BRIEFWECHSEL

zwischen

LEIBNIZ und WALLIS.

Wenn Leibniz noch im Jahre 1695 den Nestor der damaligen Mathematiker, Wallis, veranlasste, mit ihm in Correspondenz zu treten, obwohl er wissen musste, dass derselbe nicht zu den Anhängern der neuen Analysis gehörte, sondern der alten Schule treu geblieben war, so wird dies nicht befremden, wenn man erwägt, dass Leibniz stets darauf bedacht war, nach allen Seiten hin Verbindungen anzuknüpfen, um über die Fortschritte der Wissenschaft immer unterrichtet zu sein, und dass er, nachdem der Versuch mit Newton im Jahre 1693 eine neue Correspondenz zu beginnen gescheitert war, niemanden hatte, der ihm über den Gang der Dinge in England berichtete. Dazu kam, dass durch Wallis in der neuen Ausgabe seiner Algebra, die in dem zweiten Theil seiner gesammelten Werke im Jahre 1693 erschien, der Fluxionsrechnung Newton's zum ersten Male öffentlich Erwähnung geschehen war, wobei Leibniz und der Differentialrechnung nur im Vorbeigehen gedacht wurde. Es musste ihm demnach daran gelegen sein, das Verhältniss der Differentialrechnung zu der Fluxionsrechnung in das rechte Licht zu setzen. Wenn nun auch die Aufklärungen, die Leibniz in dieser Hinsicht giebt, gegenwärtig von keiner besondern Erheblichkeit mehr sind, so waren sie doch damals hinreichend, nicht allein den verschiedenen Ursprung der Differential- und Fluxionsrechnung darzulegen, sondern auch den gewaltigen Fortschritt zu zeigen, der durch die Differential- und Integralrechnung nach Leibnizens Principien in der höheren Mathematik geschehen war. Hierüber verbreitet sich denn auch Leibniz mit grosser Ausführlichkeit, insofern Wallis, als Vertreter der alten Zeit, die früheren Methoden der neuen Analysis möglichst gleich zu stellen sucht. Hervorzuheben bleibt jedoch, dass die Stellen, an welchen Leibniz über das Wesen und über die Auffassung der Bedeutung der Differentiale sich ausspricht, für die Darstellung der Principien der höheren Analysis im Sinne Leibnizens von entschiedener Wichtigkeit sind, wie z. B. die Stellen in den Schreiben vom 29. December 1698 und vom 30. März 1699. Es ist ferner hervorzuheben, dass Leibniz im vollsten Vertrauen auf die Gerechtigkeit seiner Sache und reinen Gewissens in Bezug auf Newton nicht die geringste Spur von Eifersucht zeigt und dass er willig die Veröffentlichung seiner Correspondenz mit demselben gestattet, ohne Besorgniss irgendwie dadurch compromittirt zu werden (vergl. das Schreiben vom 24. März 1698). In dieser Stimmung musste ihn der unvermuthete Angriff Fatio's um so schmerzlicher berühren, als Fatio selbst zu den Mitgliedern der Königlichen Societät in London gehörte und Leibniz voraussetzte, dass dieser Angriff mit Genehmigung der genannten Corporation geschah. Er beruhigte sich indess, als er durch die Vermittelung von Wallis und durch ein Schreiben des Secretärs der Societät, Sloane, in Erfahrung brachte, dass Fatio aus eigenem Antriebe gehandelt, und dass das, was er gegen ihn vorgebracht, nicht als ein Ausdruck der Meinung der Königlichen Societät anzusehen und ohne Billigung von Seiten derselben geschehen sei *). Damit gerieth die Sache in Vergessenheit, bis Keill im Jahre 1708 die Frage aufs neue anregte und den Streit von neuem entflammte.

Ausserdem ist die Correspondenz zwischen Leibniz und Wallis sehr reichhaltig an Beiträgen für die Geschichte der Mathematik überhaupt, indem Wallis mit besonderer Vorliebe historisch-mathematischen Studien sich widmete, so dass gegenwärtig noch immer auf das, was er auf diesem Gebiete geleistet, zurückgegangen wird, besonders aber für die Entwickelung der Mathematik während des 17. Jahrhunderts, welches der Verfasser der Arithmetica infinitorum fast ganz durchlebte.

Der Briefwechsel zwischen Leibniz und Wallis bis zum Jahre 1699 ist von dem letztern im dritten Bande seiner gesammelten Werke, der in dem erwähnten Jahre erschien, herausgegeben worden. Der wissenschaftliche Verkehr zwischen beiden Männern dauerte indess bis zu Ende des Jahres 1700 fort, so dass die Correspondenz zwischen Leibniz und Wallis hier um neun bisher ungedruckte Briefe vermehrt ist.

*) Hierbei ist zu vergleichen, was in Bezug auf Fatio de Duillier beigebracht ist in Bd. III. S. 124 f.

I.

Wallis an Leibniz.

Oxonii Dec. 1. 1696.

Accepi nuper (tardo itinere, per nescio quas manus intermedias ad me missam) schedulam quandam (ut a Te scriptam) in haec verba: „Vir celeberrimus Johannes Wallisius rogatur, ut quae de Area Hyperbolae per seriei cujusdam interpolationem exhibenda promisit in Commercio Epistolico, et quae alibi in hoc genere praestitisse dixit Dominum Vice-comitem Brounkerum, ad eorum instar quae de Circulo in Arithmetica Infinitorum habentur, edere velit. Etsi enim hodie aliae quoque expressiones sint inventae, attamen et istae suam peculiarem elegantiam habent. Scribebam Hanoverae, 6 Decembris 1695. Godefridus Guilielmus Leibnitius.“ Et quidem gratias habeo Nobilissimo Viro, quod aliquam mei curam habeas, et rerum mearum.

Promissum illud meum quod memoras in Commercio Epistolico a me factum (illud, credo, vis quod sub finem Epistolae XVI habetur) nimirum: Exposita serie numerorum $1, \frac{5}{6}, \frac{31}{30}, \frac{209}{140}, \frac{1471}{630}, \frac{10625}{2772}$ etc. si terminum inter 1 et $\frac{5}{6}$ intermedium, seriei congruum, exhibuerit Fermatius, exhibiturum me Hyperbolae Quadraturam: Id ego jam tum praestiteram. Est enim haec series eadem ipsa quae habetur Prop. 161 Arithmeticae Infinitorum; unde colligitur Hyperbolae quadratura Prop. 165. Ad quam nihil deest aliud, quam exhibitio numeri intermedii inter 1 et $\frac{5}{6}$ in illa serie, qui ita respiciat Ordinatas in Hyperbola, ut $\frac{5}{6}$ respicit earum Quadratura. Sicut enim ope seriei Prop. 133, nempe $1, \frac{1}{6}, \frac{1}{30}, \frac{1}{140}, \frac{1}{630}, \frac{1}{2772}$ etc. colligitur Circuli Quadratura Prop. 135, ex intermedio numero inter 1 et $\frac{1}{6}$ in hac serie: sic Hyperbolae Quadratura colligitur ex numero intermedio inter 1 et $\frac{5}{6}$ in illa serie (suntque iidem denominatoris numeri, utriusque seriei). Potestque numerus ille Approximando, pluribus modis exhiberi (quod et a pluribus factum est) sed Accurate, credo (quod quaerebatur) numero finito non posse juxta receptam adhuc aliquam notationis formam.

