APPENDICE II [1]

À L'OUVRAGE „DE VI CENTRIFUGA".

[?] [2]

1. Si mobile in circumferentia circuli feratur ea celeritate quam acquirit cadendo ex altitudine quæ ſit quartæ parti diametri æqualis; habebit conatum a centro recedendi æqualem ſuæ gravitati; hoc eſt, æque valide filum quo retinetur intendet atque cum ex eo ſuſpenſum eſt [3]).

2. Si duo mobilia æqualiâ æquali velocitate feruntur in circulis inæqualibus, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum [4]).

3. Si duo mobilia æqualia æqualibus in circulis gyrentur, celeritatibus inæqualibus, ſed utraque motu æquabili; erit vis centrifuga velocioris ad vim tardioris, in duplicata ratione celeritatum [5]).

4. Si mobilia duo æqualia, æqualibus temporibus, circulos inæquales percurrant, erit vis centrifuga in majori circulo ad eam quæ in minori, ſicut diameter majoris circuli ad minoris diametrum [6]).

5. Si mobilia duo æqualia, in circumferentijs inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint, erit tempus circuitus in majori circumferentia ad tempus circuitus in minori, in ſubdupla ratione diametrorum [7]).

[1]) Les treize théorèmes qui suivent sont empruntés aux p. 43—45 du Manuscrit N°. 13, intitulé „Excerpta ex Adversarijs Christiani Hugenij", où Huygens avait la coutume d'inscrire ses principales découvertes. À l'exception du onzième et du treizième, tous ces theorèmes se retrouvent, généralement dans une rédaction un peu différente, dans le Traité tel qu'il a été publié par de Volder et Fullenius, comme l'indiquent les notes suivantes. Le treizième correspond à un paragraphe de la partie du Manuscrit (mentionné dans la note 1 de la p. 254) qui n'a pas été publiée par les éditeurs.

[2]) La p. 15 du Manuscrit 13 porte la date du 26 février 1663, et la p. 48 celle du 5 mai 1673.

[3]) Voir p. 275, Prop. V.

[4]) Voir p. 271, Prop. III.

[5]) Voir p. 269, Prop. II.

[6]) Voir p. 267, Prop. I.

[7]) Voir p. 273, Prop. IV.

6. Si mobilia duo ex filis ſuspenſa gyrentur ita ut circulos horizontales deſcribant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum quorum ſuperficies fila hoc motu deſcribunt, altitudines æquales: tempora quoque æqualia erunt quibus utrumque mobile circulum ſuum percurrit [8]).

7. Si mobilia duo, ex filis ſuſpenſa, gyrando deſcribant circulos horizonti parallelos, erunt tempora circulationum in ſubduplicata ratione altitudinum conorum, quorum ſuperficiem fila percurrunt [9]).

8. Hinc ſequitur, ſi mobile ex filo ſuſpenſum, cujus alterum caput fixum manet, deſcripſerit circulos inæquales horiz. parallelos, tempora circulationum fore in ſubduplicata ratione ſinuum angulorum quibus filum ad planum horizontis inclinatur [10]).

9. Si in ejuſmodi gyratione fuerit angulus, quo filum ad horizontis planum inclinatur, ſemirectus; erit tempus circuitus unius ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia coni, quem filum deſcribit, altitudine, ut circumferentia circuli ad radium [11]).

Probatur ex eo quod hoc caſu debeat mobile habere vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem, hoc eſt æqualem illi quam acquireret cadendo ex altitudine quartæ partis diametrî circuli quem deſcribit, per prop. 1 huj.

10. Ex duobus præcedentibus efficitur, quando mobile ex filo ſuſpenſum circulos omnium minimos deſcribit eſſe tempus unius circuitus ad tempus caſus perpendicularis ex ipſius fili altitudine, ſicut circumferentia circuli ad latus quadrati ſibi inſcripti. Quod tempus circuitus proinde æquale eſt oscillationi minimæ ejusdem penduli, qua ultro citroque moveretur [12]).

11. Ex hoc et 8^a. demonſtratur, ſi mobile, ita ſuſpenſum circulum horizonti parallelum deſcribat, tempus circuitus eſſe ad tempus caſus perpendicularis ex altitudine filo æquali, ſicut circumferentia deſcripta radio qui ſit medius proportionalis inter fili longitudinem et altitudinem coni quem gyrando filum deſcribit, ad eam quæ poteſt fili duplum [13]).

Hinc colligitur tempus circuitus ejuſmodi fore æquale tempori caſus perpendicularis ex altitudine filo æquali quando angulus inclinationis fili ad horizontis planum erit 2 gr. 54 min. proximè [14]).

[8]) Voir p. 285, Prop. VIII.

[9]) Voir p. 287, Prop. X.

[10]) Voir p. 289, Prop. XI.

[11]) Voir p. 291, la démonstration de la Prop. XII (début du deuxième alinéa).

[12]) Voir p. 289, Prop. XII.

[13]) C. à. d. à une longueur, dont le carré est égal au double du carré de la longueur du fil.

[14]) Voir p. 293, Prop. XIV.

12. In cavo conoidis parabolici, axim ad perpendiculum habentis, circuitus omnes globuli, circulos horizonti parallelos percurrentis, sive magnos sive parvos, æqualibus temporibus peraguntur [1]).

13. Quod si parabolæ latus rectum fuerit 19 unciarum pedis Rhen. singuli circuitus singulis secundis minutis peragentur, nempe si globulus minimus intelligatur. nam centrum ejus in superficie conoidis versari necesse est. Colligitur ex 10ª. et ex eo quod pendulum longitudinis $9\frac{1}{2}$ unc. oscillationem duplicem, vel etiam circellum minimum, det singulis secundis, ut docet experientia [2]).

[1]) Voir p. 281, Prop. VII.
[2]) Voir le § 11, p. 307.

APPENDICE III [1])

À L'OUVRAGE „DE VI CENTRIFUGA".

[?].

De Vi Centrifuga

ex motu circulari, Theoremata.

I.

Si mobilia duo æqualia, æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia, ad eam quæ in minori, sicut ipsæ inter se circumferentiæ, vel earum diametri [2]).

II.

Si duo mobilia æqualia, æquali celeritate ferantur, in circumferentiis inæqualibus; erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum [3]).

III.

Si duo mobilia æqualia in circumferentiis æqualibus ferantur, celeritate inæquali, sed utraque motu æquabili, qualem in his omnibus intelligi volumus; erit vis centrifuga velocioris, ad vim tardioris, in ratione duplicata celeritatum [4]).

[1]) Les treize théorèmes qui suivent sont ceux que Huygens publia en 1673 sans démonstrations à la fin de son „Horologium oscillatorium". Il n'est pas possible de dire quand il les rédigea. Tous ces théorèmes se retrouvent, quelquefois dans une rédaction un peu différente, dans le Traité, tel qu'il a été publié par de Volder et Fullenius. Comparez les notes 2 de la p. 267 et 4 de la p. 281.
[2]) Voir p. 267, Prop. I; et p. 312, Th. 4.
[3]) Voir p. 271, Prop. III; et p. 312, Th. 2.
[4]) Voir p. 269, Prop. II; et p. 312, Th. 3.

IV.

Si mobilia duo æqualia, in circumferentiis inæqualibus circumlata, vim centrifugam æqualem habuerint; erit tempus circuitus in majori circumferentia, ad tempus circuitus in minori, in ſubdupla ratione diametrorum [1]).

V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur ea celeritate, quam acquirit cadendo ex altitudine, quæ ſit quartæ parti diametri æqualis; habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem; hoc eſt, eadem vi funem quo in centro detinetur intendet, atque cum ex eo ſuspenſum eſt [2]).

VI.

In cava ſuperficie conoidis parabolici, quod axem ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis, circumferentias horizonti parallelas percurrentis, ſive parvæ ſive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peraguntur: quæ tempora ſingula æquantur binis oscillationibus penduli, cujus longitudo ſit dimidium lateris recti parabolæ genitricis [3]).

VII.

Si mobilia duo, ex filis inæqualibus ſuspenſa, gyrentur ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente; fuerint autem conorum, quorum ſuperficiem fila hoc motu deſcribunt, altitudines æquales; tempora quoque circulationum æqualia erunt [4]).

