



attaché à eux par quelques lignes inflexibles (droites ou courbes) et par consequent gardant la meme situation à leur égard, soit tourné à l'entour de A, B, pour decrire la circulaire CY (Y). On peut juger par là que la situation d'un point à l'égard d'un autre peut estre conçue sans exprimer la ligne droite, pourveu on les conçoive joints par quelque ligne que ce soit. Et si la ligne est posée inflexible, la situation des deux points entre eux sera immutable. Et deux points peuvent estre conçus avoir la mesme situation entre eux que deux autres points, si les uns peuvent estre joints par une ligne qui puisse estre congrue avec la ligne qui joint les autres. Je dis cecy, à fin qu'on voye que ce que j'ay dit jusqu'icy ne depend pas encor de la ligne droite (dont je vay donner la definition), et qu'il y a difference entre A, C, situation de A et C entre eux et la droite AC.

Soit (fig. 7.) $AY \propto BY \propto CY$; le lieu de tous les Y sera la droite. C'est à dire, trois points estant donnés, on demande un point Y, qui a la meme situation à l'égard de A, qu'il a à l'égard de B, et qu'il a à l'égard de C. Je dis que tous ces points tomberont dans la droite infinie Y (Y). Si tout estoit dans un même plan, deux points donnés suffiroient pour determiner ainsi la droite.

Soit enfin (fig. 8.) $AY \propto BY \propto CY \propto DY$; le lieu sera un seul point; car on demande un point Y, qui ait la mesme situation à l'égard de quatre points donnés A, B, C, D; c'est à dire que les droites AY, BY, CY, DY soient égales entre elles; et il n'y a qu'un seul qui puisse satisfaire.

Ces memes lieux se peuvent exprimer en plusieurs autres façons, mais celles-cy sont des plus simples et des plus fécondes et peuvent passer pour des definitions. Et pour faire voir que ces expressions servent au raisonnement, je monstreray par les caracteres, avant que de finir, ce qui est produit par l'intersection de ces lieux. Premièrement: l'intersection de deux surfaces spheriques est une ligne circulaire. Car l'expression d'une spherique est $AC \propto AY$, et celle d'un plan est $AY \propto BY$, et par consequent $AC \propto BC$, parce que le point C est un des points Y. Or BC estant $\propto AC$, et $AC \propto AY$, nous aurons $BC \propto AY$, et AY estant $\propto BY$, nous aurons $BC \propto BY$. Joignons ces congruités, et nous aurons $ABC \propto ABY$, c'est à dire $AB \propto AB$, $BC \propto BY$, $AC \propto AY$. Or $ABC \propto ABY$ est à la circulaire, donc l'intersection d'un plan et d'une surface spheri-

que donne la circulaire. Ce qu'il falloit demonstrier par cette sorte de calcul. — De la même façon il paroît que l'intersection de deux plans est une droite. Car soyent deux congruités, l'une $AY \propto BY$ pour un plan, l'autre $AY \propto CY$ pour l'autre plan, nous aurons $AY \propto BY \propto CY$, dont le lieu est la droite. Enfin l'intersection de deux droites est un point. Car soit $AY \propto BY \propto CY$ et $BY \propto CY \propto DY$, nous aurons $AY \propto BY \propto CY \propto DY$.

Je n'ay qu'une remarque a ajouter, c'est que je vois qu'il est possible d'étendre la caracteristique jusqu'aux choses, qui ne sont pas sujettes à l'imagination; mais cela est trop important et va trop loin pour que je me puisse expliquer la-dessus en peu de paroles.

V.

Leibniz an Hugen.

A Hannovre ce $\frac{10}{20}$ Octobre 1679.

J'espere que vous aurés receu la lettre que je vous ay écrite, il y a quelques semaines, avec une petite piece assés considerable du vray phosphore, ou de cette lumiere materielle et constante, dont j'avois écrit autresfois à Mr. de la Rocque, auteur du Journal. Maintenant Mr. Tschirnhaus que vous connois-sés, ayant passé par icy et m'ayant raconté que vous ne vous portés pas trop bien, je vous ay voulu témoigner par celle-cy, que j'y prends beaucoup de part, et que je considere vostre santé comme une chose qui doit estre pretieuse au public. J'ose même vous conjurer de la ménager un peu plus que vous n'avez coustume de faire. Vous avés déjà acquis tant de gloire que vous vous pouvés reposer un peu, et si vous donniés quelques unes de vos belles pensées et découvertes toutes pures, quoyque dénuées de ce bel appareil de demonstrations formelles, mais qui gênent trop, et qui font perdre trop de temps à une personne comme vous estes, je croy que la posterité ne vous seroit que trop obligée.

Je reviens à Mr. Tschirnhaus, avec qui j'ay parlé quelques



jours durant des matieres dont je n'avois parlé à personne pendant que je suis icy. Il a fait quantité de belles tentatives pour arriver aux racines des equations, et comme nous avions disputé la dessus par lettres, car les siennes ne me satisfaisoient point, nous avons conféré sur ce sujet, et enfin il s'est trouvé que j'avois eu raison de ne me pas rendre: aussi s'y veut il prendre à present d'un autre biais, dont j'attends qu'il me mande le succès, car j'espere beaucoup de son genie. Pour moy je tiens cette matiere pour faite par ma methode, mais il faut un calcul que j'aurois entrepris, si je ne voyois moyen de l'abreger infiniment par quelques Tables, que j'ay conçues et qui à mon avis ne seront pas moins importantes en Algebre, que les Tables des Sinus dans la Geometrie pratique.

Je vous ay aussi envoyé dans ma precedente un essay d'une nouvelle caracteristique en Geometrie, dont je serois bien aise d'avoir vostre sentiment. C'est une ouverture qui nous doit mener aussi loin dans son espee, que l'Algebre dans la sienne. Elle a des grands avantages sur l'Algebre, qui a besoin de grands detours pour parvenir a des demonstrations et constructions geometriques, au lieu que cette methode suit les figures de vue, qu'elle soulage l'imagination, et qu'on pourra faire par là une exacte description d'une machine ou autre chose imaginable, quelque composée qu'elle puisse estre, sans employer des figures ny des paroles, et cependant il sera aisé à celui qui entendra ces caracteres de tracer la figure apres eux. Mais le plus important usage qu'on en pourra faire, c'est d'oider le raisonnement. Car on trouve ainsi par une espee de calcul tout ce que la Geometrie enseigne jusqu'aux elemens d'une maniere analytique et déterminée. Car l'Algebre qui suppose les elemens ne pousse pas l'analyse à bout, comme fait cette nouvelle caracteristique, par laquelle je demonstre par exemple que l'intersection de deux surfaces spheriques est un cercle et choses semblables, sans employer l'imagination.