Pariter, ut ope seriei 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{48}{105}$ etc. Prop. 118 colligitur Quadratura Circuli Prop. 121, ex numero intermedio inter 1 et $\frac{2}{3}$, sic ope seriei 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{28}{15}$, $\frac{288}{105}$ etc. Prop. 158 colligenda est Quadratura Hyperbolae, ex interposito numero medio inter 1 et $\frac{4}{3}$ (quae Hyperbolam exteriorem spectat).

Brounkeri Quadratura Hyperbolae (ex eisdem principiis) nempe posito (fig. 1) ABDE = 1, erit

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{ABCdEA} &= \frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{5\times 6}+\frac{1}{7\times 8}+\frac{1}{9\times 10} \text{ etc.} \\ \mathrm{EdCDE} &= \frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{6\times 7}+\frac{1}{8\times 9}+\frac{1}{10\times 11} \text{ etc.} \\ \mathrm{EdCyE} &= \frac{1}{2\times 3\times 4}+\frac{1}{4\times 5\times 6}+\frac{1}{6\times 7\times 8}+\frac{1}{8\times 9\times 10} \text{ etc.} \end{aligned}\right\} \text{in infinitum.}$$

Quorum Demonstrationes ibidem habentur. Habetur in Philosophicis Transactionibus Londinensibus Num. 34 pro Mense Aprilis 1668. Quae tibi, credo, non displicebit.

Aliam autem ille tum ante mihi monstraverat (quae mihi potior videbatur), sed quam periisse credo (cum aliis ipsius scriptis) in aedium suarum conflagratione, et quam ego (post tot annos) non satis reminiscor.

Dum haec scripturus eram, ostendit mihi non-nemo, hesterno die, Acta Lipsiensia pro mense Junii praesentis Anni 1696. Quorum Eruditus Editor dignatus est inibi amplam meorum Operum Mathematicorum (Oxonii editorum) mentionem facere. Quo nomine me ipsi obstrictus sentio, et gratias habeo.

Sed conqueri videtur (saltem subinsinuare) quod, quum Newtoni methodos fusius exposuerim, de Leibnitianis parcius dixerim. At nolim ego Te (quem magni aestimo) a me quoquo modo laesum iri. Sed gratulor potius, Te, in tanta nobilitate positum, ad res nostras mathematicas descendere voluisse. Et tantum abest ut velim ego Tibi quocunque modo iniquus esse, ut, si qua ferat occasio, demerere malim.

Dum addit Eruditus Editor, illas me forte praeteriisse quod de illis mihi non satis constiterit: id omnino verum est.

Dicam utique quod res est (nec enim fateri pudet): Tuarum ego rerum nihil vidi quicquam, praeter haec duo. Quorum alterum illud est, quod inter Londinensium Collectiones Philosophicas habetur (sed absque Demonstratione) ex Actis Lipsicis descriptum, de

Quadrato Diametri ad Aream Circuli, ut 1 ad $\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}$ etc. in infinitum. Quod ego meis inserui (ut a Te factum) ad Algebrae meae Prop. 95. Alterum est illud de Testudine Quadrabili, cujus ego (ut de Tuo) mentionem feci in Algebrae meae postremo folio. Praeter haec duo, si plura viderim, non reticuissem.

Tuam Geometriam Incomparabilium vel Analysin Infinitorum (quam a Te ibidem memoratam dixi) ego nondum vidi; nec ejus quicquam vel de nomine ante inaudiveram quam prout ibidem ad ad calcem Algebrae dictum est.

Neque Calculi differentialis vel nomen audiveram, nisi postquam utrumque volumen absolverant operae, eratque Praefationis (praefigendae) postremum folium sub prelo, ejusque typos jam posuerant typothetae. Quippe tum me monuit amicorum quidam (harum rerum gnarus) qui peregre fuerat, tum talem methodum in Belgio praedicari, tum illam cum Newtoni methodo Fluxionum coincidere. Quod fecit ut (transmotis typis jam positis) id monitum interseruerim.

Sed et ante monueram Algebrae Prop. 95 pag. 389 (quod solum potui) Leibnitium et Tschirnhausium talia meditatos, sed quae ego non videram (necdum vidi).

Extant credo plura in Actis Lipsicis, sed quae ego non vidi: uti nec Tu, credo, vidisti Brunkeri Quadraturam Hyperbolae, quae extat in Transactionibus Londinensibus. Mihique condonari potest hac aetate (qui annum octogesimum superavi) si non omnia sciscitarer.

Noveram quidem jamdudum (et indicavi) de rebus hujusmodi nonnulla Te meditatum esse, Tibique cum Newtono (mediante Oldenburgio) intercessisse literas quasdam Tuas: sed quas ego non vidi, nec scio quales fuerint. Eratque Oldenburgius diu mortuus, ut non potuerim ab illo sciscitari. Rogabam quidem (per literas) Newtonum nostrum, ut, si eas penes se haberet, earum mihi copiam faceret literarum; sed retulit ille, se non habere. (Et quidem periisse credo, flammis inopinato correptas, cum pluribus Newtoni scriptis, meliori luce dignis, et, nisi per me stetisset, periissent etiam Newtoni literae). Eoque animo rogabam, ut tuas illas cum Newtoni literis junctim ederem. Idque etiamnum, si ferat occasio, facturus forte sum, modo mihi dignaberis eorum copiam facere.

Quod Henricus Oldenburgius fuerit Bremensis, et Nicolaus Mercator, Holsatus (quod suggerit Eruditus Editor), omnino verum esse credo; saltem Anglos non fuisse, satis novi (eosque Germaniae vestrae non invideo). Adeoque non Nostrates dixi, sed apud Nos. Nec tamen ideo minus eos vel amavi vel aestimavi. Nam mihi perinde est qua quis gente sit (Tros Tyriusve foret, nullo discrimine), modo sit vir bonus et bene meritus. Sed apud nos diu vixerant, et quicquid hac in re fecerint, apud nos factum est.

Quae fusius exposui, ut sentias quam Tibi non iniquus fuerim, aut parum candidus.

Ubi autem Eruditus Editor extenuatum it meas Methodos, quasi ad solas figuras integras, non ad earum partes se extenderint: non id malo animo factum judico, sed quod non satis ad hoc attenderit, quod Altitudo A (quam pro numero terminorum substituo) ubi tota figura consideratur, intelligenda est de altitudine totius figurae; sed ubi de segmento agitur, intelligenda est de alitudine istius segmenti. Pariterque Terminus Ultimus, illic de ultimo totius figurae, hic de ultimo istius segmenti (quod ego alicubi, ni male memini, insinuavi). Atque sic, meae methodi (caute adhibitae) de segmentis pariter procedunt atque de figuris integris. Et quidem segmentum illud est Figura.