[1]) Voir p. 273, Prop. IV; et p. 312, Th. 5.
[2]) Voir p. 275, Prop. V; et p. 312, Th. 1.
[3]) Voir p. 281, Prop. VII (Proposition ajoutée par les éditeurs); et p. 314, Th. 12.
[4]) Voir p. 285, Prop. VIII; et p. 313, Th. 6.

VIII.

Si mobilia duo, uti prius, motu conico gyrentur, filis æqualibus vel inæqualibus ſuspenſa; fuerintque conorum altitudines inæquales; erunt tempora circulationum in ſubduplicata ratione ipſarum altitudinum [5]).

IX.

Si pendulum, motu conico latum, circuitus minimos faciat; eorum ſingulorum tempora, ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia ſunt tempori duarum oscillationum lateralium, ejusdem penduli, minimarum [6]).

X.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque ſingulos abſolvat eo tempore quo pendulum, longitudinem ſemidiametri circumferentiæ ejus habens, motu conico circuitum minimum abſolveret, vel duplicem oscillationem minimam lateralem: habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem [7]).

XI.

Penduli cujuslibet, motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori caſus perpendicularis, ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili, ad planum horizontis, fuerit partium 2. ſcrup. 54. proxime. Exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium, ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum à circumferentia ejus [8]).

[5]) Voir p. 287, Prop. X; et p. 313, Th. 7.
[6]) Voir p. 289, Prop. XII (Proposition ajoutée par les éditeurs); et p. 313, Th. 10.
[7]) Voir p. 291, Prop. XIII (Proposition ajoutée par les éditeurs).
[8]) Voir p. 293, Prop. XIV (Proposition ajoutée par les éditeurs); et p. 313, Th. 11, deuxième alinéa.

XII.

Si pendula duo, pondere æqualia, ſed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales; erunt vires, quibus fila ſua intendent, in eadem ratione quæ eſt filorum longitudinis [1]).

XIII.

Si pendulum ſimplex oscillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totum circuli quadrantem deſcendit: ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, triplo majori vi filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret [2]).

[1]) Voir p. 295, Prop. XV (Proposition ajoutée par les éditeurs). Au lieu de „longitudinis" lisez plutôt „longitudinum".
[2]) Voir p. 295, Prop. XVI (Proposition ajoutée par les éditeurs).

APPENDICE IV [1])

À L'OUVRAGE „DE VI CENTRIFUGA".

[1659.] [2])

tempora vibrationum pendulorum in ſubduplicata ratione longitudinum [3]).
tempora circulationum horizontalium ſunt in ſubduplicata ratione axium [4]) conorum quos deſcribunt [5]).

[1]) Cet Appendice est emprunté à la p. 173 du Manuscrit A.
[2]) À la p. 158 du Manuscrit A on trouve la description de deux expériences sur la chute des corps, dans lesquelles Huygens fait usage d'un pendule („Expertus 21 Oct. 1659" et „Expertus 23 Oct. 1659"). À la p. 175 de ce Manuscrit on trouve les mots „Inventum die 5 Oct. 1659" (il s'agit d'une horloge à pendule conique). La p. 176 où une expérience du même genre que celles du 21 et du 23 oct. est décrite, porte la date du 15 nov. 1659. Notons que Huygens dit à cette dernière date avoir déterminé „ex motu conico penduli" le temps nécessaire pour la chute d'un corps d'une hauteur déterminée (on trouvera cette expérience dans le Tome suivant).
[3]) Galilée, observateur assidu du pendule, connaissait cette propriété. Dans l'édition des „Discorsi e Dimostrationi Matematiche, in Leida, appresso gli Elsevirii, 1638", on lit (p. 97): „Sagredo: .. Io hò ben mille volte posto cura alle vibrazioni in particolare delle lampade pendenti in alcune chiese da lunghissime corde inauuertentemente state mosse da alcuno..." p. 96 „Salviati:.. Circa poi i descendenti per gli archi... mostra... l'esperienza passarsi tutti in tempi eguali... Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di Mobili pendenti da fila di differente lunghezza [lizez: lunghezze], sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, ò vogliam dire lunghezze [lisez: le lunghezze] esser'in duplicata proporzion de i tempi." Dans l'édition nationale des „Opere di Galileo" on trouve ces passages aux p. 140 et 139 du Vol. VIII (1898). (Huygens peut avoir lu les dialogues de Galilée dans l'édition de 1638, ou dans celle de 1656, mentionnée à la p. 494, note 1, de notre Tome I). Peut-être Huygens qui en ce moment faisait des expériences où le pendule jouait un rôle a-t-il observé lui aussi en ces jours cette propriété du pendule ordinaire.
[4]) Leçon alternative: „altitudinum".
[5]) Comparez la Prop. IX, à la p. 287 de ce Tome. Huygens peut avoir vérifié par l'expérience ce résultat du calcul. Il est possible aussi qu'il ait observé cette propriété du pendule conique (correspondant plus ou moins à celle du pendule ordinaire) avant d'en pouvoir donner une explication théorique.

APPENDICE V [1])

À L'OUVRAGE „DE VI CENTRIFUGA".

[1659.] [2])

Vid. fig. pag.æ præced.is primam.

(1) Sit ∠ BAE = 45°.
(2) mobile B vim centrifugam gravitati ſuæ æqualem debet habere. ea celeritate debet circumferri quam habet poſt caſum ex dimidia AE vel EB.
(3) tempus per AK ad tempus per BE ut VA [3]) ad circumferentiam EB.
(4) ſed tempus per BE ad tempus per K hoc eſt per circulum omnium minimum ut KA ad VA.
(5) tempus per AK ad tempus per K ut KA ad circumferentiam EB.
(6) ſed tempus per $\frac{1}{2}$AK ad tempus per AK ut BE vel EA ad AK.
(7) tempus per $\frac{1}{2}$AK ad tempus per K ut BE ad circumferentiam BE, hoc eſt, ut radius ad circumferentiam.
(8) Itaque tempus minimæ gyrationis penduli AK æquale eſt minimæ ejusdem oscillationi [4]).

[1]) Cet Appendice est emprunté au Manuscrit A, p. 177. Le feuillet sur lequel se trouvait la figure fait défaut, ainsi que les quatre feuillets précédents.
[2]) La p. 176 porte la date du 15 nov. 1659, et la p. 188 celle du 15 déc. 1659.
[3]) Voir (au quatrième alinéa de la p. 322) la note qui suit.
[4]) La Proposition (8) correspond à la Prop. XII du Traité (p. 289) où il est dit: „Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat, eorum singulorum tempora... æqualia sunt tempori duarum oscillationum lateralium ejusdem penduli minimarum". Dans (8) il faut donc entendre par „minima oscillatio" le temps d'une petite oscillation double.

La Prop. XII du Traité, comme nous l'avons dit aux pp. 281 note 4 et 317 note 6, a été

empruntée par les éditeurs à l'„Horologium oscillatorium"; ce sont eux qui y ont ajouté une démonstration.

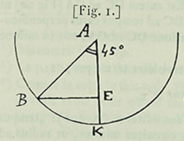
Or, le texte de la Prop. (8) du présent Appendice ressemble davantage à celui du Th. 10 du Manuscrit N°. 13 (p. 313): „tempus circuitus (c. à. d. le temps de révolution dans des „circuli omnium minimi") proinde æquale est oscillationi minimæ ejusdem penduli, qua ultro citroque moveretur": ici aussi le *temps* d'une oscillation double est désigné par l'expression peu exacte: „oscillatio minima". Il est peut-être permis d'en conclure que les propositions du Manuscrit N°. 13 ont été rédigées plus tôt que les propositions de l'„Horologium oscillatorium".

Le présent Appendice qui contient la démonstration de la Proposition (8) — les chiffres (1)....(8) y ont été ajoutés par nous — fut sans doute précédé par d'autres démonstrations. Comparez p. 325 note 6. Il est possible que les feuillets qui font défaut (les p. 177 et 178 contiennent encore d'autres calculs et peuvent avoir été laissées dans le livre pour cette raison) furent enlevés par de Volder et Fullenius, et qu'ils s'en sont servi pour rédiger leurs démonstrations des Prop. VII, XII, XIII, XIV et XV du Traité.

Quoi qu'il en soit, le texte du présent Appendice et la démonstration de la Prop. XII (p. 289—291) ont entre eux une forte ressemblance.

La Fig. 20 (p. 293) qui accompagne la démonstration des éditeurs sert aussi à celle des propositions suivantes; sinon, elle aurait dû avoir la forme de la Fig. 1 de la présente note qui correspond au texte de Huygens. Les points C et D de la Fig. 20 correspondent à nos points B et E. Le point le plus bas doit être désigné ici par la lettre K comme dans la Fig. 19 (p. 289).

