tabuntur. Sed Huetius ipse alia agitat, utilia sane etiam ad scientias severiores, nec vobis ingratas. Nam praeter Vectium Valentem, hactenus ineditum, habet Heronis Spiritalia acceptiora multo quam extant, Naumachiam item, non Leonis tantum, sed et Basilii cujusdam patricii: *εικονας* item Philostrati cum scholiis hactenus ineditis, ut alia non memorem.

Celeberrimum Wallisium, cui ego jam bis obligatus sum, rogo, ut a me officiosissime salutes, eique promptitudinem meam denunties, si quid ille exquiri in Gallia, Germaniaque aut alibi etiam cupit, aut si qua alia illi occasio offertur utendi opera mea. Id fortasse libenter intelliges, mox proditurum esse tractatum Cl. Mariotti du Choc des Corps, in quo sententia, quam ille fovit dudum et quam Wallisius in tractatum de motu pulchre expressit, quamque ego, nulla horum conscientia in Hypothesi illa mea attigeram breviter (Reflexionem ab Elaterio esse) multis experimentis elegantibus praeclare admodum confirmatur: unde satis appariturum arbitror, phaenomena Hugenio-Wrenniana ex abstractis motus principiis explicari non posse. Ego supposito itidem Elaterio, modum reperi explicandi mechanica claritate cur lumen in densioribus refringatur ad perpendicularem, in rarioribus a perpendiculari; cum contrarium evenire debere videbatur. Scis explicationem ejus rei visam difficillimam et Cartesianam hypothesin pororum assumtione innixam, vix ullis nisi qui in verba Magistri jurarunt, satis fecisse. Cum ego praesertim tum rationibus, tum experimentis evinci posse putem, perspicuitatem a porositate non pendere. Solutio phaenomeni manifesta est in Hypothesi mea, si tanti putas, tibi mittam. Caeterum rem tibi haud dubie ingratam invitus nuntio, P. Pardies aliquot abhinc diebus obiisse, doleo jacturam viri docti et diligentis, et a quo non pauca utilia poterant expectari. Tria ab eo opuscula sub praelo sunt, sed quae sint nondum explicatum habeo; ubi intellexero, faxo, ut scias. Credo, opticam ejus inter caetera fore, quod vellem sane. Scio enim id argumentum ab eo tractatum diligenter.

Memini te quaerere, cum apud vos essem, nossemne quid Dominus de St. Hillaire, circa magnetem novi haberet. Ego nunc ita accepi: Repertam ab eo rationem ope magnetis, a dato baculo ferreo, utrimque inaequali, abscindendi partem ponderis datam, ut sextam, quartam, tertiam; Magnete scilicet determinante punctum sectionis. Magnam id lucem utique philosophiae magneticae afferet.

Clarissimus Mariotus rem quandam perutilem agitat, sine ulla Aereometria, aut virgula Stereometrica determinare, quantum liquoris vas aliquod datum figurae cujuscumque contineat. Ubi experimentis satis multis, ut solet stabiliverit artem suam, non dubita quin sit juris publici facturus.

Clarissimi Cassini observationes circa systema Saturnicum et maculas solares, haud dubie jam sunt in manibus vestris. Extimus Satelles jam inde ab anno 1671 ab eo observatus, octoginta diebus periodum absolvit, intimus hoc demum anno detectus 5 et dimidio, medius, Hugenianus, diebus sedecim. Accessere observationes macularum solarium quibus illud concluditur, revolutionem solis circa proprium axem absolvi circiter 26 diebus cum dimidio. Sed haec te dudum habere puto.

Hoc interea tuo favore nosse desidero: scis aestate praeterita publicatum illustris Hugenii experimentum de duabus tabulis vel laminis politis, in vacuo sive recipiente exhausto suspensis, ac ne pondere quidem inferiori appenso dissolutis; At ego me legere memini, in experimentorum elasticorum Boylianorum editione novissima, ubi sub finem, nisi fallor, in tabulis politis institutum experimentum recensetur, referri contrarium: Tabulas nimirum exhausto recipiente fuisse dilapsas. Librum hic non reperio ut eam dubitationem mihi adimere possim: quare rogo, ut librum, imo ipsum Ill. Boylium data occasione consulas; id enim nosse, interest philosophiae.

An ut audio Cl. vir Isaac Vossius musicos veteres aut musicam veterem aut aliquid simile editurus sit, Tu optime noveris. Audio Oxonii nescio quem Geometras veteres publicaturum. Optem Wilkinsii Characterem latinum prodire quam primum, visum enim est mihi opus utilissimum. Ill. Boylium quaeso data occasione meis verbis saluta, eique cultum a me perennem denuntia: nihil est quod malim, quam continuatam ejus erga me benevolentiam, cujus indicium habebo, si, quod coram pollicitus est, Catalogum commutandorum mihi miserit. Ego eo non aliter utar, nec apud alios quam ipse volet, satis enim in istis mihi cautelae est ac circumspectionis.

Desiderium meum, quod illustri Societati Regiae per literas exposueram, ubi occasio se obtulerit, exitum expectat.

Machina mea Arithmetica, officium suum plane factura uti absente me coepta erat, nunc ad finem decurrit, et magno, ut video applausu generatim excipitur. Spero alia, momenti non minoris mox secutura.

Attuli mecum Barrovii Lectiones Opticas; sub libri calcem doctissimus autor phaenomenon exhibet, cujus rationem reddere posse negat, aliosque ut inquirant hortatur; aut ut, si possint causam sibi communicent, rogat; dubitat vero ut id facile praestari possit. Hugenius tamen et Mariottus ejus solutionem se habere dixere.

Cum hoc scripsissem, expectatissimas a te literas accepi, quibus Illustrem Societatem Regiam desiderio meo locum dedisse nuntias. Regiae Societati gratias rebus ipsis habebo, eique studia mea probare conabor.

Ad cetera literarum tuarum, profunda rei Algebraicae eruditione refertarum, justis literis respondere, et quae jubes, quae postulas, inquirere ac praestare conabor. Subtilissimo Collinio tam praeclara communicanti, obligatum me profiteor. Caeterum quod Mengolum ajunt praestitisse, quod ego promiseram summam fractionum quarum nominatores sunt numeri Triangulares et Pyramidales etc. id fortasse ex promisso meo non satis recte percepto profectum est; quamquam enim nondum mihi inquirendi in Mengolum otium fuerit, conjicio tamen ex illis ipsis quae in literis tuis repraesentas, Mengolum summas quidem iniisse serierum ejusmodi, $\frac{1}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{15} \;||\; \frac{1}{4}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{20} \;||\; \frac{1}{5}\ \frac{1}{15}\ \frac{1}{35}\ \frac{1}{70}$, sed finitarum seu ad aliquem terminum usque qualiscunque tamen ille sit, continuatarum: et ego totius seriei in infinitum continuatae summam invenio Methodo mea $\frac{1}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{10}\ \frac{1}{15}\ \frac{1}{21}\ \frac{1}{28}$ etc. in infinitum, quod jam publice propositum esse, vel ideo non credidi, quia a Nobilissimo Hugenio mihi primum propositum est hoc problema in numeris Triangularibus; ego vero id non in Triangularibus tantum sed in Pyramidalibus etc. et in universum in omnibus ejus generis numeris solvi, ipso Hugenio mirante. Dominum Collinium autem de his infinitarum serierum summis non loqui vel inde conjicio, quia exemplum hujus serieri affert, $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}$, quae si in infinitum continuetur summari non potest, cum summa ista, non ut numerorum Triangularium sit finita, sed infinita. Sed nunc literarum spatio excludor.

