d'elles étant égale au temps de deux oſcillations d'un pendule dont la longueur eſt la moitié du latus rectum de la parabole engendrante.

Soit donnée une parabole HDB [Fig. 15] qui par ſa révolution autour de l'axe BK engendre un conoïde parabolique. Prenons ſur cet axe la longueur BA égale à $\frac{1}{4}$ du latus rectum [1]), l'ordonnée correſpondante AD ſera égale à la moitié du latus rectum. Suppoſons qu'un corps en D tourne autour de l'axe AB avec une viteſſe telle que la force centrifuge devienne égale à la gravité; cette force, attendu que l'angle ADE eſt la moitié d'un angle droit, maintiendra le corps au point D *. Mais ſi un corps tourne ailleurs, par exemple en H, avec le centre K et le rayon KH, la force centrifuge par laquelle il eſt maintenu au point H, ſera égale à la force horizontale agiſſant ſelon HK par laquelle le mobile pourra être maintenu ſur un plan HF tangent au paraboloïde. Or, cette dernière force ſera d'après le premier Lemme à la force de la gravité comme HG eſt à GF, ou bien, à cauſe de triangles ſemblables, parce que HL eſt ſuppoſée perpendiculaire à HF, comme HK eſt à KL, en d'autres termes, comme HK eſt à AD, attendu que d'après la nature de la parabole KL eſt toujours égale à la moitié du latus rectum. La force centrifuge par laquelle le corps dans ſa rotation eſt maintenu en H eſt donc à la gravité du corps, ou bien à la force centrifuge en D, comme HK eſt à DA. C'eſt pourquoi, d'après l'inverſe de la première propoſition [2]), ils parcourront leurs circonférences dans le même temps.

* Lemme I.

Quant au temps dans lequel les révolutions s'accompliſſent, il ſera déterminé de la façon ſuivante. Puiſque nous avons ſuppoſé que le corps D tourne de telle manière qu'il poſſède une force centrifuge égale à ſa gravité, il tournera avec la viteſſe qu'il acquerrait par une chute verticale ſelon la moitié de AD *. Mais avec cette viteſſe il parcourrait dans le temps de cette chute la ligne DA d'un mouvement uniforme. La période de la révolution eſt donc au temps de la chute ſelon la moitié de DA comme la circonférence du cercle eſt au rayon DA. Or le temps d'une très petite oſcillation eſt au temps de la chute verticale d'une hauteur égale à la moitié de la longueur du pendule *, comme la circonférence d'un cercle eſt à ſon diamètre, et par conſéquent le temps de deux très petites oſcillations du pendule

* Prop. V.

* Prop. XXV, P. 2 de l'Horol. oscill. [3])

[1]) L'équation de la parabole étant $y^2 = 2px$, $2p$ est le *latus rectum*.

[2]) Voir la Prop. I, p. 267.

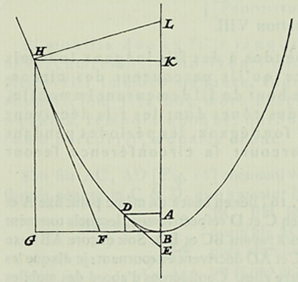
[3]) Il s'agit de la Prop. XXV de la Deuxième Partie de l'„Horologium oscillatorium" (comparez la note 1 de la page 278). Voici cette Proposition: In Cycloïde cujus axis ad perpendiculum erectus est, vertice deorsum spectante, tempora descensus quibus mobile, à quocunque in ea puncto dimissum, ad punctum imum verticis pervenit, sunt inter se aequalia; habentque ad tempus casus perpendicularis per totum axem cycloïdis eam rationem, quam semicircumferentia circuli ad diametrum".

Dans l'énoncé de la Prop. VII du texte il est question d'„oscillationes penduli"; les éditeurs dans leur démonstration parlent d'„oscillationes minimae penduli". Huygens a probablement

pora ſingula æquantur binis oſcillationibus penduli, cujus longitudo ſit dimidium lateris recti Parabolæ genitricis.]

[Sit Parabola HDB [Fig. 15], cujus revolutione circa axim BK, fiat Conois Parabolicum. In illo axe ſumatur BA æqualis $\frac{1}{4}$ lateris recti [1]), erit ordinatim

[Fig. 15.]



applicata AD æqualis lateris recti dimidio. Ponatur autem corpus in D circa axim AB circumagi ea velocitate, ut vis centrifuga fiat gravitati æqualis; quæ vis ergo, cum angulus ADE ſit ſemirectus, corpus ſuſtinebit in puncto D *. Si vero corpus rotetur alibi, ut in H, centro K & intervallo KH, erit vis centrifuga, qua ſuſtinetur in puncto H, æqualis vi, qua mobile per rectam HK Horizonti parallelam detineri poterit in plano HF tangente Paraboloidem. Hæc autem vis ex primo Lemmate erit ad vim gravitatis, ut HG ad GF, ſiue, propter triangula ſimilia, quoniam HL in HF normalis ponitur,

* Lemm. I.

p. 417. ut HK ad KL, ſive, ut HK ad AD, cum ex natura Parabolæ KL ſemper æqualis ſit dimidio lateris recti. Vis ergo centrifuga, qua corpus rotando detinetur in H, eſt ad corporis gravitatem, ſive ad vim centrifugam in D, ut HK ad DA. Quare ex converſa primæ [2]) eodem tempore ſuas circumferentias abſolvent.

Tempus autem quo circuitus peraguntur ita determinabitur. Quoniam ſuppoſuimus corpus D rotari, ita ut vim centrifugam habeat gravitati æqualem, rotabitur ea velocitate, quam acquireret caſu perpendiculari ex dimidia AD *. Sed ea velocitate tempore hujus deſcenſus, abſolveret lineam DA motu æquabili. Tempus ergo gyrationis eſt ad tempus deſcenſus per dimidium DA; ut circumferentia circuli ad radium DA. Tempus autem oſcillationis minimæ eſt ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia penduli altitudine *, ut circumferentia circuli ad diametrum, adeoque tempus duarum oſcillationum minimarum penduli DA, eſt

* Prop. V.

* Prop. XXV. P. 2. Horol. oscil. [3])

eu en vue un pendule cycloïdal, tandisque les éditeurs parlent d'un pendule ordinaire. Il est vrai que dans quelques autres Propositions de Huygens qui se trouvent également parmi celles qu'il ajouta à l'„Horologium oscillatorium" (comparez la note 2 de la page 267) la locution „oscillationes minimae" est employée.

Comparez la Prop. XXV de la Quatrième Partie de l'„Horologium oscillatorium" („De mensurae universalis, et perpetuae, constituendae ratione"), où il est dit: „Ab oscillationibus autem minimis penduli, inter cycloides suspensi, non differunt sensibiliter oscillationes minimae penduli simplicis, cujus eadem sit longitudo".

DA eſt au temps de la chute ſelon la moitié de la hauteur DA, comme la circonférence d'un cercle eſt à ſon rayon, en d'autres termes: comme la période d'une révolution entière à ce même temps de la chute verticale d'une hauteur égale à la moitié de DA. Le temps d'une révolution dans le conoïde parabolique eſt donc égal au temps pendant lequel ſe font deux oſcillations d'un pendule dont la longueur eſt DA, moitié du latus rectum de la parabole engendrante. C.Q.F.D.

Proposition VIII.

Lorsque deux mobiles ſuſpendus à des fils inégaux ſont mis en rotation de telle manière qu'ils parcourent des circonférences horizontales, l'autre bout du fil demeurant immobile, et que les axes ou hauteurs des cônes dont les fils décrivent la ſurface par ce mouvement ſont égaux, les périodes pendant lesquelles chaque mobile parcourt ſa circonférence ſeront auſſi égales.

Suppoſons les fils AC et AD [Fig. 16] liés en haut à un même point fixe A et qu'à eux ſoient attachés des mobiles en C et D reſpectivement lesquels tournent ſuivant des circonférences horizontales à rayons BC et BD. Soit encore AB l'axe commun des deux cônes que les fils AC et AD décrivent en tournant: je dis que les périodes des révolutions ſont égales entre elles. Conſidérons d'abord des mobiles égaux; que CE ſoit perpendiculaire à AC et DF de même à AD. Eh bien, il eſt évident que c'eſt la force centrifuge des mobiles qui tient les fils ainſi tendus dans une direction oblique; et comme le mobile C a en vertu de ſa gravité la même tendance à tomber que s'il s'appuyait ſur un plan CE; et que d'autre part la force centrifuge par laquelle le corps tend à s'écarter de l'axe AB ſuivant BC tient cette tendance de la gravité en échec, la dite force centrifuge eſt néceſſairement égale à la puiſſance, par laquelle le mobile C pourrait être maintenu ſur le plan incliné CE, cette puiſſance agiſſant ſuivant une ligne horizontale BC. Pour la même raiſon la force centrifuge par laquelle le mobile D eſt ſoutenu eſt néceſſairement égale à la puiſſance par laquelle ce corps pourrait être maintenu ſur le plan DF, cette puiſſance agiſſant ſuivant une ligne également horizontale. Or cette puiſſance eſt à la première qui, à ce que nous avons dit, maintient le mobile
* Lemme II. C en place, comme la tangente de l'angle BDF eſt à la tangente de l'angle BCE*, c'eſt-à-dire comme la tangente de l'angle DAB eſt à la tangente de l'angle CAB, ou bien comme DB eſt à CB: par conſéquent auſſi la force centrifuge que le mobile D a dans ſa circonférence ſera à la force du mobile C dans la ſienne comme le rayon DB eſt au rayon CB. D'où l'on conclut, d'après l'inverſe de la Prop. I[2]), que les périodes de révolution ſont les mêmes.