Pour ce qui est du phosphore, qui luit de soy-même, et qui jette des éclats, je vous en enverray la composition, si vous ne l'avez pas encor dans vostre Academie. Car je l'ay fait moy-même et j'en puis répondre. Je croy qu'il y a des gens qui demandent beaucoup pour le vous communiquer, mais je ne demande rien, pourveu que l'Academie Royale veuille tenir la chose secrete, et que cela puisse servir à faciliter ce que

j'ay quelque raison d'esperer un jour. Car sans parler de quelques decouvertes mathematiques de mon cru (particulierement de ma quadrature dont j'ay achevé la demonstration dans les formes, avec quantité d'autres propositions considerables y comprises, et qui pourroit estre adoptée de l'Academie) je suis peut-estre en estat de vous envoyer de temps en temps ce qui se passe de plus considerable dans les sciences en Allemagne, et que vous n'apprendrez autrement que trop tard ou point. Et une correspondance réglée me pourra peut-estre faire considerer en quelque façon comme appartenant à vostre Academie quoy-que je ne puisse pas estre present. J'ay quelques autres experiences considerables dont je pretends vous regaler un jour. Cependant je vous supplie, Monsieur, de concerter cette affaire avec Mr. l'Abbé Gallois, à qui j'en ay écrit autres fois. Vous m'avez déjà témoigné tant de bonté, et vous avez tant fait pour moy, que j'ose encor esperer cette faveur. Je souhaiterois un mot de réponse que Mr. Brosseau resident d'Hannover, demeurant dans la rue des Rosiers, derriere le petit S. Antoine, me fera tenir. Je suis avec zele etc.

VI.

Hugens an Leibniz. *)

J'ay examiné attentivement ce que vous me mandez touchant vostre nouvelle Characteristique, mais pour vous l'avouer franchement je ne conçois pas, par ce que vous m'en estalez, que vous y puissiez fonder de si grandes esperances. Car vos exemples des Lieux ne regardent que des veritez qui nous estoient desia fort connues, et la proposition de ce que l'intersection d'un plan et d'une surface spherique fait la circonference d'un cercle, s'y conclud assez obscurément. Enfin je ne vois point de quel biais vous pourriez appliquer vostre characteristi-

*) Von diesem Brief fehlt der Anfang, denn das Vorhandene hat weder die gewöhnliche Aufschrift noch ein Datum. Aus dem Inhalt ergibt sich indes, dass dieses ein Bruchstück des Schreibens vom 22. November sein muss, von dem Leibniz im folgenden Briefe spricht.

que à toutes ces choses différentes qu'il semble que vous y vouliez réduire, comme les quadratures, l'invention des courbes par la propriété des tangentes, les racines irrationnelles des Equations, les problèmes de Diophante, les plus courtes et plus belles constructions des problèmes géométriques. Et, ce qui me paroît encore le plus étrange, l'invention et l'explication des machines. Je vous le dis ingénument, ce ne sont là à mon avis que de beaux souhaits, et il me faudroit d'autres preuves pour croire qu'il y eust de la réalité dans ce que vous avancez. Je n'ay pourtant garde de dire que vous vous abusiez, connoissant d'ailleurs la subtilité et profondeur de votre esprit. Je vous prie seulement que la grandeur des choses que vous cherchez ne vous fasse point différer de nous donner celles que vous avez desia trouvées, comme est cette Quadrature Arithmétique et ce que vous avez découvert pour les racines des équations au delà du cube, si vous en estes content vous mesmes. Pour

celle que vous proposez d'une espèce nouvelle, sçavoir $x^x - x \times 24$, elle est déterminée en nombres entiers, mais autrement de sa nature elle ne paroît pas l'estre, car il y a des exposants qui sont des fractions, comme l'on peut entendre par les logarithmes, et ainsi votre nombre pourroit aussi estre quelque fraction ou irrationnel qui satisfist aussi bien que 3 à la dite équation. J'ay beaucoup travaillé tout l'esté dernier à mes refractions, sur tout en ce qui regarde le Cristal d'Islande, qui a des phénomènes si étranges que je n'ay encore sceu pénétrer les raisons de tous. Mais ce que j'en ay trouvé confirme grandement ma théorie de la lumière et des refractions ordinaires. Dans celles-cy j'ay donné entre autres choses la construction de ce problème proposé par Mr. des Cartes. Estant donné la figure d'un costé d'un verre, trouver la figure de l'autre costé pour faire ensemble le parfait assemblage des rayons parallèles ou qui regardent un point donné, et mesme plus universellement, car il veut que la donnée soit sphérique ou de section de cône. Je tascheray de faire imprimer ce traité de cet hyver si ma santé me le permet. Je voudrois pouvoir suivre votre conseil de donner quelques unes de mes méditations en abrégé et sans la formalité des démonstrations, mais j'ay de la peine à m'y résoudre, ne prétendant pas qu'on me croie sur ma bonne foy dans les choses de cette nature. Je n'ay rien de nouveau

présentement qu'une invention de niveau qui est fort commode et qui se rectifie et vérifie d'une seule station, de sorte qu'à chaque observation on peut s'assurer d'avoir bien opéré, ce qui n'est pas ainsi dans tous ceux qu'on a trouvés jusqu'icy, du moins avec des lunettes d'approche, comme est le mien dont je parle. J'en feray mettre la description dans le Journal et vous en feray part à la première occasion. Je vous prie cependant de croire que je suis véritablement et d'affection etc.

VII.

Leibniz an Hagens.

J'ay esté bien aise d'apprendre par celle que vous m'avez fait l'honneur d'écrire du 22 de Novembre, que le petit morceau du phosphore vous a esté rendu; mais bien plus, qu'il me semble d'y pouvoir remarquer que votre indisposition est passée ou diminuée, ce que je souhaite de tout mon coeur. Il est vray que le phosphore cesse de luire enfin quand il n'a point d'air nouveau, cela me confirme dans mon opinion, dont je croy d'avoir parlé dans ma première, que c'est un véritable feu, assez fort pour estre veu, mais non pas assez pour se faire sentir à l'attouchement. Or le feu a besoin d'air nouveau. Il me paroist encor remarquable qu'il cesse de luire, quand on souffle contre, car, lorsqu'on chasse l'air en soufflant, ce mouvement trop rapide de l'air empêche le phosphore d'en profiter.

Pour allumer la poudre à canon, il ne faut que prendre un morceau, comme la teste d'une épingle, ou beaucoup moindre et ayant de la poudre menüe, concassée ou brisée un peu, y mêler le petit morceau et le broyer avec la poudre, en se servant par l'exemple du plat d'un cousteau, avec lequel on le pressera contre la poudre sur une table, et la poudre s'allumera bientôt. On pourra écrire avec ce phosphore des lettres de feu sur du papier et on allumera ce papier en continuant de froter. Ces deux expériences sont les plus commodes, car on les peut faire sans consumer le phosphore. De fait en enfermant ce morceau, que je vous envoie à present, j'ay tracé des

lettres lumineuses sur le papier, tout comme on écrit avec de la craye, ou du charbon, et je les ay pu lire tres clairement en cachant le papier au jour. Mais dans un lieu obscur elles paroissent et brillent merueilleusement avec quelque espece de mouvement.