Miror autem eum dixisse pag. 254, me quoad totum spatium Cycloidale, non vero quoad segmenta, rationem accommodasse, cum manifestum sit, me ostendisse, tum totam Cycloidem totius Circuli triplam esse, tum partem partis respective sumptae triplam (quod Dettonvilius seu Pascalius non ostendit, nec, quod sciam, ante me quisquam alius). Et de Cissoide similiter.

Dicit, Quadraturas meas (aliquas, credo, vult, non omnes) Fermatio, Robervallio et Pascalio ante fuisse notas. Quod si sit, clam me fuit; nec scio id ab illis ante fuisse editum, nedum demonstratum. Nominasset ille potius Cavallerium, qui (in Tractatu de usu Indivisibilium in Potestatibus Cossicis) Paraboloidum Quadraturas aliquas ante exhibuerat et demonstraverat (unde forsan illi alteri habuerint), sed me tunc inscio, et ex aliis Principiis.

Quod notat de meo per Inductionem processu (quod qua-

dantenus verum est) de hoc abunde dictum est Algebrae cap. 78 et 99. Sed et recordandum erat, me non tam methodum Demonstrandi tum docere, quam methodum Investigandi (et quidem novam et minime contemnendam, quod ne quidem adversarii negare poterunt) cui methodus Inductionum apprime convenit. Quod si, ubi haec ego rite investigaverim, velint alii (demonstrationibus Apagogicis) porro confirmare, per me licet. Ego quantum satis est, me confirmasse existimo.

Quod autem queritur, me Demonstrationem ne pro una quidem serie attulisse, id factum videat (ut de Monadicis et Lateralibus nihil dicam) Algebrae cap. 78 de Quadraticis et Cubicis (Archimedea Methodo) ut Paradigmata id ipsum faciendi in seriebus sequentibus, quousque quis voluerit. Quod et Clarissimus Bullialdus in pluribus fecit.

Ubi autem notat, Inductionem non pariter applicabilem seriebus pro Ordinatis Irrationalibus: huic facile subvenitur. Verbi gratia, Cum ostenderim Complementum Parabolae (quae est series Secundanorum) esse $\frac{1}{3}$ Parallelogrammi circumscripti, hinc statim sequitur, Parabolam ipsam (quae est series subsecundanorum) esse $\frac{2}{3}$ ejusdem Parallelogrammi (prop. 23 Ar. Infin.). Et de reliquis similiter.

Et nullus dubito, quin, cum praejudicium deposuerint aemuli, tandem agnituri sint, insignem hanc fuisse Matheseos promotionem (quod et a plurimis factum video). Fatebuntur saltem, abunde satis, pro prima vice in tractatu non longo ostendisse me de hac methodo (nova quidem et satis foecunda) ejusque utilitate, quae possit ab aliis indies promoveri.

Quippe haec non dicta sunt, quasi nollem ego, aut non posse putem, hanc ultra promoveri (aut etiam promotam esse), quin id ipse feci in libris aliis post editis, ipseque (tum alibi passim, tum) ad operis hujus calcem suggerebam; quod et fore praesagiebat Oughtredus noster (hujusmodi rerum judex idoneus) deque eo mihi gratulatus est. Ipseque tantum abest ut id nollem, ut mihi potius gratuler, quod videam, me adhuc vivo, hoc contigisse. Sed de his hactenus.

Cycloidis inventionem ego (cum hoc Authore) Galileo potius tribuerim, quam Mersenno, quamvis et hic potuerit, suo marte, id ipsum cogitasse. Sed multo adhuc antiquiorem hanc figuram reperio, inter Cardinalis Cusani opera quae habemus Manuscripta (circiter Annum 1454) pulchre delineatam, eadem forma quae est apud Dettonvillium, posito Circulo Genitore in ejusdem altero vel utroque extremo. In Manuscripto, dico: nam in Codicibus editis perperam describitur. Atque apud Bovillum extare dicitur circa Annum 1510.

De invento Nelii, qui (traditis a me ad prop. 38 Ar. Infinitorum insistens) primus omnium exhibuit aequalem curvae rectam: quod dixerat Hugenius (eum non procul abfuisse, non tamen omnino assecutum) id post retraxit Hugenius (in suis ad me literis) jussitque ut id iterum Nelio assererem. Nam Nelius statim sciverit per omnia, qualis fuerit illa curva, ego non certus scio: sed Brunkerus et ego protinus deteximus Paraboloidem esse, cui ego nomen feci semi-cubicalem.

Nolim autem Celeberrimum Editorem dubitare (quod praecavere satagit) quin ego Vestratibus et inventis vestris favere fuero proclivis, non invidere vel extenuare: qui aliorum inventa soleo candide aestimare, aut etiam benigna interpretatione adjuvare (quod de Cavallerii Methodo Indivisibilium factum puto, quam ego sic expono ut Mathematicum ferre possit rigorem, a quorundam exceptionibus libera) qui plurima Brounkeri, Wrenni, Nelii, Hugenii, Mercatoris, Newtoni, Caswelli, aliorumque inventa conservavi, quae, nisi ego ediderim, periissent (dum ipsi sua edere neglexerint), de tuis paria facturus, si ad manus meas pervenerint. Scio quidem mihi Gallorum aliquos (non omnes tamen) aliquatenus infensos esse*) (sed immerenti), id autem de Germanis vestris nolim suspicari, nec velim ut tale quid de me suspicentur ipsi.

Si petis, quid ego nunc ago? Post edita Ptolomaei Harmonica, Porphyrii in eum Commentarium, et Bryennii, jam edo, quatenus per preli moras licet, ut tandem Musicae Scriptores Graecos (qui extant) omnes editos habeamus. Vale etc.

Salutatum velim (si ferat occasio) meo nomine, Celeberrimum Actorum Lipsicorum Editorem.

---

*) eo potissimum, quod Harrioti meminerim, quem ipsi mallent ignoratum. Später hinzugesetzt.

II.

Leibniz an Wallis.

Literae Tuae beneficio Domini Cresseti, Ablegati ad Aulas nostras Regii, mihi sunt redditae, quibus non tantum schedae cuidam meae humanissime respondes, desiderioque meo satisfacis, sed et occasione Recensionis Operum tuorum Mense Junio anni superioris in Actis Lipsiensibus exhibitae, quaedam monita erudita et (ut verbo dicam) Te digna, mecum cummunicas.

Et quoniam videris nonnulla in Actis dicta ita accepisse, quasi animi parum erga Germanos aequi accuseris, et quasi vicissim tua recensendo extenuentur: putavi non ingratum Tibi fore, si Epistolam Dominis Editoribus Actorum scriberem (cujus hic exemplum addo*), qua si ipsis videretur Actis iisdem inserta, satisfieri Tibi, scrupulis illis sublatis, possit.

Ego qui Te magni facio, et publice professus sum, quantum meo judicio Tibi debeat altior Geometria, aequissimum puto viris praeclare non de suo tantum seculo, sed et posteritate meritis debitas gratias rependi. Ut autem animi mei certior esse possis, ecce verbotenus transcripta quae ipse de Tuis meritis Geometricis dixi, Actorum Lipsiensium Mense Junio anni MDCLXXXVI pag. 298:

„Paucis dicam, quid potissimum insignibus nostri seculi
„Mathematicis in hoc Geometriae genere mea sententia debeatur.