Dominus Agar hic de frigore experimenta memorabilia fecit figurasque in variis congelascentibus summa diligentia observavit miras et curiosas; si quid distinctius ab ipso, ut spero, impetravero, te participem reddam. Interea vale ac homini tui studiosissimo fave.

Paris. $^{16}/_{26}$. April. 1673.

XVI.

Oldenburg an Leibniz.

Jeudy dernier ie vous envoyay un pacquet assez large, l'addressant selon vostre ordre à vous sous le couvert de Mons. Boineburg chez Mons. Heis. Ayant desia vous adressé une autre lettre de la mesme maniere, sans avoir receu aucune responce là dessus, i'ay voulu prendre cete voye pour vous dire derechef, que vous fustez eleu le 9. de ce mois dans la Soc. royale nemine contradicente: et que ie vous ay respondu sur toutes les particularitez, si ie ne me trompe, que vous m'aviez proposèes dans vostre lettre escrite de Paris; y ayant adjousté d'autres choses, que vous ne serez pas mury d'entendre. Je seray bien aise de recevoir promptement vostre responce, etc.

le 14. Avril. 1673.

XVII.

Oldenburg an Leibniz.

Hac ipsa hora gratissimas tuas, d. 16. April. datas, accepi, plurimorum argumentorum, mihi pergratorum, copia refertas. Noli ad singula hac vice responsum exspectare. Plane enim hoc tempore, ut fuse scribam, non vacat, remitto hoc ad alium diem, quo de omnibus rationem Tibi reddere, quantumpote conabor, simul et Amplissimo Huetio ea qua par est observantia, respondere. Duo duntaxat nunc seligo, de quibus amice te moneam. Prius est, ut Epistola, ad ipsam R. Societatem data, gratias ipsi agas pro Electione. Alterum, ut promissi tui, publice in Coetu R. Societatis dati, memor, organum tuum Arithmeticum, quam primum fieri id commode et tuto poterit, ad nos transmittas: qua ratione honori tuo imprimis consules, et majorem invento tuo plausum apud nos conciliabis. Paucula haec in rem tuam, Te raptim volui: de caeteris brevi tempore fusius agam. Vale, et has lineolas Tibi redditas esse quantocius rescribe. Dabam Londini d. 8. Maji 1673.

Jacturam feci notae, quae indicabat locum hospitii tui Parisiis; iterato mihi significare eundem ne graveris, rogo.

XVIII.

Leibniz an Oldenburg *).

Non satis mirari possum literas quas nuper ad te dedi satis grandes semiplagulam (?) qualis haec est presse scriptam, implentes, tibi non fuisse redditas. Scripseram earum partem, ut de Societatis Regiae voluntate denuo sciscitares; interea tuae advenere prolixae et multis rebus memorabilibus, ad Algebram imprimis et Geometriam pertinentibus, graves; quibus nonnihil statim respondi relinquamque partem earum, quas jam ante coeperam, literarum absolvi, easque altero ex quo tuas acceperam die Tabellario publico commisi.

Quod summas attinet fractionum, quarum nominatores sunt numeri triangulares, aliterve figurati, quas a Mengolo initas judicas, ita respondi: Cum Mengoli liber non sit ad manus, videri ex relatione vestra, Mengolum summam tantum iniisse seriei talium fractionum finitae v. g. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}$, me vero summam invenire totius seriei infinitae $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}$ etc. Quod praestitum esse vel ideo non puto, quia Ill. Hugenius eam

*) Nach einer Abschrift in der Sammlung des Herrn v. Murr.

quaestionem mihi proposuit in nominatoribus tantum triangularibus, a se occasione eorum quae de alea inquisiverat, determinatam. Ego vero solutionem reperi universalem qua summam non tantum infinitarum fractionum triangularium, sed et infinitarum pyramidalium et triangulo-triangularium etc. ineo; ipso Hugenio mirante. Si tamen idem et Mengolus praestitit, non miror; saepe enim concurrere solent diversi.

Quod vero subtilissimus Collinius (cui salutem a me officiosam nunties rogo) non de summa serierum infinitarum, sed certo terminorum numero constantium loquatur, vel id me credere fecit, quod de summa fractionum hujusmodi $\frac{1}{1}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ (cujus termini sunt progressionis harmonicae) loquitur. Certum enim est seriem istam in infinitum productam, non esse (ut aliae plurimae frationum infinitarum series) finitam nec summabilem. At vero hujus seriei in infinitum productae $\frac{1}{1}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{16}$ etc. summam nondum fateor reperi; sed et necdum inquirendi satis diligenter, otium habui. Theorema aliquod reperi nuper alia quaerendo, satis memorabile, ni fallor; si sint series, quas vides, infinities infinitae, fractionum omnium quadratarum, cubicarum, quadrato-quadraticarum, simul summa omnium aequabitur unitati. Seu si a quantitate data auferas primum quartam partem, deinde nonam, postea decimam sextam: item octavam, 27am, 64am, rursus decimam sextam, 81am, 256tam etc. et ita porro in infinitum, quantitas data praecise exhaurietur.

$$\left.\begin{array}{cccc} \frac{1}{4} & \frac{1}{9} & \frac{1}{16} & \text{etc.} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{27} & \frac{1}{64} & \text{etc.} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{81} & \frac{1}{256} & \text{etc.} \\ \text{etc.} & \text{etc.} & \text{etc.} & \end{array}\right\} = 1.$$

Obtulere se nuper mihi Geometrica nonnulla, quae ubi nonnihil expolivero perscribam. Ad prolixiores tuas sumto tempore ample respondebo, et quae jussisti praestare conabor. Scripseram tibi jam in praecedentibus literis, R. P. Pardies obiisse, magno dolore meo. En tibi quae ab eo expectabamus: La Statique (dont il nous a donné une petite partie seulement) L'Optique, l'Algebre, l'Arithmetique, le comput Ecclesiastique, l'horologe Thaumantique, des Eclypses, la Cosmographie, la Geographie, l'Hydrographie, Recueil de quelques experiences modernes remarquables du mouvement des corps pesants, des Liqueurs, de l'ondulation et libration, de arte militari militiaque Graecorum, Romanorum et hodierna. Claudius Millet de Chales, ejus cursus mathematicus, et tuae quaeque literae meminere, Lugduni prodit, est ex societate Jesu. Accepi eum post introductionem generalem purae matheseos, elementa mathematice tractata, Terram, Aquam, Aërem, Ignem, nobis exhibiturum, quae sane methodus non videtur contemnenda, cum plerasque artes mechanicas comprehendat.