Si le papier s'en allume, la poudre s'allumera à plus forte raison.*) Je m'étonne que le premier a mangé la vessie et donné quelque atteinte au papier, non obstant la cire, qui l'entourait. Maintenant j'ay couvert celuy-cy avec sa vessie de cire d'Espagne. Je le vous envoie afin que vous ayés moins sujet de la ménager.

Les essais que Mr. Becher a publiés ne prouvent pas la réalité de sa proposition, à moins qu'il fasse voir qu'on peut reiterer la même operation jusqu'à 50 fois avec le même argent. Car autrement tout l'argent de l'Europe devroit passer par son fourneau, avant qu'il pourroit gagner la million promise par an.

Je puis demonstrier que ce que j'ay avancé suit de ma caracteristique lineaire ou geometrique dont je vous ay envoyé un essay. Car premierement je puis exprimer parfaitement par ce calcul toute la nature ou definition de la figure (ce que l'Algebre ne fait jamais, car disant que $x^2 + y^2 = a^2$ aeq. est l'equation du cercle, il faut expliquer, par la figure, ce que c'est que ce x et y , c'est à dire que ce sont des lignes droites, dont l'une est perpendiculaire à l'autre et l'une commence par le centre, l'autre par la circonference de la figure). Et je le puis en toutes les figures, puisqu'elles se peuvent expliquer toutes par des spheriques, plans, circulaires et droites, dans lesquelles je l'ay fait. Car les points des autres courbes se peuvent trouver par des droites et cercles. Or toutes les machines ne sont que certaines figures, dont je les puis décrire par ces caracteres, et je puis expliquer le changement de situation qui s'y peut faire, c'est à dire leur mouvement. Secondement, lorsqu'on peut exprimer parfaitement la definition de quelque chose, on peut aussi trouver toutes ses propriétés. Cette caracteristique ser-

*) Il ne faut pas continuer de frotter avec le morceau pour allumer le papier, car le morceau tout entier s'en pourroit allumer et seroit inextinguible. Mais le papier estant imbu d'un trait repeté bien fort, on peut allumer le papier en frottant avec le doigt ou plustost contre luy-même ou contre quelqu' autre chose, qui en est imbué aussi.

vira beaucoup à trouver de belles constructions, parceque le calcul et la construction s'y trouvent tout à la fois; mais je ne dis pas qu'on puisse encor trouver par là les plus belles absolument. J'avoue cependant que ces raisonnemens ne touchent point et qu'on a meilleure grace de faire ces choses que de prouver qu'elles sont faisables.

Les racines irrationelles et la methode de Diophante n'ont rien de commun avec cette caracteristique de la situation, aussi n'est ce pas par là que j'y pretends. L'analyse qui sert pour les problemes semblables à ceux de Diophante, est une affaire faite, et je suis satisfait de la methode en general, quoyque je ne me sois pas encore amusé à chercher des abregés particuliers, lesquels, aussi bien que les racines irrationelles generales des equations superieures, demandent quelques tables, que j'ay projetées, pour éviter un calcul qui seroit trop prolix, même dans le cinquieme degré. Les mêmes tables serviront pour toute l'Algebre. Les quadratures et les figures, dont les propriétés des tangentes sont données, demandent une maniere de calcul toute particuliere, dont j'ay des essais curieux; et j'ay trouvé par là une regle pour les tangentes ex data figura, qui passe infiniment les methodes connues. Soit une equation quelconque exprimant la relation des ordonnées y aux abscisses x , par exemple $\sqrt{x^2 + by^2} + \sqrt{xy^2 + c^3} + \text{etc.} = aeq.$ $\sqrt{dx^4 + ex^2y^2} + \sqrt{f^2y^2 + g^2y^3}$ etc. ou quelque autre embarrassée comme l'on voudra, je puis trouver les touchantes, sans oster les irrationelles ny fractions (s'il y en a qui enferment x ou y) de l'equation. Car on ne les scauroit, sans enlever infiniment le calcul. Cet abregé estant si utile et presque necessaire dans les grands calculs, je le communiqueray quand il vous plaira. Je puis demonstrier que cette equation $x^2 - x = aeq.$ est déterminée, c'est à dire qu'elle a un nombre fini de racines.

Ma quadrature arithmétique est mise au net et démontrée; je l'ay gardée pour l'Academie Royale, en cas qu'on puisse faire que l'auteur ait quelque relation avec elle, et qu'on juge alors ce traité digne d'estre mis parmi d'autres bien plus importants qu'ils donnent.

Son Altesse Serenissime mon maistre estant allée en Italie,



J'auray un peu plus de loisir cette année, et je pretends d'achever ma machine arithmétique. Je souhaite fort de voir vostre Dioptrique, ou il y aura des choses importantes sans doute. Je voudrois sçavoir ce que vous jugés du raisonnement de Mr. des Cartes pour la regle des refractions et de celuy de Mr. Fermat, qui conclut la même chose par une supposition opposée. Le lettre de Mr. Fermat est la 54^e dans le 3^e tome de celles de Mr. des Cartes. Je ne suis pas satisfait de l'une ny de l'autre. Item si vous croyés que l'irregularité des refractions, par exemple celle que M. Newton a remarquée, doit nuire considerablement aux lunettes.

Je seray bien aise de voir vostre niveau. J'ay dessein de faire en sorte qu'on employe des moulins à vent aux mines du Harz, qui appartiennent à mon maistre, pour en puiser l'eau souterraine, qui empeche les travailleurs, et qui s'en tire ordinairement par des moulins, que l'eau venant de quelques ruisseaux et grands reservoirs fait agir. Mais l'eau manque souvent dans un temps sec, la profondeur, dont il faut tirer l'eau souterraine, est quelquefois jusqu'à 100 toises et plus. Je souhaite vostre avis la dessus, et je suis avec zele etc.

P. S. J'ay marqué dans un papier à part ce que je croy bon d'observer chez M. Colbert, puisque vous avés la bonté, Monsieur, de vous y interesser pour moy.*)

*) Das P. S. welches Uyenbroek im zweyten Theile p. 13 als zu diesen Briefe gehörig angiebt, ist nicht das richtige, wie sich aus dem Briefe Hagens von 11. Jan. 1680 (namentlich aus den Worten: sous nom inconnu) ergiebt, sondern vielmehr folgendes:

P. S. Pour mieux reussir chez M. C. je croy qu'il seroit bon de dire qu'un Allemand curieux a envoyé ce phosphore, et qu'il en veut donner la composition, qu'il est versé en physique et mathematiques, qu'il offre sa correspondance pour communiquer de temps en temps des nouvelles decouvertes d'Allemagne et ayant beaucoup des connoissances pour apprendre qu'il peut même donner quelque chose de considerable du sien. Qu'il seroit peut estre a propos qu'il fût en quelque façon à l'Academie avec charge de correspondance, et des appointemens en qualité de membre.