[1]) Dans le Manuſcrit de Huygens: „ita ut circulos horizontales deſcribunt".

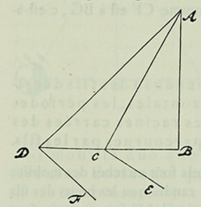
ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia altitudine DA, ut circumferentia circuli ad radium, hoc eſt; ut tempus totius gyrationis ad idem tempus caſus perpendicularis per dimidiam DA. Tempus ergo gyrationis in conoidi Parabolico æquatur tempori, quo binæ peraguntur oſcillationes penduli, cujus longitudo ſit DA, dimidium lateris recti Parabolæ genitricis. Q.E.D.]

p. 418. | [Propositio VIII.]

Si mobilia duo ex filis inæqualibus ſuſpenſa gyrentur, ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant[1]), capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum ſuperficiem fila hoc motu deſcribunt, axes ſive altitudines æquales, tempora quoque, quibus utrumque mobile circulum ſuum percurrit, æqualia erunt.

Sint fila AC, AD [Fig. 16] communi vertice A religata, habeantque mobilia ſingula adnexa in C & D, quæ gyrentur in circulis horizontalibus quorum radii BC, BD. ſit autem AB axis idem utriuſque coni quem fila AC, AD circuitu ſuo ambiunt. Dico tempora circulationum eſſe inter ſe æqualia. Ponantur primo mobilia eſſe æqualia; ſit CE perpendicularis in AC, & DF perpendicularis item in AD. Conſtat igitur vim centrifugam mobilium eſſe quæ fila ita obliquè extenſa ſuſtineat; cumque mobile C conatum habeat ex gravitate ſua deſcendendi eundem ac ſi plano CE incumberet; vis autem centrifuga, qua nititur recedere ab axe AB ſecundum BC, iſtum gravitatis conatum inhibeat, neceſſe eſt vim dictam centrifugam æqualem eſſe potentiæ qua mobile C ſuſtineretur in plano inclinato CE per lineam BC horizonti parallelam. Eadem ratione neceſſe eſt vim centrifugam, qua ſuſtinetur mobile D, eſſe æqualem potentiæ qua hoc idem ſuſtineretur in plano DF per rectam item horizonti parallelam. Eſt autem hæc potentia ad priorem illam quæ ſuſtinere dicta eſt mobile C, ſicut tangens anguli BDF ad tangentem anguli BCE *, hoc eſt, ſicut tangens anguli DAB ad tangentem anguli *[Lemm. II.]
p. 419. CAB, hoc eſt, ut DB ad CB: ergo & vis centrifuga quam habet mo|bile D in circulo ſuo, erit ad vim centrifugam mobilis C in ſuo circulo, ut DB ſemidiameter ad CB ſemidiametrum. Unde ex Prop. I[2]) converſa, ſequitur tempora circulationum eſſe æqualia.

[Fig. 16.]



[2]) Au lieu de „Prop. I" Huygens écrit „6"; dans le Manuſcrit ce numéro qui indique le

Mais ſi les mobiles ſont inégaux, l'égalité des périodes ſubſiſtera néanmoins. En effet, ſi nous ſuppoſons p. e. le mobile C plus lourd qu'il n'était auparavant, il lui faudra auſſi une puiſſance d'autant plus grande qu'il eſt plus lourd lui-même pour le maintenir ſur le plan incliné CE, cette puiſſance agiſſant ſuivant une ligne horizontale, et par conſéquent auſſi une force centrifuge d'autant plus grande; mais pour qu'il poſſède cette dernière il doit parcourir la circonférence dans le même temps qu'auparavant lorsqu'il était ſuppoſé plus léger, comme cela reſſort de ce que nous avons dit plus haut [2]). La propoſition eſt donc établie.

Proposition IX.

Les périodes de révolution ſuivant des circonférences horizontales CD et BE [Fig. 17], l'angle de giration CAD étant le même, ſont dans un rapport égal à la racine carrée de celui des longueurs des fils AC et AB.

En effet, la force centrifuge néceſſaire pour maintenir une même obliquité du fil eſt la même dans deux parcours de ce genre; mais ladite force étant la même, ſuivant l'inverſe de la propoſition IV [3]) les diſtances de l'axe de rotation doivent être entre elles comme les carrés des périodes de révolution. Par conſéquent les carrés de ces périodes doivent être ici entre eux comme CF eſt à BG, c'eſt-à-dire comme AC eſt à AB. C.Q.F.D.

Proposition X.

Lorsque deux mobiles quelconques ſuſpendus à des fils décrivent en tournant des circonférences horizontales, les périodes de révolution ſeront entre elles comme les racines carrées des hauteurs des cônes dont les ſurfaces ſont parcourues par les fils.

Soient donnés les fils AC et AD [Fig. 18] auxquels ſont attachés des mobiles C et D décrivant des circonférences horizontales, tandis que les bouts des fils demeurent immobiles en A. Puiſſe C faire circuler le fil AC ſuivant la ſurface conique dont AB eſt l'axe, et D le fil DA ſuivant la ſurface conique dont l'axe eſt AE; je dis que la période du mobile C eſt à la période du mobile D dans un rapport égal à la racine carrée du rapport AB : AE. En effet, imaginons-nous

§ 6 (voir la p. 305 qui suit) est également écrit en marge auprès de la Proposition que les éditeurs ont nommée Prop I. Comparez la note 2 de la page 267.

[1]) Dans le Manuscrit on lit: „Jam vero si inaequalia fuerint mobilia".

[2]) Voir les l. 11—13 de la p. 267.

[3]) Au lieu de „per conversam IV" Huygens avait écrit: „per 2", c. à. d. d'après le § 2 (voir la p. 304 qui suit); ce § correspond à l'inverse de la Proposition IV. Comparez la note 2 de la page 285.

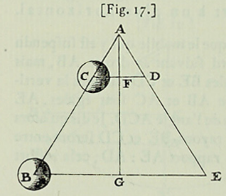
[4]) Dans le Manuscrit: „subdupla".

Si vero inæqualia fuerint mobilia [1]), nihilo ſecius eadem temporum æqualitas continget. Nam ſi ex. gr. mobile C gravius ponatur quam prius fuerat, tanto quoque majori potentia, quanto gravius eſt, indigebit, qua ſuſtineatur in plano inclinato CE per lineam horizonti parallelam, tantoque proinde majorem vim centrifugam requiret. hanc autem ut habeat debet circulum percurrere eodem tempore, quo antea cum levius ponebatur, ut patet ex iis quæ ſupra diximus [2]). Ergo conſtat propoſitum.

[Propositio IX.]

Tempora lationum per circulos horizontales CD, BE [Fig. 17], angulo gyrationis CAD eodem exiſtente, ſunt in ſubduplicata ratione longitudinum filorum AC ad AB.

[Fig. 17.]

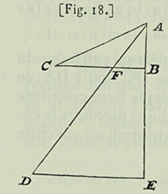


Eadem enim vis centrifuga eſt in utraque hujuſmodi circulatione ad ſuſtinendam eandem fili obliquitatem. Si autem dicta vis eſt eadem tunc ut quadrata temporum quibus circuli abſolvuntur, ita debent eſſe diſtantiæ ab axe circulationis per converſam IV [3]). Ergo hic erunt ſicut CF ad BG, hoc eſt, ut AC ad AB ita quadrata temporum circulationum. [Q.E.D.]

p. 420. |[Propositio X.]

Si mobilia duo quælibet filis ſuſpenſa gyrando deſcribant circulos horizonti parallelos; erunt tempora circulationum in ſubduplicata [4]) ratione altitudinum conorum, quorum ſuperficies à filis deſcribuntur.

[Fig. 18.]



Sint fila AC, AD [Fig. 18] quibus annexa mobilia C & D circulos horizontales deſcribant, dum capita filorum in A immota manent. Et C quidem ducat filum AC ſecundum ſuperficiem conicam cujus axis AB, D vero filum DA per ſuperficiem coni cujus axis ſit AE. Dico tempus circuitus mobilis C eſſe ad tempus circuitus mobilis D in ratione ſubduplicata AB ad AE. Intelligatur enim mobile aliud religatum ex filo AF, facere ſua circulatione conum, cujus latus AF axis AB. Ejus igitur circulationis tempus æquale eſt tempori circulationis à

qu'un autre mobile attaché à un fil AF décrive en tournant un cône à côté AF et à
* Prop. VIII. axe AB. La période de ce mobile est donc égale à celle du mobile C *. Or, la période du mobile F est à celle du mobile D dans un rapport égal à la racine
* Prop. IX. carrée du rapport AF : AD*, ou bien de AB : AE. Par conséquent la période du mobile C elle aussi, est à celle du mobile D dans un rapport égal à la racine carrée de AB : AE. C.Q.F.D.

Proposition XI.

Lorsqu'un mobile suspendu à un fil décrit par son mouvement, tandis que l'extrémité supérieure du fil demeure en repos, des circonférences horizontales inégales, les périodes correspondant à ces circonférences seront dans un rapport égal à la racine carrée de celui des sinus des angles suivant lesquels le fil est incliné par rapport à un plan horizontal.

