$\frac{1}{b-c} =$	$+\frac{1}{b}$	$+\frac{c}{bb}$	$+\frac{cc}{b^3}$	$+\frac{c^3}{b^4}$	$+\frac{c^4}{b^5}$
$\frac{1}{b-2c} =$	$+\frac{1}{b}$	$+\frac{2c}{bb}$	$+\frac{4cc}{b^3}$	$+\frac{8c^3}{b^4}$	$+\frac{16c^4}{b^5}$
$\frac{1}{b-3c} =$	$+\frac{1}{b}$	$+\frac{3c}{bb}$	$+\frac{9cc}{b^3}$	$+\frac{27c^3}{b^4}$	$+\frac{81c^4}{b^5}$
$\frac{1}{b} =$	$+\frac{1}{b}$				
$\frac{1}{b+c} =$	$+\frac{1}{b}$	$-\frac{c}{bb}$	$+\frac{cc}{b^3}$	$-\frac{c^3}{b^4}$	$+\frac{c^4}{b^5}$
$\frac{1}{b+2c} =$	$+\frac{1}{b}$	$-\frac{2c}{bb}$	$+\frac{4cc}{b^3}$	$-\frac{8c^3}{b^4}$	$+\frac{16c^4}{b^5}$
$\frac{1}{b+3c} =$	$+\frac{1}{b}$	$-\frac{3c}{bb}$	$+\frac{9cc}{b^3}$	$-\frac{27c^3}{b^4}$	$+\frac{81c^4}{b^5}$
Summa horum 7 terminorum =	$+\frac{7}{b}$		$+\frac{28cc}{b^3}$		$+\frac{196c^4}{b^5}$

Coefficientes sunt summae duplae Quadratorum et Biquadratorum etc. progressionis Arithmeticae numerorum ab Unitate, possuntque illae excitari pro quolibet numero terminorum ex Aequationibus illi rei accommodatis; quae non difficulter obtinentur.

Verum hic missis, sciscitatus antehac fui, quando Dn Picartus praelo daturus esset Dni. de Beaune Tractatum de Angulo solido; adjeceramque, Tractatus Dni. Paschalis et Dni. Desargues, penes bibliopolam de Prez adhuc ineditos delitescentes, de demonstranda derivandaque doctrina Conica ex minoribus circulis Sphaerae projectae in plano sphaeram tangente, oculo constituto in centro; eos, inquam, tractatus mereri ut in lucem emittantur, quippe qui sine dubio varias contineant speculationes novas utilesque, Trigonometriam tum planam tum sphaericam in Doctrinam Cubicam introducendo. Unius solummodo Propositionis mentionem hic injiciam, inquit Collinius, quae sine illa scientifice solvi nequit, viz.

In Ellipsi vel Hyperbola datae cujusdam speciei proponitur, ut ei adaptetur data diameter, citra descriptionem figurae. Quem angulum faciet dicta diameter cum alterutro Axium, et quis est Angulus inter eos contentus, ejusdemque conjugatum.

Ignoscas, vir Clarissime, huic prolixitati, et sinas te rogem, ut per amicum mihi transmittas Elementa Geometriae planae Dni. de Gottignies, impressa Romae in 12. A. 1669 quae sex priores

libros Euclidis explicant. Simili officiorum genere hanc gratiam compensare annitar.

Si visum fuerit Dni. Thevenotii Libellam transmittere, conabor ipsi suum tribuere; quod studere per omnia, sine partium dubio, annitor.

Illustres illi viri, quos salutaveras, plurimum Te resalutant: Dominus Boylius prae ceteris amplissimam sui erga te affectus testificationem edebat. Toti nunc sumus in edendo insignissimo scripto Malpighiano, de Anatomia Plantarum: cui succenturiabit tractatum geminum Doctissimus Grevius. Vidisti sine dubio, quae nuper edidit Boylius: brevi visurus, quae nunc edenda de Motuum languidorum effectis etc. Willisius molitur librum de Pulmonibus, earumque affectibus, qui reliquis jam editis non cedet. Vale. Dabam Londini die 12 Aprilis 1675 et mox, si placet, rescribe.

XXVI.

Leibniz an Oldenburg.

Literas tuas multa fruge Algebraica refertas accepi, pro quibus tibi et doctissimo Collinio gratias ago. Cum nunc praeter ordinarias curas Mechanicis imprimis negotiis distrahar, non potui examinare series quas misistis, ac cum meis comparare. Ubi fecero, perscribam tibi sententiam meam. Nam aliquot jam anni sunt quod inveni meas via quadam sic satis singulari. Collinium ipsum magni facio, quoniam omnes purae Matheseos partes, ab ipso egregie cultas video. Multa habeo destinata a quibus me deterrent calculi tantum, qui nec suscipi facile ab homine occupato, nec alteri nisi doctissimo ac sinserissimo tuto credi possunt. De modo quo tolli possint plerique termini intermedii ex aequationibus, item de ratione qua aequationes etiam affectae ope Logarithmorum solvi possint, fac quaeso ut Collinius si vacat, mihi scribat distinctius. Ego enim in hoc negotio, item circa ea quae spectant quadraturas vix ac ne vix quidem multa a Juvene illo expecto, qui sub Dn. Malbranchii auspiciis laborat. Huddeniana inventa ab eo in nucleum ac compendium non male contractum iri credo. In Geometria nondum laboravit, sed nec in numeris et Diophanto; calculo aequationum Cartesii methodo et Buddenii incubuit unice. Dicit, se errorem invenisse quendam in methodo qua Cartesius (aut potius Vieta, ab eo enim sumsit Cartesius) aequationes quadrato-quadraticas reducit ad cubicas. Ego vereor ne erret ipse, nam praeterquam quod Beaunius et alii eam demonstrare suscepere, mihi etiam aliquando alia quaerenti haec eadem methodus provenit, atque origo ejus (quae ad multa alia aditum praebere potest) patuit, quae nisi fallor eadem fuit cum Cartesiana nec spero minutias quasdam loquendi captaturum. In problematis seu geometricis sive numericis et multo minus mechanicis, nondum se exercuit. Hortatus sum, quoniam calculi labor ei nullus, ut saltem quintum et sextum gradum nobis absolutum dare velit, quemadmodum Vieta et Scipio Ferreus dedere quartum et tertium, exhibendo scilicet talium aequationum generaliter conceptarum radices irrationales. Ita enim dicerem uno gradu promotam esse hanc Algebrae partem, sed nondum id mihi liquido satis promittere visus est. Itaque duos adhuc tresve menses expectabimus donec prodeat liber. Si author nobis nihil aliud promitteret quam elegans atque utile Algebrae aequationum compendium, non dubitarem promisso satisfacturum. Dn. Osanna, qui in Huddeniana illa, ut sic dicam, Algebrae parte minus versatus est, contra in problematis Geometricis solvendis sic satis est versatus, in numericis autem et Diophanto omnino excellit: ubi non nisi Analytico calculo utitur. Cum contra Freniclius et Dn. Billius crebrius utantur numerorum proprietatibus. Quanquam sint fortasse problemata aliqua quae ex solo analytico calculo vix possint solvi: ex. gr. datum numerum dividere in duos quadratos: Problema est quod qui analysi subjicere posset, et solvere semper, aut ostendere impossibilitatem, eum ego dicerem novam Algebrae numericae portam aperuisse. Quaeso vestrates ea de re consule; vellem enim nosse, quae eis de eo problemate spes. P. Gottignii Geometrica nondum apud librarios invenio; dabo operam, ut saltem librum reperiam, si forte est apud Jesuitas Claremontanos, ut judicem an mereatur ex Italia peti. De Pascalii reliquiis scripsi tibi dudum, ea esse apud Pererium, ex sorore nepotem, in Claramontana Arverniae subsidiorum curia consiliarium, amicum meum; sed vix nisi fragmenta sunt.