Pour le nom il sera bon de ne pas dire sans nécessité; ou même l'appeller Gottfredus Wilhelmi qui est aussi le véritable sans le nommer Leibniz. Car M. C. ayant eu souvent les oreilles battues de ce nom dans un temps qui n'y estoit pas propre, en sera rebuté s'il s'en souvient. Car les grands ayant une fois fait des difficultés sur une chose, ne se rendent pas aisément, et on reussit mieux en la proposant comme toute nouvelle. Si

VIII.

Leibniz an Hagens.

A Hannover ce $\frac{4}{10}$ Decembre 1670.

Vous aurés receu ma dernière avec un autre morceau du phosphore. Cependant ayant songé à la maniere la plus commode et la plus seure d'allumer la poudre à canon avec le phosphore, je me suis avisé de celle-cy. Prenés un petit baton qui ait quelque largeur au bout: frottés le bien avec le phosphore, et ayant mis de la poudre menuë, concassée, sur une table, remués et broyés la avec ce bout du baston, en la pressant contre la table, et la poudre s'allumera bientost. Je viens de le faire. Ainsi vous épargnerés le phosphore, vous ne le mettrés pas en danger de s'allumer et vous allumerés seurement la poudre.

Pour ce que j'ay remarqué dans un billet séparé mis dans la dernière lettre, vous en userés comme il vous plaira. J'ai cru qu'une sollicitation nouvelle seroit plus agreable qu'une vieille, et qu'on pourroit mieux sonder l'intention de cette maniere, d'autant que les grands ne s'amusez gueres à demander les noms des personnes. Si on se peut passer de dire le nom, en parlant en termes generaux, il seroit bon de le faire: mais s'il y a de la difficulté la dessus, il faut plus-tost le dire ouvertement, en cas qu'on le demande. Ayez la bonté, Monsieur, de ne pas temoigner ce petit avis à quelqu'autre. La confiance que j'ay en vostre bienveillance fait que je me suis hazardé de toucher cecy.

Si vous apprenés quelque chose d'utile et servant aux manufactures, je vous supplie de m'en faire part; par exemple, je desire de sçavoir la composition du cuir impenetrable de Mr. Lancker, item de la manufacture de l'étain, dit Royal, dont on m'a écrit comme d'une belle chose. Je ne sçay si je vous ay mandé qu'un ouvrier allemand a trouvé moyen de faire le fer rouge en le battant seulement d'une certaine maniere. Je tacheray d'en apprendre les particularités.

M. le Dur de Chevreuse et M. l'Abbé Gallois y prennent, il seroit bon aussi de les en avertir, à fin qu'ils ne donnent pas d'abord à connoistre à M. C. qu'on renouvelle une vieille sollicitation.



Je ne scay si vous avés appris que cette Moxa, qui a fait tant de bruit en Hollande n'est pas une drogue qui vienne des Indes, mais qu'elle se fait de quelques plantes d'Europe. Je voudrois sçavoir aussi si vous avés leu avec attention le livre de feu Mr. Spinosa. Il me semble que ses demonstrations pretendues ne sont pas des plus exactes, par exemple lorsqu'il dit que Dieu seul est une substance et que les autres choses sont des modes de la nature divine. Il me semble qu'il n'explique pas ce que c'est que substance. Je suis avec zele etc.

IX.

Hugens an Leibniz.

A Paris ce 11 Jan. 1680.

Depuis ma dernière j'ay esté malade tout de bon l'espace d'un mois entier, qu'il a falu garder la chambre. Monsieur Galois pendant ce temps n'estant venu voir, je luy recommanday vos affaires, et je le trouvoy de luy mesme fort disposé a vous procurer du bien, m'assurant qu'il n'obmettroit point d'occasion pour cela et qu'il avoit mesme conceu quelque moyen pour l'effectuer. Je n'avois pas encore receu alors vostre penultime, ou estoit le second morceau de vostre composition, de sorte que je ne luy ay pas proposé l'expedient au quel vous aviez pensé de solliciter vostre affaire sous un nom inconnu. Mais je ne suis pas aussi d'avis d'en parler, parce que je scay fort bien le meschant effect que cela feroit aupres du patron s'il venoit par ap es à le connoistre.

Je vous rends graces de la recrue du phosphore, et des nouvelles instructions. Mais j'ay a vous dire que je les ay pratiquées en vain, car ni la poudre a canon ni deux papiers frottez l'un contre l'autre apres les avoir imbus de cette composition, n'ont jamais voulu s'allumer quelque fortement que j'aye appris. Je n'ay rien produit que bien de la fumeur et de l'odeur assez mal agreable au nez. Cela fait que je m'estonne de ce que vous me mandez d'avoir bien reussi a cette experience, et il faut qu'en chemin la vertu de la drogue ait diminué, car assurément la poudre que j'ay employée estoit bonne, fine et seche.

Pour ce qui est des effects de vostre caracteristique je vois que vous persistez a en estre persuadé, mais, comme vous dites vous mesme, les exemples toucheroient plus que les raisonnements. C'est pourquoy je vous en demande des plus simples, mais propres a convaincre mon incredulité, car celuy des lieux, je l'avoue, ne me paroît pas de cette sorte. Ce que vous promettez des tangentes sur des equations embarasées de racines me paroît beau, mais voions aussi de cela s'il vous plait un petit exemple, ou marquez seulement l'equation de la courbe et le dernier resultat du calcul qui donne la construction de la tangente. Touchant ce que vous me demandez a l'egard du raisonnement de Mr. des Cartes, ou il explique les refractions, je vous diray que je n'en ay jamais esté satisfait, par plusieurs raisons trop longues a mettre icy. Mr. Fermat pour prouver la mesme regle qu'avoit donnée des Cartes, suppose que le rayon de lumiere doit employer le moins de temps qu'il est possible, et de plus que ce rayon chemine plus lentement dans le verre ou l'eau que dans l'air. Mais moy, je ne suppose que ce dernier et dela je demontre la mesme regle des refractions, et aussi cette propriété que le rayon emploie le moindre temps. L'irregularité que Mr. Newton a remarqué aux refractions nuit plus aux lunettes a mon avis que le defect qui accompagne les verres spheriques a cause de la figure.

Pour les moulins a vent que vous avez en vue d'employer pour vider l'eau des mines, je crois que cela est praticable, et que la chaine avec des seaux est le meilleur moyen. Mais la profondeur de 100 toises est bien grande et c'est à vous a examiner si la richesse des mines peut recompenser les fraix de ces machines qui comme vous sçavez coustent beaucoup. Je me souviens qu'un Seigneur Escossais m'a dit autrefois qu'avec de chaines comme cela il vuidoit l'eau de ses mines de charbon, qui n'avoient pas moins de profondeur que celles dont vous parlez. Il me semble pourtant qu'il n'y employoit que des chevaux, ce qui devoit aller bien lentement. La description de mon niveau sera mise dans le Journal qui suivra celuy de lundy prochain, et je vous l'envoieray dez qu'elle sera imprimée. Je vous souhaite une heureuse année et demeure etc.