[Fig. 1.]



Si nous appelons r le rayon BE et l la longueur du fil AK. l'équation (6) nous apprend que

$$\sqrt{\frac{l}{g}} : \sqrt{\frac{2l}{g}} = r : l,$$

donc $l = r\sqrt{2}$, conformément à la Fig. 1.

L'équation (5), savoir $\sqrt{\frac{2l}{g}} : 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = l : 2\pi r$, est satisfaite: l'expression „tempus per K" est expliquée dans l'équation (4) et l'expression „circumferentia EB" désigne la circonférence dont EB est le rayon.

L'équation (7) est également satisfaite. Pour pouvoir conclure de l'équation (7) à l'équation (8) il faut supposer connue l'équation:

(9) tempus per $\frac{1}{2}$AK ad tempus minimæ oscillationis (oscillation double) ut radius ad circumferentiam,

qui peut aussi s'écrire:

(9') $\frac{1}{4}$ tempus minimæ oscillationis ($\frac{1}{2}$ oscillation simple) ad tempus per $\frac{1}{2}$AK = semicircumferentia ad diametrum.

Sous cette forme elle correspond à la Prop. XXV de la Pars Secunda de l'„Horologium Oscillatorium", où il est dit à propos de l'oscillation cycloïdale:

„tempora descensus... ad punctum imum verticis... sunt inter se æqualia, habentque ad tempus casus perpendicularis per totum axem cycloïdis eam rationem, quam semicircumferentia circuli ad diametrum". En effet, l'axe de la cycloïde est égal à la moitié du rayon de courbure au point le plus bas. Nous savons d'ailleurs par une observation de Huygens à la p. 188 du Manuscrit A que la Prop. XXV de la Pars Secunda de l'„Horologium Oscillatorium" lui était connue avant le 15 décembre 1659.

L'équation (4) peut s'écrire $\sqrt{\frac{2r}{g}} : 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = l : \mathrm{VA}$

et l'équation (3) $\sqrt{\frac{2l}{g}} : \sqrt{\frac{2r}{g}} = \mathrm{VA} : 2\pi r.$

De chacune de ces équations l'on tire

$$\mathrm{VA} = 2\pi r \sqrt[4]{2}.$$

La longueur VA, égale à celle d'une circonférence de rayon $\sqrt{\mathrm{AE} \times \mathrm{AK}}$, était probablement représentée dans la figure de Huygens par une droite auxiliaire en dehors de la Figure 1, ou plutôt par une droite ayant une de ses extrémités au centre A.

Considérons maintenant les équations (2). . (8) dans l'ordre du texte.

L'équation (2) correspond à la Prop. V (p. 275) du Traité, ou bien au Th. 1 du Manuscrit N°. 13 (p. 312). Les éditeurs (p. 289—291) commencent également leur démonstration de la Prop. XII en partant de la Prop. V.

L'équation (3) peut s'écrire:

tempus per AK ad tempus per BE ut $\sqrt[4]{2}$ ad 1

ou bien: tempus per $\frac{1}{2}$BE : tempus per $\frac{1}{2}$AK $= 1 : \sqrt[4]{2}.$

Elle correspond donc à la phrase suivante des éditeurs: „Est autem DC ad CA [Fig 20] ut 1 ad $\sqrt{2}$, adeoque tempus casus perpendicularis ex dimidia DC ad tempus casus perpendicularis ex dimidia CA, quæ tempora sunt in subduplicata ratione DC ad CA, erit in ratione 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$."

L'équation (4) peut s'écrire, en divisant le premier et le troisième terme par $\sqrt{2}$:

tempus per $\frac{1}{2}$ BE : tempus per K $= r : 2\pi r \sqrt[4]{2}.$

Sous cette forme elle correspond à la phrase suivante des éditeurs (p. 291): „tempus ergo casus perpendicularis ex dimidia DC, est ad tempus circuitus minimi, ut radius ad circumferentiam ductam in $\sqrt{\sqrt{2}}$."

L'équation (5), qui se déduit des équations (3) et (4), peut s'écrire, en multipliant deux termes par $\sqrt{2}$:

tempus per K : tempus per 2AK $= 2\pi r : 2r$

ou bien: tempus per K : tempus per 2AK $= 2\pi r \sqrt[4]{2} : 2r\sqrt[4]{2}.$

Elle correspond donc à la phrase suivante des éditeurs: „tempus igitur circuitus minimi penduli AC ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, ut circumferentia ducta in $\sqrt{\sqrt{2}}$ ad duplum radii ductum in $\sqrt{\sqrt{2}}$, sive ut circumferentia ad diametrum."

L'équation (7), qui se déduit de l'équation (5) au moyen de l'équation évidente (6), est à peu près identique à l'équation (5).

Enfin les éditeurs supposent connue la Prop. XXV de la Pars Secunda de l'„Horologium Oscillatorium" (voir p. 291 note 2 et p. 282 note 3) et concluent de la même manière que Huygens à l'égalité du temps de révolution suivant une très petite circonférence d'une part et du temps d'une très petite oscillation double d'autre part.

APPENDICE VI [1])

À L'OUVRAGE „DE VI CENTRIFUGA".

[Première Partie] [2])

[1666.] [3])

103005000 pedes hora 1 tranſeundi motu æquabili [4]) celeritate ∞ $\frac{1}{4}$ diam. terræ [5]).

15 gr. tranſeunt hora 1.
15 mille germ. in gr. 1

$$\begin{array}{r} 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

225 mille germ. tranſit mobile hora 1, cum in terra et ſub æquatore ſitum

[1]) Cet Appendice est emprunté au Manuscrit C, p. 89 et 90.

[2]) Manuscrit C, p. 89.

[3]) La p. 79 porte la date du 20 nov. 1665, et la p. 92 est datée „à Paris 1666".

[4]) Comme la suite le fait voir, Huygens se propose de calculer la vitesse de rotation que la terre devrait avoir pour qu'un mobile placé sur l'équateur éprouvât une force centrifuge égale à sa gravité. Suivant la Prop. V du Traité (p. 275), il faut à cet effet calculer la vitesse qu'un mobile d'abord en repos acquiert en parcourant d'un mouvement uniformément accéléré, avec l'accélération g, une distance égale à $\frac{1}{4}$ du diamètre de la terre. En prenant le pied rhénan pour unité de longueur et l'heure pour unité de temps, il trouve par un calcul que nous supprimons, et qui revient à calculer $\sqrt{g\mathrm{R}}$, R étant le rayon de la terre, la vitesse 103005000. Ce nombre est beaucoup trop grand; comme Huygens n'avait apparemment pas sous la main la mesure de Snellius (p. 304 de ce Tome), il prend pour le diamètre de la terre une valeur plus de 50 % trop grande (voir p. 324, note 1). Pour $\frac{1}{2}g$ il prend la valeur 13.4.1 pieds. Il est vrai que plus tard il indique sur la même feuille la vraie valeur de $\frac{1}{2}g$ $\left(15.7\frac{1}{2}\right)$ et la mesure de Snellius, mais sans corriger le calcul. Voir à ce sujet la note 4 de la p. 326.

[5]) Huygens veut dire que le nombre 103005000 représente la vitesse d'un mobile ayant parcouru d'un mouvement accéléré (accélération g) $\frac{1}{4}$ du diamètre de la terre.

eſt. 36000 pedes in mill. germ. 1 [1]). . . 8100000 pedes quos conficit mobile ſub æquatore hora 1.

Celeritas ergo quæ efficeret vim centrifugam æqualem gravitati eſt ad celeritatem qua mobile ſub æquatore fertur ut 1030 ad 81 fere.

Sed vires centrifugæ mobilium in æqualibus circulis circumlatorum ſunt inter ſe ut celeritatum quadrata. ergo

1060900 : 6561 fere ut 165 [2]) ad 1.

Ergo ſub æquatore decedit gravibus amplius quam $\frac{1}{165}$ [3]) ſuæ gravitatis, hoc eſt leviora illic ſunt quam ſub polo parte ſui ponderis $\frac{1}{165}$ [3]).