Additio numerorum qui sunt primariorum etc. reciproci, Colliniana etsi perutilis, alia est tamen quam expectabam; est

enim non nisi per appropinquationes. Ego credebam summam numeri finiti horum terminorum $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ etc. exacte daturum. Nam hanc quidem appropinquatoriam ex Mercatore sequi apparet. Sed quando non possumus quae volumus, velimus quae possumus.

De machina mea chronometrica Doctissimi Viri, Hugenius, Cassinus, aliique optime sentiunt. Scribis Vestrates doctissimos viros credere generali illa responsione mea non esse satisfactum difficultatibus a me ipso formatis. Beneficium in me conferes, si quid potissime objiciunt, perscribas distinctius, atque illud interim admoneas, si quas forment difficultates a libramentorum moderando motui adhibitorum concusione frictioneque, eas ideo concidere, quia in machina ipsa maritimis usibus destinata, nulla erunt ejusmodi libramenta, sed major elateriolorum displodendorum numerus quae nec dentes agent, nec quicquam aliud quam alia liberabunt. Ut minore forma res exhibeatur pro horologiis gestabilibus, complura in machina aliter construenda sunt eodem principio servato. Duo hactenus principia aequalitatis habentur, oscillationes ab ipsa natura factae a Galilaeo et Hugenio observatae et adhibitae, et tensiones atque displosiones alternantes, quibus ego utor.

Aiunt ingeniosissimum Hookium nescio quid novum in hoc genere moliri, quod quale sit docebis, si vacat occasione data. Celeberrimi Thevenotii libella jam olim Diario Eruditorum Gallico inserta est nondum quod sciam Translationibus vestris.

Illustri Boylio, quaeso, ut officiosam a me salutem nunties; ego id unum opto imprimis, ut Philosophiam Chymicam, quod unus potest (quantum ab uno homine expectari licet) perficiat. Qui cum eo in eo genere comparari possit, scio neminem. Quaeso eum aliquando impensius hortare, ac saltem quae ejus super eo negotio consilia sint, scribas distincte atque aperte. Interest enim reipublicae, praeclara adeo experimenta ac destinata non interire.

Ego nuper (nam saepe Geometriam in re Mechanica exerceo) usum mirabilem reperi Logarithmorum in re Mechanica quem ordinate conscriptum etc monstratumque aliquando dabo. Quod superest vale et cultori virtutis tuae fave.

Dabam Paris. 20 Maji 1675.

XXVII.

Oldenburg an Leibniz.

Quamvis nuperrime litteris sat prolixis studia tua interrupi, cohibere me tamen non potui, etiam priusquam responsum a te acciperem, quin Tibi ea significarem, quae ante biduum a Dno. Collinio, me invisente, accepi, cum ea Tibi, gnavissimo Logistices cultori, grata fore existimem. Retulit ille mihi, Londinensem quendam, Michaëlem Darium, hominem plebejum, invenisse, beneficio aequationis Quadraticae, radices Cubicas Binomiorum Cardani, quando ea accuratae radicis Cubicae non sunt capacia, proindeque frangere eum omnes aequationes Cubicas et Biquadraticas, adeoque omnia Problemata solida, Geometriae planae beneficio resolvere: Atque hoc ipsum non modo demonstrasse, sed et plurimis Exemplis jam actu illustrasse.

Res ingens, si certa. Certam autem esse, Dictus Collinius vehementer asseveravit*). Quid Tibi ea de re videantur, edocere me ne graveris, quando prioribus meis responsum paras.

Caetera, praelo nostro jam exiere Barrovii Archimedes et Apollonii 4 libri priores, nec non Theodosius, ad eandem scil. methodum reducti, qua Euclides Barrovianus prodiit.

Idem bibliopola, cujus impensis hi Authores typis mandati fuere, paratus est ad imprimendum Pappum, Serenum de Sectione Cylindri, et tres libros posteriores Apollonii, dummodo viri docti laborem suscipere vellent hos Authores ad eandem Methodum Barrovianam reducendi, Barrovio jam ad aliam provinciam . . . . . . **).

Haec sunt, quae paucis hac vice scire Te volui. Vale et salve etc.

---

*) Leibniz hat darüber bemerkt: nihil erat.

**) Hier ist ein Wort unleserlich.

XXVIII.

Leibniz an Oldenburg *).

Rem mihi scribis miram, invenisse apud vos Michaëlem quendam Parium **), methodum resolvendi problemata solida omnia per Geometriam planam. Equidem fateor nullam mihi notam esse demonstrationem, qua propositi impossibilitas evincatur, imo contra rem reduxi aliquando ad aliquam Aequationem Numericam, quam qui numeris rationalibus generaliter exhibere potuerit, is omnem aequationem solidam planam reddiderit. Eademque opera comperi usum admirabilem Arithmeticae Diophanteae, si quis enim proposito quocunque problemate Diophanteo possit invenire solutionem in numeris, quando id possibile est, poterit etiam eadem opera problemata solida, imo et sursolida, reddere plana, modo id sit possibile. Sed ab eo labore tum calculi me deterruit prolixitas, tum imprimis rem quam impossibilem verebar inveniendi desperatio. Quam si Parius vester detexit, felicitati ejus atque ingenio gratulor. Doctissimus Collinius, harum rerum judex acer, si de veritate inventi persuasus est, ut scribis, ego vix putem relictum dubitandi locum.

Satisne ab eo tempore quo literas dedisti, discussa sint omnia, fac quaeso ut sciam. Et si per autorem licet, aut regulam ipsam, aut exemplum aliquod illustre, ut cubi duplicationem aut heptagoni regularis descriptionem, ejus methodo absolutam, aut analyticis saltem terminis expressam, mitte, ut incredulitas nostra ipsis rerum documentis convincatur.

Ego rem molior, et satis credo in numerato habeo, qua nescio an ad usum major possit sperari in Algebra, methodum scilicet, per quam omnium Aequationum radices instrumento quodam, sine ullo calculo (post aequationum praeparationem non difficilem) in numeris pro instrumenti magnitudine quantumlibet veritati propinquis, haberi possint. Si Collinius aut Parius in-

---

*) Nach einer Abschrift, die Hr. Prof. Guhrauer im British Museum vom Original genommen.