X.

Leibniz an Hugen.

à Hamover ce 26 de Janvier 1680.

Voicy un exemple de ma methode des Touchantes.*) J'ay pris le premier qui me paroissoit egalement curieux et embarrassé d'irrationnelles; et vous jugerez bien que je ne l'ay pas accommodé à ma methode, et que j'en aurois pu faire autant avec quelque autre.

J'ay allumé tant de fois et du papier et de la poudre avec mon phosphore, que je ne scaurois deviner pourquoy vous n'y avés pas réussi. Si, melant un petit morceau de phosphore parmi de la poudre et les agitant ou broyant ensemble, il ne vous arrive pas d'y mettre le feu, je suis au bout de mon latin.

Pour donner un essay de ma caracteristique, j'avois choisi les lieux, parceque tout le reste je determine par leurs intersections, et parceque la generation de tous les autres lieux depend des plus simples que j'ay donnés. Ainsi je croy d'avoir jetté les veritables fondemens.

Je suis bien aise que vostre jugement touchant la demonstration pretendue des loix de refraction donnée par Descartes, s'accorde avec le mien. Mr. Fermat a accommodé à la refraction la methode, dont Heron, Ptolemée et quelques autres anciens s'étaient servis pour demonstrier la regle de la reflexion; avec cette difference que les anciens n'avoient besoin que de chercher le moindre rayon, puisqu'il n'y a qu'un milieu, et par consequent, il n'y a que la longueur du chemin, qui vienne en considération, mais lorsqu'il y a deux milieux; il se faut servir de la raison composée du chemin et de la resistance du milieu, ce que Mr. Fermat a tres bien fait, se servant de cette supposition, que le rayon arrive d'un point à un autre par la voye la plus aisée. Cependant il faut avouer que cette supposition ne scauroit passer pour un axiome, mais seulement pour une hypothèse. Et je voy bien que vous en faites le même jugement.

Je vous remercie, Monsteur, de ce que vous me mandez touchant les mines de charbon, ou l'on s'est servi des chaines

*) Siehe die Beilage zu diesem Brief.

à seaux jusqu'à la profondeur de 100 toises. Je croy que cela reussiroit bien aussi au Harz, s'il n'y avoit un inconvenient, qui est la corrosivité des eaux qu'on est contraint de tirer de nos mines qui mange bientost le fer. C'est pourquoy on s'y sert d'un vingtaine de pompes les unes sur les autres; ces pompes jouent par le moyen de moulins à eau; et mon dessein n'estant que d'essayer, si au défaut de l'eau dans un temps sec ou autrement, on pourroit y employer le vent, ménageant l'eau dans les grands reservoirs faits pour cet effect, je n'ay qu'à employer les mêmes pompes déjà faites. Mais le vent allant fort inégalement, et agissant quelques fois avec une violence qui pourroit endommager les machines, il s'agit d'y remedier et de faire de l'application d'une maniere simple, commode et durable. J'ay pensé de faire en sorte que les ailes du moulin se tournent un peu et s'inclinent, quand le vent devient trop fort, sans que pour cela la croix, qui porte les ailes, change de place. Mais je souhaite d'en avoir vostre avis.

J'ay bien du déplaisir, de ce que vous me mandés d'avoir esté malade tout de bon depuis quelques semaines. Il nous importe beaucoup que vous vous ménagés un peu mieux que vous n'avés coustume de faire et que vous ne songiés presque doresnavant à d'autre étude, qu'à celle de vostre conservation.

Je vous suis obligé de ce que vous avés parlé avec Mr. l'Abbé Gallois. Ce que j'avois mandé, n'estoit pas pour deguiser, mais pour n'estre pas rebuté d'abord en reprenant une vieille sollicitation. Mais je vous supplie, Monsieur, de déchirer le billet que je vous avois envoyé, par ce que je connois par là qu'il pourroit estre mal interpreté.

J'ay fait une grande perte par la mort de feu mon maistre, qui estoit sans doute un des plus grands hommes que j'aye connu, sans parler de sa qualité de Prince. Mais Monsieur le Duc d'Osna-brug son frere prenant les rênes du gouvernement, et ayant déjà donné à connoistre que la vertu et la generosité sont en quelque façon hereditaires dans la maison, nous avons tout sujet de nous consoler en quelque façon d'une perte, qui ne se pourroit mieux reparer que par un tel successeur. Cependant ces changements de la cour auxquels on est sujet, m'obligent de songer quelques fois à des ressources, qui en sont independantes, en quoy vous m'avés déjà assez favorisé. Je suis avec zele etc.

Specimen utilitatis Methodi novae Tangentium sive
de maximis et minimis

Sit curva EE (Fig. 9.) talis naturae, ut datis in recta AD velut axe quatuor punctis constantibus A, B, C, D, et puncto curvae E, ac junctis quatuor rectis AE, BE, CE, DE, tunc summa quatuor solidorum sub ternis quibuslibet rectis praedictis, aequetur solido ex omnibus quatuor invicem ductis et datae rectae G applicatis facto. His positis ex puncto dato E tangens ET axi occurrens in T ita educetur ex E demittatur in axem perpendicularis EF, ponamus autem (facilitatis causa, ne signa mutare necesse sit) punctum F cadere inter A et T.*)

Constructio: Exhibeantur rectae octo quarum	Prima sit ad EF	Secunda sit ad EF	Tertia .	Quarta .	} summa quatuor ha- rum rectorum priorum ad summam qua- tuor posterio- rum.
	in ratione tri- plicata G ad DE	in rat. tripl. G ad CE	.	.	
			.	.	
			.	.	
Quinta BF	Sexta CF	Septima BF	Octava AF	} Erit ad EF	} ut
.	.	.	.		
.	.	.	.		
DE	CE	BE	AE		

Hanc solutionem paucis calculi lineis invenio, per methodos autem publicatas, quippe quibus irrationales tolli opus est, credo vix aliquot diebus inventum iri, et fortasse ne vix quidem. Tollendo enim irrationales assurgetur ad altissimos gradus, quod non sine taedio fieri potest; et tamen postea cum valores aut constructiones quaerimus, cogemur aequationis inutiliter exaltatae iterum depressiones investigare, qui labor in aequationibus decimum longe gradum excedentibus, qualis ista foret, saepe immensus est.

*) Notandum tamen si punctum F cadat inter A et D, mutanda nonnulli esse signa, et pro summis adhibendas differentias certo modo sumtas.

XI.

Leibniz an Hugen.

Janvier 1688.