„Primum *Galilaeus* et *Cavallerius* involutissimas Co-
„*nonis* et *Archimedis* artes detegere coeperunt.

„Sed Geometria Indivisibilium Cavallerii, Scientiae renascentis
„non nisi infantia fuit. Majora subsidia attulerunt Triumviri cele-
„bres, *Fermatius*, inventa methodo de Maximis et Minimis,
„*Cartesius*, ostensa ratione lineas Geometriae communis (Trans-
„cendentes enim exclusit) exprimendi per aequationes, et P. *Gre-*
„*gorius a S. Vincentio*, multis praeclaris inventis. Quibus
„egregiam *Guldini* regulam de Motu Centri Gravitatis addo.

„Sed et hi intra certos limites constitere, quos transgressi
„sunt *Hugenius* et *Wallisius*, Geometria inclyti. Satis enim

---

*) Dieser Brief Leibnizens an die Herausgeber der Acta Erudit. ist Act. Erudit. mens. Jun. 1697 abgedruckt.

„probabile est Hugeniana Heuratio, et Wallisiana Neilio et Wrennio, „qui primi Curvis aequales rectas demonstravere, pulcherrimorum „inventorum occasionem dedisse. Quod tamen meritissimae laudi „inventionum nihil detrahit.

„Secuti sunt hos Jacobus Gregorius Scotus et Isaacus „Barrovius Anglus, qui praeclaris in hoc genere Theorematibus „scientiam mirifice locupletarunt.

„Interea Nicolaus Mercator Holsatus, Mathematicus et „ipse praestantissimus, primus, quod sciam, quadraturam aliquam „dedit per seriem infinitam.

„At idem inventum non suo tantum Marte assecutus est, sed „et universali quadam ratione absolvit, profundissimi ingenii Geo„metra, Isaacus Newtonus, qui, si sua cogitata ederet, quae „illum adhuc premere intelligo, haud dubie nobis novos aditus ad „magna Scientiae incrementa compendiaque aperiret."

Quibus deinde nonnihil de iis addo, quae mea opera accessere, praesertim dum novo Calculi genere effeci ut etiam Algebram transcendentia, Analysi subjiciantur, et curvas, quas Cartesius a Geometria male excluserat, suis quibusdam aequationibus explicare docui; unde omnes earum proprietates certo calculi filo deduci possunt. Exemplo Cycloeidis, cui aequationem ibidem assigno $y = \sqrt{2x - xx} + \int \frac{d\overline{x}}{\sqrt{2x - xx}}$, ubi $\int$ significat summationem, et differentiationem, x abscissam ex axe inde a vertice, et y ordinatam normalem.

De Te autem queri nunquam mihi in mentem venit; quem facile apparet nostra, in Actis Lipsiensibus prodita, non satis vidisse.

Quae inter Oldenburgium et me commutatae sunt literae, quibus aliqua accesserant a Dn. Newtono, excellentis ingenii viro, variis meis itineribus et negotiis ab hoc studiorum genere plane diversis vel periere, ut alia multa, vel jacent in mole chartarum aliquando excutienda digerendaque, ubi a necessariis occupationibus vacatio erit, quam mihi tam subito, quam vellem, promittere non possum.

Caeterum libens ex Tuis literis intelligo, quod ego a Te fieri desiderabam, et ex Tuis meditationibus sequi judicabam, jam in ipsa Tua Arithmetica Infinitorum fuisse factum; et in Hyperbola

idem quod in Circulo praestitum esse, quod mihi Tua nunc ad manum non habenti non apparuerat, et olim legenti aliter visum fuisse memoria decepta suggesserat. Interim vellem existeret qui tuam illam Methodum prosequeretur ad altiores vel magis compositas lineas. Nam utilitate sua non caret.

Cum videam in recensione dici, Methodum Arithmeticae Infinitorum porrigi ad quadraturas segmentorum, sed tantum ad totales, Tuas vero literas contrarium asserere: rem accuratius inspicere volui in exemplo Cissoidis, cujus tam recensio, quam tuae literae mentionem faciunt. Et visum mihi est, applicationem ad segmenta non carere difficultate, quia locum non facile habent collectiones numerorum in unum. Exempli gratia, pro Cissoidis spatio totali metiendo ais: Si series subsecundanorum $\sqrt{a}$ ducatur respective in seriem primanorum inversam $D - a$, fiet series $D\sqrt{a} - a\sqrt{a}$, quae est ad seriem aequalium sive totidem $D\sqrt{D}$, ut $\frac{2}{3} - \frac{2}{5}$ ad 1 seu 4 ad 15. Et eodem modo quaeruntur hujusmodi aliae proportiones, quibus denique interpolatio interseritur, cujus ope pulchre invenitur area integri spatii Cissoidalis, ex supposita Circuli Quadratura. Verum in partialibus segmentis duo termini generaliter in unum numerum addi non possunt. Unde illa numerorum in unum collectorum elegans in totalibus progressio, qua nititur interpolatio, cessare videtur in partialibus seu segmentis in universum sumtis. Equidem si ultimae *a* assignemus certam rationem ad D, rursus collectio fieri poterit, et fortasse tunc novae progressiones orientur, praesertim si ultima *a* certa lege varietur. Nescio tamen an tunc facile futurum sit pervenire ad progressiones numerorum aptas interpolationi: saltem novae in eo necdum a Te ipso publice exhibitae inquisitionis materia foret. Itaque optarem a Te ostendi, si commode fieri potest, quomodo Methodum illam tuam ad Segmenta Cissoidis, aliaque id genus applicari posse arbitreris: quandoquidem ejus rei spem facere tuae Literae videntur.

Jucundum lectu mihi fuit et ad Historiam Scientiae locupletandam notatu dignum videtur, quod indicas, Cycloeidis aliquam descriptionem jam extare apud Cardinalem de Cusa. Manuscriptum operum ejus Codicem, quam apud vos haberi memoras, Oxonii ni fallor extare eo ipso indicas. Ut vicem aliquam reddam (nam Cusanus erat natione Germanus), admonebo in recensione eorum qui Calculo valuere olim, quos tua memorat Algebra, praetermitti Johannem Suisset Vestratem, κατ' ἐξοχὴν dictum Calculatorem, quod gradus qualitatum seu formarum calculo subjecisset. Memini me nonnulla ejus Manuscripta videre in meis itineribus, quae vel ob tempus autoris edi digna videbantur. Scis a Julio Caesare Scaligero aliisque magni fuisse factum, et alios quosdam Scholasticos quaedam Semimathematica ejus exemplo dedisse, quae exstant.