**) Oldenburg schreibt diesen Namen sehr deutlich: Darium.

ventum supradictum communicare voluerint, ego meum inventum, nemini hactenus a me monstratum, vicissim ipsis patefaciam.

Clarissimus Perrerius, Pascalis ex sorore nepos, misit mihi ex Arvernia per suos fratres Ms. quaedam fragmenta Pascaliana. Ex quibus nunc penes me habeo elementa Geometrica singulari quadam ratione ab eo tractata, quanquam non integra. Quae ubi reddidero, etiam Conica mihi legenda dabunt. Repertum est inter scripta ejus quoddam dedicationis genus, quo opera sua Geometrica et Numerica Academiae nescio cui Parisinae (id est conventui Geometrarum privato, illo tempore celebri) inscribit, et scripta sua in eo genere absoluta aut affecta memorat, quod credo non illubenter leges, inde enim destinata viri liquidius disces. Mittam descriptum, si Tibi non ingratum fore significabis. Mitterem statim si e vestigio describi posset. Frajo per Parium a quo incepi, et rogo, ut quamtum licet per autorem, ea de re mihi perscribas. Barrovium Geometrica missa fecisse doleo, nam multa ab eo praeclara adhuc expectabam. Collinium quaeso a me saluta. Perscribe item, si placet, quid sit illud, quod vestrates in machina mea chronometra potissimum desiderant. Hic enim plerique sunt persuasi, rem quousque sperare fas est, produci posse. Quod superest vale faveque.

Paris. 12. Jun. 1675.

XXIX.

Oldenburg an Leibniz.

Ad novissimas tuas, 12 junii mihi scriptas, Dn. Collinius, qui eas legit revolvitque, haec sum salute officiosissima Tibi rescribit.

1. Solutio aequationis cubicae (nisi in casibus quibusdam particularibus larvatisve) sua natura est Problema solidum, nec potest per Geometriam planam confici, quin et, nisi in paucis quibusdam casibus, ne quidem reduci potest ad simplicem cubum: Id quod magis liquebit considerando flexuras duplices,

quae fiunt in Loco dictae aequationis, ut in exemplo sequenti, (Fig. 9.)

$x^3 - 21\,xx + 120\,x = N$

Radices	N sive Resolvenda.
1	100
2	164
3	198
4	225
5	200
6	180
7	154
8	128
9	108
10	100
11	110

In annexa hic Curva intellige respectiva N sive Resolvenda posita esse sursum versus ab O ad R radicesque excitari ceu ordinatas ad ipsa et curvam flexuosam per dictarum ordinatarum summitates transire: Atque hoc repraesentat Locum prioris aequationis.

2. Nihilominus tamen vir quidam doctus e nostratibus asserit, naturam Problematis ejusque Concomitantia suppeditare communiter adminicula ad id resolvendum per aequationem uno gradu inferiorem quam aequatio adhibita suggerit.

3. Haec assertio considerandum nobis praebet, Annon Concomitantia aequationis Cubicae, irrespective ad ullum Problema, similia auxilia sint suggestura? Atque hic jam explicandi locus est, quibus methodis probabilibus res illa vel suscepta fuerit, vel sit suscipienda. Et

Primo quidem Aequatio Cubica simplex vel affecta a Dario nostro considerata fuit ut Biquadratica sine Resolvendo, fractaque in suas componentes, i. e. in duas aequationes Quadraticas, sic ut pro Resolvendo relinquatur illud, quodcunque casus obtulerit. Atque hoc ipsum ille praestitit, nullo respectu habito ad Malleum Cubicum Cartesii, nulloque auxilio inde adscito. Hinc prodire ait methodum inveniendi omnia ejusmodi Resolvenda Biquadratica in numeris integris, quae rationabiliter in duo Quadratica frangantur; nec non talia inveniendi Resolvenda mixta, quae similiter se habeant. Me quod attinet (ait Collinius) necdum examinavi diversas Progressiones respectivas; probabile in terim existimat, si quidem radix vel radicis aequationis cubicae non inveniantur absolute captivae factae per hanc methodum, eas tamen arctissimis detineri cippis per aequationes quadraticas, quae majus et minus tam praecise dabunt ac quis postulaverit. Estque haec doctrina insignis usus ad aequationis Locum describendum.

Secundo, quaevis aequatio cubica considerari potest ut relativa ad Biquadraticam, inde derivabilem, cujus limites inveniuntur propositae cubicae radicum adminiculo: Limites vero cujusvis aequationis Biquadraticae inveniuntur a Bartholino, in Tractatu Dioristices, aequationis Quadraticae beneficio; proindeque Huddenii aequatio Cubica evitatur.

Tertio, cum alius quidam vir praeclarus ex eo tempore affirmarit, omnium aequationum Limites (tum basis tum verticis) quae termino 2do carent, inveniri posse per aequationes, duobus minimum gradibus inferiores aequatione proposita; suspicionem id parit, ipsum juxta methodum Dni. de Beaune c. 14. de natura Aequationum, terminum penultimum in locum secundi transferre. Atque tunc sane mutatae hujus aequationis limites inveniri per aequationem Quadraticam possunt. At vero, num acquisiti fuerint limites Biquadraticae aequationis primo propositae, atque hac ratione evitata methodus Huddeniana, considerandum superest.

Quarto, Dn. Darius, cum invenisset, unam ex Cardani radicibus Binomialibus radicem esse in aequatione Quadratica, alteram quoque talem esse censuit. At difficultatibus implexum se cernens, inpraesentiarum suspensus haeret. At in Cardani aequatione cubica tri-radicali reperit, sat multa exempla formari posse, in quibus Cardani regulae radicem aliquam recuperabunt; quin imo omnes tres radices ex iisdem regulis recuperabuntur sive invenientur; exiguo duntaxat labore accedente, viz.

Exemplum in hac aequatione $x^3 - 21x = 20$.

Radices cubicae Binomiorum

$$\left.\begin{array}{l} \text{sunt } +2\frac{1}{2}+\sqrt{-\frac{3}{4}} \\ \phantom{\text{sunt }} +2\frac{1}{2}-\sqrt{-\frac{3}{4}} \\ \hline \text{radix } +5 = x \end{array}\right\}$$

Muta signa partis rationalis, ut et partis radicalis, multiplicans eam per 3, et inferioris Quadraticae radices quaesitae sunt $x = -2\frac{1}{2}+\sqrt{+2\frac{1}{4}}$

$$x = -2\frac{1}{2}-\sqrt{+2\frac{1}{4}}$$

Adeo ut, si illae Cardani radices excolerentur (ex consideratiorinibus in priori epistola indicatis) similesque aptarentur quibusvis duabus potestatibus aliarum aequationum, insigne id augmentum foret Algebrae, eo quod Tabulae multum de labore minuunt. Quae hic ideo commemorantur, ut vestrates excitentur Algebristae ad eandem rem ex similibus vel etiam melioribus fundamentis expendendam; particulatim vero, ut vel fallacias harum probabilitatum detegant, vel eventum desideratum attingant.