Quantum in latitudine 45 gr.? fit circiter $\frac{1}{343}$ [4]).

$$7 : 5 = \frac{1}{165} : \frac{1}{245}.$$

$$7 : 5 = \frac{1}{245} : \frac{1}{343}.$$

[1]) Ici aussi Huygens annote plus tard: „verius 22800". C'est cette erreur dans la longueur du mille germanique (p. 88 du Manuscrit: „36000 ped. mill. germ. ut puto") qui conduisit Huygens à une valeur excessive pour le diamètre de la terre; voir la note 4 de la p. 323.

[2]) Plutôt 162.

[3]) Cette fraction fut corrigée en $\frac{1}{162}$. Une valeur beaucoup meilleure $\left(\frac{1}{265}\right)$ avait déjà été trouvée par Huygens en 1659 (p. 304).

[4]) Pour trouver ce nombre, il faut multiplier la fraction $\frac{1}{165}$ deux fois de suite par $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ou $\frac{5}{7}$, une fois parce que le rayon de la circonférence décrite est $\frac{5}{7}$ de celui de l'équateur, et une fois parce que la direction de la force centrifuge fait un angle de 135° avec celle de la gravité.

Dans l'équation $7 : 5 = \frac{1}{165} : \frac{1}{245}$ il y a une erreur de calcul. On trouverait $\frac{1}{245}$ si la fraction précédente était $\frac{1}{175}$.

[DEUXIÈME PARTIE] [5]).

[1666.]

alio modo idem quod pagina priore.

$9\frac{1}{2}$ poll. eſt inventus radius circuli in lib. A, in cuius circumferentia currente gravi eamque tranſeunte tempore 1″, vis ejus centrifuga gravitati æqualis eſt [6]).

lin. 114 [7]) $61848x$ lineæ quas cōntinet $\frac{1}{4}$ diam. terræ [8]).

36000 ∞ x pedum num. in mill. germ. [9]).

371088000
185544
2226528000 lineæ $\frac{1}{4}$ diam. terr.

debebam poſuiſſe lineæ $\frac{1}{2}$ diam. terræ ſed corrigitur infra multipl.º per 2.

19530947 [10])
2
39061894 [11])

toties pondus gravis æquaret vis centrifuga ſub æqu. ſi 1 ſec. terra revolveretur.

[5]) Manuscrit C, p. 90.

[6]) Consultez la p. 281 de ce Tome. On ne trouve plus dans le Manuscrit A le calcul en question; comparez à ce sujet l'Appendice V, note 4, p. 320, quatrième alinéa de cette note.

[7]) $9\frac{1}{2}$ pouces $= 9\frac{1}{2} \times 12 = 114$ lignes.

[8]) Huygens prend ici pour le rayon de la terre $15 \times 360 \times \frac{7}{44} = 859$ mill. germ. Si l'on appelle x le nombre de pieds rhénans contenus dans un mille germanique, le demi-rayon de la terre devient $\frac{1}{2} \times 144 \times 859x = 61848x$ lignes rhénanes.

[9]) Nombre trop grand; comparez la note 1 et la note 11 qui suit.

[10]) C'est le quotient de 2226528000 par 114.

[11]) Le nombre 39061894 (beaucoup trop grand) résulte donc de la division de la longueur du rayon terrestre, exprimée en pouces, par $9\frac{1}{2}$. Voir pour la correction de ce nombre la p. 326, note 4.

Troisième Partie] [1]).

[?] [2])

28500 perticæ in gradu uno amb. terræ Snellio [3]).

12

342000 pedes

divid. per 15

22800 pedes in mill. germ. Ergo projectionis vis minor aliquanto erit quam calculo præcedenti inventa est [4]).

---

[1]) Manuscrit C, p. 90. [2]) Les lignes qui suivent ont été ajoutées plus tard (encre différente).

[3]) „Eratosthenes Batavus", 1617, Lib. II, Cap. XII.

[4]) Pour corriger le nombre 39061894 trouvé plus haut (voir p. 325) il faut donc le multiplier par $\frac{22800}{36000}$, ce qui donne 24739200. La force centrifuge à l'équateur serait donc égale à 24739200 fois la pesanteur si la terre tournait en une seconde.

En divisant ce nombre par $(24 \times 3600)^2$, on trouve que la force centrifuge à l'équateur est égale à $\frac{1}{302}$ fois la pesanteur. Cette fraction est plus petite que la fraction $\frac{1}{265}$ obtenue en 1659 (p. 304) parce qu'à la p. 281 la valeur de $\frac{1}{2}g$ est correcte (15 pieds $7\frac{1}{2}$ pouces), tandis qu'à l'endroit considéré à la p. 304 Huygens avait pris $\frac{1}{2}g = 13$ pieds 8 pouces. (Voir la note 5 de la p. 305).

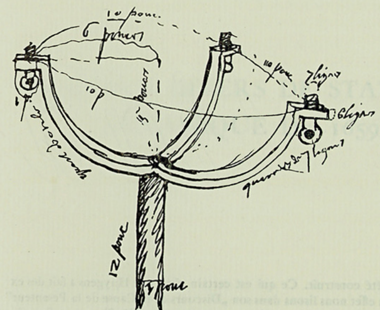
Dans ce calcul nous avons pris avec Huygens le rayon terrestre égal à $859 \times 22800 = 19585200$ pieds rhénans. A la p. 304 de ce Tome Huygens avait pris avec Snellius, qui se sert d'une valeur plus exacte du nombre π, le rayon terrestre $= 19595160$ pieds. À la p. 91 du Manuscrit C Huygens écrit: „3264500 perticæ in diam. terræ." Le rayon terrestre serait alors de 19587000 pieds. En ce cas la force centrifuge à l'équateur serait égale à 24741474 fois la pesanteur si la terre tournait en une seconde. La fraction qu'il s'agit de calculer devient de nouveau $\frac{1}{302}$. On trouve la même valeur en corrigeant le calcul de la première Partie de cet Appendice.

Plus tard, dans le „Discours de la Cause de la Pesanteur" de 1690 Huygens prend avec Picard le rayon de la terre $= 19615800$ pieds parisiens $= \frac{144}{139} \times 19615800 = 20321404$ pieds rhénans. Il trouve alors (en appliquant cette fois la Prop. XIII, p. 291 de ce Tome) pour la fraction considérée $\frac{1}{17^2}$ ou $\frac{1}{289}$ à peu près. D'après les méthodes du présent Appendice on trouve, pour cette valeur du rayon terrestre, la fraction $\frac{1}{291}$; mais en prenant plus exactement (comme Huygens le fait aussi dans le Discours nommé) la durée de la rotation de la terre $= 23$ h. 56 m., on trouve précisément $\frac{1}{289}$.

APPENDICE VII [1]).

À L'OUVRAGE „DE VI CENTRIFUGA".

[1668.] [2])



Pour mettre dessus une roue de 3 pieds de diam. et pertice [3]) de 12 pouces, percee au centre, pour les experiences de la force centrifuge [4])

---

[1]) Cet Appendice est emprunté au Manuscrit C, p. 211.

[2]) La p. 209 porte la date du 21 juillet 1668 et la p. 231 celle du 25 février 1668.

[3]) Ce mot peu français (il nous a été impossible de le lire autrement) indique la „pertica" ou perche de 12 pouces qu'on voit dans la figure et qui supporte l'appareil.

[4]) Nous ignorons si l'instrument esquissé par Huygens, dont les dimensions sont indiquées dans la figure (on lit en outre dans cette figure à gauche „quart de cercle" et à droite „quarrés

de 7 lignes") a jamais été construit. Ce qui est certain c'est que Huygens a fait des expériences de ce genre. En effet nous lisons dans son „Discours de la Cause de la Pesanteur" de 1690 à la p. 130: Il [Descartes] a consideré, comme moy, l'effort que font les corps, qui tournent circulairement, à s'eloigner du centre; dont l'experience ne nous permet pas de douter. Car en tournant une pierre dans une fronde, l'on sent qu'elle nous tire la main, & cela d'autant plus fort que l'on tourne plus viste: jusques-là mesme que la corde peut venir à se casser. J'ay fait voir cy devant cette mesme proprieté du mouvement circulaire, en attachant des corps pesants sur une table ronde, percée au centre, & qui tournoit sur un pivot; & j'ay trouvé la determination de ſa force, & pluſieurs Theoremes qui la concernent: que l'on peut voir à la fin du livre que j'ay escrit du Mouvement des Pendules". (Comparez pour cette dernière phrase, l'Appendice III qui précède). Les expériences avec la table ronde ont été faites à Paris en 1667: Huygens en fait mention dans sa lettre du 2 déc. 1667 à son frère Constantyn (T. VI, p. 164).