Qui Algebram Tuam in Actis Lipsiensibus 1686 p. 283 recensuit, optavit, ut de Arte Divinandi occulte scripta, in qua egregia a Te specimina data ait, aliquid ederes. Verba ejus haec sunt:

„Caeterum cum celeberrimus Autor, quemadmodum intellexi-
„mus, excellat in solvendis, vel ut vulgo loquntur Deciphrandis
„Cryptographematibus, eaque Scientia magnam cum illis quae
„hoc opere traduntur affinitatem habeat, orandus magnopere
„est ut praecepta ejus tradat, praesertim cum ea quae hacte-
„nus prostant, valde sint imperfecta. Ita in hoc quoque genere
„Vietae laudes aequabit, imo vincet, si duraturo ad posteritatem
„specimine ostendat, quod illum fecisse solo Thuani testimonio cre-
„dere cogimur."

His ego nunc meas preces adderem, nisi gravis aetas tua obstaret, in qua aequum est gaudere Te ac frui anteactorum laborum gloria, non vero ad novos labores vocari. Si qui tamen adessent Tibi juvenes ingeniosi et discendi cupidi, possent coram paucis verbis a Te multa discere, quae interesset non perire.

Postremo adjiciam, intellectum mihi ex aliorum libris, praeclare nuper a Te fuisse scriptum de sacrosancta Trinitate. Id mihi pergratum fuit ob Argumenti dignitatem, quod tractari a Viro compertae profunditatis et ἀκριβείας, publice interfuit.

Non dubito quin multas in variis doctrinae partibus, sed praesertim in Physicis et Mathematicis, cogitationes adhuc premas, quas vel per saturam et per compendium annotari conservarique magis optarem, quam ut antiquos Musicos Graecos nobis des restitutos, qui multo majora ipse per te potes. Vale etc.

Dabam Hannoverae $^{19}/_{29}$ Martii 1697.

III.

Wallis an Leibniz.

Oxoniae Apr. 6. 1697.

Literas Tuas humanissimas Martii $^{19}/_{29}$ Hannoverae datas accepi (et exosculatus sum) Martii 31 stilo nostro 1697, hoc est, Apr. 10 stilo vestro. Mihique gratulor quod Nobilissimo Viro Ego Meaque non displicuerint. Veniam interim exorare debeo, si locorum distantia fecerit, ut eruditissima tua scripta et inventa minus ego sciverim aut intellexerim, quam vellem; et quidem, quis sit ille Tuus Calculus Differentialis, non satis mihi compertum sit, nisi quod mihi nuper nunciatum est, eum cum Newtoni Doctrina Fluctionum quasi coincidere.

Nec pudet me meam hac in parte ignorantiam fateri, qui jam ab aliquot annis contentus fuerim (hac aetate) lampadem tradere, aliisque permittere, ut promoveant ea quae (si qua) ego non infeliciter detexerim.

Quod Literas scripseris (in mei gratiam) ad Editores Actorum Lipsicorum, favori tuo debeo, et grates habeo.

Quis eorum ille sit qui mea scripta recensuit in Actis Lipsicis pro mense Junii 1696, ego quidem non scio, sed ei gratias habeo. Neque enim est cur ego ei succensere debeam, si non (primo intuitu) statim perspexerit omnia quae penitius rimanti occurrissent, aut etiam sint occursura. Sufficit enim instituto suo, ut summa quaeque carpat et magis obvia, Lectoribus permittendo, si penitiora desiderent, apud Authores indicatos quaerere.

Nolim autem existimet quod in Gentem Vestram minus aequo sim animo; nam secus est.

Quod Methodos meas in Arithmetica Infinitorum putaverit ad Integras tantum Figuras pertingere, et non item ad earum Partes, inde factum credo, quod non satis attenderit ad Prop. 66 (ubi docetur, Ex cognita magnitudine seriei Integrae, cognosci magnitudinem ejusdem obtruncatae) aliasque quae huc spectant, puta Prop. 67, 68, 69, 70, 71, 72, 108, 109, 110 etc.

Quod autem ad Spatia Cycloidalia partialia non pertigerint meae methodi, non dixisset, si ad Mechanicorum Cap. 5 Prop. 20 advertisset, ubi docetur Semicycloidem Semicirculi totam totius Triplam esse, et partes partium respective sumptarum. Atque ad eandem formam dictum est Prop. 17, 18, 19, 21, 22.

Et quidem ego primus omnium (eorum qui figuram hanc tractaverunt) Cycloidis sic in partes suas resolutionem, secundum ipsius Anatomiam veram, ostendi: eoque insignem huic toto negotio affundi lucem (pariterque in figuris aliquot aliis). Aliisque ansam dedi, hujus imitatione, figuras alias sic resolvendi.

Respective sumptarum, inquam, non autem utcunque sumptarum, sed debito modo sumptarum, secundam cujusque Figurae veram Anatomiam.

Sed, inquis, Preli mendo (Actorum pag. 254) irrepsit vox Cycloidale, ubi dicendum erat Cissoidale. (Esto.) Totumque Cissoidale spatium me redegisse ad meas Methodos, non autem Partialia. Recte quidem (nempe non in eo ad Hugenium Tractatu Epistolari). Interrogatus enim eram de Cissoide tota (et ad interrogata respondi), non de Partibus (quod enim ibi de Partibus dicitur, Hugenius post suggessit quam id Responsi dederam.)

Sed ad Mechanicorum Cap. 5 Prop. 29 idem videas de Cissoidis partibus praestitum, quod erat de partibus Cycloidis, et utriusque figurae consensum ibidem indicatum. Non autem eadem prolixitate Cissoidem ibi prosequor, qua usus fueram ad Cycloidem, ejusque Solida, et solidorum superficies, Centraque Gravitatis omnium (ut nec alias figuras aliquot) quia sic opus in immensum excresceret.

Sed Cycloidem fusius prosequutus sum, ut sit Paradigmatis loco, ad cujus imitationem possit quis (cui libet et vacat) figuras alias tractare (mutatis mutandis pro cujusque figurae Charactere), sive ex duabus sive ex pluribus figuris implicatis constet istiusmodi figura Composita. Nam Methodi meae ratio est ibi satis evidens attente consideranti.

Ubi autem notas, difficultatem aliquam esse in accomodando ea, quae de Cissoide Tota dicuntur, ad ejus Partes: dicendum est, Ingenio opus esse (ubi Figura Composita est ex pluribus implicatis componentibus) ad disquirendum (ex Figurae Constructione) quae partes hujus, quibus illius componentium figurarum partibus, consociandae sint (praesertim ubi dissimili situ ponuntur figurae componentes) atque tum demum, partibus sic detectis,

accommodandae sunt meae methodi. Quod a me factum videas in Cycloide, Cissoide, Conchoide, aliisque.

Sic ego distribuo Semi-Cycloidem (non ut Lanius, sed ut Anatomista) in Semicirculum et Figuram Arcuum, quibus separatim meas methodos adhibeo. Est utique Cycloidis Ordinata $f = a + s$, aggregata ex Arcu et Sinu recto; ejusque continua Incrementa (quas vos Differentias dicitis) aggregata ex incrementis horum. Et, ubi ad curvam ipsam respicitur, Obliquitas Tangentis in quoque puncto (propter Figuram Arcuum ex loco suo detrusam et luxatam, ob interjectum Semicirculum) quae est istius Puncti obliquitas (angulum intelligo quem ad Axem facit illa Tangens) componitur ex Tangentium utriusque figurae Obliquitatibus (et quidem si tertia quartave interponeretur figura, componeretur ex omnium obliquitatibus). Unde originem ducit Newtoni Doctrina Fluxionum, et Vester (si eum satis intelligo) Calculus Differentialis. Sic Conchoidem dirimo in Quadrantem Circuli et Figuram Tangentium. Ordinata in Cissoide est ad Ordinatam in Semicirculo, et interceptum Axem, tertia continue proportionalis: atque ex talibus Tertiis conflatur ea figura.