Quinto, subindicatum fuit in literis praegressis, Tabulam Sinuum et Tangentium utilem futuram circa Aequationes; qua de re haec notio succurrit;

Si Polygonum aliquod inscribatur Circulo, et a quibusvis duobus pluribusve punctis in circumferentia, intra cujusvis lateris Polygoni extrema, lineae ducantur ad omnia Polygoni puncta angularia, lineae istae semper radices erunt ejusdem aequationis, Resolvendo duntaxat variante; prout asserit Cl. Wallisius in Tractatu suo de Sectionibus angularibus, typis destinato. Atque ita in aequatione pro Trisectione Anguli, Sinus ½ partis Arcus, ad quem pertinebat Resolvendum, unam Tibi radicem suppeditat. Atque ex eadem Tabula Sinuum duae radices negativae sumi possunt, eo quod habitudines arcuum ad se invicem sunt cognitae: Simile fieri potest pro aliis aequationibus ad Sinus spectantes. Tale quid cognitum esse asseritur viro cuidam docto nostrati, quoad Tangentes et Secantes. Hinc omnes aequationes, dirivativae a primis, Tabularum illarum ope solvuntur; quin et doctrina tradita valde hoc nomine extenditur. Suppone duas Quadraticas generatrices ductas in se invicem; unam earum serva tibi constantem, alterius vero radices gradatim augeantur additione, multiplicatione etc. rursumque aequatio constans atque hae aequationes posteriores invicem multiplicentur; affirmatur ejusmodi Progressionum naturam probe esse cognitam; nec non simile fieri posse de data quavis aequatione Biquadratica, cujus incognitae sint radices; duas nempe ex radicibus illius posse augeri, multiplicari etc. reliquis remanentibus fixis et constantibus; posseque illius adminiculo plurimas aequationes reduci ad Tabulas, quae secus per eas resolvi non poterant. Et forte, si Locus aequationis ita aptetur, ut omnes radices ejus sint in circumferentia circuli, cujus Radius est Resolvendum (qui intelligi potest multas habere revolutiones) conferre id posset ad notionem illam excolendam, aequationes scilicet per Tabulas Sinuum etc. solvendi.

Sexto, Vir quidam eruditus in Anglia scribit, tollere se posse omnes potestates Intermediatas in quavis aequatione arbitraria, at non sine aequationis exaltatione, sine qua impossibile est tollere duos terminos in aequatione arbitraria; ac interdum unus aliquis terminorum non potest semper tolli, ex. g. terminus secundus in Biquadraticis, quando quadratica aequatio, quae conficere id debebat, est impossibilis.

Dn. Newtonus (ut hoc ex occasione literarum suarum addam) beneficio Logarithmorum graduatorum in scalis παραλλήλως locandis ad distantias aequales, vel Circulorum Concentricorum eo modo graduatorum adminiculo, invenit aequationum radices. Tres Regulae rem conficiunt pro Cubicis; quatuor, pro Biquadraticis: In harum dispositione, respectivae coefficientes omnes jacent in eadem linea recta, a cujus puncto, tam remoto a regula prima, ac graduatae scalae sunt ab invicem, linea recta iis super extenditur, una cum praescriptis consentaneis genio aequationis, qua in regularum una potestas pura datur radicis quaesitae. Lubentes equidem cognosceremus, num Tu, Vir Doctissime, et Newtonus noster in artificium idem incideritis.

Sed tempus monet, ut ad finem properem. Hoc solummodo adjicere fas fuerit, existimare nos operae pretium, ut Tractatus Conicus, derivandus a Projectionibus Sphaerae, concinnetur ex libro Dni. Des Argues, cui titulus, Leçons des Tenebres, nec non ex Reliquiis Pascalianis: Spesque nos fovet, Parisiis id confectum iri. Optamusque insuper, ut Paralipomena Fermati de Locis planis, Solidis, Linearibus et ad Superficiem, de Porismatibus et Contactibus Sphaerarum, nec non Paralipomena Laloverae imprimantur. De Manuscriptis Dni. Robervallii scire avemus, possimusne eorum consequi apographum, soluto pretio transcriptionis. Vale, et prolixitati meae ignosce.

Dab. Londini d. 24. Junii 1675.

XXX.

Leibniz an Oldenburg *).

Literae tuae, multiplici semper fruge refertae, non possunt non esse gratissimae.

Facile crediderim Problema Solidum non posse reddi planum. Id tamen demonstrare, quemadmodum Euclides demonstravit Incommensurabilitates, magni res momenti fuerit; nec video, quod a flexu curvae, aequationi propriae ad eam rem, duci possit.

Ais Parium vestratem observasse, quod unum ex Cardanicis, sit Radix aequationis Quadraticae. Hoc fateor non capio, et rogo explices.

Malleus (quem vocatis) Cubicus, quo aequationes Quadrato-quadraticae resolvantur, non est Cartesii inventum, ac ne Vietae quidem; se jam repertum seculo superiore. Etiam extractio illa Radicis Cubicae ex Cardanicis fit ut quantitas Imaginaria evanescat, et inveniatur radix rationalis, Aequationis Cubicae regulas Cardani respuentis. Ejus exemplum a Pario datum, in literis tuis novissimis habetur: Superioris tamen seculi inventum est. Nimirum primus omnium Aequationem Quadrato-quadraticam ad Cubicam revocare docuit Ludovicus Ferariensis. Primus Radices Rationales ex Binomiis Cardanicis, in speciem Imaginariis, extrahere docuit Raphael Bombelli.

Tollere terminos omnes intermedios, ex Aequatione Arbitraria cujuscunque gradus, non video, cur sit difficile. Nam cum sit Arbitraria, potest reddi Divisibilis. Si Divisibilis reddi potest per Aequationem Simplicem aut Quadraticam, reddi potest Pura.

Per Tabulas Sinuum Logarithmicorum explicare Aequationes, res foret utilissima; si modo non sit opus tot Praeparationibus, ut fructus compendii pereat.

---

*) Dieser Brief ist zuerst in den Werken von Wallis (Tom. III) gedruckt. Derselbe setzt ihn „anno circiter 1674 exeunte, vel ineunte 1675“. In der Sammlung v. Murr's findet sich eine Abschrift, nach welcher das Original datirt ist: Paris. 12 Jul. 1675.

Methodum Celeberrimi Neutoni, radices Aequationum inveniendi per Instrumentum, credo differre a mea. Neque enim video in mea quid aut Logarithmi aut Circuli Concentrici conferant. Quoniam tamen rem vobis non ingratam video; conabor absolvere, ac tibi communicare, quamprimum otii sat erit.

Incidi nuper in methodum perelegantem, qua superioribus Aequationibus omnium graduum (ad certam tamen formam redactis) accommodari possunt Radices Cardanicis similes. Idque sine sublatione omnium terminorum inter primum et penultimum mediorum, imo nullo termino sublato, modo certa sit inter terminos intermedios relatio. Id cum novam quandam lucem dare videatur huic negotio, vobis mox communicabo.