Est hic vir eruditus, et in experimentis egregie versatus Mons. Agar, qui circa gemmas, rem vitrariam, colores, frigus, putredinem, multa magno studio annotavit; habet imprimis experimenta notabilia de Sympathia et Antipathia colorum qui scilicet in eadem tabula picta mixti se mutuo destruunt, leprimunt, attollunt: quod magni in artem pictoriam est momenti. Sed quae de variis figuris liquorum, frigore concrescentium, annotavit, plane insignia sunt. Sed vir est paulo morosior, ac lentior in producendis suis. Si placet fac, quaeso, honorificam ejus mentionem in iis quas mihi rescribes literis; id eum excitabit fortasse ad colendum vobiscum commercium.

In machina mea arithmetica multa mutare coactus sum, ut (quod antea non poterat) additionem, multiplicationem eundo, subtractionem, divisionem, redeundo, exhibere possit. Alioquin enim hoc inest incommodi, ut in catena operationum super eundem numerum aut productum ex eo, subinde mutanda sit machina; quod plurimum temporis perdit; idque mutari hic quoque non a viris tantum doctis, sed et aliis spectatoribus illustribus ad perfectionem machinae, valde est desideratum. Nunc tandem superata est ea difficultas, et machinam mox dabimus absolutam. Alias fusius, nunc ideo tantum scribo, ne aut de diligentia mea aut de literarum tuarum curatione sinistre suspiceris; interea vale faveque etc.

Paris. $^{14}/_{24}$ Maji 1673.

XIX.

Illustri Societati Regiae Britanniae

Gotofredus Guilielmus Leibnizius.

Quas sub discessum ex Anglia meum ad vos dederam literas, eo favore in consessu vestro exceptas, quem homo mei similis non ausit sibi sine temeritate polliceri, ex clarissimo viro Henrico Oldenburgio, Secretario vestro, intellexi, a quo nuntiatum mihi est, consplrantibus suffragiis in sociorum numerum me quoque fuisse cooptatum. Grave fateor munus mihi impositum est, accedere tot lectis viris in quos omnium oculi conversi sunt, quibus nemo gregarius misceri potest, quin nimia dissimilitudine prodatur: quando tamen ex vestra quoque sententia non ingenio tantum, sed ex labore litari potest philosophiae, nec tantum cogitationum subtilitas, sed et industriae specimina quaeruntur, resumo animum neque despero, posse me apud vos gratitudinem quoque meam, ultra verba testari; illud certe spondeo, memoriam beneficii me (non?) depositurum, neque commissurum, ut opera, quam philosophiae frugiferae, aut cultus, quem vobis ejus propagatoribus debemus, ab homine vobis deditissimo desideretur.

Dabam Parisiis 1 Junii 1673.

XX.

Leibniz an Oldenburg*).

Diu est quod nullas a me habuisti literas; sed ejus rei causam aliquando coram rectius dicam. Nunc vero non potui quin amicum ad vos euntem, cum aliter nequeam, saltem Epistola comitarer. Ingenium ejus et eruditionem variam, nec vulgarem, primo congressu tute observabis: nisi forte eum nosti dudum; nam si bene memini, nunc tertia vice Angliam videt.

*) Bereits gedruckt.

De me illud habeto. Instrumentum Arithmeticum tandem aliquando post maximas difficultates sumptusque non parvos, feliciter absolutum esse. Effectum qui videre admirati sunt omnes. Dato enim v. g. numero multiplicando, Decem Notarum sive Ciphrarum; et alio Multiplicante, Notarum (si ita vis) Quatuor; Productum Multiplicationis, Rotae cujusdam Conversionibus quatuor (nullo animi labore, nulla additione interveniente) haberi posse. Breviter, Numerum Multiplicandum quantumcunque, aeque cito et facile multiplicari posse per Multiplicantem datum, ac Multiplicandum alium quantumcunque *), nemo facile credidisset: Id vero, machina jam perfecta, in exiguo quidem (cum quatuor notas nondum exeat) ostendit tamen.

Exemplum ejus non nisi unicum nunc quidem habeo; idque vix nuper absolutum. Antea enim, quamquam effectum dudum, nonnihil tamen claudicabat. Lassam aliquot opificum patientiam, atque aegre tandem hominem inveni, qui honorem lucro praeferret.

Respirat ille nunc nonnihil, aliisque laboribus vacat, ne caeteris notitiis excidat. Sed promisit opus mox iterum aggredi; pluresque eadem opera elaborare: ex quibus unam ego illustri Societati Regiae servabo, ejusque ad vos ipse lator ero, ubi primum alia permittent, quae me multis modis distrahunt.

Incumbunt enim mihi labores quidem inter se plane diversi, quos partim Principes a me exigunt, partim Amici. Unde parum temporis restat, quod inquisitioni Naturae, et contemplationibus Mathematicis impendere possim. Suffuror tamen, quantum licet; et saepe animum ad ista propendentem explere, quam commodis meis velificare, malo.

In Geometria quaedam detexi, felicitate sigulari potius quam studio multo. Ex multis tibi unum memorabo Theorema perelegans; nec (quantum sciam) antea notum; saltem non illis quibus locutus sum Geometris, sane maximis.

Semicirculo A B C, in plano C D provoluto, Semicycloeides linea A E D descripta intelligatur. Ex F centro Semicirculi volvi incipientis, recta F B G, basi C D parallela, educatur; Semicycloeidi occurens in G. Jungantur rectae A B, A G. Ajo

*) So nach der Ausgabe von Wallis; in der Abschrift v. Murr's steht quantuluncunque, offenbar das Richtige.

A G E A segmentum Semicycloeidis, aequari Triangulo A F B, seu semiquadrato a Radio Circuli genitoris. (Fig. 2.)

Hoc primum est segmentum Obliquum, cujus habetur Quadratura: Secundum autem Segmentorum ejus in universum, cognitae mensurae, ne Circuli quidem dimensione supposita. Primum enim quadravit Illust. Hugenius, diversae plane ab hoc naturae, spatium scilicet A I E A, quarta Radii *) parte A I, recta basi parallela I E, et portione Cycloeidis E A comprehensum.

Alia mihi Theoremata sunt, momenti non paulo majoris. Ex quibus illud imprimis mirabile est, cujus ope Area Circuli, vel Sectoris ejus dati, exacte exprimi potest per Seriem quandam Numerorum rationalium continue productam in infinitum. Sed et Methodos quasdam Analyticas habeo, generales admodum et late fusas, quas majoris facio quam Theoremata particularia et exquisita.