Quod meam Interpolandi methodum spectat, ea minima pars est mearum methodorum de Infinitis; atque tum demum in subsidium advocatur, cum intervenit Radix universalis (sive Binomii, sive Apotomes). Quo casu non expedienda res videtur (veris numeris) nisi per eam, quam ego voco Continuam Approximationem, alii Seriem convergentem, alii Seriem infinitam. Quae praesumit (quod nescio an me prior quispiam animadvertit) Aequationes intermedias inter (quas vocamus) Laterales, Quadraticas, Cubicas etc. Ubi autem non talis intervenit Radix Universalis, directe procedunt meae methodi.

Ubi dicitur, Nicolaum Mercatorem primum esse qui Quadraturam aliquam dedit per Seriem Infinitam: vide annon mea talis sit, Ar. Infin. pr. 191,

$$\square = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 9 \times 9 \text{ etc.}}{2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \times 8 \times 10 \text{ etc.}}$$

et Brunkeri $\square = 1 \cfrac{1}{2 \cfrac{9}{2 \cfrac{25}{2 \cfrac{49}{2 \cfrac{81}{2} \text{ etc.}}}}}$

Sed et omnes mearum Tabellarum series (in Arithmetica Infinitorum) sunt Series Infinitae; et earum plurimae quales quae Vobis dicuntur (novo nomine) series Transcendentales.

Nolim utique ut Clarissimo Viro fraudi sit nova Compellatio. Nam quas ego vocaveram Continuas Approximationes, vocat Jacobus Gregorius Series Convergentes, et Newtonus, Series Infinitas; sed res eadem est. Sic quod ego vocaveram Centrum Percussionis, vocat Hugenius (novo nomine) Centrum Oscillationis; sed eadem res est. Et Fermatii Hyperbolae Infinitae eaedem sunt cum meis Seriebus Reciprocis.* Et Galilaei Cycloides, Mersenni Trochoides, mea Cyclois, et Cusani Curva (quocunque nomine dicatur) sunt res eadem. Sic Rectificata Curva Nelii, et Curva Heuratii, et Curva demum Fermatii, eadem est cum mea Paraboloide Semi-cubicali. Et Gallorum Socia Cycloidis est ea Curva quae (mihi) terminat Figuram Sinuum rectorum. Et, ni fallor (sic saltem mihi nunciatum est), Newtoni Doctrina Fluxionum res eadem (vel quam simillima) quae vobis dicitur Calculus Differentialis: quod tamen neutri praejudicio esse debet. Et annon Fermatii Methodus de Maximis et Minimis (quae qualis sit non certus scio, nec scio an uspiam sit publici juris facta) non sit reapse idem processus quem ego adhibeo (nominis ignarus) in Parabolae, Hyperbolae, Ellipseos (aliarumque Curvarum) Tangentibus investigandis (in Tractatu de Conicis Sectionibus et alibi) sic variandus ut cujusque Curvae Character postulat: qui (ni fallor) Apollonio dicitur περὶ μονάχῶν. Estque Curvarum duarum Tactus, punctum illud quo Recta utramque tangit.

Suiceti (an Suisseti) nomen (ni fallor) Rogerus fuit (certe, non Johannes) et nescio an quicquam praestiterit in Algebra; sed erat Vir alias subtilis ingenii.

Cusani Figuram Cycloidis transcriptam habebis ex Codice MS., qui hic habetur in Saviliana Bibliotheca Mathematica (ex dono meo) *).

Quod memoras de Arte divinandi Occulte Scripta, est ea res non certis regulis coercenda propter infinitam varietatem Ciphras

*) Das, was Wallis über die Cycloide des Nicolaus von Cusa ursprünglich auf einem Zettel bemerkt und Leibniz zugeschickt hatte, ist in dem folgenden Excerpt weiter ausgeführt.

ponendi (et quarum difficultas, jam satis ardua, quotidie crescit) quae a conjecturis principio positis inchoanda est, quae prout succedere vel non succedere deprehenduntur, vel prosequendae sunt vel mutandae, donec quid certi constat. Sed tanti laboris res est, ut vix sit qui velit ediscere. Misi tamen (ex multis) Exemplar unum Epistolae Ciphris scriptae, prout ea ad manus meas pervenit intercepta, cum ejusdem Expositione a me praestita, ad Dn. Editorem Actorum Lipsicorum. Quod ad manus ejus perventurum spero (saltem opto), quamvis nesciverim illum de nomine compellare.

Quae ego de Sacra Trinitate conscripsi (lingua Anglicana), quomodo ad Te transmittam nescio. Si quis autem ex Bibliopolis Vestris commercium habeat cum nostris Londinensibus, haberi possunt apud Thomam Parkhurst, Bibliopolam Londinensem, qui ea edidit.

Quando autem ego alicubi insinuaverim Cavallerii Geometriam Indivisibilium non aliam esse quam Veterum Methodum Exhaustionum compendiosius traditam, nolim quis id a me dictum putet in ejus derogationem, sed in ejusdem confirmationem. Cum enim objecerint aliqui, non id esse Geometriae consonum, ut (verbi gratia) ex Lineis Rectis (nullius latitudinis) compleri censeatur Superficies Plana: per Rectas hasce (commoda interpretatione) intelligenda dixerim Parallelogramma, quorum latitudo sit infinitesima pars Altitudinis totius figurae, qualibus, numero infinitis, compleri posse spatium illud, satis Geometrice dici possit; saltem, ex talibus fieri figuram vel inscriptam vel circumscriptam, quae inter se differant (adeoque et ab exposita figura) dato minus. Atque sic intellectum, eodem fundamento niti cum Veterum Exhaustionibus, nec magis convelli posse quam illae, aut ἀγεωμετρησίας incusari. Qua benigna interpretatione non laesum iri putem Cavallerii methodum, sed adjutum, ut quae compendiosius tradat, aliorum prolixiores Exhaustiones. Atque haec sunt quae ad humanissimas Tuas literas respondenda censui. etc.

Beilage.

Excerptum ex Epistola Wallisii Maji 4, 1697 in Philosophicis Transactionibus Londinensibus pro Mense Junio 1697 memorata, de Cycloide Cardinali Cusano cognita, circa Annum 1450, et Carolo Bovillo, circa Annum 1500.

Enarrat Torricellius inter opera sua Mathematica Anno 1644 edita, quod Cycloidem consideraverat Galilaeus tum ante annos 45 (adeoque Anno saltem 1599, aut adhuc prius) quodque adjacentis Figurae Quadraturam adgressus fuerit (et quibus modis sit aggressus), sed non est assecutus.