Soit donné un fil AB [Fig. 19] attaché en A; et que le mobile qui y est suspendu et qui tourne horizontalement tende le fil d'abord suivant la droite AB, mais ensuite suivant la droite AC. Tirons les horizontales BE et CD coupant la verticale AD en E et en D. Par conséquent, comme AB et AC sont égales, AE représentera le sinus de l'angle ABE et AD le sinus de l'angle ACD. Je dis qu'alors les périodes correspondant aux circonférences à rayons BE et CD seront entre elles dans un rapport égal à la racine carrée du rapport AE : AD; cela ressort avec évidence de la proposition précédente.

Proposition XII [1]).

Lorsqu'un pendule animé d'un mouvement conique décrit de très petites circonférences, les périodes correspondant à chacune d'elles seront au temps d'une chute verticale d'une hauteur égale au double de la longueur du pendule dans un rapport égal à celui d'une circonférence de cercle à son diamètre, partant égales au temps de deux oscillations latérales très petites de ce même pendule.

Soit donné un fil AC attaché en A [Fig. 20]; et que le mobile qui y est suspendu décrive en tournant une circonférence horizontale à rayon DC égal à DA, de sorte que l'angle CAD est égal à la moitié d'un angle droit; la force centrifuge
* Lemme I. en C sera égale à la gravité du mobile* et par conséquent celui-ci parcourra la circonférence décrite avec le rayon DC avec la vitesse qu'il acquerrait par une chute

[1]) Dans le Manuscrit: „per praecedentem".

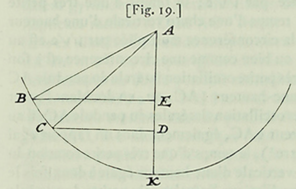
mobili C *. Est autem tempus circulationis mobilis F ad tempus circuitus mobilis * [Prop. VIII.[1])]
D in subduplicata ratione AF ad AD *, sive AB ad AE. Ergo & tempus circu- * [Prop. IX.]
lationis mobilis C ad tempus mobilis D erit in subduplicata ratione AB ad AE. Q.E.D.

[Propositio XI.]

Si mobile filo suspensum, capite fili superiore quiescente, describat motu suo circulos horizonti parallelos inæquales, erunt tempora lationum per dictos circulos in subduplicata ratione sinuum angulorum, quibus filum ad planum horizontis inclinatur.

Sit filum AB [Fig. 19] religatum ad A. Mobile autem ex eo suspensum ac
p. 421. circumgyratum horizontaliter exten|dat ipsum primo secundum rectam AB; deinde vero secundum rectam AC; ducantur autem horizonti parallelæ BE, CD, occurrentes perpendiculari AD in E & D. Ergo quia AB, AC æquales sunt, referet AE sinum anguli ABE; AD vero sinum anguli ACD; dico jam tempora lationum per circulos, quorum radii BE, CD fore inter se in subduplicata ratione AE ad AD. Patet hoc manifesto ex propositione superiori.

[Fig. 19.]



[Propositio XII.] [2])

[Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum singulorum tempora, ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia sunt tempori duarum oscillationum lateralium ejusdem penduli minimarum.]

[Sit filum AC religatum ad A [Fig. 20], ex quo suspensum mobile circumgyrando describat circulum horizontalem, cujus radius DC, æqualis ipsi DA, ita ut angulus CAD sit semirectus, erit vis centrifuga in C æqualis gravitati mobilis *, ideoque percurret circumferentiam radio DC descriptam, ea velocitate, quam acquireret mobile, casu perpendiculari ex altitudine dimidiæ DC aut * Lemm. I.

[2]) Voyez sur cette Proposition et sa démonstration la note 4 de la page 281.

* Prop. V. verticale d'une hauteur égale à la moitié de DC ou de DA *. Or DC eſt à CA comme 1 eſt à $\sqrt{2}$, et par conſéquent le temps d'une chute verticale de la hauteur $\frac{1}{2}$DC ſera au temps d'une chute verticale de la hauteur $\frac{1}{2}$CA (ces temps étant dans un rapport égal à la racine carrée du rapport DC : CA) dans le rapport $1 : \sqrt{\sqrt{2}}$. D'où l'on conclut que le temps d'une chute verticale d'une hauteur $\frac{1}{2}$DC ſera au temps d'une chute de la hauteur 2AC (qui eſt le double du temps d'une chute ſuivant $\frac{1}{2}$AC) comme 1 eſt à $2\sqrt{\sqrt{2}}$, ou bien comme un rayon quelconque eſt au double de ce rayon multiplié par $\sqrt{\sqrt{2}}$.

Or, le temps d'une chute verticale de la hauteur $\frac{1}{2}$DC eſt au temps de giration ſuivant la circonférence décrite avec le rayon DC, comme le rayon eſt à la circonférence [1]; et le temps d'une rotation ſuivant la circonférence DC eſt au temps d'une très petite rotation dans un rapport égal à la racine carrée du rapport
* Prop. X. AD : AC*, en d'autres termes à $1 : \sqrt{\sqrt{2}}$; par conſéquent le temps d'une chute verticale d'une hauteur $\frac{1}{2}$DC eſt au temps d'une très petite rotation comme le rayon eſt à la circonférence multipliée par $\sqrt{\sqrt{2}}$; le temps d'une très petite rotation du pendule AC eſt donc au temps d'une chute verticale d'une hauteur égale à deux fois le pendule, comme la circonférence multipliée par $\sqrt{\sqrt{2}}$ eſt au double du rayon multiplié par $\sqrt{\sqrt{2}}$, ou bien comme une circonférence eſt à ſon diamètre. Mais vu que le temps d'une très petite oscillation latérale du pendule AC eſt au temps d'une chute verticale d'une hauteur $\frac{1}{2}$AC, ou, en doublant l'un et l'autre, que le temps de deux très petites oscillations latérales du pendule AC eſt au temps d'une chute verticale d'une hauteur 2AC, également dans un rapport égal à celui d'une circonférence à ſon diamètre [2]), le temps d'une très petite rotation du pendule AC ſera au temps d'une chute verticale d'une hauteur égale à deux fois le pendule AC, comme le temps de deux oscillations latérales très petites du pendule AC eſt à ce même temps d'une chute verticale le long de 2AC. Par conſéquent le temps d'une très petite rotation du pendule AC ſera égal au temps de deux très petites oscillations latérales du même pendule AC. C.Q.F.D.

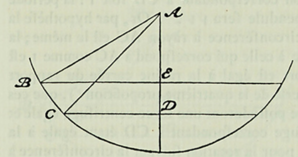
Proposition XIII [3]).

Lorsqu'un mobile parcourt une circonférence et accomplit chaque révolution dans le même temps dans lequel un pendule ayant pour longueur le rayon de cette circonférence pourrait parcourir d'un mouvement conique une très petite circonférence ou exécuter deux oscillations latérales très petites, il aura une force centrifuge égale à ſa gravité.

[1]) Parce que, d'après la Prop. V (p. 275) citée plus haut, la vitesse acquise par une chute de hauteur $\frac{1}{2}$CD est égale à la vitesse avec laquelle le mobile C parcourt sa circonférence et que de plus le temps de cette chute peut être remplacé par le temps dans lequel le mobile peut parcourir DC avec une vitesse uniforme égale à la vitesse acquise par cette chute.

DA æquali *. Eſt autem DC ad CA ut 1 ad $\sqrt{2}$, adeoque tempus caſus perpendicularis ex dimidia DC ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia CA, quæ tempora ſunt in ſubduplicata ratione DC ad CA, erit in ratione 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$. Unde tempus caſus perpendicularis ex dimidia DC, ad tempus quo cadit ex dupla AC, quod temporis caſus ex dimidia AC duplum eſt, erit, | ut 1 ad $2\sqrt{\sqrt{2}}$, ſive ut radius quilibet ad duplum ejusdem radii ductum in $\sqrt{\sqrt{2}}$. * Prop. V. p. 422.

[Fig. 20.]



Eſt autem tempus caſus perpendicularis ex dimidia DC, ad tempus gyrationis per circumferentiam radio DC deſcriptam, ut radius ad circumferentiam [1]); tempus autem gyrationis per circumferentiam DC eſt ad tempus circuitus minimi, in ſubduplicata ratione AD ad AC * ſive ut 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$: tempus ergo caſus perpendicu- * Prop. X.
laris ex dimidia DC, eſt ad tempus circuitus minimi, ut radius ad circumferentiam ductam in $\sqrt{\sqrt{2}}$; tempus igitur circuitus minimi penduli AC ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, ut circumferentia ducta in $\sqrt{\sqrt{2}}$ ad duplum radii ductum in $\sqrt{\sqrt{2}}$, ſive ut circumferentia ad diametrum. Cum vero tempus oſcillationis minimæ lateralis penduli AC ad tempus caſus perpendicularis ex dimidia AC, ſive ſumtis utriuſque duplis tempus duarum oſcillationum minimarum lateralium penduli AC ad tempus caſus perpendicularis ex dupla AC, etiam ſit, ut circumferentia ad diametrum [2]), erit tempus circuitus minimi penduli AC, ad tempus caſus perpendicularis ex dupla penduli AC altitudine, ut tempus duarum oſcillationum lateralium minimarum penduli AC ad idem tempus caſus perpendicularis ex dupla AC. Erit ergo tempus circuitus minimi penduli AC æquale tempori duarum oſcillationum minimarum lateralium ejuſdem penduli AC. Q.E.D.]

p. 423. | [Propositio XIII.] [3])

[Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque ſingulos abſolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem ſemidiametri circumferentiæ ejus habens motu conico circuitum minimum abſolveret, vel duplicem oſcillationem minimam lateralem, habebit vim centrifugam ſuæ gravitati æqualem.]