Illustri Boylio rogo me data occasione commendes. Nolim Virum Eximium, scriptis eorum quos nuperrime ejus Pneumatica Experimenta ac Ratiocinationes aggressos audio, diverti ab illis, quibus multo melius mereri de publico potest, Chymicis experimentis: Quae utinam ne diutius publicis precibus neget. Intactum est hoc doctrinae genus; saltem Philosophis. Primus est Boylius qui non dicam nugari desiit, sed demonstrare coepit. A quo si corpus quoddam Chymicum impetrare poteris, obligabis profecto genus humanum. Dici enim non potest, quanti ad omnem vitam momenti si Chymia. Ego certe saepe pro valetudine Viri vota facio. Nam vereor ne aliquando jacturam irreparabilem faciamus, culpa quorundam obtrectatorum; qui saepe viros, publico bono natos, a suis publicandis absterrent. Vale, ac nominis tui virtutumque Cultori fave.

Dabam Lutetiae Parisiorum, 15 Julii 1674.

XXI.

Leibniz an Oldenburg **).

Non dubito quin literas a me Dno. Waltero ad vos eunti, datas acceperis: quamquam Dn. Vernon negaverit, ex relatu tuo,

*) lege Axis vel Diametri. Bemerkung von Wallis.

**) Bereits gedruckt.

literas a me tibi redditas. Sed hoc ita interpretor, Vernonem ante adventum Walteri a vobis discessisse.

Utor commoditate euntis ad vos amici; potius ne non scribam, quam ut scriptu digna habeam. Adjicio Tubae Stentoreae Explicationem, a Gallo quodam factam; sed quae vix quicquam satisfacit.

Edetur hic Algebra quaedam, cujus Author, Regulam Cartesii de Aequationibus Quadrato-quadraticis ad Cubicas rovocandis, negat esse Universalem: sed quantum ex sermonibus quos ea de re mecum habuit, judicare possum, labitur ipse. Cartesii enim Regula, e Vieta transumpta, a Beaunio et Huddenio etiam demonstratione confirmata est; et mihi ipsi aliquando, alia quaerenti, ea ipsa Regula exiit.

Jacobus Osanna, de quo tibi aliquando locutus sum, et cujus P. Billy in scriptis cum elogio meminit, monstravit mihi nuper Diophantum suum, mox prelo committendum, ad Symbola revocatum. Adjicit passim Quaestiones a Diophanto et Bachsto praetermissas. Sed et librum septimum addet, refortum quaestionibus Paralipomenum.

Is Problema publice proposuerat, jam anno abhinc et ultra; Invenire tres numeros, ita ut differentia duorum quorumlibet quadratorum sint Quadrati: et differentia duorum quorumlibet quadratorum ab ipsis sint etiam Quadrati. Ejus Problematis solutionem curaverat edi Petrus Mengolus, credens demonstratam a se ejus impossibilitatem. In quo eum lapsum esse ostendit Osanna, editis mox ipsis Numeris.

Ab eo tempore idem Osanna aliud proposuit Problema, schedula impressa et distributa, quod ita habebat. Mathematicis Problema unicum: Invenire tres numeros, quorum summa, Quadratus; et summa Quadratorum ab ipsis, sit Quadrato-quadratus. Forte cum colloqueremur, dixi ei, non videri haec Problemata tanti, et esse quodammodo in nostra potestate, siquis laborem subire velit. Hoc ille arripiens, provocavit me ad solutionem per amicos, quibus dixerat, me talium facilitatem jactare, nullo specimine edito. Ego ita coactus sum aggredi solutionem, quae successit mirifice. Nam, cum ipsius Osannae ingentes sint numeri; ego exiguos inveni admodum, proposito satisfacientes. Et, quod est amplius, solutionem reperi indefinitam, quam fassus est se non habere. Possum

enim efficere, ut summa numerorum sit Quadratus datus; sed et possum efficere, ut summa quadratorum sit Quadrato-quadratus datus.

Haec tanti non putarem ut Vobis scriberem, nisi inter Mathematicos nostros strepitum fecissent.

Certe alii quidam his oris insignes (ut ipsi se appellari amant) Analytici, etiam nunc solutionem ejus Problematis frustra quaerunt.

Diophantum ipsius Osannae, puto fore lectu dignum. Dat enim operam ut Lemmata omnia, ex numerorum natura petita expurget; et ut semper ostendat ipsum inveniendi modum Analyticum. Sed haec quidem vel ideo scriptu digna putavi, quia Diophantum Symbolicum, apud vos quoque edi, editumve esse intelligo. Majoris ad usum vitae momenti est Profectus Geometriae; et imprimis Dimensio Curvilineorum: unde saepe praeclara Problemata Mechanica pendent.

Porro, in ea Geometriae parte rem memorabilem mihi evenisse nuncio. Scis D. Vicecomitem Brounkerum, et Cl. virum Nic. Mercatorem exhibuisse Infinitam Seriem numerorum rationalium, spatio Hyperbolae aequalem. Sed hoc in Circulo efficere hactenus potuit nemo. Etsi enim Ill. Brounkerus et Wallisius dederint numeros rationales magis magisque appropinquantes; nemo tamen dedit progressionem numerorum rationalium, cujus in infinitum continuatae summa sit exacte aequalis Circulo. Id vero mihi tandem feliciter successit: inveni enim seriem Numerorum valde simplicem, cujus summa exacte aequatur Circumferentiae Circuli; posito Diametrum esse Unitatem. Et habet ea series id quoque peculiare, quod miras quasdam Circuli et Hyperbolae exhibet harmonias. Itaque Tetragonismi Circularis Problema, jam a Geometria traductum est ad Arithmeticam Infinitorum, quod hactenus frustra quaerebatur. Restat ergo tantum, ut Doctrina de Seriebus seu Progressionum numericarum summis perficiatur. Quicunque hactenus Quadraturam Circuli exactam quaesivere, ne viam quidem aperuere per quam eo pervenire posse spes sit, quod nunc primum a me factum dicere ausim. Ratio Diametri ad Circumferentiam, exacte a me exhiberi potest per Rationem, non quidem Numeri ad Numerum (id enim foret absolute invenisse); sed per rationem Numeri ad totam quandam Seriem numerorum rationalium valde simplicem et regularem. Eadem methodo, etiam Arcus cujuslibet, cujus Sinus datur, Geometrice exhiberi, per ejusmodi seriem, valor potest; nullo ad integrae Circumferentiae dimensionem recursu. Ut adeo necesse non sit, Arcus rationem ad Circumferentiam nosse.

Quid apud vos agatur, vicissim ubi vacaverit indicabis; inprimis de re Medica et Chymica. Illustrem Boylium, et Clarissimos Viros Wallisium et Hookium, a me quaeso saluta. Et hunc stimula, ut promissam nobis Microscopiorum et Telescopiorum perficiendorum rationem urgeat; quo nihilut ilius praestare potest. Vale, faveque etc.

Paris. 26. Octb. 1674.

XXII.

Oldenburg an Leibniz.

Idem qui tuas antehac rite mihi tradidit, meas hasce Tibi quoque citra omne dubium fideliter reddet. Machinulam tuam Arithmeticam, quam perfecisse Te antehac jam significasti, lubentes equidem lustraremus, si promissi tui, Soc. Regiae in publico congressu facti, memor, occasione commoda transmittere eam velles. Gratias interim ago pro Diatriba, Tubae Stentorophonicae explicationem moliente; quae tamen vix magis nostratibus, quam Gallis satisfacit.