TRAVAUX DIVERS DE STATIQUE ET DE DYNAMIQUE DE 1659 À 1666.

Avertissement.

Toutes les Pièces que nous avons réunies sous le nom de „Travaux divers de Statique et de Dynamique de 1659 à 1666" sont inédites, à l'exception de la Première Pièce de la Statique. Elles sont empruntées en majeure partie au Manuscrit B, quelques-unes cependant aux Manuscrits A et C (voir sur les Manuscrits A, B, etc. la p. 4 du T. XV) et à quelques feuilles séparées qui se trouvent dans le portefeuille „Chartæ Mechanicæ".

Statique.

Les Manuscrits de Huygens, datant de 1659 et des années suivantes jusqu'à son départ pour Paris en 1666, ne contiennent que quelques rares pages consacrées à la Statique: ses considérations se bornent à la solution des problèmes discutés dans les trois Pièces qui suivent (p. 379—383).

La Première de ces Pièces, datant de 1659, a déjà paru dans le T. II (p. 394—395). Il y est question de l'équilibre de poids suspendus à des cordes. Comme les figures l'indiquent, Huygens calcule les positions d'équilibre en partant du principe que pour un très petit déplacement compatible avec les liaisons le centre de gravité des poids doit rester à la même hauteur. En d'autres termes (puisque dans les cas considérés l'équilibre ne peut être instable ou indifférent) il admet que dans la position d'équilibre le centre de gravité de l'ensemble des poids conſidérés ſe trouve auſſi bas que poſſible. C'eſt là pour lui un Axiome qu'il avait déjà formulé en 1646 en conſidérant le cas particulier de la chaînette: „Duæ vel plures gravitates... alligatæ chordæ... non poſſunt niſi unico ſitu quieſcere: idque tali ut centrum gravitatis earum... quantum poteſt deſcendat et plano terræ [plan ſuppoſé perpendiculaire à la direction de toutes les lignes droites ſuivant leſquelles les points matériels tendent à deſcendre] admoveatur" (Chr. Huygens à Merſenne, T. I, p. 40; comparez la démonſtration de la Prop. 2 à la p. 44 du T. I). Lorſqu'il écrivit en 1650 ſon Traité „De iis quæ liquido ſupernatant", il partit du même principe, d'après lequel le centre de gravité du ſyſtème des corps conſidérés, ſolides ou liquides, ſe place toujours auſſi bas que poſſible (voir le premier alinéa de la p. 84 du T. XI) [1].

Dans la Deuxième Pièce, datant également de 1659, Huygens conſidère un cas d'équilibre indifférent, celui de deux poids D et E [Fig. 3, p. 380] reliés entre eux par une corde et inverſement proportionnels aux côtés AB et AC du triangle à baſe horizontale AC: il démontre géométriquement qu'il y a équilibre parce que, lorſqu'un des poids monte, de ſorte que l'autre deſcend, le centre de gravité

[1]) Comparez la note 1 de la p. 56 du présent Tome. On trouve dans le Traité „de Motu Gravium naturaliter descendentium et projectorum", faisant partie des „Opera geometrica" de E. Torricelli, publiés à Florence en 1644, le principe suivant (p. 99): „Præmittimus. Duo gravia simul coniuncta ex se moueri non posse, nisi centrum commune grauitatis ipsorum descendat"... „Quando vero [graue unum ex duobus compositum] ita constitutum fuerit ut nullo modo commune ipsius centrum grauitatis descendere possit, graue penitus in sua positione quiescet". Ce que Torricelli dit ici pour le cas de deux corps, Huygens le dit pour un nombre de corps quelconque. Rien ne prouve d'ailleurs que Huygens connaissait l'ouvrage de Torricelli déjà en 1646. Dans la Correspondance on rencontre le nom de Torricelli pour la première fois à la p. 52 du T. I (lettre de Mersenne à Huygens du 8 janvier 1647).

D'autres auteurs avant Torricelli avaient formulé ce principe plus vaguement (voir P. Duhem, „Les Origines de la Statique", Paris, A. Hermann, 1905—1906); le Père Mersenne p. e. écrit: „Centrum grauitatis cuiuscunque corporis nunquam ascendit naturaliter, sed tantum violenter, alioqui media, vel plusquam media pars grauitatis ascenderet, quod fieri nequit; nec enim vnquam vna pars ascendit, nisi descendens præualeat; sicut nec in bilance vna pars aliam attollere potest, nisi grauior fuerit" („Universæ Geometriæ Mixtæque Mathematicæ Synopsis", publiée pour la première fois en 1626; le passage cité se trouve à la p. 436, „De Centro Gravitatis Solidorum XV", de l'édition de 1644, à Paris, chez A. Bertier). Huygens lisait Mersenne en novembre 1646 (voir la p. 34 du T. I). La „Synopsis" se trouve dans le volume des „Cogitata Physico-mathematica" de 1644 dont Huygens fait mention à cet endroit.

reſte toujours à la même hauteur. C'eſt une preuve plus directe que la célèbre démonſtration de Stevin dans ſes „Beghinſelen der Weeghconſt" de 1586 [2]), d'après laquelle il doit y avoir équilibre dans le cas conſidéré parce que ſinon il ſe produirait un mouvement perpétuel, ce qui ſuivant Stevin eſt inadmiſſible [3]).

Huygens connaiſſait les Travaux de Stevin depuis ſa jeuneſſe: Stampioen de Jonge lui en recommande la lecture déjà en 1645; voir la p. 7 du T. I [4]).

La Troiſième Pièce (p. 381), de 1662, qui traite de la rupture d'une poutre linéaire homogène ſoutenue en deux points eſt la plus remarquable [5]). Huygens étend hardiment le principe d'après lequel le centre de gravité deſcend autant que poſſible, au cas où la poutre conſidérée ſe briſe. Il affirme (p. 383) qu'en cas de fracture la poutre homogène doit ſe rompre à l'endroit où, l'angle de rupture étant ſuppoſé conſtant, la grandeur que nous appelons travail de la peſanteur et qu'il déſigne par „deſcenſus gravitatis" atteint un maximum. Il faut ſe repréſenter les deux parties de la poutre comme cohérant encore après la rupture et formant entre elles un angle dont la différence infiniment petite avec l'angle primitif de 180° conſtitue l'„angle de rupture".

Le lecteur du vingtième ſiècle, qu'il ſoit partiſan ou adverſaire de l'idée de mettre en avant dans la Statique des principes relatifs au centre de gravité, admettra ſans le moindre doute la vérité matérielle du principe d'équilibre de Torricelli et de Huygens (voir la note 1), mais il n'admettra pas ſans examen, croyons-nous, l'exactitude du principe énoncé par Huygens dans le cas de la rupture de la poutre linéaire homogène. Même ſi le lecteur accorde que la peſanteur tend à accomplir un travail maximum et que, pour amener la rupture de la poutre conſidérée, il faut, où que cette rupture ſe produiſe, une même déformation préalable (caractériſée par l'angle de rupture) qu'on peut conſidérer comme infiniment petite, il n'oſera pas, nous ſemble-t-il, en tirer la concluſion que la rup-

[2]) Voir la note 12 de la p. 7 du T. I.

[3]) „Ce mouvement n'auroit aucune fin, ce qui est absurde" (traduction de Girard, à la p. 448 des „Oeuvres mathématiques de Simon Stevin, augmentées par Albert Girard", Leyde, Elsevier, 1634).

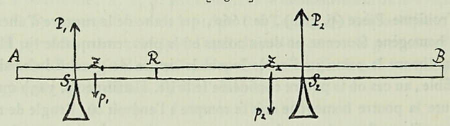
[4]) Voir aussi, à la p. 570 du T. II, la lettre de Huygens à Mersenne du 12 juillet 1648.

[5]) C'est peut-être à la suite de ses réflexions sur une question traitée par Blondel (voir sur lui la p. 287 du T. I) que Huygens écrivit cette Pièce (voir ses lettres à son frère Lodewijk du 10 août 1662 à la p. 194 et du 17 août 1662 à la p. 198 du T. IV).

ture doit fe produire au point indiqué par Huygens. Nous démontrerons donc que l'intuition de Huygens ne le trompe pas.

Confidérons d'abord le cas plus général d'une poutre linéaire quelconque AB [Fig. 1], foutenue en deux points S_1 et S_2 arbitrairement choifis de part et d'autre du centre de gravité de la poutre.