Je ne m'attendois pas à voir mon problème honoré de votre solution. C'est à vous et à vos semblables, dont le nombre est très petit, d'estre plutôt juges de ce que font les autres. On sçait assez que ces problèmes ne vous arrestent pas. Il est inutile de dire, que votre solution s'accorde exactement avec la mienne. Mon dessein avoit esté de tailler un peu de besogne à ces bons Cartesiens qui pour avoir leu les Elemens de Bartholin, ou du P. Malebranche croyent de pouvoir tout faire en Analyse. Cependant M. l'Abbé Catelan doit estre bien aise d'estre degagé, il auroit peuteestre souvent mordu les ongles inutilement. Il est vray que votre solution est encor un peu enigmatique en ce qui regarde ces autres lignes isochrones moins principales, que votre figure dans les Nouvelles de la republique des lettres mois d'octobre 1687 appelle BE, BF, BG. C'est pourquoy vous jugerés, Monsieur, si j'ay rencontré votre sentiment. Voicy ce que j'en pense. Soit une de ces moins principales (Fig. 10) $\beta B \delta E$ passant par B sommet de la principale BD. Soit $\alpha \beta$ egale à $\frac{4}{9}$ du parametre de $\delta \beta$, et soit $A \alpha$ une droite horizontale et AB, $\alpha \beta$ perpendiculaires chacune touchant sa courbe au sommet. Or nous sçavons que le poids tombant de la hauteur ou horizontale qui passe par A sur quelque point de la courbe BD que ce soit, c'est à dire sur le sommet B ou sur quelqu'autre point D pourra descendre uniformement par la courbe. Donc de meme le poids tombant d'A, c'est à dire de l'horizontale qui passe par α , sur un point B de la courbe $\beta B \delta$, pourra descendre uniformement par B δ . Mais la descente par la principale BD et qui commence par le sommet, retient le plus de vitesse. Aussi la perpendiculaire AB touche BD, et coupe $\beta \delta$. J'ajouteray aussi que generalement le temps de la descente par BD est au temps de la descente par AB, comme BC est au double d'AB, dont le corollaire est ce que vous aves voulu remarquer que BC estant double d'AB les temps sont egaux. [Nous verrons si M. l'Abbé C. y voudra mordre,



quoyqu'il soit aisé en effect à un Analyste ordinaire de trouver le reste apres ce que vous en avés dit. Car le noeud de l'affaire estoit de determiner la nature de la courbe.]*)

Je souhaite de tout mon coeur, que vous donniés au public tant de belles decouvertes que vous avés faites depuis long temps dans la Geometrie, dans les Mécaniques, dans la Dioptrique, et autres sciences. Pourquoy ne vous servés vous pas de la commodité de tant de journaux des Sçavans. Mais ce que je souhaite le plus, c'est vostre santé. Je ne connois personne, qu'on vous puisse substituer. En attendant la publication de vos ouvrages, je voudrois avoir au moins quelque connoissance de ce que vous avés dessein de donner. Il me semble d'avoir ouy dire que vous pouviés rendre raison enfin de la refraction du crystal d'Islande. Je voudrois sçavoir vostre sentiment sur le flus et reflux, sur la variation de l'aimant, qui apparemment a quelque regle, sur la nature des couleurs fixes qu'on appelle reelles. Item sur la generation des sels.

J'aurois écrit plustost, mais je suis en voyage depuis trois mois à voir quelques Archives pour en tirer des lumieres Historiques, et c'est pourquoy je n'ay vu les Nouvelles d'octobre qu'il y a quelques semaines.

XII.

Hugens an Leibniz.

A la Haye ce 8 Fevr. 1690.

Il est bien tard de vous diré maintenant, (si toutefois je ne dois pas l'omettre) que je reçûs la tres obligeante lettre que vous m'escrivistes il y a quelques 8 ou 10 mois, à l'occasion de Vostre Probleme dont vous aviez trouvé ma solution dans les Nouvelles des Sçavans. Je ne sçaurois vous dire pourquoy je n'y ay pas fait de response, si ce n'est pas ce que je l'avois differée, comme cela arrive parfois, et que dés lors je prevois cette occasion presente de vous devoir envoyer le livre que j'allois faire imprimer. La lenteur des ouvriers, et un voiage

*] Diese eingeschlossene Stelle sollte wahrscheinlich in der zum Absenden bestimmten Reinschrift wegbleiben.

que je fis en Angleterre depuis que l'edition estoit commencée, ont fait qu'elle a trainé jusqu'icy. Le voila enfin acheve ce gros volume, et qui vous demande quelques heures de vostre loisir pour estre là, comme à un juge tres competent en ces matieres. Outre le Traité de la Lumiere vous y verrez un discours de la cause de la Pesanteur, et ce que j'y ay adjouté touchant les corps qui traversent l'air ou quelqu'autre milieu qui leur fait resistance; de quoy vous avez traité aussi, et Mr. Newton plus amplement que pas un de nous deux. Je vois que vous vous estes encore rencontré avec luy en ce qui regarde la cause naturelle des chemins Elliptiques des Planetes; mais comme en traitant cette matiere vous n'aviez encore vu qu'un extrait de son livre et non pas le livre mesme, je voudrois bien sçavoir si du depuis vous n'avez rien changé à vostre Theorie, parce que vous y faites entrer les Tourbillons de Mr. des Cartes, qui à mon avis sont superflus, si on admet le Systeme de Mr. Newton, où le mouvement des Planetes s'explique par la pesanteur vers le Soleil et la vis centrifuga, qui se contrebalancent. Outre que ces Tourbillons Cartesiens faisoient naitre plusieurs difficultez, comme vous verrez par mes remarques, et mesme sans elles vous ne pouviez pas l'ignorer. Je ne feray pas cette lettre plus longue, puisque je vous envoie assez d'ailleurs pour dérober de vostre temps. Je vous supplieray seulement que lors que vous aurez examiné ces petits Traitez de m'en faire sçavoir vostre sentiment et si j'ay esté assez heureux pour y avancer quelque chose qui vous soit nouvelle et qui vous satisfasse. Je suis de ceux qui vous honnorent le plus, Monsieur, et demeure etc.

XIII.

Leibniz an Hugens.

Hannover $\frac{11}{21}$ Juillet 1690.

Comme vostre temps nous est pretieux, je ne vous importunerois pas, si je ne trouvois à propos de vous recommander un jeune homme de tres grande esperance, nommé Mr. Spe-

ner. Il s'applique fort à la physique, et puisqu'il joint la connoissance de la chymie à celle des mathematiques, je m'en promets beaucoup. Comme il pretend l'honneur de vous faire la reverence à la Haye, vous en jugerés mieux, et il profitera de l'avantage de vous voir, pour se fortifier dans ses bons dessein, et pour les poursuivre avec l'exactitude, qui y est necessaire. S'il venoit chez vous je vous, supplie de luy faire donner la cy-jointe.

Il n'y a que cinq ou six semaines que je suis de retour à Hanover d'un voyage de deux ans et plus, pendant lequel j'ay parcouru une bonne partie de l'Allemagne et de l'Italie pour chercher des monumens historiques par ordre de Monseigneur le Duc.