Ad ea, quae de Jacobi Osannae consilio memoras, Diophantum suum Symbolicum praelo committendi, scire te velim, Kerseyum nostrum, quicquid difficile in Authore illo occurrit, permultaque alia Problemata gemina, Analytice resoluta, sermone Anglico jam evulgasse, partemque Systematis sui Algebraici Tertiam soli isti argumento pertractando impendisse. Quod vero duplicatam Diophanti aequalitatem spectat (quae novum illud Fermati inventum constituit) eam jam a Jacobo Gregorio Scoto, e Soc. Regia, magnopere provectam esse intelligo. Quod de profectu memoras in Curvilineorum dimensione, bene se habet; sed ignorare te nolim, Curvarum dimetiendarum rationem et methodum a laudato Gregorio, nec non ab Isaaco Newtono, ad curvas quaslibet, tum Mechanicas, tum Geometricas, quin et circulum ipsum, se extendere; ita scilicet ut si in aliqua curva ordinatam dederis, istius methodi beneficio possis lineae curvae longitudinem, figurae aream, ejusdem centrum gravitatis, solidum rotundum, ejusque superficiem, sive erectam, sive inclinatam, solidique rotundi segmenta rotunda, horumque omnium conversa invenire; quin et, dato quolibet arcu in quadrato, Logarithmicum sinum, tangentem vel secantem, non cognito naturali, et conversim, computare.

Quod vero ais, neminem hactenus dedisse progressionem numerorum rationalium, cujus in infinitum continuatae summa sit exacte aequalis circulo, id vero Tibi tandem feliciter successisse; de eo quidem Tibi gratulor, sed adjungam oportet, quod nuper a viro de rebus his sollicito accepi: Supra dictum nempe Gregorium in eo jam esse, ut scripto probet, exactitudinem illam obtineri non posse. Quod tamen minime a me dictum velim, ut ingenium studiumque tuum sufflaminem, sed pro meo in Te affectu cautum reddam, ut talia scil. probe tecum volvas, revolvasque priusquam praelo divulges.

De caetero, cum scire aveas, quae apud nos agantur, paucis dicam. Doctor quidam Medicus, Danielis Coxi nomine, e Soc. Regia, modum edidit perfacilem, e quibusvis Vegetabilibus spiritus volatiles eliciendi; probavitque porro, nullum sal Alcali seu Fixum in ullo prae-existere subjecto, priusquam actioni ignis expositum id fuerit: Ad haec, evicisse se putat, omnes spiritus volatiles et vinosos, probe depuratos, ab oleisque suis penitus immunes redditos, plane homogeneos esse. Extant haec omnia in nuperis quibusdam Transactionibus philosophicis, quas, una cum caeteris omnibus, in gratiam amici, Dns. Walterus Parisios se transportare mihi affirmavit. Illustris. Boylius nova quaedam, ni fallor, mox praelo exitura, composuit, de Latentibus quibusdam Qualitatibus Aëris, nec non de Corporum in Vacuo Boyliano Conservatione, deque Metallorum Accretione: Cui Dissertationem annectit geminam; quarum una suctionis indolem enucleatius explicat; altera Dni. Hobbii problemata de Vacuo sub examen vocat. Quae Dn. Hookius molitur circa novum quendam Quadrantem Astronomicum, insignissimi, ut ipse vult, usus, harum lator, vel etiam ipsum scriptum Authoris, sub praelo nunc sudans, fusius exponet. Omnia haec sermone Anglico, quae tamen brevi, putem, in Latinum vertentur. Vale, et, si vacat ocius rescribe.

Dabam Londini d. 8. Decebr. 1674.

XXIII.

Im Commercium epistolicum Joh. Collinsii aliorumque de Analysi promota findet sich unter Num. XXXV folgendes Excerpt eines Briefes von Leibniz an Oldenburg, datirt 30. Mart. 1675.

Scribis clarissimum Neutonum vestrum habere Methodum exhibendi Quadraturas omnes, omniumque curvarum Superficierum et Solidorum ex revolutione genitorum Dimensiones, et Centrovum Gravitatis inventiones, per appropinquationes scilicet, ita enim interpretor. Quae Methodus si est universalis et commoda, meretur aestimari; nec dubito fore ingeniosissimo Auctore dignam. Addis tale quid Gregorio innotuisse.

XXIV *).

Leibniz an Oldenburg.

Distuli scribere de die in diem, quod rem novam, et mox hic quoque publicandam TIBI mittere vellem: idque nunc quoque facio, postquam de successu satis securus sum. Mitto igitur TIBI quam vides descriptionem principii aequalitatis in Horlogio a me invento futurae, nihil cum isochronismo vibrantium pendulorum aut elateriorum commune habentis; quo tamen uno hactenus omnes usi sunt. Ipse Hugenius, qui nuper ut nosti elegantem illam oscillantis elaterii ad horologia applicationem publicavit, plurimum approbavit meam, ut novam, et pure mechanicam et a nullo experimento physico aut demonstratione Geometrica pendentem, ut mirum sit artifices in eam non incidisse dudum. Mihi certe jam a quadriennio nota fuit, cujus testes in Germania Galliaque habeo: sed in controversiam vocat nemo. Plerumque ita evenit, ut uno egregio invento publicato, quale

*) Diese Nummer ist offenbar nur das Bruchstück eines Briefes, den Leibniz um diese Zeit an Oldenburg sandte.

Horologii oscillatorii fuit, aliorum meditationes velut sideratae et in hanc unam defixae, habeant aliquid imitationis non facile exuendae: raro animus hac velut praeoccupatione deposita ad diversum quoddam inveniendi principium attolitur. Inventum ipsum quale sit, ex descriptione et figura judicabis; et si mereri videbitur Transactionibus tuis inseres. Alii atque alii hic in dies nascuntur, qui Horologia novis illis Hugenianis similia, certe ex eodem principio pendentia, proferunt.

Sed cum ipsa Hugenii methodus sit omnium quas viderim facile simplicissima, credo non magnam rationem habitum iri tot varitionum non difficilium. Sed ex alio rem principio confici Reipublicae interest et Scientiarum, ut alterum alteri testimonium praebeat et aerarium inventionum locupletetur. Cum sit praeterea aliquid in meo peculiare, ut scilicet Elateria spissa et solida (massifs) et quantum libet fortia adhibere liceat, qua ratione fieri potest ut ratio errorum atque impedimentorum ex medii et materiae imperfectione orientium ad vires quantumlibet exigua reddi possit: ut taceam esse qui in dubium revocent Isochronismum vibrationum Elasticarum, mihi tamen persuasum est, Hugenium hoc suae constructionis principium experimentis sufficientibus stabiliisse antequam publicaret et Isochronismum si non perfectum saltem usui sufficientem deprehendisse.