[2]) Comparez la phrase qui commence en bas de la p. 283.
[3]) Voyez sur cette Proposition et sa démonstration la note 4 de la page 281.

Soit donné un fil AC [Fig. 20] égal au rayon de la circonférence que parcourt le mobile, de ſorte que l'angle CAD eſt égal à la moitié d'un angle droit, et ſuppoſons que la période de la révolution correſpondant à CD ſoit 1 : la période
* Prop. XI. d'une très petite rotation du même pendule ſera $\sqrt{\sqrt{2}}$ *. Or, par hypothèſe la période d'une révolution ſuivant la circonférence à rayon AC eſt la même; la période correſpondant à CD eſt donc à celle qui correſpond à AC comme 1 eſt à $\sqrt{\sqrt{2}}$, en d'autres termes ce rapport eſt égal à la racine carrée du rapport CD : AC, d'où il réſulte, d'après l'inverſe de la quatrième propoſition [1], que ces deux mobiles tournant de cette manière poſſèderont une force centrifuge égale et que par conſéquent, la force centrifuge correſpondant à CD étant égale à la gravité [2]), la même choſe ſera vraie pour la rotation ſuivant la circonférence à rayon AC. C.Q.F.D.

Proposition XIV [3]).

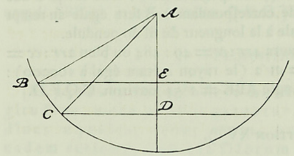
Les périodes de révolution d'un pendule quelconque animé d'un mouvement conique feront égales au temps d'une chute verticale d'une hauteur égale au fil du pendule, lorſque l'angle d'inclinaiſon du fil par rapport à un plan horizontal ſera de 2°54′ environ. En termes précis: lorſque le ſinus dudit angle ſera au rayon comme un carré inſcrit dans une circonférence eſt au carré de la même circonférence.

Soit AD = DC [Fig. 20] $= a$, AE $= b$; la circonférence d'un cercle à ſon rayon comme c à r. Soit 1 le temps d'une chute verticale d'une hauteur $\frac{1}{2}$CD. Le temps d'une chute d'une hauteur $\frac{1}{2}$AC ſera alors $\sqrt{\sqrt{2}}$. Or, le temps correſpondant à la chute ſuivant $\frac{1}{2}$AC eſt à celui qui correſpond à celle ſuivant AC comme 1 eſt à $\sqrt{2}$; le temps d'une chute ſuivant AC ſera donc repréſenté par $\sqrt{\sqrt{8}}$. Mais la période de révolution correſpondant à CD eſt au temps d'une chute de la hauteur $\frac{1}{2}$CD comme c eſt à r [4]). Par conſéquent la période d'une révolution correſpondant à CD ſera $\frac{c}{r}$. Mais la période qui correſpond à C eſt à celle qui correſpond à un point quelconque B dans un rapport égal à la racine carrée du rapport AD : AE, ou comme $\sqrt{a}$ eſt à $\sqrt{b}$ [5]). La période qui correſpond à B ſera donc $= \frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$; et ſi nous ſuppoſons maintenant AE, ſinus de l'angle ABE, tel qu'il ſoit au rayon AB comme un carré

[1]) Prop. IV, p. 273.
[2]) Comparez la dernière phraſe de la p. 289.
[3]) Voir ſur cette Propoſition et ſa démonſtration la note 4 de la page 281.

[Sit filum AC [Fig. 20] æquale radio circuli, per quem mobile fertur, ita ut angulus CAD ſit ſemirectus; ſitque tempus gyrationis per CD, 1. erit tempus gyrationis minimæ ejuſdem penduli $\sqrt{\sqrt{2}}$ *. Idem autem ex hypotheſi eſt * Prop. XI.
tempus gyrationis per circumferentiam, cujus radius AC; tempus ergo gyrationis per CD eſt ad tempus gyrationis per AC, ut 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$; ſive in ſubduplicatâ ratione CD ad AC, unde ex converſa 4æ [1]), habebunt hæc duo mobilia ita circumlata, vim centrifugam æqualem, adeoque cum in CD vis centrifuga ſit æqualis gravitati [2]), idem locum habebit, in gyratione per circulum, cujus radius AC. Q.E.D.]

[Fig. 20.]



[Propositio XIV.] [3])

[Penduli cujuslibet, motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori caſus perpendicularis ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2, ſcrup. 54, proxime. Exacte vero, ſi anguli dicti ſinus fuerit ad radium, ut quadratum circulo inſcriptum ad quadratum a circumferentia ejus.]

[Sit AD = DC [Fig. 20], a, AE, b; circumferentia circuli ad radium, ut c ad r; tempus caſus perpendicularis per | dimidiam CD ſit 1. erit tempus caſus per
p. 424. dimidiam AC $\sqrt{\sqrt{2}}$. Eſt autem tempus per dimidiam AC ad tempus per AC, ut 1 ad $\sqrt{2}$, erit ergo tempus per AC, ut $\sqrt{\sqrt{8}}$. Sed tempus gyrationis per CD eſt ad tempus caſus per dimidiam CD, ut c ad r [4]). Erit itaque tempus gyrationis per CD $= \frac{c}{r}$. Verum tempus gyrationis in C eſt ad tempus gyrationis in quolibet puncto B, in ſubduplicata ratione AD ad AE, ſive ut $\sqrt{a}$ ad $\sqrt{b}$ [5]). Erit ergo tempus gyrationis in B $= \frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$; quod ſi nunc ponatur AE ſinum anguli ABE eſſe ad radium AB, ut quadratum circulo inſcriptum, ad quadratum circumferentiæ ejus, erit b ad $a\sqrt{2}$, ita $2rr$ ad cc, ſive $\frac{bcc}{arr} = 2\sqrt{2}$, vel $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\sqrt{8}}$ [6]): cumque $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$

[4]) Comparez le deuxième alinéa (p. 291) de la démonſtration de la Prop. XII.
[5]) Comparez la note 1 de la p. 300.
[6]) Nous avons corrigé „$\sqrt{8}$" (de Volder et Fullenius) en „$\sqrt{\sqrt{8}}$".

inſcrit dans une circonférence eſt au carré de cette circonférence, b ſera à $a\sqrt{2}$ comme $2rr$ eſt à cc, ou bien $\frac{bcc}{arr} = 2\sqrt{2}$, ou bien $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\sqrt{8}}$; et comme $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$ eſt la période de révolution correſpondant au point B et $\sqrt{\sqrt{8}}$ le temps d'une chute de la hauteur AC, cette période correſpondant à B ſera égale au temps d'une chute verticale d'une hauteur égale à la longueur du fil du pendule.

Or, attendu que $2r : c = 7 : 22$, on aura $4rr : cc = 49 : 484$ ou bien $2rr : cc = 49 : 968$. Par conſéquent, $968 : 49 = a\sqrt{2}$ (le rayon a étant égal à 100000) : 5062 (ſinus de l'angle ABE); donc l'angle ABE $= 2°54'$ environ. C.Q.F.D.

Proposition XV [2]).

Lorsque deux pendules égaux en poids, mais de longueur de fil différente, font animés d'un mouvement conique et que les hauteurs des cônes ſont égales, les forces avec lesquelles ils tendront leurs fils ſeront entre elles dans un rapport égal à celui des longueurs des fils.

Soient donnés deux pendules AB et AC [Fig. 21] de longueur différente et que deux poids égaux ſuſpendus à leurs extrémités B et C tournent autour de l'axe commun AD. Je dis que la force avec laquelle le fil AB eſt tendu eſt à la force avec laquelle le fil AC eſt tendu dans un rapport égal à celui des fils AB et AC. En effet, ſi nous admettons que le poids B eſt maintenu dans cette poſition par une puiſſance en A tirant le fil AB et par une autre puiſſance en G égale à la force centrifuge et tirant ſuivant la droite BG, il eſt certain d'après la Mécanique que ſi l'on mène BH verticalement et HL horizontalement, la force en A qui tire le fil AB ſera à la gravité du poids B comme LB eſt à BH, ou bien comme AB eſt à AD. De même la force par laquelle le fil C eſt tendu ſera à la gravité du poids C, ou bien à la gravité du poids B égal par hypothèſe au poids C, comme AC eſt à AD. Par conſéquent la force par laquelle le fil AB eſt tendu pendant la rotation ſera à la force par laquelle le fil AC eſt tendu comme AB eſt à AC. C.Q.F.D.

Proposition XVI [3]).

Lorsqu'un pendule ſimple eſt animé de la plus grande oſcillation latérale poſſible, c'eſt-à-dire lorsqu'il deſcend ſuivant

[1]) Nous avons corrigé „fiat" (d. V. et F.) en „fiet".
[2]) Voyez sur cette Proposition et sa démonstration la note 4 de la page 281.

ſit tempus gyrationis in B & $\sqrt{\sqrt{8}}$ tempus deſcenſus per AC, erit hoc tempus gyrationis in B, æquale tempori caſus perpendicularis ex altitudine penduli filo æquali.