Eandem Curvam Anonymus quidam Gallus in l'Histoire de la Roulette, Anno 1658 Gallice edita, Mersenno tribuit, ut qui Anno 1615 (primus omnium, ut ipsi videtur) eam Gallis suis considerandam proposuit, la Roulette dictam, seu Trochoidem, non quod ipse Figurae Quadraturam invenerit (aut quidem aggressus fuerit), sed quod considerandam proposuerit.

Et quidem omnino fieri potest, ut Mersennus per se in eandem Curvam inciderit (nolim enim meritissimo Viro quicquam derogare) nescius eam a Galilaeo fuisse ante consideratam. Num autem id sciverit aut nesciverit Mersennus, non constat. Utcunque vero (sive sciverit sive non sciverit) Mersenno non debet praejudicio esse aut vitio verti, quod eam porro considerandam proposuerit. Certum enim est, eam (sive Curvam, sive Figuram adjacentem) non fuisse tum temporis ita perspectam prout nunc est.

Anno demum 1644 Torricellius suam edidit Figurae Quadraturam (Demonstratione munitam), nempe Cycloidem esse Circuli Genitoris Triplam, Modumque ducendi Tangentes. Et quidem primus omnium, quod sciam, haec edidit.

Sed Robervallium, ajunt, Anno 1634 hanc Quadraturam prius invenisse, quamvis ea non fuerit typis edita (nec quidem scio an etiamnum sit). Quod quidni verum sit, non video: quamvis id nesciverit Torricellius.

At certum est, neque Mersennum, neque Galilaeum, primos esse qui Curvam hanc consideraverunt. Extat enim apud Carolum Bovillum, inter opera sua Mathematica Annis 1501, 1503, 1510 edita, et speciatim in eo ubi agitur de Circuli Quadratura. Ubi

inter alia plura ostendit, quod (dum Circulus super rectam in plano volvitur perimetro aequalem) quodlibet Peripheriae punctum (ascendendo et descendendo) Curvam describit (nempe eam quam jam Cycloidem dicimus) et quidem quodlibet in Circuli plano Punctum intra Circulum (solo centro excepto) ascendendo et descendendo Curvam itidem describit (nempe qualem jam dicimus Cycloidem Protractam), Centro autem describitur Recta, perimetro aequalis.

Ostendit item, quod Parallelogrammum intra quod volvitur Circulus (illud, puta, Cycloidi circumscribitur) est Circuli Quadruplum. Unde foret illatu facile, quod (si eximatur, medio loco, Circulus qui est Cycloidis Axi circumpositus) Parallelogrammi reliquum foret Circuli Triplum. Quod vix aliud est quam distorta Cyclois; saltem huic aequatur. Vel, si auferatur id quod est extra Cycloidem (quod ostendi potest Circulo aequale), manebit Cyclois, Circuli Tripla. Verum hoc ea aetate non innotuit.

Sed et (ante Bovillum) Cardinali Cusano notam fuisse constat. Quem in plerisque sequitur Bovillus, ab eo plurima mutuatus (quod qui utrumque legerit, non dubitabit) quem et aliquoties citat.

Extat utique in vetusto Codice Manuscripto (quem ego nuper intuli in Bibliothecam Mathematicam Oxoniae, quam Savilianam dicimus) a quodam Johanne Scoblant Aquisgrani descripto Anno 1454, vetusto Charactere qui eam aetatem sapit. Aquisgrani, inquam; sic enim lego quod ibi scribitur Aquisg'.

Id liquet ex Notis, quas ad variorum Tractatuum calcem subjunxit Scriba, quo die fuerit Tractatus ille absolutus. Nempe ad calcem unius: Finivi Aquisgrani Anno Dom. 1451, Octava Sci.ª Leopardi J. Scoblant. Ad calcem alterius: Ipsa die Annuntiationis 1454 Aquisgrani, Jo. Scoblant. Ad calcem hujus de quo agitur: Jo. Scoblant Aquisgrani 1454, Febr. die S. Mathiae. Ad calcem alterius: Per me Jo. Scoblant 1454 Aprilis die 18. Ad calcem ultimi: 1454. 28 Aprilis, per Jo. Scoblant Script'. Ut de Codicis antiquitate non sit dubitandum. Quanto autem prius Tractatum hunc conscripsit Cusanus, quam Codicem hunc descripsit Scoblantus ille, non liquet. Certe non multis annis: quippe in Pontificatu Papae Nicolai V, cui dicatur.

Hic inter opuscula quaedam Cardinalis Cusani (ubi agitur de Quadratura Circuli, Mechanice perficienda) conspicitur haec Figura.

Codicem cito MS., quia in Codicibus Editis Figura perperam describitur. Et quidem in MS. haud satis accurate, sed rudiori manu descripta est (prout sunt istius Codicis Figurae omnes) et a Scriba qui videtur rem ipsam haud satis intellexisse. Sed, quae (ad mentem Cusani restituta) sic se habet (fig. 2). Ubi notandum est (ex antecedentibus apud Cusanum), quod bp est ipsi constans character quo designat Semi-diametrum Circuli expositi: et ab constans character quo designat Rectam aequalem ejusdem Perimetro, puta, quam Circulus super planum volutus commensurat suae Perimetro aequalem. His praesuppositis, Cusani verba (quae hanc Figuram spectant) rite intelligantur. viz.

„Dato Circulo, Quadratum aequale assignare. Hoc sic facito: Inter bp [hoc est, Semidiametrum expositi Circuli] et medietatem ab [hoc est, medietatem Rectae quam Circulus super Planum volutus commensurat suae perimetro aequalem] recipias medium proportionale, per nonam Sexti Euclidis [intellige, secundum Editionem Campani, quae est in Editione Clavii, 13 e 6] quod est costa Quadrati aequalis."

Haec est Cusani Constructio hujus Figurae, suis verbis. Unde manifestum est, quod (coincidentibus punctis p, a in puncto contactus prioris Circuli) Curva quam describit p punctum, dum Circulus volvitur ab a ad b (cui nomen non assignat Cusanus), est ea Curva, quam jam Cycloidem aut Trochoidem dicimus: rectaque Contactuum puncta conjungens, est (quae jam dicitur) Basis Cycloidis, quodque ab seu pb aequalis censeri debet Perimetro expositi Circuli. (Secus enim, Costa Quadrati Circulo aequalis non foret media proportionalis inter medietatem hujus et Semidiametrum expositi Circuli).

Quod cum Scriba non satis animadverterit, rudi manu figuram delineavit, Circulos describens justo majores; Punctumque p, quod ponendum erat in Circuli peripheria, ille paulo inferius ponit; Punctumque b, quod ponendum erat in contactu posteriori, ponit ille paulo citra; Curvamque, puncto p descriptam, quae terminanda erat in ipso puncto posterioris contactus, ille paulo ultra terminat. Quae facile excusanda forent.

Sed et (quod rem totam manifesto mendo perturbat) Costam infimam Quadrati Circulo aptati (quae ponenda erat paulo supra Figurae Basin) ille cum Base confundit, quasi in ipsa Base producta jaceret.