Scripsisti aliquoties, Vestrates omnium Curvarum dimensiones per Appropinquationem dare. Velim nosse, an possint dare Geometrice Dimensionem Curvae Ellipseos vel Hyperbolae ex data Circuli aut Hyperbolae quadratura.

Robervallius nunc sua quae MS. circumferebatur edit. Fragmentorum Pascalianorum spem mihi facit Doctissimus Percrius, Consiliarius Regius in Arvernica subsidiorum curia, Authoris ex Sorore Nepos. Quidquid ex illis compererо, vobis communicabo.

Scripseras alibi, Clarissimum Wallisium methodum habere, qua Radici datae accommodet Homogeneum Comparationis tale, ut Aequatione Cubica triradicali inde constructa, per ipsas Cardani Regulas correctas, inveniri vicissim possit haec radix. Quaero, an id possit etiam tum cum Aequatio illa non est Plana Palliata, sed reapse Cubica triradicalis; ita tamen ut Radix ejus sit pro arbitrio sumpta. Si methodus illa differat ab ea quam dixi; per quam extrahendo Radicem Cubicam ex singulis Binomiis Cardanicis evanescit quantitas imaginaria: rogo ut eam primis literis communicetis. Ego interim et mea de ulterioribus Aequationibus aliquando extrahendis parabo.

Unum praeterea dicere velim, quanam ratione per Logarithmos explicatis Aequationes, nonnisi summo atque imo gradu incognitae, affectas.

Desideraveram aliquando ut indicares, de quo potissimum Vestrates circa Chronometrum meum dubitaverint.

XXXI.

Oldenburg an Leibniz.

Scriptum quoddam lingua Belgica concinnatum Belga quidam Georgius Moor vocatus, Algebrae et Mechanices probe peritus, et Parisios nuper profectus apud Collinium nostrum reliquit, cujus Apographum hic insertum Tibi communicare libuit; eam quidem ob causam, quod dictus Moor, Collinio teste, affirmaverit, scriptum hoc bene intellectum Cardani regulas, ubi illae deficiunt, perficere, et ejusmodi Aequationum radices; quae per surdos exprimuntur, quando sc. non mentiuntur quadraticas, supplere. Adjectam ibi quoque reperies illam Wallisii epistolam, quae eam continet methodum, de qua ultimae tuae litterae loquebantur.

Caeterum, quae de Darii nostri observato non capere te ais, ea brevi se elucidaturum, Collinio affirmante, pollicetur. Extractionem illam Radicis Cubicae ex binomiis Cardanicis (qua fit, ut quantitas imaginaria evanescat, inveniaturque radix rationalis Aequationis Cubicae, regulas Cardani respuentis) superioris jam seculi inventum esse; ad haec, Ludovicum Ferrariensem primum omnium revocare docuisse Aequationem quadrato-quadraticam ad Cubicam; Raphaelem Borelli *) insuper primum extrahere docuisse radices rationales ex binomiis Cardanicis in speciem imaginariis; nostrates, quibus scil. ea ostendi, non diffitentur.

Difficile Tibi non videri ais, tollere terminos omnes intermedios ex aequatione arbitraria cujuscunque gradus, idque propterea, quod Arbitraria cum sit, reddi possit divisibilis. Hanc in rem scire te cupit Collinius, per a r b i t r a r i a m Dnum Gregorium intelligere aequationem q u a m c u n q u e, non talem, quam quis ad libitum suum peculiariter elegerit. Praeterea, quoad Aequationes in genere, binam pro solertia sua Gregorius noster methodum nactus est. Earum una omnes radices, dummodo possibiles, exprimit per surdos, Canone scil., qui reperit unam radicem, reliquis omnibus reperiendis, sola signorum quantitatibus illis additorum variatione, inserviente: Altera vero priorem perficit, dum omnia signa radicalia tollit, ad superiores purarum potestatum.

---

*) Muss offenbar Bombelli heissen.

dimensiones ascendendo. Canonum illorum perquam taediosa erit calculatio: Interim, si quem invenire possimus, qui laborem illum subire et devorare taedium non renuat, communicaturum se Gregorius pollicetur methodum illam demonstratione comitatam.

Quod Aequationum per sinuum et logarithmorum Tabulas explicationem spectat, Pellius noster, ut audio, se id praestiturum pollicitus est. Ut datam fidem liberet, quam maxime optamus.

Quando Methodum tuam absolveris, radices aequationum per instrumentum inveniendi, si eam mihi communicare tunc temporis volueris, rem pergratam praestabis.

Dicis incidisse Te nuper in elegantem methodum, qua superioribus aequationibus omnium graduum (ad certam tamen formam redactis) accommodari radices Cardanicis similes possint, idque sine sublatione omnium terminorum inter primum et penultimum mediorum, imo nullo termino sublato, modo certa sit inter terminos intermedios relatio. Hoc quod attinet, putat Collinius, affine id quodam modo esse Gregorii, et Tschirnhausii (qui nuper Parisios hinc abiit, et Te sine dubio jam salutavit) methodo generali. Utrumque quippe hunc in eandem circa hoc methodum incidisse existimat speratque Collinius.

Scire cupis, an dare Nostrates Geometricè possint dimensionem Curvae Ellipseos aut Hyperbolae ex data Circuli aut Hyperbolae quadratura. Respondet Collinius, illos id praestare non posse Geometrica praecisione, sed dare eos posse ejusmodi approximationes, quae quacunque quantitate data minus a scopo aberrabunt. Et speciatim quod attinet alicujus arcus Circuli rectificationem, impertiri Tibi poterit laudatus Tschirnhausius methodum a Gregorio nostro inventam, quam, cum ille apud nos esset, Collinius ipsi communicavit.

Num Experientia ipsa omnes circa Chronometrum tuum dubitationes solverit, scire pervelim. Hookii nostri Chronometrum a Rege nostro hactenus valde laudatur; nec dubito quin horologium Hugenii, quod indies ab ipso exspecto, pari sit passu ambulaturum.

Denique, ut pauca adjiciam de iis, quae apud nos nunc agitantur, paucos intra dies videbitis Malpighii de Plantarum Anatome Tractatum curiossissimum pereleganter hic editum, cujus Exemplar ad Justellum meum perferendum Dominico Italo tradidi;

quod ille reliquis meis amicis Parisiensibus pro humanitate sua lubenter ostendet. Illustrissimus Boylius, qui plurimum tibi salutem dicit, suas de Qualitatum sensibilium origine mechanica Diatribas, qua potest diligentia, typis mandari nunc curat. Accedit iis Grevii nostri de Argumento Malpighiano libellus; nec non Evelini nostri de Agricultura dissertatio, in Soc. Regiae consessu publico habita; ut et Willisii Pharmaceutices pars secunda, insignissimis, ni fallor, observationibus et iconismis Anatomicis locupletata. Hisce vale, et me Tuum ex asse crede.

Dab. Londini d. 30. Septembr. 1675.