Cum autem $2r$ ad c eſt, ut 7 ad 22, erit $4rr$ ad cc ut 49 ad 484, ſive $2rr$ ad cc ut 49 ad 968. Hinc fiet [1]), ut 968 ad 49 ita $a\sqrt{2}$ radius $=$ 100000 ad 5062 ſinum anguli ABE gr. 2. 54', proxime. Q.E.D.]

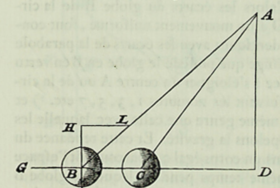
[Propositio XV.] [2])

[Si pendula duo pondere æqualia, ſed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales; erunt vires, quibus fila ſua intendent, in eadem ratione, quæ eſt filorum longitudinis. [3])]

[Sint duo pendula AB, AC [Fig. 21] diverſæ longitudinis, ex quorum extremitatibus B & C ſuſpenſa duo pondera æqualia rotentur circa communem axim

p. 425. AD. Dico | vim qua tenditur filum AB eſſe ad vim qua tenditur filum AC, in ratione filorum AB ad AC. Si enim ponamus pondus B in eo ſitu ſuſtineri per potentiam in A trahentem filum AB, & per potentiam aliam in G vi centrifugæ æqualem trahentem ſecundum rectam BG conſtat ex Mechanicis ducta BH horizonti perpendiculari & HL eidem parallela, fore vim in A tendentem filum AB ad gravitatem ponderis B ut LB ad BH, ſive ut AB ad AD. Itidem erit vis qua tenditur filum C ad gravitatem ponderis C, ſive ad gravitatem ponderis B, quod æquale ipſi C poſitum fuit, ut AC ad AD. Erit ergo vis qua gyrando tenditur filum AB, ad vim qua tenditur filum AC, ut AB ad AC. Q.E.D.]

[Fig. 21.]



[Propositio XVI.] [4])

[Si pendulum ſimplex oſcillatione laterali maxima agitetur, hoc eſt, ſi per totum circuli quadrantem deſcendat: ubi ad

[3]) Au lieu de „longitudinis" lisez plutôt „longitudinum".
[4]) Voyez sur cette Proposition la note 4 de la page 281. Quant à la démonstration, les éditeurs l'ont empruntée au Manuscrit de Huygens.

un quart de circonférence, il tendra ſon fil, lorsqu'il aura atteint le point le plus bas de la circonférence, avec une force trois fois plus grande que s'il y était ſimplement ſuſpendu.

Lorsque le globe C [Fig. 22] attaché en A au moyen du fil AC deſcend ſuivant le quart de circonférence CB, il tendra, au moment où il ſera parvenu en B, le fil AB avec une force trois ſois plus grande que s'il y était ſimplement ſuſpendu de ſorte que ſon poids compterait ſeul. En effet, d'abord la viteſſe avec laquelle il continuerait à ſe mouvoir ſuivant la ligne droite BD s'il quittait le fil en B eſt la même que celle qu'il aurait au point F s'il était tombé verticalement le long de CF. Là il aurait acquis une viteſſe telle qu'avec cette viteſſe il parcourrait d'un mouvement uniforme un eſpace égal au double de cette même hauteur CF dans le même temps dans lequel il eſt tombé de C en F. Le globe a donc en B une tendance à parcourir une ligne BD double de AB dans un temps égal à celui dans lequel il tomberait de A en B, bien entendu ſans avoir égard à la force de ſa gravité, par laquelle il deſcendrait en même temps dans le ſens vertical et décrirait donc une certaine parabole [3]). Soit BGE une parabole dont AB eſt le demi latus rectum, et B le ſommet. Parce qu'alors les écarts du globe B de la circonférence BC, tandis qu'il parcourt BD d'un mouvement uniforme, ſont conſidérés au début près du point B comme identiques avec les écarts de la parabole BGE [4]), il eſt manifeſte que la force centrifuge que poſſède le globe en B en vertu de la rotation ſeule conſiſte en une tendance à s'éloigner du centre A ou de la circonférence BC d'un mouvement accéléré ſuivant les nombres 1, 3, 5, 7 etc. [5]) et que cette tendance eſt par conſéquent du même genre que celle avec laquelle les corps cherchent à tomber et que nous appelons la gravité. Et cette tendance du globe B eſt auſſi grande qu'elle le ſerait dans un corps égal qui parcourrait l'eſpace DE d'un mouvement accéléré dans le même temps pendant lequel le globe B parcourrait l'eſpace BD d'un mouvement uniforme, c'eſt-à-dire dans le même temps dans lequel le globe tomberait de A en B d'un mouvement ſemblablement accéléré. Par conſéquent, comme DE eſt le double de BA, la tendance centrifuge du globe en B eſt le double de ſa gravité. Mais il s'y ajoute ici une autre tendance due à la gravité, par laquelle le globe B, dans le même temps où il tomberait

1) Dans le Manuscrit de Huygens on lit: „ubi in B pervenerit validius trahet filum AB quam si simplici pondere suo suspensus esset. Quanto autem? Triplo".

2) Dans le Manuscrit: „secundum rectam moveri".

3) Dans la figure du Manuscrit cette parabole (BS) est indiquée et Huygens ajoute: „posset etiam vis conatus utriusque simul per lineas 12, 34, 56 expendi determinata etiam parabola BS". Les lignes droites 12, 34 et 56 partent de A et coupent la circonférence et la parabole BS respectivement aux points 1, 3, 5 et 2, 4, 6.

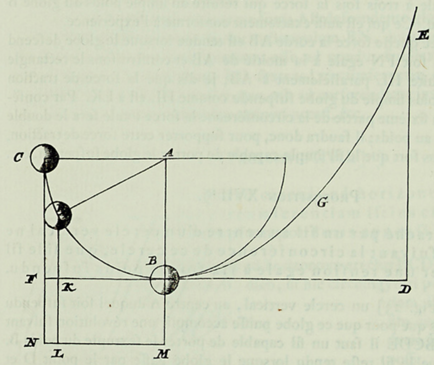
4) Le cercle CHB est le „cercle osculateur" de la parabole BGE en B.

5) Comparez le deuxième alinéa de la p. 267.

punctum imum circumferentiæ pervenerit, triplo majori vi filum ſuum trahet, quam ſi ex illo ſimpliciter ſuſpenſum foret.]

Si globus C [Fig. 22] ex A ligatus filo AC per quadrantem circumferentiæ CB deſcendat, ubi in B pervenerit triplo majori vi trahet filum AB, quam ſi ſimplici pondere ſuo ſuſpenſus eſſet [1]). Primum enim velocitas qua pergeret moveri ſecundum rectam [2]) lineam BD, ſi in B filum relinqueret, eadem eſt atque ea quam haberet in puncto F, ſi perpendiculariter per CF decidiſſet. Ibi autem tantam nactus eſſet celeritatem, ut ea ſpatium ipſius CF duplum conficeret motu æquabili pari tempore quo ex C decidit in F. Ergo in B conatum habet globus tranſeundi
p. 426. lineam BD duplam AB, pari tempore, quo ex A cade|ret in B; nempe non conſiderata vi gravitatis ſuæ, qua deorſum quoque interim deſcenſurus eſſet & Parabolam aliquam deſcripturus [3]). Sit BGE Parabola cujus ſemilatus rectum AB, vertex B. Quoniam ergo receſſus globi B, à circumferentia BC, dum per rectam BD æquabili motu fertur, initio prope B punctum pro iiſdem habentur, cum receſſibus à Parabola BGE [4]); conſtat vim centrifugam quam ex ſola circulatione habet globus in B, eſſe conatum recedendi à centro A vel à circumferentia BC motu accelerato ſecundum numeros 1, 3, 5, 7, &c. [5]) ac proinde ſimilem eſſe ei conatui quo corpora deſcendere conantur, quem gravitatem appellamus. Eſt autem ille conatus in globo B tantus, quantus in corpore ſibi æquali quod motu accelerato confecturum ſit ſpatium DE, eodem tempore dum motu æquabili conficeret ſpatium BD, hoc eſt æquali tempore illi quo globus accelerato itidem motu caderet ex A in B. Ergo quia DE eſt dupla BA conatus centrifugus globi in B duplus eſt ſuæ gravitatis. At vero conatus alius ex gravitate accedit hîc, quo globus B (pari tempore quo ex A ad B

[Fig. 22.]



de A en B, aſpire à parcourir maintenant auſſi un eſpace égal en tombant verticalement d'un mouvement naturellement accéléré. En vertu des deux tendances il cherche donc à parcourir d'un mouvement accéléré ſuivant les nombres 1, 3, 5, 7 un eſpace égal à la ſomme de DE et de AB, en d'autres termes au triple de AB; partant la force avec laquelle il tire au point B après être deſcendu depuis C, eſt égale à trois fois la force qui réſulte du ſimple poids du globe B librement ſuſpendu. Ce qui eſt auſſi exactement conforme à l'expérience.

Pour ſavoir avec quelle force la corde AB eſt tendue lorſque le globe deſcend ſuivant l'arc HB: ſoit FN égale à la moitié de AB et conſtruiſons le rectangle BN, menons enſuite HL parallèlement à AB; je dis que la force de traction cherchée eſt au poids ſimple du globe ſuſpendu comme HL eſt à LK. Par conſéquent ſi BH eſt la ſixième partie de la circonférence la force totale ſera le double de cette force due au poids; il faudra donc, pour ſupporter cette force de traction, un fil deux fois plus fort que le fil ſimple capable de porter le globe ſuſpendu, etc.