[Fig. 1.]



Soit $S_1S_2 = a$. Appelons R le point de rupture et défignons par Z_1 et Z_2 refpectivement les centres de gravité des parties AR et RB de la poutre, pefant p_1 et p_2 refpectivement. Les fupports exercent fur la poutre les forces verticales P_1 et P_2, dont la fomme eft évidemment égale à $p_1 + p_2$.

On aura, en défignant S_1Z_1 par z_1 et S_2Z_2 par z_2 et en prenant, avant la rupture, les moments par rapport aux points S_2 et S_1,

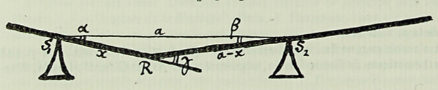
$$P_1 = \frac{a - z_1}{a} p_1 + \frac{z_2}{a} p_2,$$

$$P_2 = \frac{z_1}{a} p_1 + \frac{a - z_2}{a} p_2.$$

Le „momentum rupturæ" au point R, fitué à une diftance x du point S_1, eft donc

$$M = P_1\, x - p_1\,(x - z_1) = \frac{(a-x)\, z_1}{a} p_1 + \frac{x z_2}{a} p_2.$$

[Fig. 2.]



L'angle de rupture étant γ [Fig. 2] et les angles d'inclinaifon des deux parties de la poutre étant α et β refpectivement, on a $x\alpha = (a - x)\,\beta$ et $\alpha + \beta = \gamma$, par conféquent $\alpha = \frac{a-x}{a}\gamma$ et $\beta = \frac{x}{a}\gamma$.

Le travail correfpondant de la pefanteur eft donc

$$dA = p_1 \alpha z_1 + p_2 \beta z_2 = \left(\frac{(a-x)z_1}{a} p_1 + \frac{x z_2}{a} p_2\right)\gamma,$$

ce qui fe réduit, vu la valeur obtenue pour le moment M, à

$$dA = M\gamma\ ^{1}).$$

Puisque l'angle γ eft conftant par hypothèfe, le travail dA eft maximum lorsque le moment de rupture M atteint un maximum. Or, fi la poutre eft homogène, tout-le-monde accordera qu'elle doit fe brifer à l'endroit où le moment de rupture eft le plus grand. Elle fe brifera donc là où le travail de la pefanteur confidéré par Huygens eft le plus grand. C. Q. F. D. [2]).

Il réfulte de la formule $dA = M\gamma$ ou $M = \frac{dA}{\gamma}$ que dans le cas de la Fig. 6 (p. 382) le moment de rupture au point K eft la moitié du moment de rupture au

---

[1]) Dans la note 7 de la p. 383 nous obtenons le même résultat pour un cas particulier.

La formule $dA = M\gamma$ reste valable, comme on peut s'en convaincre, lorsque les points Z_1 et Z_2, ou l'un d'eux, ne sont pas situés entre les points S_1 et S_2. On peut p. e. considérer le cas où, Z_1 étant situé entre S_1 et S_2 et Z_2 en dehors de cet espace, le travail de la pesanteur est positif pour la partie gauche de la poutre, négatif et plus petit en valeur absolue pour la partie droite qui, nous l'avons dit, continue après la rupture à cohérer avec la partie gauche.

[2]) On peut démontrer que, si les supports sont placés de telle manière que le moment M atteint un maximum entre S_1 et S_2, ce moment maximum existe au point R pour lequel $p_1 = P_1$ (et par conséquent aussi $p_2 = P_2$).

En effet, une condition nécessaire pour que le moment M soit maximum est

$$P_1 - \frac{d[p_1(x - z_1)]}{dx} = 0, \quad \text{ou} \quad P_1 - p_1 + p_1 \frac{dz_1}{dx} - (x - z_1)\frac{dp_1}{dx} = 0.$$

Or, on trouve en considérant les moments des parties de la poutre AR et (AR + dx) autour du point S_1:

$$p_1 z_1 + x\frac{dp_1}{dx}dx = \left(p_1 + \frac{dp_1}{dx}dx\right)(z_1 + dz_1), \text{ c. à. d. } p_1\frac{dz_1}{dx} - (x - z_1)\frac{dp_1}{dx} = 0.$$

On a donc, au point R considéré, $P_1 = p_1$. C.Q.F.D.

Dans le cas de la poutre homogène considérée à la p. 383 qui suit (voir la note 7 de cette page) le support gauche porte un tiers du poids de la poutre. D'après la théorie de la présente note, le point où le moment de rupture atteint un maximum est donc situé à un tiers de la longueur de la poutre à partir de l'extrémité gauche, conformément au résultat du calcul de la note 7 nommée.

point S. En effet, l'angle de disjonction γ étant par hypothèse le même pour l'une et l'autre rupture, l'angle de rotation de la partie AK dans le premier cas sera la moitié de l'angle de rotation de la partie DW dans le deuxième cas (comparez le dernier alinéa de la note 4 de la p. 383); par conséquent le travail dA sera dans le premier cas deux fois plus petit que dans le deuxième, et le même rapport existera d'après notre formule entre les moments correspondants M. C.Q.F.D.

Cette Troisième Pièce est encore remarquable à un autre point de vue. Nous y lisons (p. 381): „momentum rupturæ in C fit multiplicando CD in distantiam CE", c. à. d. „le moment de rupture au point C s'obtient en multipliant CD par la distance CE". CD est une ligne droite qui représente le poids de la partie CD de la poutre, et CE le bras de levier de cette partie par rapport au point C. Huygens obtient donc en 1662 le moment, dans le sens que nous attachons à ce mot, en multipliant un poids par une distance. Nous n'avons pas réussi à trouver un vestige de cette conception moderne du moment (voir le premier alinéa de la p. 338) avant 1659.

Il est vrai que Commandin [1]) écrit déjà en 1565: „Centrum gravitatis uniuscuiusque solidæ figuræ est punctum illud intra positum, circa quod undique partes æqualium momentorum consistunt. Si enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocumque secans semper in partes æquiponderantes ipsam dividet",

[1]) „Federici Commandini Urbinatis liber de Centro Gravitatis Solidorum", Bononiæ, ex officina Alexandri Benacii MDLXV, p. 1.

[2]) En 1679 encore le P. Lamy écrit: „Centre de pesanteur est un point, autour duquel toutes les parties d'un corps sont en équilibre, ou ce qui est la même chose, ont une égale puissance". Les paroles citées se trouvent à la p. 1, Définition IV, de l'édition de 1734, chez P. Mortier, à Amsterdam, du „Traitez de Mechanique de l'Equilibre des Solides et des Liqueurs" par le P. Lamy, traité dont la première édition parut à Paris en 1679.

[3]) „Centrobaryca Guldini", Viennæ Austriæ, Formis G. Gelbhaar Typographi Cæsarii, Anno MDCXXXV. Les paroles citées se trouvent à la p. 23 (Lib. I, Cap. I, § 7).

[4]) Pour Valerio et son éditeur C. Manolessius l'existence d'un centre de gravité dans chaque corps est un postulat. On trouve ce „postulatum" („Omnis figuræ grauis unum esse centrum grauitatis") à la p. 5 du traité intitulé „De Centro gravitatis solidorum libri tres Lucæ Valerii", Bononiæ, 1661.

[5]) Les Mechaniques de Galilee Mathematicien & Ingenieur du Duc de Florence. Avec plvsievrs Additions rares, & nouuelles, utiles aux Architectes, Ingenieurs, Fonteniers, Philosophes, & Artisans. Traduites de l'Italien par L.P.M.M." A Paris, chez Henry Gvenon, MDCXXXIV. La traduction des passages cités dans le texte de cet Avertissement se trouve chez Mersenne aux p. 7 et 8.

mais ici l'expression „æqualia momenta" n'a nullement le sens précis qu'on serait tenté de lui attribuer: l'auteur parle en somme de parties qui se tiennent en équilibre puisqu'elles possèdent l'une par rapport à l'autre une vertu équilibrante égale [2]). C'est ce qui résulte aussi du traité de Guldin de 1635 [3]) qui répète la définition de Commandin presque dans les mêmes termes et ajoute: „Notandum vero partes illas binas... *æquiponderantes esse respectu centri gravitatis totius: hoc enim est esse æqualium momentorum*" (nous soulignons) [4]).