XXXII.

Oldenburg an Leibniz.

Hae lineolae hoc tantum volunt, ut inquiram, num epistola mea 30. Sept. novissimi ad te data, reddita tibi fuerit, cui et Georgii Mori Belgae scriptum aliquod Algebraicum, et Wallisii nostri epistolam a Te desideratam inserueram. De redditione mearum addubito, cum nihil ex eo tempore litterarum a Te acceperim. Miror quoque, Dn. Tschirnhausium, nobilem Lusatum, quem Tibi commendaveram, adeo penitus silere, ut, num vivos inter an mortuos degat, ignoremus. Si vivit et valet, promissi sui plane est immemor. Vale, Vir clarissime, et me Tui cultorem porro ama.

Dabam Londini d. 20. Decembris 1675.

XXXIII.

Leibniz an Oldenburg*).

Duarum tibi Literarum debitor, rogo ne sequius interpreteris silentium meum. Soleo enim interrumpi nonnunquam, et haec studia per intervalla tractare.

*) Bereits gedruckt.

Quod Tshirnhausium ad nos misisti, fecisti pro amico: multum enim ejus consuetudine delector, et ingenium agnosco in Juvene praeclarum, et magna promittens Inventa mihi ostendit non pauca, Analytica et Geometrica, sane perelegantia. Unde facile judico, quid ab eo expectari possit.

Jam diu est quod petiit, ut tibi scribens rogarem pro ipso veniam silentii: Adderemque, ejus nomine, Diligentiam ipsi in quaerendis Robervallianis, Pascalianis, et Fermatianis, non defuisse; defuisse ex parte Successum.

Elementa Robervalliana a me ipsi impetrata sunt Manuscripta. Legit, sed mihi assentit, qui tanti esse non puto ut debeant excudi. Sed nescio annon Mors Authoris operam sufflaminavit. Jactura certe fuerit non magna. Alia longe utiliora puto exstare ejus Manuscripta, quae ab ipso legata sunt Academiae Scientiarum Regiae. Et Executores ab eo nominati Blondellus, Picartus, Brotius.

Professionem Robervallii Regiam (quae et ipsa ejus morte vacat) obtinuit idem Picartus. Nescio an tibi notum sit institutum. Petrus Ramus hanc fundavit Cathedram; et, pecunia apud Urbanum Magistratum (à la maison de ville) deposita, Testamento cavit, ut dignissimo petentium conferretur; liceretque, velut praemio proposito, certare. Judices constituit Principem Senatus, Advocatum Regium, Praefectum rei Mercatoriae (cujus munus Consulari simile est) et nescio quos alios. Itaque schedis tota urbe affixis publicatum est, proximo mense Martio adjudicatum iri hoc munus merenti. Addidit Ramus, ne diligentia Professoris, semel recepti, frigesceret, quovis triennio cuivis cum eo certandi potestatem fore. Quod institutum mihi non illepidum videtur, ipsumque spectaculum hujus ingeniorum certaminis erit credo non injucundum. Haec de Robervallianis.

Pascalianorum quorundam Manuscriptorum facta mihi spes est.

Frenicli Triangulum Rectangulum Numericum, prelo paratur, cura Mariotti; qui non paucas proprias Observationes adjiciet.

Elementa Mathematica Johannis Prestet (qui apud Malebranchium agit egitve) prodiere tandem, magno satis volumine, in 4to. Intus vero nonnisi Arithmeticam et Algebram reperies. Probo Arithmeticam per literas expositam; id enim poterit Arithmeticis reddere Symbolicam familiariorem. Probo etiam Casus Aequationum Quadrato-quadraticarum particulares, secundum Cartesii Regulam ab eo calculatos. Caetera omnia pervulgata, et eorum quae vos expectastis, nihil. Praeterea, nullum Problema difficile solutum videbis. At, quod miror, ne exemplum quidem Geometricum ullum allatum. Ita non est quod putes quicquam Vestratibus praereptum. Pellioque, et Neutono, et Gregorio, integra manebunt, quae de Resolutione Aequationum per sinus aut Logarithmos, aut Series numerorum Infinitas, pollicentur, quae aliquando videre valde velim.

Illustrissimo Boylio rogo me commendes, quandocunque occasio dabitur. Virum in tantum aestimo, in quantum Virtus et Doctrina in homine possunt. Legi nuper Diatribam ejus, de Studio Theologico non Contemnendo: Quae me mire affecit; et in illa voluntate confirmavit quae mihi, ut nosti, jamdudum fuit, Scientiam de Mente tractandi per Geometricas Demonstrationes. Multa in hoc genere mira a me sunt observata, quae aliquando, quo par est rigore, exposita dabo.

Cartesianis quibusdam in hoc argumento non acquiesco. Multa inaedificantur Ideis, quae mihi Sophismatis suspecta sunt. Sed et, in Corpore, necessarium aliud quiddam ab Extensione. Quare Discrimen Mentis a Materia nondum patet ex Discrimine Cogitationis et Extensionis. Aliud nobis dedit principium Natura rerum, ex quo patet Perennitas Mentis directa Demonstratione. Quaecunque a Scholasticis, a Valeriano Magno, a Cartesio, aliisque ex Entis illius notione ducuntur, cujus Essentia est Existere; ea tamdiu vacillant, quamdiu non constat an Tale Ens possibile sit, si intellegi possit. Pronunciare talia, facile est; intelligere, non aeque. Posito, tale Ens esse possibile, sive aliquam esse Ideam respondentem his Vocabulis; utique sequitur, Existere tale Ens Multa videmur nobis Cogitare (confuse scilicet) quae tamen implicant: Exempli gratia, Numerus omnium numerorum. Valde suspectum esse debet nobis Notio Infiniti, et Minimi, et Maximi, et Perfectissimi, et ipsius Omnitatis. Neque fidendum his notionibus antequam ad illud Criterion exigantur, quod mihi agnoscere videor, et quod velut Mechanica ratione fixam et visibilem et (ut ita dicam) irresistibilem reddit veritatem. Quale nobis inexplicabili beneficio tributum est a Natura.

Haec Algebra, quam tanti facimus merito, generalis illius artificii non nisi pars est. Id tamen praestat, Errare ne possumus quidem si velimus. Et, ut Veritas quasi picta, velut Machinae ope in charta expressa, deprehendatur. Ego vero agnosco, quicquid in genere probet Algebra, non nisi superioris scientiae beneficium esse; quam nunc Combinatoriam Characteristicam appellare soleo: longe diversam ab illa, quae, auditis his vocabulis, statim alicui in mentem venire posset. Hujus mirabilem vim ac potestatem, praeceptis aliquando et speciminibus me explicaturum spero, si sanitas atque otium fuerit. Non possum, paucis verbis, rei naturam complecti. Illud tamen dicere ausim, Nihil facile ad humanae mentis perfectionem efficacius concipi posse, ac, recepta hac philosophandi ratione, fore tempus, et mox fore, quo de Deo ac Mente non minus certa, quam de Figuris Numerisque habeamus, et quo, Machinarum Inventio non difficilior, quam Constructio Problematum Geometricorum: Exhaustisque his studiis (nisi quod semper Infinitorum Theorematum elegantissimae supererunt harmoniae, indies observandae tunc magis quam eruendae) ad solam Homines redibunt naturae indagationem; quae nunquam in potestate futura est. Nam, in Experimentis, Ingenii et Industriae Fortuna miscetur.