Proposition XVII [2]).

Un globe attaché par un fil au centre d'un cercle vertical ne peut tourner ſuivant la circonférence de ce cercle, que ſi le fil peut ſupporter une tenſion égale à ſix fois le poids ſuſpendu.

Soit BCDE [Fig. 23] un cercle vertical, au centre A duquel ſoit ſuſpendu le globe B. Je dis que pour que ce globe puiſſe accomplir une révolution ſuivant la circonférence BCDE il faut un fil capable de porter le ſextuple du poids B. En effet, pour que le fil reſte tendu lorſque le globe paſſe par le point D et deſcend ſuivant l'arc DE, il faut que la viteſſe du globe en ce point ſoit telle que, ſi on le détachait, il décrirait une parabole DF dont le demi latus rectum ſerait AD. Il doit donc avoir une viteſſe égale à celle qu'il aurait au point D s'il était tombé d'une hauteur HD égale à la moitié de DA [5]); pour que la dite viteſſe lui reſte en D après ſon aſcenſion à partir de B ſuivant la demie circonférence BCD, il eſt néceſſaire que la viteſſe en B ſoit telle qu'il puiſſe avec cette viteſſe monter verticalement juſqu'au point H. En effet, s'il poſſède cette viteſſe en B et qu'il parvient

[1]) Dans le Manuscrit: „et ducatur".

[2]) La Prop. XVII est la seule que les éditeurs ont rédigée eux-mêmes; mais la démonstration est de Huygens, sauf les modifications apportées par les éditeurs, que nous signalerons dans les notes qui suivent. Comparez encore la note 4 de la p. 281.

[3]) Dans le Manuscrit: „Ut globus circumgyrari possit per circumferentiam BCDE circa A centrum dico opus esse", etc.

[4]) Huygens écrit: „sexcuplum".

[5]) Voir la Prop. V, p. 275.

[6]) Dans le Manuscrit: „ut igitur ex B. . . ascendenti supersit ei".

caderet) nunc quoque tantundem ſpatii motu naturaliter accelerato deorſum conficere nititur. Ergo utroque ſimul conatu, nititur conficere, motu accelerato ſecundum 1, 3, 5, 7, ſpatium æquale utriſque DE & AB, hoc eſt ipſius AB triplum; quamobrem etiam, erit vis, qua trahit in B puncto ex C deſcendens, tripla ejus quæ fit ex ſimplici pondere globi B libere pendentis. Quod & ad amuſſim experientiæ conſentit.

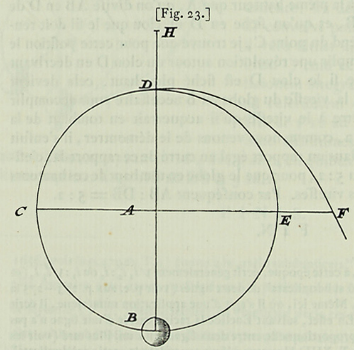
Si cupiam ſcire qua vi trahatur funis AB deſcendente globo per arcum HB; ſit FN dimidiæ AB æqualis & fiat rectangulum BN, ducaturque [1]) HL parallela AB. dico vim tractionis quæſitam eſſe ad pondus ſimplex globi pendentis, ut
p. 427. HL ad LK. Unde ſi fuerit BH ſextans | circumferentiæ erit iſta vis ponderis hujus dupla; eoque filo duplici opus erit ad perferendam ejus tractionis vim, cujusmodi ſimplici globus ſuſpenſus retineri poteſt, &c.

[Propositio XVII.] [2])

[Globus filo ex centro circuli ad horizontem perpendicularis ſuſpenſus, per circumferentiam iſtius circuli rotari non poteſt, niſi filum ſextuplum ponderis appenſi ſuſtinere queat.]

Sit circulus perpendiculariter ad horizontem erectus BCDE [Fig. 23], ex cujus centro A ſuſpenſus ſit globus B, dico, ut hic circumgyrari poſſit per circumferentiam BCDE, opus eſſe [3]) filo quod ſextuplum [4]) ponderis B appenſum ſuſtinere poſſit. Ut enim filum extenſum maneat cum globus tranſit D punctum, perque arcum DE deſcendit, oportet velocitatem globi eam illic eſſe, quâ, ſi dimittatur, deſcripturus ſit parabolam DF, cujus ſemilatus rectum ſit AD. Quare tantam habere eum oportet, qualem in D habiturus eſſet decidens ex altitudine HD ipſius DA dimidia [5]): ut igitur ei ex B per ſemicirculum BCD aſcendenti ſuperſit [6]) dicta celeritas in D, neceſſe eſt celeritatem in B tantam eſſe, qua poſſit aſcendere perpendiculariter uſque ad H

[Fig. 23.]



par un chemin quelconque à la hauteur D, il lui reſtera toujours aſſez de viteſſe pour qu'il puiſſe monter verticalement ou auſſi par tout autre chemin jusqu'en H, en d'autres termes il conſervera autant de viteſſe qu'il en acquerrait en tombant de la hauteur HD; et c'eſt là la viteſſe dont nous avons dit que le globe a beſoin au point D. Or la viteſſe avec laquelle il pourrait monter verticalement de B en H, ou bien qu'il poſſéderait en tombant de HB, eſt à la viteſſe qu'il acquerrait en tombant de AB, dans un rapport égal à la racine carrée de celui de ces eſpaces, c'eſt-à-dire de $\sqrt{10}$ à 2[1]). Mais il a été démontré dans la propoſition précédente que ſi le globe tourne dans la circonférence avec la viteſſe qu'il acquiert en tombant de la hauteur AB ou bien ſuivant l'arc EB, la force centrifuge ſeule eſt le double du poids ſimple du globe. Et la viteſſe avec laquelle il tourne dans la circonférence en ce point eſt à la viteſſe dont il était queſtion plus haut comme $\sqrt{10}$ eſt à 2; par conſéquent les forces centrifuges ſont entre elles dans un rapport égal au carré de ce rapport, c'eſt-à-dire comme 10 eſt à
*Prop. II. 4 * ou 5 à 2. La force centrifuge au point conſidéré eſt donc à la gravité du globe comme 5 eſt à 1. Mais à cette force centrifuge, au moment où le globe paſſe par le point B, il faut ajouter la force de la gravité par laquelle il tend à deſcendre verticalement, laquelle, à ce que nous avons dit, eſt à la dite force centrifuge dans le rapport 1 : 5. La force totale ou traction qu'éprouvera le fil, au moment où le globe paſſe par le point B, ſera donc le ſextuple de la gravité du globe.

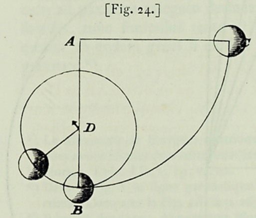
En partant de là, lorsqu'un globe attaché à un fil AB [Fig. 24] eſt abandonné à lui-même au point C ſitué à la même hauteur que A, qu'on diviſe AB en D de telle manière que $DB = \frac{2}{5}AB$, et qu'on fiche en D un clou que le fil doit rencontrer lorsque le globe deſcend du point C, je trouve que pour cette poſition le globe peut préciſément accomplir une révolution autour du clou D en décrivant une circonférence; mais que ſi le clou D eſt fiché plus haut, cela devient impoſſible. Car, attendu que la viteſſe du globe en B néceſſaire pour accomplir une révolution entière doit être à la viteſſe qu'il acquerrait en tombant de la hauteur DB comme $\sqrt{10}$ eſt à 2, comme nous venons de le démontrer, il s'enſuit que les hauteurs devront être dans un rapport égal au carré de ce rapport-là, c'eſt-à-dire dans le rapport 10 : 4 ou 5 : 2, pour que le globe en tombant de ces hauteurs acquière l'une ou l'autre de ces viteſſes. Par conſéquent AB : DB = 5 : 2.

F I N.

[1]) On aura remarqué que Huygens, à cette époque, écrit généralement $\sqrt{l_1 l_2} : l_2$ ou $l_1 : \sqrt{l_1 l_2}$ (et non pas $\sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$) pour la „ratio subduplicata" de deux lignes (voir p.e. aux p. 273—275 la démonſtration de la Prop. IV). Même ici, où il s'agit d'une application numérique, il écrit $\sqrt{10} : 2$ (et non pas $\sqrt{5} : \sqrt{2}$). En effet, ſuivant Euclide la racine carrée d'une ligne n'a pas de ſens, tandis que la moyenne proportionnelle entre deux lignes en a un. Plus tard (voir les premières lignes de la p. 549 du T. XIII) Huygens définit cependant la „ratio subduplicata" comme $\sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$; de Volder et Fullenius ſont de même (voir la p. 293, note 5). Wallis en

punctum. Hanc enim celeritatem in B habens, quacunque via perveniat ad altitudinem D, ſemper reſtabit ei tantum celeritatis ut poſſit porro perpendiculariter, vel quacunque etiam via aſcendere ad H: hoc eſt, tanta ei ſupererit celeritas quantam ex altitudine HD cadens acquireret, qua illi in D opus eſſe diximus. Celeritas porro, qua ex B ad H perpendiculariter aſcendere poſſet, ſive quam
p. 428. haberet ex HB decidens, eſt ad celeritatem | quam acquireret ex AB cadens, in ratione ſubduplicata horum ſpatiorum, hoc eſt, ea quæ $\sqrt{10}$ ad 2 [1]). Eſt autem oſtenſum in præcedenti, ſi rotetur in circumferentia ea celeritate, quam acquirit cadens ex AB ſive per arcum EB, eſſe vim centrifugam ſolam duplam ponderis globi ſimplicis. Eſtque celeritas qua hìc in eadem circumferentia rotatur ad illam, ut $\sqrt{10}$ ad 2,
ac proinde vis centrifuga in ratione duplicata, hoc eſt 10 ad 4 *, ſive ut 5 ad 2. *[Prop II.]
Ergo vis centrifuga hìc erit ad globi gravitatem ut 5 ad 1. Ad hanc vero vim centrifugam, cum globus tranſit in B, addenda eſt vis gravitatis, qua deorſum tendere conatur, quæ ad vim dictam centrifugam dicta eſt ſe habere, ut 1 ad 5. Ergo tota vis ſeu attractio quam ſentiet filum tranſeunte globo in B erit ſextupla [2]) globi gravitatis.