Ad literas tuas venio. Arithmeticam Machinam habebitis, cum mihi ad vos excurrere vacaverit: (neque credo repetita a Te toties promissa mea aliud exigunt) quod, spero, mature futurum est. Quod de quadratura Circuli Arithmetica, per infinitam seriem numerorum rationalium, valde simplicem, a me inventa mones, cavendum esse a Paralogismo, cum Jac. Gregorius vestras minetur demonstrare talium impossibilitatem: id a non satis percepto promisso meo oriri credo. Gregorius enim non hujus quidem Quadraturae generis, quod Arithmeticum appellare soleo, per series numerorum rationalium infinitas, sed exacti penitus et Geometrici per unum quendam numerum, aut finitam numerorum seriem, sive illi rationales sive irrationales sint, impossibilitatem a se demonstratam putavit; quod meo invento nihil adversatur; tametsi quod Hugenio id mihi quoque etiam ob rationes Hugenio intactas videatur; in Gregoriana demonstratione vitium esse, quamquam alioqui viri ingenium magnifaciam.

Mittam TIBI inventum meum, satis certe memorabile, quod magnitudinem Circuli per seriem numerorum rationalium infinitam mire simplicem exprimit: si mihi vicissim duo vestratium inventa Geometrica pollicearis, unum Collinii, de quo aliquando mentionem fecisti, de summis serierum numericarum finitarum, quarum termini sint primanorum, secundanorum, tertianorum etc. reciproci; alterum Gregorii circa methodum appropinquandi ad veram Circuli et Hyperbolae magnitudinem per series convergentes, cujus in Exercitationibus Geometricis exempla dedit. Et vero si Collinianum mihi consensu Clarissimi autoris, cui plurimam salutem a me dicas rogo, miseris quamprimum (nam etiam editum prostat, nisi fallor in libro quodam Anglico) statim transmittam meum et Gregorianum praestolabor, dum TIBI commoditas oblata fuerit obtinendi ab autore; neque enim credo Londini agit.

Intelligo autem non inventa tantum, sed et demonstrationes mitti debere. Meum exactissime demonstratum, sed et numeris comprobatum habeo, et visum est ita memorabile insignibus quibusdam Geometris, ut inventorum Cyclometricorum hactenus cognitorum apicem appellare non dubitaverint.

XXV.

Oldenburg an Leibniz.

Accepi litteras tuas, quae Machinam tuam novam describunt et Algebraica quaedam rariora indigitant. Prius quod attinet, Nostratium nonnulli, augendis rebus mechanicis addictiores, in ea videntur esse sententia, objectionibus a temet ipso formatis, generali ista responsione remedioque a te assignato minus esse satisfactum. Optant interim, Experimento rem totam committi, idque navigatione quadam ad Tropicos et Aequinoctialem instituenda; eamque rationem dubiis quae supersunt omnibus exuendis quam maxime accommodatam esse censent. Ingenium interim tuum, in excogitanda machina tam artificiosa abunde elucere fassi, pro ejus communicatione debitas tibi gratias referunt.

Posterius quod attinet Dn. Collinius, praemissa salute, quae sequuntur, remittit. Primo, Cl. Gregorius, in postrema sua ad Illustrem Hugenium responsione, seriem suppeditasse, ad semicircumferentiam circuli inveniendam, quae talis est; Pone radium $= r$, dimidium latus Quadrati inscripti circulo $= d$, et Differen-

tiam inter radium et illud latus Quadrati $= e$; Semicircumferentia aequalis est $=$

$$\frac{4\,rr}{2\,d - \frac{e}{3} - \frac{e^2}{90\,d} - \frac{e^3}{756\,d^2} - \frac{23\,e^4}{113400\,d^3} - \frac{263\,e^5}{7484400\,d^4} - \text{etc. in infin.}}$$

Quae series adeo produci potest, ut a semicircumferentia minus differat, quam illa quantitas assignabilis.

Editum hoc fuit a D. Gregorio, postquam Mercatoris Logarithmotechnia jam extabat; quae quamprimum videbat lucem, ad D. Barrovium a me fuit transmissa; qui observato in ea infinitae serici usu ad Logarithmos construendos, rescribebat, methodum illam jam aliquamdiu ante excogitatam fuisse a successore suo, Newtono, omnibusque curvis, earumque portionibus, Geometricis aeque ac Mechanicis universim applicatam. Cujus rei specimina quaedam subjecit:

Posita pro radio unitate, datoque x pro sinu, ad inveniendum z Arcum series haec est:

$z = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9$ etc. in infinit. (Fig. 3.) Et extracta hujus Aequationis radice, methodo symbolica, si dederis z pro arcu, ad inveniendum x sinum, series haec est:

$x = z - \frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{120}z^5 - \frac{1}{5040}z^7 + \frac{1}{362880}z^9$ etc. Atque hae series facile continuantur in infinitum. Prioris beneficio ex sinu 30 graduum, Ceulenii numeri facile struuntur.

Consimiliter, si ponas radium R, et B sinum arcus, Zona inter diametrum et chordam illi parallelam est,

$= 2\,RB - \frac{B^3}{3\,R} - \frac{B^5}{20\,R^3} - \frac{B^7}{56\,R^5} - \frac{5\,B^9}{576\,R^7} - \frac{7\,B^{11}}{1408\,R^9}$ etc. (Fig. 4.)

Atque eadem series, mutatis signis termini secundi, 4ti et 6ti, inservit assignandae areae Zonae Aequilateralis hyperbolae,

$AFGB = 2\,RB + \frac{B^3}{3\,R} - \frac{B^5}{20\,R^3} + \frac{B^7}{56\,R^5} - \frac{5\,B^9}{576\,R^7} + \frac{7\,B^{11}}{1408\,R^9}$ etc.

Rursum, dato radio R et sinu verso sive sagitta a, ad inveniendam aream segmenti resecti a chorda, pone b^2 pro $2\,R\,a$, et segmentum

$= \frac{4\,b\,a}{3} - \frac{2\,a^3}{5\,b} - \frac{a^5}{14\,b^3} - \frac{a^7}{36\,b^5} - \frac{5\,a^9}{352\,b^7} - \frac{7\,a^{11}}{832\,b^9}$ etc.

Et arcus integer

$= 2\,b + \frac{a^2}{4\,b} + \frac{3\,a^4}{20\,b^3} + \frac{5\,a^6}{56\,b^5} + \frac{35\,a^8}{576\,b^7} + \frac{63\,a^{10}}{1408\,b^9}$ etc.