Quam figuram (ut in MS. comparet rudiuscule delineata) libet hic fideliter exscriptam exhibere, ut Lectori constet quid fieri debuit ad mentem Cusani, et quid factum sit ex imperitia Scriptoris (fig. 3).

Atque hoc idem peccatur in Libris Editis, ubi, inter alia plura opera Cusani, edita Basileae 1565 (sed et, credo, multo prius), habetur Tractatus hic De Mathematicis Complementis, cum Annotationibus cujusdam Omnisancti, qui (praeterquam quod Costam illam infimam vel non posuit, vel perperam posuit) Figuram nimis contrahit, et pro Curva Cycloidis perperam pingit Arcum Circuli, omnino contra mentem Cusani, quam ille non satis intellexit. Figuram illam non appono: ut nec figuras quae apud Bovillum habentur, ut quae conspiciendae habentur in libris Editis.

Cusanus autem, postquam hanc Quadrati Costam (seu Latus) in hoc Schemate designaverat pro uno aliquo Circulo, procedit (in alio Schemate) ad mechanismum suum pro alio quovis Circulo accommodandum. viz.

„Et medietatem Costae signa in linea, quae ad angulum rectum conjungitur hp in Centro, et sit hr, trahendo pr; et habes angulum hpr: quem facito ex aere aut ligno. Et, modo quo supra, cum illo omnes Circulos quantocyus quadrare poteris."

Nempe, formato hoc angulo hpr, si ponatur bp semidiameter cujusvis circuli, crus reliquum (anguli sic formati) abscindet in hr semi-latus Quadrati Circulo aequalis.

Atque hinc satis liquet, Cycloidem quam nunc dicimus, jam ante aliquot secula fuisse consideratam, sed hoc tandem seculo penitius perspectam.

IV.

Leibniz an Wallis.

Alterae tuae Literae, non minus ac priores, multis nominibus mihi gratissimae sunt. Docent enim semper aliquid quod faciat ad Scientiae incrementum. Sed si vel hoc unum ostenderent, valere Te, et nostri amanter meminisse, plurimum voluptatis afferrent. De Aequitate tua, et benevolo etiam in nostros animo, nunquam dubitavi, ejusdem indicia dudum habui, atque adeo et ipse, data occasione, quanti Tua in Scientias merita facerem, ostendi.

Tuam Methodum Interpolationum imprimis magni facio, et puto aliquid habere adhuc in recessu. Vellemque adeo produci ipsam longius ad alia binomia, trinomia etc., tum etiam ad partes ipsas figurarum. Has enim hactenus, ni fallor, non hac sed alia ratione consequeris, quantum ex tua responsione colligo.

Tametsi vocabulis generalius acceptis pro iisdem haberi possint continuae appropinquationes et series convergentes et series infinitae, ego tamen, docendi causa, multimodis haec distinguere soleo. Non omnis continua appropinquatio continuo exhibet incognitae Valorem exactum, omnes appropinquationes simul comprehendentem. Et valor ille exactus qualis Tuus $\square = \frac{3, 3, 5, 5, 7, 7, 9, 9, \text{ etc.}}{2, 4, 4, 6, 6, 8, 8, 10, \text{ etc.}}$, vel Brounkerianus cujus non satis perspexi originem, $\square = 1\cfrac{1}{2\cfrac{9}{2\cfrac{25}{2\cfrac{49}{2}}}}$ etc., a me tamen distinguitur a valore exacto per series infinitas proprie dictas, quae per meram terminorum collectionem conflantur, quales, ni fallor, primus dedit Nicolaus Mercator, ampliavit Newtonus, atque ego quoque excolui nonnihil.

Interim vellem, et Tuas et Brounkerianas exprimendi rationes et Hugenio-Gregorianam quoque serierum convergentium methodum promoveri.

Ostendit mihi olim Hugenius Parisiis Jacobi Gregorii perbrevem libellum in 4°, in quo videbatur aliqua contineri promotio serierum convergentium, sed αἰνιγματικῶς, quamquam mihi inspicere tantum in transitu, non legere vacarit. Vellem, quod ibi deest, a Dn. Davide Gregorio, ejus cognato, suppleri posset. Vides igitur unamquamque methodum a me suo pretio censeri.

Dixi aliquando in Lipsiensibus Eruditorum Actis, mihi omnes Methodos Tetragonisticas ad duo summa genera reducendas videri: vel enim colliguntur in unum quantitates infinitae numero, quantitate incomparabiliter minores toto; vel semper manetur in quantitatibus toti comparabilibus, quarum tamen numerus infinitus est quando totum exhauriunt. Utriusque Methodi spe-

cimina jam dedit Archimedes, sed nostrum seculum utramque longius produxit. Itaque, strictius loquendo, Methodus Exhaustionum a Methodo Indivisibilium distingui potest: tametsi commune omnibus sit principium demonstrandi, ut error ostendatur infinite parvus, seu minor quovis dato, Euclidis jam exemplo.

Methodum Fluxionum profundissimi Newtoni cognatam esse Methodo meae Differentiali, non tantum animadverti postquam opus ejus et tuum prodiit, sed etiam professus sum in Actis Eruditorum, et alias quoque monui; id enim candori meo convenire judicavi non minus quam ipsius merito. Itaque communi nomine designare soleo Analyseos Infinitesimalis, quae latius quam Methodus Tetragonistica patet.

Interim, quemadmodum et Vietaea et Cartesiana methodus Analyseos Speciosae nomine venit, discrimina tamen nonnulla supersunt: ita fortasse et Newtoniana et Mea differunt in nonnullis.

Mihi consideratio Differentiarum et Summarum in seriebus Numerorum primam lucem affuderat, cum animadverterem differentias tangentibus, et summas qaadraturis respondere. Vidi mox differentias differentiarum in Geometria osculis exprimi, et notavi mirabilem analogiam relationis inter differentias et summas cum relatione inter potentias et radices. Itaque judicavi, praeter affectiones quantitatis hactenus receptas y, y^2, y^3, $y^{\frac{1}{2}}$, $y^{\frac{1}{3}}$ etc. vel generaliter y^e, sive $\boxed{p^e}$ y, vel potentiae ipsius y secundum exponentem e, posse adhiberi novas differentiarum vel fluxionum affectiones dy, d^2y (seu ddy), d^3y (seu $dddy$), imo utiliter etiam occurrit $d^{\frac{1}{2}}y$, et similiter generaliterque $d^e y$.

Hac jam affectione admissa, vidi commode per aequationes exprimi posse quantitates, quas a sua Analysi et Geometria excluserat Cartesius, et Curvas, quas ille non recte vocat Mechanicas, hac ratione calculo non minus subjici, quam ab ipso in Geometriam receptas. Et, quemadmodum Veteres jam aequationes curvarum locales observaverant, sed Cartesius tamen utilem operam nobis navavit, dum eas calculo suo expressit: ita putavi me non inutiliter facturum, si ostenderem methodum curvas ab ipso exclusas similiter per aequationes exprimendi, quarum ope omnia de iis certo calculi filo haberi possint.

Et licet fatear, quemadmodum rem ipsam in aequationibus curvarum localibus facilioribus calculo Cartesii expressam jam