Galilée dans sa Mécanique (dont Mersenne publia en 1644 la traduction française [5]), tandis que le texte italien ne parut qu'en 1649 [6])), écrit: „Centro della gravità si diffinisce essere in ogni corpo grave quel punto, intorno al quale consistono parti di eguali momenti: si che, imaginandoci tale grave essere dal detto punto sospeso e sostenuto, le parti destre equilibreranno le sinistre, le anteriori le posteriori, e quelle di sopra quelle di sotto" [7]). Chez Galilée l'expression „momento" désigne le plus souvent la puissance d'une force dans la ligne de sa direction (d'une façon analogue on parle de „momenta celeritatis", comme Huygens le fait aussi à la p. 255 de ce Tome), mais cet emploi n'est pas constant. Avant la définition citée du centre de gravité, Galilée donne de „momento" la définition suivante: „Momento è la propensione di andare al basso, cagionata non tanto dalla gravità del mobile, quanto dalla disposizione che abbino tra di loro diversi corpi gravi... È dunque il momento quell'impeto di andare al basso, composto di gravità, posizione e di altro, dal che possa essere tal propensione cagionata" [7]). D'une part il dira donc en parlant d'une pierre qu'on soulève à l'aide d'un levier: „io non ho nominato la gravità totale del sasso, ma ho parlato del momento che egli tiene ed esercita sopra 'l punto A, estremo termine della leva BA, il quale è sempre minore dell' intero peso del sasso" [8]); ce „momento" est donc une force, une partie du poids de la pierre; d'autre part il dira: „un peso pendente dalla estremità [d'une poutre encastrée dans un mur] ha momento doppio di quello che arebbe pendendo dal mezzo" [9]); ici l'expression „momento"

[6]) „Le Opere di Galileo", Ed. Naz. II, p. 152.

[7]) „Le Opere di Galileo", Ed. Naz. II, p. 159.

[8]) „Le Opere di Galileo", Ed. Naz. VIII, p. 155 („Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze, Giornata seconda"). Huygens connaissait les „Discorsi etc." depuis 1646 (voir la note 1 de la p. 68 du T. XI, ainsi que la dernière ligne de la p. 72 et la première ligne de la p. 73 du T. XI).

[9]) Même tome, p. 157.

ſe rapproche du moment ſtatique moderne. Toutefois, même dans des paſſages de ce dernier genre, Galilée ne définit jamais la grandeur d'un moment par le produit d'une force et d'une diſtance.

Le premier livre écrit dans une langue moderne dans lequel on rencontre cette définition du moment eſt, croyons-nous, l'ouvrage de P. Varignon de 1687. Il écrit [1]: „l'on voit que l'action d'une puiſſance ne ſe prend pas ſeulement de la grandeur de la force, mais auſſi de la diſtance de ſa ligne de direction au point d'appui du levier ſur lequel elle agit: *de ſorte que le produit de cette diſtance par la force de cette puiſſance, eſt la juſte meſure de ſon action, ou de l'impreſſion qu'elle fait ſur ce levier*" (nous ſoulignons). Plus tard Varignon donne à ce produit le nom de moment: „Le produit de chaque poids ou puiſſance abſolue par ſa diſtance à l'appui du Levier auquel elle eſt appliquée, s'appelle en Latin *Momentum*, ce que le Corollaire... me fait croire ne pouvoir mieux s'exprimer en François que (Définition 1) par le mot de *Force relative* ou *d'impreſſion* ou *d'action* ſur le Levier auquel ce point ou cette puiſſance eſt appliquée: nous ne laiſſerons pourtant pas de l'appeler auſſi *Moment*, pour nous moins éloigner du langage ordinaire" [2]).

Quoique, comme nous l'avons dit, Huygens en 1662 conſidère effectivement le „momentum" comme le produit d'un poids par une diſtance, on ne peut guère accorder à Varignon (comparez le premier alinéa de la p. 337) que ce ſoit là le „langage ordinaire" des auteurs latins qui ſe ſervent de l'expreſſion „momentum". Bien qu'on ſût parfaitement que deux „momenta" dans le cas du levier droit ou

coudé p. e. ſont *proportionnels* aux poids et aux diſtances du point d'application [3]), on a rarement eu la hardieſſe de multiplier purement et ſimplement un poids, ou une force, par une diſtance, et de dire que ce produit conſtitue le „momentum". On ne trouve ce produit ni chez le P. Hon. Fabri [4]) ni chez Maurolycus [5]) qui cependant ſe ſervent l'un et l'autre, le dernier ſurtout, de l'expreſſion „momentum" dans un ſens qui ſe rapproche de celui du moment conſidéré comme un produit.

C'eſt Wallis, croyons-nous, qui parle pour la première fois à propos du moment

---

[1]) „Projet d'une nouvelle Méchanique", Paris, chez la V^ve^ d'E. Martin, 1687; pag. 2.

[2]) „Nouvelle Mécanique ou Statique, dont le projet fut donné en 1687, ouvrage posthume de M. Varignon", Paris, 1725; pag. 304.

[3]) Voir p. e. „J. B. Benedicti patritii Veneti diverſarum ſpeculationum mathematicarum et phyſicarum liber", Taurini, apud haeredem Nicolai Bevilaquæ, MDLXXXV, où on lit à la p. 143: „Quod quantitas cuiuslibet ponderis, aut virtus movens respectu alterius quantitatis cognoscatur beneficio perpendicularium ductarum a centro libræ ad lineam inclinationis".

Dans la Première Addition (p. 11) du P. Mersenne à sa traduction des „Mechaniques de Galilée" (voir la note 5 de la p. 336) il dit: „La figure qui ſuit explique mieux le discours precedent, car il est euident que le poids E qui pend au levier AB éleué [par une rotation du levier autour de ſon centre] en E ne peſe que comme s'il estoit au point K [projection de E ſur le levier horizontal], etc."

On peut donc, si l'on veut, dire avec P. Duhem (ouvrage cité à la note 1 de la p. 332, T. I, p. 294): „La première addition est consacrée à exposer la notion de moment; la forme sous laquelle cette notion nous est présentée rappelle fort celle que lui a donnée Giovanni Battista Benedetti"; mais il convient de remarquer que ni le mot „moment" ni la définition du moment comme un produit ne se trouve chez Benedetti ou Mersenne.

Cette „notion du moment" se trouve d'ailleurs déjà dans le traité intitulé „Jordani Opusculum de ponderositate, Nicolai Tartaleæ studio correctum novisque figuris auctum. Venetijs, apud Curtium Trojanum, MDLXV". Mais la partie du traité qui y est consacrée peut être considérée comme „une relique de la Science grecque parvenue sans doute aux Occidentaux par l'intermédiaire des Arabes". En effet „la notion de moment y est présentée sous une forme voisine de celle qu'elle affecte en l'*Élévateur* de Héron d'Alexandrie" (Duhem, ouvrage cité, T. II, p. 319—320). Voir „les Mécaniques ou l'Élévateur de Héron d'Alexandrie, publiées et traduites par le Baron Carra de Vaux. Extrait du Journal Asiatique. Paris, 1894, L. II, Sect. IV" ou l'édition plus récente „Heronis Alexandrini Opera quæ supersunt omnia, Vol. II, Fasc. I, Mechanica et Catoptrica, recensvervnt L. Nix et W. Schmidt. Lipsiæ, in ædibvs B. G. Tevbneri, MCM". Héron s'appuie sur le traité perdu d'Archimède Περὶ ζυγῶν (qu'il cite aussi ailleurs en grec).

[4]) Le P. Hon. Fabri dans sa „Physica, id est, Scientia Rervm Corporearvm", Premier Tome, Lugdvni, Sumptibus Lavrentii Anisson, MDCLXIX (ouvrage déjà nommé dans la note 4 de la p. 142 du T. III) écrit (p. 240): „Definitio V. *Centrum gravitatis, est punctum illud in corpore, quod omnia grauitatis momenta æqualiter dirimit*... Clara est definitio: superest tantùm ut explicetur quid sit momentum grauitatis". „Definitio VII. *Momentum grauitatis, vel grauitationis, est vis illa, quæ singulis punctis corporis grauis inest, quatenus hoc circa aliquod punctum immobile verti censetur*, vt in vecte, libra, &c. hinc momentum semper accipitur, cum respectu, seu comparatione ad punctum aliquod immobile; *vel quatenus cum alia contraponderante, seu contranitente comparatur*... nunc tantùm dixisse satis est, *momentum esse vim ipsam ponderis, non quidem absolutè, sed respectivè, & comparatiuè consideratam*".