Duae hae series Dno. Gregorio debentur, quas exhibuit ex eo tempore quo usus est hac methodo: quod aliquot post annos ab eo factum, postquam scil. intellexerat, Dn. Newtonum generatim eam applicasse. Exinde quoque ad nos misit series similes, ad Tangentes naturales ex earundem Arcu inveniendum, et conversim. E. g. pone radium $= r$, arcum $= a$, et Tangentem t; (Fig. 5) erit

$$t = a + \frac{a^3}{3r^2} + \frac{2a^5}{15r^4} + \frac{17a^7}{315r^6} + \frac{62a^9}{2835r^8} \text{ etc.}$$

Et conversim, ex Tangente invenire Arcum ejus,

$$a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8} \text{ etc.}$$

Atque hoc factum cum vides, facile credideris, posse eadem methodo aeque facile ex Arcu inveniri Sinum vel Tangentem Logarithmicum, absque inventione Naturalis, et conversim. Pronum quoque tibi fuerit credere, methodum hanc applicari posse ad rectificationem quarumlibet Curvarum, particulatim vero ad lineam Quadratricem, adque inveniendam Aream illius figurae: id quod antehac, nulla demum cunque methodo, fuerat praestitum. Atque ulteriori calculationis labore extendi potest ad inveniendas Areas superficierum in rotundis solidis inclinantibus, nec non ad inveniendas Soliditates Segmentorum secundorum in solidis rotundis. E. g. Si Conoides aliqua secetur a Plano transeunte per Basin ejus, poterit id vocari Segmentum primum; et si haec portio iterum secetur a Plano erecto ad prius Planum secans, Portio cum in modum secta hoc ipso intenditur ut sit Segmentum.

Porro, applicatur ea methodus inveniendis radicibus purarum potestatum Aequationumque valde affectarum; ita ut ex quolibet numero, absque Logarithmorum ope, quamlibet excitare possis potestatem per saltum, et ex quavis potestate, utut affecta, invenire radicem ejus, vel quodvis Medium, illud inter et unitatem assignatum.

Dn. Gregorius magno labore paravit seriem infinitam, generatim respectivis Potestatibus affectis cujuslibet aequationis propositae adaptandam; ita ut quivis Algebrae cultor, ipsius penu instructus, mox aptare valeat seriem aliquam ad inveniendam quamlibet radicem cujusvis aequationis propositae, postquam ipsi innotuit, ad quod latus noti limitis Radix ceciderit. Verum id hactenus nobis non communicavit, uti nec nos eum ad id

sollicitavimus, imprimis cum ipse lubens permittat Dn. Newtono, ut ille primus novae hujus Methodi de infinita serie Inventionem orbi Mathematico patefaciat.

Et cum uterque animum hujusmodi doctrinae applicuerint hactenus, nunc eum applicant communi aequationum doctrinae perficiendae. Interim quibus augmentis alii quoque Algebram locupletaverint, nunc commemorabo.

In ea sumus sententia, postquam Cl. Pellius consecutus est limites alicujus Aequationis, in proclivi ipsi esse, Logarithmorum adminiculo directe assequendi Logarithmum cujuslibet radicis oblati cujusvis Homogenei Comparationis; uti etiam, facile eum tunc posse, dictorum limitum ope, Aequationem frangere quam propinquissime, quando aequatio est reapse solida, et Cartesii sensu infrangibilis. Verum nos possumus polliceri, nos praestare id posse magna facilitate in Cubicis et Biquadraticis, idque tum citra opem Limitum, tum Cartesii malleum Cubicum.

Praeterea in aequatione completa, puta 6ti gradus, ubi intra certos limites aequatio habet radices possibiles, nil novi est, si referam ex Laurentio, quemvis terminum (affectum) generatim posse tolli: sed intra certos limites aequatio illa habere potest quatuor tantum radices possibiles, quo casu duo termini tolli possunt. Interdum habere ea potest duas tantum radices possibiles: quo casu quatuor termini medii possunt revelli. Scio, Huddenium multa loqui de frangendis, non vero tollendis, terminis mediis; et Laurentium aliquanto nimium esse hac de re promissorem. Spes nos favet, Dn. Malbranchium in libro suo Algebraico, quem sub praelo versari intelleximus, praestitisse quicquid praestari in eo genere potest; dum Pellius rem illam nimium procrastinat: Qui et multa pollicetur circa Aequationes in genere, amplissimi Canonis sinuum beneficio.

Dictus Dn. Malbranchius non ita dudum Nobilissimo Dno. Vaughau *) scripsit, quodsi superare obstaculum unum posset in regulis Cardani, ubi trium radicum capax est aequatio Cubica, multo ulterius doctrinam a se propositam experrectum iri. De hoc obstaculo conjecturam meam in medium nunc afferam.

In qualibet aequatione assumere potes Radicem vel Radices, adque eas Homogenea comparationis excitare. Duc basin OP,

---

*) Die Richtigkeit dieses Namens kann nicht verbürgt werden; er ist sehr undeutlich geschrieben.

ad eamque erige QON. Pone Homogenea comparationis affirmativa sursum, ab O ad DBN, et negativa deorsum; et super haec Homogenea excita radices DE, BC, NA, tanquam ordinatas; et mutatis omnium potestatum imparium signis, similiter operare circa partem alteram pro radicibus negativis; et supposito. Curvam transire per extremitates radicum sic inventarum, erit ille locus inventionis Aequationis ejusmodi, cujus Homogeneum Comparationis est variabile, sed omnes termini ejus reliqui sunt constantes. Curva hic ducta exhibet locum Aequationis, quae interdum nonnisi unicam habet radicem possibilem; puta quando Homogeneum Compar. majus est quam OB; tres vero, quando minus est: uti vera radix DE, et radices negativae DF, DG. Hujus Curvae limites Dioristici sunt VT, WX, et Basis limites OP, OS. Quando nonnisi unicam radicem habet Aequatio, puta NA, Cardani regulae eam invenient, vel exacte, si Binomia habuerint exactas radices Cubicas; vel si secus, quam propinquissime. At si tres habuerit radices aequatio, ut ante dictum, tum Cardani regulae nullam earum invenient (Fig. 6). In hoc statu negotium hoc reliquere Authores.

Cl. Wallisius illas regulas insigniter correxit, hoc modo: Si ad quamlibet radicem veram, puta DE, erigas Homogeneum comparationis OD, et id ipsum proponas ad radicem pro eo inveniendam, hoc casu ita auxit Cardani regulas Wallisius, ut radicem certo consequaris: At nequit regulas illas applicare Homogeneo Comparationis casu oblato; quamquam illae possint ad Homogeneum quoddam paulo majus vel paulo minus certo applicari.

Hic vero locus est de obstaculo illo verba faciendi. Dico itaque, in Cubicis illis, quae destituuntur termino secundo, Radicum Coefficientem reduci posse ad Unitatem, et Homogeneum Comparationis ad Fractionem communem vel decimalem in casu de quo quaeritur; divisionem scil. instituendo ope seriei continue proportionalium, cujus cum unitas sit terminus primus, radicum Coefficiens est tertius: At casu altero, ubi Cardani regulae obtinent, novum Homogeneum Comparationis semper erit unitate majus, resque eo reducetur, ut consultis Guldini Tabulis Cuborum et Radicum, mox experiri possis, quaenam radix suo Cubo addita, vel ab eo subtracta, pro signorum aequationis ratione, redditura sit novum Homogeneum Comparationis; atque Radice hunc in modum acquisita, eam multiplica tantum, quantum eam

prius diviseras, habebisque Aequationis primo propositae radicem.