[Fig. 24.]



Hinc invenio, ſi globus ex AB [Fig. 24] filo ligatus dimittitur ex C, ejuſdem cum A puncto latitudinis; dividatur autem AB in D, ut ſit DB [=] $\frac{2}{5}$ AB, atque in D clavus figatur cui filum occurrat, globo ex C cadente: ita demum globum circa clavum D convolvi poſſe circulumque deſcribere; ſi vero altius figatur clavus D, non poſſe. Nam [3]) cum celeritas globi in B ad circulationem integram perficiendam debeat eſſe ad celeritatem quam acquireret cadens ex DB ut $\sqrt{10}$ ad 2, ut modo oſtenſum fuit: hinc altitudines debebunt eſſe in duplicatâ ratione iſtius, nempe ut 10 ad 4 ſive 5 ad 2, ex quibus cadendo diverſas iſtas celeritates acquirat. Ergo AB ad DB ut 5 ad 2.

F I N I S.

1656 (voir la p. 479 du T. I) donne à la „ratio subduplicata" la forme $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$. Dans la traduction française nous avons parfois donné la préférence à la formule $\sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$, d'autres fois à la formule $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}}$. Pour le lecteur du vingtième siècle ces deux interprétations de l'expression „ratio subduplicata" sont d'ailleurs presqu' équivalentes.

[2]) Huygens écrit „sexcupla".

[3]) Au lieu de „Nam" Huygens écrit „Dem." (Demonstratio).

APPENDICE I [1])

À L'OUVRAGE: „DE VI CENTRIFUGA".

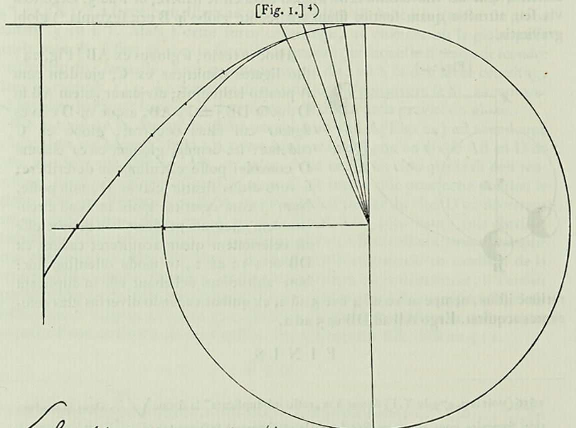
1659.

[Première Partie] [2]).

21 Oct. 1659.

Libera per vacuum poſui veſtigia princeps [3]).

[Fig. 1.] [4])

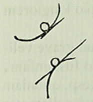


Libera per vacuum posui vestigia princeps.

---

[1]) Nous reproduiſons dans cet Appendice les premières pages du Manuſcrit de Huygens mentionné dans la note 1 de la p. 254, qui, à l'exception du § 9 (p. 306), n'ont pas été publiées par les éditeurs des „Opuſcula poſtuma".

[Fig. 2.]



Conatus vis ut noſcatur videndum quid futurum ſi globus ſolvatur. Et id quidem ſolum quod ſtatim poſt ſolutionem fieret, ſicut et in gravi ſupra ſuperficiem cavam impoſito [Fig. 2] ubi tangens ejus ſuperficiei ſpectatur.

Deſcenſum gravium per 1, 3, 5, 7 &c. comprobat Ricciolus lib. 9 [5]).

De menſura certa per horologij oſcillat. [6])

[Deuxième Partie] [7]).

1. Ut diameter ad circumferentiam ita ſi fiat hæc ad tertiam, quâque temporis particulâ grave è ſublimi cadens dictæ tertiæ longitudinem percurrit, eâdem temporis particula grave ſemel circumgyretur in plano horizontis, in quo funiculo ad paxillum relegato detineatur, cujus funiculi longitudo ſit dictæ diametri ſemiſſis, tunc funiculus tanta vi trahitur ex conatu gravis à centro recedendi quanta ab eodem gravi ſi ex illo ſuſpenſum eſſet attraheretur, propria ſcilicet gravitate [8]).

---

[2]) Le Manuscrit de Huygens mentionné dans la note 1 débute par quelques annotations que nous avons réunies dans cette première Partie en mettant le vers d'Horace à la tête.

[3]) Horace, Epist. Lib. I, 19, vs. 21.

[4]) Dans la Fig. 1 la ligne parabolique représente sans doute une „parabole osculatrice" du cercle. Comparez la Fig. 4 de la p. 263 et la Fig. 22 de la p. 297.

[5]) Riccioli dans son „Almagestum Novum" (voir notre T. I, p. 402, note 7) traite la chûte des corps graves aux pages 381—397 de la deuxième Partie du Premier Tome (T. I. Pars Post. Lib. IX. Sect. IV, Cap. XVI.) Il a fait lui-même de nombreuses expériences, en se servant des diverses tours de la ville de Bologne (p. 385). Ces expériences lui firent voir que la „proportio incrementi velocitatis à Galileo asserta" (p. 386) d'après laquelle les espaces parcourus dans des intervalles de temps égaux croissent „ut 1. 3. 5. 7. 9. 11. &c." est juste.

[6]) C. à. d. „per horologij oscillationes". Comparez les notes 1 des pp. 278 et 280.

[7]) Le texte fait suite à celui de la première Partie.

[8]) Ce paragraphe fait voir que Huygens connaissait déjà au mois d'octobre de l'année 1659 la grandeur absolue de la force centrifuge. Si l'on appelle r le rayon de la circonférence ou la longueur du fil, la troisième („tertia") longueur sera $l = 2\pi^2 r$, et comme $l = \frac{1}{2}gt^2$ (où t représente le temps de révolution du mobile), on aura $t = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$, donc la vitesse $v = \sqrt{gr}$, donc mg (force centrifuge selon la proposition de Huygens) $= \frac{mv^2}{r}$. Il est vrai que

2. Hinc ſequitur, ſi hoc fuerit, deinde autem circuitus duplo lentiores velimus, ita ut eadem trahendi vis ſervetur, oportere funiculum quadruplo longiorem adhibere.

3. Si ſingulis ſecundis ſemel circumagi pilam plumbeam vel aliud grave velimus in plano horizontali, ac tantundem trahere quantum ex funiculo ſuſpenſam, quaeritur quae longitudo funiculi eſſe debeat quo relegata gyretur. Resp. quoniam uno ſecundo 14 pedibus [1]) descendit pila ex alto cadens, ſi ponatur diameter rotæ ſive dupla longitudo funiculi $\infty\, x$, erit circumferentia $\frac{22}{7}x$ ſecundum Archimedem, unde tertia proportionalis $\frac{484}{49}x$ æquanda 14 pedibus unde fit $x \infty$ 1 pes 5 unc. et $\frac{1}{121}$ unciae, cujus itaque ſemiſſis $8\frac{1}{2}$ poll. $+ \frac{1}{142}$ [2]) eſt longitudo funiculi quæſita.

4. Quanta vero ſi 24 horis ſemel circumagi velimus? .... 5|290|250|579 p. radius ſive funiculi longitudo [3]).

$$\begin{array}{rl} 3265860 & \text{duodecempedæ diametri telluris } ^{4}). \\ 6 & \\ \hline 19|595|160 & \text{tot pedum eſt terræ ſemidiameter Snellio } ^{4}). \end{array}$$

tantum abeſt igitur ut ob vertiginem terræ gravia expellantur, ut tum demum omnis gravitas ijs deceſſura ſit ſi ſemidiameter terræ eſſet 265 [5]) vicibus major quam nunc eſt. Nunc autem tantum $\frac{1}{265}$ pars gravitatis decedit corporibus, ſub æquatore poſitis. alijs minus.

dans ce paragraphe il n'est question que du cas particulier où la force centrifuge est égale à la pesanteur, mais les trois paragraphes suivants montrent que dans la pensée de l'auteur la force centrifuge est $\frac{mv^2}{r}$ pour des valeurs quelconques de v et de r.