[5]) Dans une liste d'ouvrages non publiés à la fin des „Opuscula mathematica" de Maurolycus, imprimés à Venise en 1575, on rencontre les „4 libri de Momentis æqualibus" du même auteur. Ces livres ne parurent qu'en 1685 dans le recueil „Admiranda Archimedis Syracusani monumenta omnia Mathematica quæ extant, ex traditione doctissimi viri D. Francisci Maurolyci", Panormi, apud D. Cyllenium Hesperium, MDCLXXXV. On y lit p. e. à la p. 86 („Diffinitiones" VIII et IX): „Momentum est vis ponderis à spatio quopiam contra pendentis. Unde ponderum æqualium momenta possunt esse inæqualia: Et è contrario contingit momentorum æqualium pondera esse inæqualia". Et à la p. 104: „Momentorum ratio componitur ex ratione ponderum, & ex ratione spatiorum, à quibus grauia pendent".

le langage concis du ſavant moderne. Il eſt vrai que dans une grande partie de ſa Mécanique [1]) il a l'habitude de parler, comme Maurolycus, de différents „momenta" (il les déſigne d'ailleurs le plus ſouvent par le mot „ponderationes") qui ſont l'un à l'autre dans des rapports compoſés, même là où il démontre l'exiſtence d'un centre de gravité unique dans chaque corps [2]), mais dans ſes lettres et dans d'autres parties de ſa Mécanique ſon ſtyle eſt plus ſuccinct. On trouve dans notre Tome II une lettre de ſa main du 1 janvier 1659 dans laquelle il écrit à Huygens, en parlant du centre de gravité d'une ſurface limitée par une ciſſoïde, que les „momenta" des éléments de ſurface par rapport à un certain axe forment une ſérie dont chaque terme eſt le produit d'un élément de ſurface par une diſtance [3]). Puiſqu'il s'agit d'un centre de gravité, on doit évidemment conſidérer ces éléments de ſurface comme des éléments pondérables. Il faut cependant remarquer qu'il n'y a en cette matière qu'une très légère différence entre Wallis et Maurolycus. En effet, dans ſon traité de la Cycloïde, publié également en 1659, Wallis dit, en calculant la place de quelques centres de gravité: „Per *momentum* autem, tum hic, tum paſſim alibi, intelligo factum ex magnitudine in diſtantiam ab æquilibrii plano ducta; ut quæ momentis ſunt proportionalia" (Opera, I p. 508). En d'autres termes: les „momenta" doivent être conſidérés comme des entités proportionnelles aux produits nommés, mais, pour parler plus brièvement, on

[1]) „Johannis Wallis Opera Mathematica, Oxoniæ, E Theatro Sheldoniano, MDCXCV, Vol. 1. On y trouve la „Mechanicorum sive Tractatus de Motu Pars Prima, Anno 1669 typis edita", et la „Pars secunda, quæ est de Centro Gravitatis, ejusque Calculo, Anno 1670 edita". Wallis s'inspire des méthodes de Cavalieri: à la p. 645 on trouve la „Definitio. Continuum quodvis (secundum Cavallerii Geometriam Indivisibilium) intelligitur ex Indivisibilibus numero infinito constare". Notons en passant (comparez la note suivante) que Wallis ne partage évidemment pas l'opinion de Huygens au sujet des démonstrations où il est fait usage des indivisibles de Cavalieri (voir la note 1 de la p. 191 du T. XIV).

[2]) P. 645—658 du Vol. 1 nommé dans la note précédente. À la p. 658 on trouve la Prop. XV: „Cujusque Gravis, Centrum Gravitatis unicum est" avec le Scholium: „Demonstravimus itaque (& credo, omnium primi) quod Postulare solent alii [comparez la note 4 de la p. 336], tum Dari, in quovis Gravi, centrum aliquod Gravitatis, tum illud, unicum esse".

[3]) „Positâ linea æquilibrij AO, erunt momenta rectarum BL, series composita ex serie magnitudinum BL... et distantiam [lisez: „distantiarum". Comparez la pag. 547 du T. I des Œuvres de Wallis, où l'on trouve, p. 542—569, cette même lettre amplifiée sous le titre: „Nobilissimo doctissimoque viro D. Christiano Hugenio, Const. F. Johannes Wallis S.] AL". Les „rectæ BL" sont des éléments de surface, d'après Cavalieri. Wallis dans cette lettre se propose de démontrer les avantages de la méthode de cet auteur; il réussit en effet à calculer le centre de gravité considéré. Le problème avait été posé par Huygens qui l'avait résolu d'une autre façon (voir la p. 212 du T. II).

peut improprement donner le nom de „momenta" à ces produits eux-mêmes.

Peu de temps après, comme nous l'avons vu, Huygens parle auſſi, et plus expreſſément que Wallis, du „momentum" d'un poids comme d'un produit.

D'ailleurs Huygens avait déjà eu en 1652 la hardieſſe de multiplier l'une par l'autre deux grandeurs de nature différente: il parle (voir le dernier alinéa de la p. 95, ainſi que la Prop. XI de la p. 73) des „quadrata velocitatum ducta in magnitudinem corporum"; voir auſſi les formules de la p. 98, où il forme le produit de la „magnitudo" d'un corps par ſa viteſſe. Descartes n'avait pas encore introduit ce produit: pour lui le mouvement eſt un „modus" du mobile [4]) dont la quantité pour chaque corps donné eſt proportionnelle à la quantité de ce corps et à ſa viteſſe, exactement comme pour Maurolycus et Wallis le „momentum" eſt quelque choſe d'inſubſtantiel proportionnel à un poids et à une diſtance.

On peut faire une remarque analogue ſur la grandeur „gravitatis deſcenſus". Huÿgens n'en donne pas de définition, mais il faut bien entendre par cette expreſſion le produit d'un poids par une diſtance verticale [5]). Descartes [6])

[4]) „... motum esse translationem... et dico... translationem... esse... ejus [sc. mobilis] modum, non rem aliquam subsistentem". („Principiorum Philosophiæ Pars Secunda, XXV", Œuvres de D. éd. Adam et Tannery, VIII, p. 54). Suivant la doctrine d'Aristote il y a une différence fondamentale entre les substances et les qualités (en latin = „modi"). Il est vrai que Descartes, suivant l'expression de Huygens (voir la p. 403 du T. X), avait „rejetté plus universellement que personne auparavant", l'„impertinent fatras" des auteurs scolastiques. Cependant ses écrits montrent qu'il connaissait fort bien (grâce à son éducation) la terminologie aristotélique (et scolastique), ce qui ne pouvait être entièrement sans influence sur sa manière de penser et de s'exprimer. Huygens évite cette terminologie beaucoup plus que Descartes. Il ne songe pas à discuter la question de savoir si „id quod efficitur ducendo singulorum magnitudines in velocitatum suarum quadrata" (p. 73 de ce Tome) est une substance ou bien un „modus" du corps en mouvement. À l'époque considérée dans le présent Avertissement, nous sommes encore éloignés de quelques dizaines d'années du commencement des discussions plus ou moins métaphysiques sur la vraie définition de la force. Huygens, quelque prix qu'il attache à son „Théorème de la conservation de la force vive" (voir la p. 25 de ce Tome) — remarquons en passant que l'expression „vis viva" a été introduite par Leibniz en 1695 dans son „Specimen dynamicum etc." — n'a pas un instant l'idée de voir dans la force (ou l'„énergie" pour employer une expression plus moderne) la substance, pour ainsi dire, par excellence. Comparez la note 6 de la p. 359 qui suit.

[5]) Comparez la note 5 de la p. 358. Wallis, dans sa Mécanique de 1669 (Vol. I des „Opera Mathematica", p. 597) donne à la grandeur considérée à peu près le même nom que Huygens, mais en considérant ici aussi plutôt le rapport des grandeurs de ce genre que les grandeurs elles-mêmes: „Gravium Descensus, invicem comparati, in ea ratione pollent, quæ ex Ponderum ratione et ratione Altitudinum Descensuum componitur. Atque Ascensus similiter". Inutile de dire que Huygens ne parle pas d'une „énergie potentielle" (comparez la note précédente, la note 4 de la p. 349 et la note 6 de la p. 359).

[6]) Précédé en 1615 par Salomon de Caus dans son ouvrage „Les raisons des forces mouvantes