Jam vero manticae illud quod in tergo, hoc est: Quando Homogeneum comparationis novum majus est unitate, cubus radicis major est radice ipsa: At si Homogeneum illud fuerit fractio propria vel decimalis, radix excedit cubum. Utcunque sit, in utroque casu inveniri Radix potest dictarum Tabularum beneficio. Atque hoc probe expenso, argui inde posse videtur, Cardani regulas reddi posse Universales: Et quando nobis suppetent Tabulae impressae radicum Quadraticarum Cubicarumque, quemadmodum nunc iustructi sumus Tabulis Quadratorum Cuborumque in numeris, ab 1 ad 10000; illae Cardani regulae terriculamentum ejusmodi futurae non sunt, quale hactenus habitae fuerunt. Speramusque istius modi Tabulas brevi a Dno. Joh. Smith in lucem emissum iri.

Sed de his satis: Ad alia nunc pergamus. Dn. Newtonus et Dn. Gregorius Problema sequens considerarunt, a Dn. Collinio ideo propositum, quod reperisset, Intersectiones Sectionum Conicarum, a Sphaera projectarum, ad calculum revocari posse Trigonometriae Sphaericae beneficio, vel inveniri Constructionum Sphaericarum ope, citra alterutrius figurarum descriptionem, viz. Duabus quibuslibet Geometricis Curvis vel Sectionibus Conicis determinatae speciei ductis in qualibet positione casuali, puta Hyperbolae, cujus axis est BLK, atque Ellipsis, cujus longior Axis est HLG; invenire, quaenam aequatio solvatur ope ordinatarum, cadentium a punctis Intersectionis DCFE ad alterutrum Axium, vel quamlibet ex diametris alterutrius datarum figurarum. (Fig. 7.)

Quae adeo generalis est Propositio, ut dubio procul octavum Apollonii librum, nec non magnam partem doctrinae de Locis in utero gerat: de qua posteriore spes nobis facta est, doctum quendam Tractatum ex Gallia oriundum esse, a Cl. scil. Fermato compositum, viz. de Locis planis, solidis, linearibus et ad superficiem. Cujus generis nonnulla habentur in Kinkhusii, Algebrae in Belgio doctoris, libro Geometriae postremo. Ad haec intelleximus, Celeberrimum Robervallium bene ea de re scripsisse, nec pauca illius scripti Apographa circumferri. Praeterquam quod credimus, Doctrinam hanc, et Huddenii annexa Geometriae Cartesianae elucidata esse a Malbranchio in Opere suo Algebraico, quod avide expectamus.

Dubium non est, Newtonum et Gregorium Problema hoc dudum expendisse. Et quidem factum id esse a Newtono, ex chartis ipsius ad nos missis, eo tendentibus, colligi potest. Suppetente scil. constanti Parabola cubica, omnes Aequationes a 3 ad 8 gradum solvi posse, illius et Sectionum Conicarum beneficio; aequationes vero noni gradus, duarum ejusmodi Parabolarum ope; omnes vero aequationes a 4to ad 15tum gradum, Parabolastri Biquadratici et Sectionum Conicarum adminiculo; aequationes denique 16 graduum, duorum ejusmodi Parabolastrorum ope. Et quoad Sectiones Conicas, opus fuerit, eas per puncta describere, cum puncta Intersectionis prompte inveniantur duorum mobilium angulorum proprie applicatorum ope; qua de re audi Autorem ipsum:

Descriptio Sectionis Conicae,

per 5 puncta transeuntis:

In sequenti schemate (Fig. 8) puncta sint A, B, C, D, E: Junge horum tria quaelibet, e. g. A, B, C, ad Triangulum rectilineare A B C constituendum, cujus duobus quibuslibet angulis, puta A et B, duos sectores vel angulos mobiles applica, Polis ipsorum ad puncta angularia, eorundemque cruribus ad latera Triangulorum positis; dictosque angulos sic dispone, ut libere circumagantur circa polos suos A et B, citra angulorum, quibus apponuntur, variationem. Quo facto, reliquis duobus punctis D et E successive applica duo ipsorum crura P Q et R S, quae prius applicata fuerant ad C, (quae crura distinctionis ergo, vocari possunt crura describentia, uti reliqua duo mn et T V, quae applicabantur ad A, B, crura eorum dirigentia appellari queunt;) quas Intersectiones supponas esse F, facta ad D applicatione, et G, ea facta ad E. Duc lineam rectam F G, eamque produc sufficienter utrimque: Et tunc si ita moveris Angulos, ut crura ipsorum dirigentia continuo se invicem intersecent ad lineam G F, reliquorum crurum intersectio describet Sectionem illam Conicam, quae per omnia, quae dixi, data puncta transibit.

Si tria ex datis punctis in eadem sint recta linea, impossibile est, ullam Sectionem Conicam transire ea omnia posse; eoque casu habebis illius loco duas lineas rectas.

Juxta eundem fere modum describi potest sectio Conica,

quae per 4 data puncta transeat, tangatque lineam datam; vel quae transeat per 3 data puncta tangatque duas lineas datas, sive rectae illae fuerint sive curvae etc.

Existimat author, non injucundam fore speculationem Mathematum studiosis, hujus Theorematis demonstrationem invenire, nec non determinare Centra, Diametros, Axes, Vertices et Asymtotos Sectionum Conicarum ita descriptarum, vel describere parabolam per 4 data puncta transeuntem.

Caeterum, degit apud nos Veteranus quidam Algebrae doctor, cui Davenautii nomen, qui multa penes se habet MSS. Algebram spectantia. Is rure ad nos misit hoc Problema solvendum:

Sint A, B, C, D, quatuor continue Proportionalia: Summa quadratorum ex his terminis, data est aequalis N, et summa cuborum ex iisdem, aequalis O. Postulatur, ut invenias quatuor respective Proportionalia. Hujus problematis solutio, ait author, explorabit peritiam, et forte non parum augebit cognitionem solventis: id quod probabilitate non caret; qua, si recte memini, quidam Albertus Gerardus (in libro, cui titulus, Invention nouvelle) methodum habet ex Aequationum Coefficientibus et Homogeneo Comparationis summam dare Quadratorum, Cuborum et Biquadratorum Radicum incognitarum etc.

Quod spectat Additionem Progressionis Musicae, h. e. Arithmeticae Progressionis Reciproca, scripserat Dn. Collinius Exercitationem de ea re diversimode praestanda, quae periit Amicis eam commodando: Una ex Methodis illis ab ipso adhibitis haec erat; Numerator semper sit Unitas, et pro medio termino in serie ponatur b, et pro crescente aut decrescente differentia in Denominatore ponatur + vel — c respective, et pro duabus differentiis ponatur 2 c, pro tribus differentiis 3 c. Tunc quotae unitatis per dicta binomia divisae, simul additae dant seriem inservientem additioni similis numeri Terminorum. Ex Paradigmate sequenti patebit Quotarum respectivarum genius, et in quanam progressione exurgant.