J'ay trouvé bien peu de personnes avec qui on puisse parler de ce qui passe l'ordinaire en physique et en mathematiques. Mr. Auzout que j'ay trouvé à Rome, nous promet une nouvelle edition de Vitrouve, ou il pourroit bien reussir sans doute, puisqu'il a eu le moyen de voir tant d'antiques. Il pretend qu'il y a bien des passages ou Mr. Perrault a débité plustost ses propres pensées que celles de l'auteur et des anciens. Mais je trouve que Mr. Auzout est trop distrait, et comme il ne veut pas donner des pieces detachées, j'apprehende que cela ne nous prive entierement du fruit de ses travaux.

J'ay trouvé aussi à Rome chez Mr. le Cardinal de Bouillon, Mr. l'Abbé Berthet, que vous aurés peut-estre connu à Paris, sous le nom de P. Berthet, jesuite. Il s'applique fort à la musique, ou il fait des observations. Il est bon poëte avec cela, et il a traduit en Italien l'opera français, qui s'appelle l'Amadis, et encore quelques autres, conservant parfaitement le même chant, ce qu'on a trouvé beau et difficile. J'ay esté present à une representation qu'on en fit chez Mr. le Cardinal.

Le traité de Mr. Viviani de locis solidis est imprimé en partie, mais comme il y manque encor quelque chose, il ne le montre pas encore.

J'ay trouvé deux medecins, bien versés dans les mathematiques, dont je me promets quelque chose, Mr. Guillelmini à Bologne et Mr. Spoleti à Padoue.

J'ay la plus grande impatience du monde, Monsieur, de voir votre traité de la lumiere que j'attends de Hambourg, aussitost qu'il y sera arrivé. Il y a déjà longtemps que le public le souhaittoit. Il nous faut de tels livres pour avancer veritable-

ment. J'attends d'y voir dechiffré le mystere du crystal d'Islande, et peut estre y trouverons nous quelque chose, qui puisse servir à deviner les raisons des couleurs pour expliquer mathematiquement par quelle adresse la nature rend certaines liqueurs, ou surfaces, toutes rouges ou toutes bleues. Car je m'imaginer que ces couleurs, qu'on appelle fixes, ne viennent pas moins de la refraction que celles qu'on appelle transparentes, quoyque feu Mr. de Mariotte ait esté d'un autre sentiment.

Je ne scay Mr. si vous avés veu dans les Actes de Leipzig une maniere de calcul que je propose, pour assujettir à l'Analyse ce que Mr. des Cartes luy même en avoit excepté. Au lieu que les affections des grandeurs, qu'on employoit jusqu'icy en calculant, n'estoient que les racines et les puissances, j'emploie maintenant les sommes et les differences, comme d' \bar{y} , $d\bar{y}$, $d^2\bar{y}$, c'est à dire differences et incremens ou elemens de la grandeur y , ou bien les differences des differences, ou les differences des differences des differences etc. Et comme les racines sont reciproques aux puissances, de même les sommes sont

reciproques aux differences, par exemple, $\sqrt{yy} = \bar{y}$ et $\dot{\bar{y}} = y$, de même $\int d\bar{y} = y$ et $\int d^2\bar{y} = \bar{y}$. Par le moyen de ce calcul je me suis avisé de donner les touchantes et de resoudre des problemes de maximis et minimis, lorsque les equations sont fort embarassées de racines et de fractions, sans que j'aye besoin de les oster, ce qui m'epargne souvent des grandissimes calculs. Par le même moyen je reduis à l'analyse les courbes que Mr. des Cartes appelloit mechaniques, comme par exemple les cycloides, exprimant par une equation la relation entre x et y abscisse et ordonnée de la courbe. Par exemple (Fig. 44.) AB le sinus versus estant x , alors FGE*) arc du cercle chez moy se designe ainsi $\int (adx : \sqrt{2ax - xx})$, c'est à dire l'arc est la somme des elemens de la courbe circulaire qui sont:

$adx : \sqrt{2ax - xx}$ (ou $\frac{adx}{\sqrt{2ax - xx}}$) car les deux points me signifient division, pour éviter la soubscription du diviseur). C'est à dire les elemens de la courbe circulaire sont à dx elemens respondans de l'abscisse, comme a , rayon, est aux sinus versus $\sqrt{2ax - xx}$. Cela estant posé, l'ordonnée de la cy-

*) Vult dicere AE pro eo quod dixit FGE. Anmerkung von Hugen.



cloyde, menée perpendiculairement sur l'axe, que nous appelons y , sera $\sqrt{2ax - xx} + \int adx : \sqrt{2ax - xx} = y$. Par le moyen de cette equation je trouve toutes les propriétés de la cycloïde sans avoir aucun recours à la figure, comme si c'estoit une ligne ordinaire. Cherchant par exemple l'equation différentiale de cette equation, nous trouvons les tangentes de la cycloïde; car $d\sqrt{2ax - xx} = a - x dx : \sqrt{2ax - xx}$; par les règles de mon Algorithme, que j'ay données, donc $dy = (2a - x) dx : \sqrt{2ax - xx}$ ou bien $dy : dx :: (2a - x) : \sqrt{2ax - xx}$; c'est à dire dans la cycloïde l'ordonnée est à la partie de l'axe compris entre l'ordonnée et la touchante (ou bien dy est à dx) comme $2a - x$, sinus versus de l'arc parcouru FGE*) est au sinus rectus, c'est à dire CB à BT comme FB à BE. Ainsi l'analyse des lignes transcendentes estant établie, on pourra découvrir bien des propriétés, dont on ne s'avisera pas sans cela et j'en ay beaucoup d'échantillons. Je souhaite d'en avoir un jour votre jugement dont je scay le poids. Je suis avec zèle en vous souhaitant beaucoup de sante pour longues années etc.

XIV.

Hugens an Leibniz.

A Voorburg ce 24 Aoust 1690.

J'ay receu Vostre tresagreable du $\frac{15}{25}$ Jul. Elle en enfermoit une pour Mr. Spener, qui n'est point venu encore la querir. Peut estre m'aura-t-il cherché en vain à la Haye, ou je ne demeure plus, mais à une maison de campagne à une lieue de là tant que dure la belle saison. J'ay pourtant laissé Vostre lettre au logis de mon frere de Zulichem, à fin qu'on la luy donnast s'il venoit la demander.

Je vous ay escrit du 9^e Fevr.** de cette année en vous envoyant un Exemplaire de mon livre de la Lumiere. Je recom-

*) Imo AE. Bemerkung von Hugens.

