) ut id fiat.

Nedum interim hic nihil sit quod rem Mathematicam spectet, libet haec pauca subungere.

Memnisse forsitan poteris, Vir Celeberrime, quod in Epistola quadam mea ad Te data 30 Julii 1697 (quae et ex eo tempore est inter alias typis edita) inter alias ibidem memoratas meas Methodos (quibus in Tetragonismis utor) occurrant hae duae, quarum alteram appello Methodum Convolutionis et Evolutionis, alteram Methodum Complicationis et Explicationis. Quarum ope ostendo, tum aliarum aliquot Figurarum, tum speciatim Cycloidis dimetiendae quis sit modus omnium simplicissimus.

Simili artificio colligetur tota Sphaerae cum Cylindro collatio. Quod sibi fieri fecit Monumentum Archimedes.

Quippe si (fig. 10) ad Basin P (peripheriae circuli aequalem) sumatur Altitudo B (aequalis Radio) fiet Parallelogrammum Rectangulum = RP, quod ex minutis Parallelogrammis aequae altis, numero infinitis, conflatum intelligatur. Quorum si omnium vertices intelligantur in unicum C punctum contrahi, quo ex illis Parallelo-

grammis totidem fiant Triangula super eisdem Basibus aequae alta, singula singulorum adeoque omnia omnium dimidia (curvata base in circuli peripheriam), fiet Circulus Centro C, Radio R, Parallelogrammi dimidius = $\frac{1}{2}$ RP.

Quae est ipsa Archimedis dimensio circuli, aequalis utique Triangulo Rectangulo, cujus laterum (circa rectum angulum) aequatur alterum peripheriae, alterum radio expositi circuli, quippe $\frac{1}{2}$ R (semialtitudo Trianguli) in P (basin) ducta exhibet magnitudinem istius Trianguli $\frac{1}{2}$ RP, Circulo aequalem.

(Idemque accommodabitur Sectori circulari, sumpto Arcu A pro P Peripheria).

Porro, si ad illud Parallelogrammum = RP (ut Basin) sumatur ibidem (in ordine ad Hemisphaerium) Altitudo R, fiet Parallelepipedum = RRP, quod pariter ex minutis Parallelepipedis aequalis, numero infinitis, conflatum intelligatur, quorum omnium communis Altitudo sit R, et Basium Aggregatum = RP. Quodsi Parallelogrammum hoc (manente magnitudine = RP) intelligatur in Curvam Superficiem Cylindricam incurvari (cujus Basis sit P, jam in Peripheriam Circuli convoluta, Altitudo R), quo minuta illa Parallelepipedum in totidem Cuneos seu Prismata Triangularia (Parallelepipedorum singula singulorum, adeoque omnia omnium subdupla) redigantur, vertices habentia totidem C puncta (seu Lineolas minutas) in Axe Cylindri, fiet Cylindrus (Parallelepipedum dimidius) = $\frac{1}{2}$ RRP.

Vel (in ordine ad Sphaeram integram) si sumatur utrinque Altitudo R (ut sit tota Altitudo D = 2R), fiet (convolutione pariter facta) Cylindrus (ut prius) ex Cuneis seu Prismatibus, numero infinitis (vertices habentibus in Axe Cylindri) = RRP (= $\frac{1}{2}$ RP \times 2R) aequalis Facto ex $\frac{1}{2}$ RP (circulari Basi) in Altitudinem 2R, seu (quod tantundem est) = $\frac{1}{2}$ R \times 2RP, aequalis Facto ex $\frac{1}{2}$ R (semisse communis Alitudinis Cuneorum) in (Basium aggregatum) 2RP.

Quod quidem Basium Aggregatum, est ipsa Cylindrica Superficies curva = P \times 2R (aequalis Facto ex Basis circularis Peripheria P in Altitudinem 2R ducta) seu $\frac{1}{2}$ RP \times 4 (aequalis quatuor circulis in Sphaera maximis) quibus si accenseantur oppositae duae Bases circulares, fiet Cylindri (Sphaerae circumscripti) tota superficies, aequalis sex circulis maximis = $\frac{1}{2}$ RP \times 6 = 3RP; et Cylindri magnitudo = RRP = $\frac{1}{2}$ RP \times 2R aequalis Facto ex Base circulari $\frac{1}{2}$ RP in Altitudinem 2R ducta, ut prius.