Boyliano itaque more semper philosophabuntur homines, nostrum aliquando ad finem perducent; nisi quatenus ipsa quoque Natura rerum, in quantum cognita est, calculis subjici potest, et novis detectis et ad Mechanismum redactis qualitatibus, novam applicandi materiam Geometris dabit. Sed impetus scribendi effert me longius quam constitueram; facitque ut non satis cohaerentia dicam.

Superest ut ad tuarum literarum Algebraica respondeam. Plurimum tibi debeo, doctissimoque Collinio, quod communicare mihi voluistis non pauca, nec contemnenda; qualia Epistola Wallisii continet, et quae ei adjunxistis.

Sed, (ut tibi dicam quod res est) in illa (nescio cujus) de Regulis Cardani Diatriba, non invenio, quin Regulam Cardani ille longe alias quam nos sumit. Cartesius aliique, per Regulam Cardani, intelligunt, Methodum qua ille expressit quasdam Radices Cubicas per Irrationales. Author Diatribae intelligit per Regulam, Methodum qua ille ex illis Binomiis Irrationalibus, denique Rationales Radices extrahit.

Id vero Cardanus facit quibusdam tentamentis adhibitis, qualia plurima dari possunt, et mihi quoque non ignota sunt. Ergo nec Author Diatribae aliud quam ejusmodi determinationes loquitur quibus Radices facilius determinantur. Ego vero has determinationes non curo, quoniam Schotenius (vel quisquis est

Author Regulae circa Binomia a Schotenio adjectae) regulam dedit perfectam, et nulli tentamento obnoxiam, in numeris extrahendis. Binomiorum Cubicorum Radices tunc absunt imaginariae. Sed cum adhuc adsunt Imaginariae (ut $\sqrt{-1}$) cessat Regula Schoteniana; ut facile per ejus rationem instituti patebit. Fateor eas Regulas quae per Tentamenta et Determinationes procedunt, facile posse extendi ad Imaginarias continentia. Sed qui Regulam tentamentis carentem, qualis Schotenii est, etiam imaginariis commune dederit, mihi notus non est. Eam vero jamdudum est quod mihi videor recepisse, quam aliquando distincte expositam vobis communicabo. Adjiciamque alia, ut opinor, curiosa, de Imaginariis in speciem tractandis et dignoscendis, Geometrice pariter Analyticeque. Mittam et viam meam perveniendi ad Radices Irrationales altiorum graduum, cujus perelegans habeo specimen. Sed, quominus perficiam, deterret calculus; praesertim cum alii in ea re feliciter laborent: Sufficiat, aditum aperuisse.

Habebis et a me Instrumentum Aequationes omnes Geometrice construendi unicum; Et meam Quadraturam Circuli ejusque partium, per seriem Numerorum Rationalium infinitam; de qua aliquoties scripsi, et quam jam plusquam Biennio abhinc Geometris hic communicavi.

Sed et ad aliud Problema Geometricum, hactenus pene desperatum, nuper aditum reperi felicem. De quo pluribus loquar, ubi otium erit absolvendi.

Haec vero omnia ubi ita in ordinem redegero ut mitti possint, singulatim tibi spondeo. Ex quibus agnoscetis, credo, non tantum soluta a me Problemata; sed et nova methodo (hoc enim ego unice aestimo) detecta esse.

Nunc vero in eo sum, ut iter suscipiam aliquot septimanarum. Nam, ante exitum Januarii, rursus Parisiis ero. Quare non est ut rescribas, donec per secundas literas reditus te mei admonuero. Vale, et fave etc.

Paris. 28 Decemb. 1675.

XXXIV.

Folgendes Bruchstück eines Briefes von Leibniz an Oldenburg, datirt: Parisiis 12. Maii 1676, findet sich im Commercium epistolicum etc. unter Num. XLIV.

Cum Georgius Mohr Danus, in Geometria et Analysi versatissimus, nobis attulerit communicatam sibi a doctissimo Collinsio vestro expressionem Relationis inter Arcum et Sinum per infinitas Series sequentes:

Posito Sinu $= x$, Arcu $= z$, Radio $= 1$,

$$z = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 \text{ etc.}$$

$$x = z - \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5040}z^7 + \frac{1}{362880}z^9 \text{ etc.}$$

Haec, inquam, cum nobis attulerit ille, quae mihi valde ingeniosa videntur, et posterior imprimis Series elegantiam quandam singularem habeat, ideo rem gratam feceris, Vir Clarissime, si Demonstrationem transmiseris. Habebis vicissim mea ab his longe diversa circa hanc rem meditata, de quibus jam aliquot abhinc annis ad te perscripsisse credo, demonstratione tamen non addita quam nunc polio. Oro ut clarissimo Collinsio multam a me salutem dicas: is facile tibi materiam suppeditabit satisfaciendi desiderio meo.

XXXV.

Oldenburg an Leibniz.

Impense laetabar, amice plurimum colende, conspecta de novo docta tua quam diu subduxeras manu, maturiusque responsum parassem, ni id ab amicis, Newtono imprimis et Collinio (qui nec ipsi semper sui juris sunt) parte longe maxima dependisset. Dum prioris meditationes parantur, en tibi varia et accumulata Collinii nostri communicata, menti ad tempus satis forsan distinendae accommoda, donec scilicet alia a Dno. Newtono succenturientur.

Principio igitur ait Collinius: Quod attinet primam illam Seriem, cujus coefficientes sunt $\frac{1}{6}, \frac{3}{40}, \frac{5}{112}, \frac{35}{1152}$, illi hoc modo formantur, nempe:

$$\frac{1\times1}{2\times3} = \frac{1}{6}, \text{ et } \frac{1}{6}\,\frac{\times3\times3}{\times4\times5} = \frac{3}{40}, \text{ et } \frac{3}{40}\,\frac{\times5\times5}{\times6\times7} = \frac{5}{112}$$

$$\text{et } \frac{5}{112}\,\frac{\times7\times7}{\times8\times9} = \frac{35}{1152}, \text{ et } \frac{35}{1152}\,\frac{\times9\times9}{\times10\times11} = \frac{63}{2816},$$

et sic in infinitum: unde intelligere est, Seriem illam elegantia sua inferiorem non esse conversa; quam tu potius commendas. Tuas de eodem argumento contemplationes, quas ab istis longe diversas innuis, pergratas nobis fore credideris, optantibus equidem, ut eae fidem nostram superent quoad methodi hujus praestantiam, quae tam late patet ut averruncare omnes difficultates videatur; adeo ut Collinius perceperit, Dn. Gregorium sensisse, quaecunque ante eam fuissent cognita, haud aliter se habere ac auroram meridianae luci comparatam; quamvis Dn. Gregorius alia fuerit egregia methodo instructus pro circulo, priusquam haec ipsi perspecta erat, quam hic impertiri libet. In litteris igitur ipsius 15. Feb. 1669 datis, ita scribit: Approximationes meae ad perimetros p. 8. et 5. Exercitat. Geometricarum, Londini impressarum, nonnihil illustrantur nupera mea ad Dn. Hugenium responsione. Ut ut sit, in tui gratiam eas alia methodo explico; nempe:

Sit arcus quilibet Semicirculo minor HKL, cujus chorda HL, ducatur recta HA, tangens arcum in puncto H, sitque angulus ALH rectus; deinde recta HG dividat arcum HKL bifariam in K, sitque angulus HGF rectus, et ita de caeteris in infinitum: arcus HKL erit major quam HL, et minor quam HB, item major quam HF, et minor quam HC, item major quam HE et minor quam HD etc. (Fig. 10.) in infinitum

erit quoque arcus minor quam $\left\} \dfrac{96\,HG - 22\,HL + HA}{75}\right.$

item minor quam $\dfrac{16\,HG - 3\,HL + 2\,HB}{45}$

Et major quam $\dfrac{320\,HG + 52\,HB - 56\,AL - AB}{315}$

Et major quam $\dfrac{64\,HF - 20\,HG + HL}{45}$

Et major quam $\dfrac{4096\,HE - 1344\,HF + 84\,HG - HL}{2835}$

Et major quam 1048576 HN — 348160 HE + 22848 HF — 340 HG + HL.

Non credimus, meliorem circuli quadraturam linearem, quam haec est, unquam datum iri. Et quod nos induxit ad eam vobis impertiendam, potissimum hoc est, quod Dominus Gregorius similem Methodum ad alias curvas rectificandas applicavit.

Impertiar tibi hac occasione Solutionem Problematis Kepleriani de Dividendo Semicirculo in ratione data per rectam pertranseuntem punctum in diametro datum, hoc pacto.

Sit semicirculus AHC *), cujus centrum B, dividendus e puncto D in ratione p ad q. Sint BD, BC, BE continue proportionales; Sitque BD ad BC, sicut Semiperipheria AHC ad m. Fiat $\frac{pm}{p+q} = a$, $AB = r$, $AE = b$,

et Sumatur $AF = \frac{ra^2}{2b^2} + \frac{r^2a^4}{6b^5} - \frac{ra^4}{24b^4} + \frac{ra^6}{720b^6} - \frac{13r^2a^6}{360b^7}$
$+ \frac{7r^3a^6}{72b^9} + \frac{19r^4a^8}{630b^{11}} + \frac{173r^3a^8}{107520b^9} - \frac{199r^2a^8}{13440b^{10}} - \frac{113ra^8}{1290240b^8} +$ etc.

Denique ex F erigatur, Diametro AC, perpendicularis FG, peripheriae occurrens in G, et ducatur recta DG; dico GDA : GHCD :: p : q. Hujus seriei prolixitas provenit duntaxat a puncto D indefinite sumpto; nam posita recta BD determinata, viz. $\frac{1}{3}$ 3 **) = DB, Series haec evanescit in simplicissimam, erit namque

$$AF = \frac{a^2}{200r} - \frac{a^4}{300000r^3} - \frac{a^6}{800000000r^5} - \frac{799a^8}{1792000000000000r^7}$$

Dn. Gregorius supponit, Seriem hanc in omnibus usibus Astronomicis qualibet Sinuum tabula exactiorem: verum tamen, puncto D cadente prope C, et ratione p ad q existente majoris inaequalitatis, Series quae sequitur, fuerit, ipso Judice, expeditior:

Reliquis manentibus ut supra,

$m^2 + r - a = e$, et $BE = d$

Erit $BF = \frac{re}{d} - \frac{r^2e^3}{2d^3} + \frac{r^3e^3}{2d^5} - \frac{re^3}{6d^3} + \frac{7r^2e^4}{24d^5} - \frac{5r^4e^4}{8d^7} + \frac{7r^5e^5}{8d^9}$
$- \frac{r^3e^3}{2d^7} + \frac{re^5}{120d^5} +$ etc.

---

*) Die hierher gehörige Figur fehlt im Manuscript. Sie kann leicht ergänzt werden.

**) Soll vielleicht heissen: $\frac{1}{3}$ r.

Si contingit e notari cum —, tum et BF eandem notam habebit; inque eo casu F capitur inter B et C. Infinitae hae series eodem gaudent successu in aequationum radicibus, quem sortiuntur in aliis problematibus; nisi quod, cum in aequationibus multae sunt quantitates indeterminatae, earum Series grave pariunt taedium; At vero, quando determinatae illae sunt, series perquam sunt simplices.

Hactenus Gregorius: cui subnectam, pro alia instantia seriem accommodatam inveniendae naturali tangenti ex arcu dato

Sit radius $= r$
Arcus $= a$
tangens $= t$

Tunc $t = a + \frac{a^3}{3r^2} + \frac{2a^5}{15r^4} + \frac{17a^7}{315r^6} + \frac{3233a^9}{181440r^8}$ etc.

Et ad inveniendam tangentem logarithmicam non cognita Naturali, pone q pro toto quadrante, et sit $2a - q = e$, et tunc voca t Tangentem artificialem; tunc erit

$$t = e + \frac{e^3}{6r^2} + \frac{5e^5}{24r^4} + \frac{61e^7}{5040r^6} + \frac{277e^9}{72576r^8} \text{ etc.}$$

Dn. Gregorius Collinio mediante in hanc methodum incidit, visa non nisi una ex seriebus Domini Newtoni; ejusque de ea haec est sententia, Rem omnem non nisi corollarium esse seriei generalis, accommodatae inveniendo cuilibet ex quotlibet mediis proportionalibus, ut libuerit, inter quosvis duos numeros extremos datos, vel inter alia quaelibet extrema, in eadem ratione licet remota, cum inveniendo ullo ejusmodi termino remoto.

Defuncto Gregorio, congessit Collinius amplum illud commercium litterarium, quod ipsi inter se coluerant, in quo habetur argumenti hujus de seriebus historia: cui Dn. Newtonus pollicitus est se adjecturum suam methodum inventionis illius, prima quaque occasione commoda edendam; de qua interea temporis hoc scire praeter rem non fuerit, quod scilicet Dn. Newtonus cum in litteris suis Dcbr. 10. 1672 communicaret nobis methodum ducendi tangentes ad curvas geometricas ex aequatione exprimente relationem ordinatarum ad Basin, subjicit hoc esse unum particulare, vel corollarium potius, methodi generalis, quae extendit se absque molesto calculo, non modo ad ducendas tangentes accomodatas omnibus curvis, sive Geometricas sive Mechanicas, vel quomodocunque spectantes lineas rectas, aliisve lineis curvis; sic etiam ad resolvenda alia abstrusiora problema-