**) Der Brief selbst hat als Datum 8 Febr.

manday le paquet à Mr. van der Heck, Agent de Mr. le Duc de Hanover, mais comme vous n'estos revenu de vostre voiage d'Italie que depuis 6 semaines, ce paquet pourra estre resté entre les mains de celui à qui Mr. van der Heck l'aura adressé, de quoy je vous prie de vous informer. Je vous rends grace de vos nouvelles d'Italie ou je voudrois avoir esté avec vous. Je souhaite fort de voir ce Vitruve de Mr. Auzout, qui a raison de reprendre Mr. Perrault en plusieurs choses; par exemple en la construction de la Balliste, où il nous a forgé une machine de sa teste, qui n'est point praticable, au lieu de la vraye qu'on voit dans Heronis Belopoeicia commentez per Bernardinus Baldus. J'ay esté bien aise d'apprendre des nouvelles du P. Berthet, que j'ay connu à Paris et que je trouvois fort à mon gré. Je voudrois bien scavoir pour quelle raison il est sorti de la Societé des Jesuites. J'admire ce que vous dites de sa traduction des Opera de François en Italien, en conservant le chant. Je ne croiois pas que Mr. Viviani fust encore vivant, n'ayant pas ouy parler de luy depuis qu'il nous envoya à Paris un petit ouvrage posthume de Galilee, qui ne me fut rendu que 2 ans apres par le caprice de certaines gens. Qu'est ce que pourra contenir de nouveau ce traité de Lo-cis Solidis?

Je n'ay rien dit des couleurs dans mon Traité de la Lumiere, trouvant cette matiere tres difficile; sur tout a cause de tant de manieres différentes dont les couleurs sont productés. Mr. Newton, que je vis l'esté passé en Angleterre, promettoit quelque chose la dessus, et me communiqua quelques expériences fort belles de celles qu'il avoit faites. Il semble, Monsieur, que vous aiez aussi medité sur ce sujet, et apparemment ce ne sera pas en vain.

J'ay vu de temps en temps quelque chose de Vostre nouveau calcul Algebrique dans les Actes de Leipsich, mais y trouvant de l'obscurité, je ne l'ay pas assez étudié pour l'entendre, comme aussi parce que je croiois avoir quelque methode equivalente, tant pour trouver les Tangentes des Lignes courbes ou les règles ordinaires ne servent pas, ou fort difficilement, que pour plusieurs autres recherches. Mais sur ce que vous me dites maintenant de l'usage de Vostre Analyse et Algorithme dans les Lignes que des Cartes excluait, j'ay envie de l'estudier à fond si je puis, en repassant sur tout ce que vous en avez donné dans



les dits Actes. Je vois qu'entre autres utilisez de Vostre nouvelle invention vous mettez Methodus Tangentium inversa, qui seroit encore de grande importance si vous l'avez telle que la propriété ou construction des Tangentes estant donnée, vous en puissiez deduire la propriété de la Courbe. Comme si du point (Fig. 42.) C de la courbe ECF, ayant mené la perpendiculaire CB \perp y sur la droite donnée AD, dans laquelle soit donné le point A et AB \perp x; la tangente estant CD, et BD alors egale à $\frac{xy}{2x} - 2x$; si vous pouvez trouver l'Equation qui exprime la relation de AB à BC, ou bien quand BD est $\frac{2xy - aax}{3aa - 2xy}$, estant a une ligne donnée. Si vostre methode sert icy et aux autres choses que vous dites, vous pouvez estre tres seur quel en sera mon jugement, et vous m'obligerez fort aussi bien que tous les geometres en l'expliquant clairement et dans un traité expres.

Dans ma lettre qui accompagnoit le traité de la Lumiere, je vous faisois response à la tresobligeante que vous m'aviez écrite il y avoit longtemps, au sujet de vostre probleme des corps egalelement descendants qui j'avois resolu. J'y avois aussi touché quelque chose des Orbes Elliptiques des Planetes, dont vous aviez donné vos pensées dans les Acta de Leipsich, pour sçavoir si vous n'aviez pas rejeté les Tourbillons de des Cartes apres avoir vu le livre de Mr. Newton. Je demandois aussi vostre jugement sur ce que j'ay écrit au traité de la Pesanteur touchant le mouvement des corps qui sentent la resistance de l'air, ayant vu que vous aviez aussi entamé cette matiere. Mais j'attens avec impatience vos remarques sur tous les sujets differents que mon livre contient sachant que je ne scaurois avoir un jugé plus competent, ni plus porté a me faire justice. Je suis avec toute l'estime possible etc.

XV.

Hugens an Leibniz.

A la Haye ce 9 Oct. 1690.

Je vous ay écrit une assez longue lettre du 24. Aoust, pour reponse à la vostre du $\frac{15}{25}$ Jul. Je n'ay point appris jus-

qu'icy si vous l'avez reçue. Monsr. Spener est venu depuis querir vostre lettre que j'avois pour luy, et je l'ay vu fort souvent pendant le sejour qu'il a fait à la Haye, et certes avec bien de la satisfaction, trouvant qu'il seavoit beaucoup de choses singulieres, principalement en ce qui regarde la matiere ou il s'est le plus appliqué qui est celle des metaux et mineraux. Selon le compte qu'il faisoit il doit vous avoir vu depuis son retour en Allemagne, et estre passé en suite chez luy à Leipsich. Jay tasché depuis ma dite lettre d'entendre vostre calculus differentialis, et j'ay tant fait que j'entens maintenant, mais seulement depuis 2 jours, les exemples que vous en avez donné, l'un dans la Cycloïde, qui est dans vostre lettre, l'autre dans la recherche du Theoreme de Mr. Fermat, qui est dans le Journal de Leipsich de 1684. Et j'ay mesme reconnu les fondements de ce calcul, et de toute vostre methode que j'estime tresbonne et tresutile. Cependant je crois encore d'avoir quelque chose d'equivalent, comme je vous ay escrit dernièrement, et la raison qui me le persuade, c'est non seulement la solution que je trouvoy de vostre Probleme de la Ligne courbe pour la descente egale, mais aussi l'examen que j'ay fait de la Tangente d'une autre Courbe fort composée dont vous m'envoyastes la construction il y a desia plusieurs années. Car par ma methode je trouve cette mesme construction, et toutes les autres dans les lignes qui se forment de mesme, sans que les quantitez irrationnelles m'embarassent: et à tout cela je ne me sers d'aucun calcul extraordinaire ni de nouveaux signes. Mais pour juger mieux de l'excellence de vostre Algorithme j'attens avec impatience de voir les choses que vous aurez trouvées touchant la ligne de la corde ou chaîne pendante, que Mr. Bernouilly vous a proposée à trouver, dont je luy scay bon gré, parce que cette ligne renferme des propriétés singulieres et remarquables. Je l'avois considerée autre fois dans ma jeunesse, n'ayant que 15 ans, et j'avois démontré au P. Mersenne, que ce n'estoit pas une Parabole, et quelle maniere de pression il faloit pour faire la parabole. Cela a fait que j'ay esté tenté maintenant d'examiner le Probleme de Mr. Bernouilly, et voicy le chiffre de ce que j'y ay trouvé. Je l'ay écrit en sorte que vous pourrez a peu pres l'interpreter si vous avez fait les mesmes decouvertes, et je crois vous faire plus de plaisir d'en user ainsi, que si je vous envoiois les choses expliquées. Je vous prie de m'envoyer pa-