Quodsi porro Cuneorum horum omnium vertices (Cylindri Axem complentes) intelligantur in unum C punctum contrahi (quo Cunei illi seu Prismata jam fiant totidem Pyramides, super eisdem Basibus aequaltae, singulae singulorum adeoque omnes omnium subseq̄ualterae, seu ut $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{2}$; et superficies, prius Curva Cylindrica, jam fiat sphaerica, manente quod prius erat Basium Aggregato = $2RP$, quatuor circulis maximis aequali), habebitur tum tota sphaerae superficies = $2RP = \frac{1}{2}RP \times 4$ aequalis quatuor circulis maximis (et quidem toti Curvae Cylindricae aequalis, et partes partibus aequales, easdem Axis partes respicientibus), tum sphaerae magnitudo = $\frac{2}{3}RRP = \frac{1}{3}R \times 2RP$ aequalis Facto ex $\frac{1}{3}R$ (triente communis Altitudinis Pyramidum omnium) in $2RP$ (Basium Aggregatum, jam factam Superficiem Sphaericam) ducto.

Est itaque Cylindri, Sphaerae circumscripti, tum Superficies ad superficiem, tum magnitudo ad magnitudinem (inscriptae sphaerae) sesquialtera seu ut 3 ad 2, illic quidem ut sex circuli maximi = $3RP$ ad quatuor circulos maximos = $2RP$, hic vero ut RRP ad $\frac{2}{3}RRP$. Quod est illud Archimedis Inventum celebre.

Idem paulo brevius haberetur, si in Parallelepipedo illo (super plana Base = $2RP$ cum Altitudine R) ex minutis Parallelepipedis conflato, horum omnium vertices immediate censeantur in unicum C punctum comprimi, quo, manente ut prius Basium Aggregato = $2RP$, Parallelepipeda illa in totidem Pyramides redigantur, vertices habentes ad sphaerae Centrum C coeuntes, cujus Radius R (communis Pyramidum omnium Altitudo) et Sphaerica Superficies, Basium Aggregatum; quippe $\frac{1}{3}R$ (triens communis Altitudinis) in $2RP$ (Basium Aggregatum) exhibet Sphaerae magnitudinem (ut prius) = $\frac{2}{3}RRP$, et Sphaerae superficiem = $2RP$.

(Potestque hoc itidem accommodari Sectori Sphaerico: ducto $\frac{1}{3}R$ (triente communis Altitudinis Pyramidum inibi omnium) in Portionem Sphaericae Superficie plano abscissam, quae est ad totam Superficiem Sphaericam, ut est Diametri (seu Axis) pars abscissa ad totam Diametrum, ut supra ostensum est).

Haec pauca subungere visum est: quae quamvis non novam exhibeant doctrinam, prius incognitam, constructio tamen, haud inelegans, Tibi (credo) non displicebit. etc.

XVIII.

Leibniz an Wallis.

Mitto Tibi, Vir plurimum Reverende et Celeberrime, Sinica novissima mea, quae non alio consilio edi curavi, quam ut exemplis alienis nostros excitarem. Interea plura de his rebus ad me sunt perscripta, atque inter alia: multos denuo patres Jesuitas appulisse ad portum Macaensem, idque Monarcham Sinarum magna cum voluptate intellexisse. Pontificem Romanum etiam centum millia scutorum nuperrime in Missiones Sinicas destinasse. Sed et Gallos in hanc rem incumbere magno nisu, ex ipsa Gallia accepi. Quae cum ita sint, profecto et honoris divini et, si post hunc id quoque addere fas est, nostri interesse censeo, ut offerentes se divinitus occasiones ne negligamus. Satis compertum habeo, Europaeas scientias potissimum a magno illo Principe in Patribus Jesuitis expeti, quibus, ut moderatissime loquar, nihilo concedunt nostri. Etsi autem divina gloria et verae religionis propagatio omnibus aliis rationum momentis praeponderet, addi tamen fas erit, Reipublicae etiam commerciorumque interesse, tantum Monarcham obligari beneficio nobis facili, ipsi autem magnopere expetito. Nam summa ejus delectatio est, pulcherima quaeque artificia Europaeorum hominesque imprimis egregios nancisci. Quodsi is semel intelligat, quam praeclara sit nostrorum doctrina, incredibiles ea res poterit habere utilitates. Quanti enim sit potentissimi mortalium animum devincire, qui ducentos hominum millones habet sine exceptione parentes, ditionemque Europa tota majorem melioremque imperio complectitur, et (quod caput est rei) sapientia bonitateque praecellit, et vigore aetatis multos adhuc annos spondet, et regni haereditatem iisdem sententiis imbui diligenter curat, cuivis prudenti aestimandum permitto.

Sed cum hic multum situm sit in ipsis initiis, ideo magna cura expendenda omnia censeo, ac primum premenda consilia, ne intempestive emanantia facilius impediuntur; deinde circumspiciendum de singulari dexteritatis magnaetque simul pietatis viris, quibus committi res tanta possit, et qui aliquamdiu essent praeparandi. Et sunt non pauca mihi in hoc genere comperta, de quibus agi poterit fusius, ubi R. e. I. U. Archiepiscopus Vestrum Regni