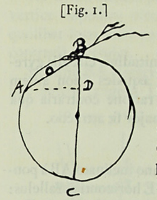
1) Il s'agit de pieds de Rhynlande, puisque, dans le § 4 qui suit, le diamètre de la terre est exprimé en pieds de Rh. En octobre 1659 Huygens ne connaissait donc pas encore la vraie valeur de $\frac{1}{2}g$, savoir $\left(15+\frac{7\frac{1}{2}}{12}\right)$ pieds de Rh. (voir p. 280, note 1). Dans une note marginale il „corrige" même le nombre 14 en $13\frac{8}{12}$.

2) Lisez $\frac{1}{242}$.

3) Nous avons supprimé le calcul, dans lequel Huygens part de la valeur $\frac{1}{2}g = 14$ pieds. Il

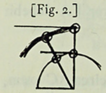
[Troisième Partie] [6]).

[Fig. 1.]



5. Si gravi conatus adſit descendendi ſecundum creſcentem accelerationem 1, 3, 5, 7 &c. unoque, verbi gratia, ſecundo tranſeundi per dimidium ejus ſpatij, quod tranſiret pari tempore cadendo ad perpendiculum; eo conatu fit ut dimidia tantum gravitas ſentiatur ejus quæ ſentiretur pendente gravi ex fune. Ita grave in plano AB [Fig. 1] dimidium pendet ejus quod rectè ſuſpenſum penderet, quia eodem tempore ſpatium BA quo duplum ejus BC in perpendiculo tranſiret. Scimus autem dimidium pendere quia BA dupla eſt BD perpendicularis.

[Fig. 2.]



6. Si longitudo funiculi dupla ſit alterius; converſio autem integra utriusque, ſive ſimiles arcus, eodem tempore fiant, erit attractio in funiculo longiori dupla quoque ejus quae in breviori ſentitur [7]).

remarque ensuite: „Hic calculus quoque corrigendus esset ponendo pro 14 p. 13.8 unc. sive $13\frac{2}{3}$ pedis". Il exécute en effet ce calcul et trouve maintenant une longueur de 5164292231 pieds.

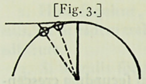
4) Comparez le Tome XV p. 533, note 3. Snellius exprime le diamètre de la Terre en Verges de Rhynlande, „Eratosthenes Batavus" Lib. II, Cap. XII.

5) Le nombre 265 (ou plutôt 264) correspond à la longueur du fil ou du rayon indiquée dans la note 3. On a, en effet, 5164292231 : 19595160 = 263,5..

6) Le texte fait suite à celui de la Partie précédente. Dans les §§ 5—8 Huygens esquisse le commencement d'une démonstration du théorème énoncé dans la deuxième Partie, en se basant sur le principe de la première: „Conatus vis ut noscatur videndum quid futurum si globus solvatur. Et id quidem solum quod statim post solutionem fieret". Il se contente dans les §§ 6—8 d'indiquer par une figure la démonstration des propositions qu'il énonce. La Fig. 3 montre combien le mobile s'écarte de la tangente après avoir parcouru des arcs fort petits. Dans les Fig. 2 et 4 il faut partout supposer construits des écarts analogues. Dans le cas de la Fig. 3 par exemple on démontre aisément qu'à la limite (lorsque les arcs considérés deviennent „infiniment petits") l'écart qui correspond à l'arc double est 4 fois plus grand que celui qui correspond à l'arc simple. D'après le § 5 il faut donc, pour maintenir le globe deux fois plus rapide dans son orbite, une force quadruple. Le § 10 est une application du théorème du § 1.

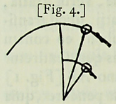
7) Huygens ajoute: „Hoc generaliter postea demonstratum ut et duæ sequentes". Comparez les Propositions I, II et III du Traité (p. 267— 271).

[Fig. 3.]



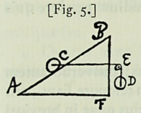
7. Si duplicetur velocitas circumvolutionis, attractio prioris quadrupla efficitur.

[Fig. 4.]



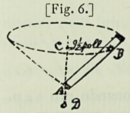
8. Si eadem celeritate in diversæ magnitudinis circulis gyretur, hoc est ut eodem tempore arcus æquales (non autem similes) absolvat, erit attractionis vis in ratione contraria qua circulationis radij, ita ut in minori radio major sit attractio.

[Fig. 5.]



9 [1]). Si pondus C sustineatur in plano inclinato AB à pondere D liberè pendente, sitque funis CE horizonti parallelus: Erit gravitas D ad C sicut perpendicularis BF ad basin FA. Ex Mechanicis. Hinc si BF æqualis ponatur FA debebit gravitas D ipsi C æqualis esse.

[Fig. 6.]



10. Si tubus AB inclinatus gr. 45, gyretur circa AC axem, singulis secundis semel circumiens, intraque eum collocetur sphærula B, ea se hoc loco sustinebit si fuerit AC vel CB $9\frac{1}{2}$ poll. Rhynl. [2]) Certe non decidet, sed sursum evolabit [3]). Si enim in rota jaceret, distantiâ istâ $9\frac{1}{2}$ poll. [4]) à centro C remota; posset æqualem sibi sphærulam D pendentem sustinere, alligatam videlicet fune DCB, ac per centrum rotæ dependentem. In tubo autem gyrato nititur à centro tendere secundum CB rectam. Eadem autem vis requiretur ad sustinendum globulum in B super plano BA, premendo nempe secundum CB, atque ad sustinendum eundem globulum liberum

---

[1]) Comparez la p. 281; le § 9 n'est autre que le Lemma I des éditeurs.

[2]) Au lieu du nombre $9\frac{1}{2}$, Huygens avait écrit d'abord: $8\frac{3}{10}$. La formule $F = \frac{mv^2}{r}$ fait voir dans le cas du repos de la bille $CB = \frac{1}{2}g \times \frac{1}{2\pi^2}$. Pour $CB = 8\frac{3}{10}$ poll., $\pi = \frac{22}{7}$, on trouve $\frac{1}{2}g = 13\frac{8}{12}$ pieds de Rh.; pour $CB = 9\frac{1}{2}$ poll., $\frac{1}{2}g = 15\frac{7\frac{1}{2}}{12}$ pieds de Rh. Comparez p. 280, note 1 et p. 304, note 1.

[3]) Comparez le § 13. En vérité l'équilibre est instable vers les *deux* côtés puisque la force centrifuge diminue lorsque la bille descend et qu'elle augmente lorsque la bille monte.

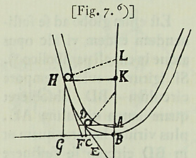
[4]) Au lieu du nombre $9\frac{1}{2}$, Huygens avait écrit d'abord $8\frac{3}{10}$. Comparez la note 2.

suspensum. Ergo eodem conatu tendendi à centro quo sphæra B sustinere potis est (rotæ videlicet imposita) sibi æqualem D pendulam, eodem et seipsam in canali AB sustinere poterit.

11. Si fiat canalis parabolicæ figuræ cujus $\frac{1}{4}$ latus rectum fuerit $9\frac{1}{2}$ unc. [4]) isque vertice impositus circa axem parabolæ convertatur singulis secundis; globulus quolibet loco intra canalem collocatus eum servabit. Si vero citius volvi incipiat contrariè ascendet.

Sit enim BA $\frac{1}{4}$ lateris recti et AD ordinatim applicata [5]). ergo hæc erit $9\frac{1}{2}$ unc. [4]). Hic autem tangens DE inclinatur angulo semi-recto. Ergo per præcedentem sustinebit se in D. Ponatur jam in H. Ergo quanto major est HK quam DA tanto violentior est attractio sive conatus à centro tendendi per 6. Sed et in planum inclinatum HF (quæ tangens est in H) impresso secundum rectam KH tanto majori vi opus est ad se sustinendum quam in plano DE ad angulum semirectum posito, quanto major est perpend. HG quam GF, per 9 [7]). Ergo quum sit ut HK ad DA ita HG ad GF (ut facile ostendi potest [8])) apparet impetum circulationis etiam globo in H posito sufficere ad se sustinendum.

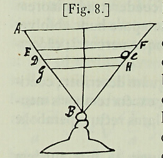
[Fig. 7. [6])]



12. Non solum autem si parabolæ latus rectum sit $9\frac{1}{2}$ unc. [4]) sed in quolibet alio canali parabolico quovis loco æque facile se sphæra suspensam tenebit. sed celeritas qua gyrari debebit canalis, quo amplior fuerit parabola, eo minor erit.

13. In canali recto inclinato evolabit globulus neque usquam conquiescere poterit [9]); hoc vero aliter se habet in cono concavo in quo immoto globulus circumeat. Et hoc quidem experientia ostendit; si enim in vitrum hujus formæ imponatur converso-que celeriter vitro, dein firmato, circumcursare in eo globulus coeperit, puta in circulo CD; aliquamdiu hunc motum continuare cernitur, ut nec altius ascendat nec deorsum labatur. Ratio autem ex superioribus manifesta est. Nam si exempl. gr. velit ascendere ad circulum EF, in eo æquali qua prius celeritate arcus non similes prioribus sed æquales

[Fig. 8.]



---

[5]) L'équation de la parabole étant $y^2 = 2px$, on a pour x (BA) $= \frac{1}{2}p$, AD (y) $= p$.

[6]) La droite DE représente une tangente à la parabole extérieure au point D, coupant la droite BG sous un angle de 45°.

[7]) C. à. d. par le Lemma I de la p. 281; ou plutôt par le Lemma II de la même page qui en découle.

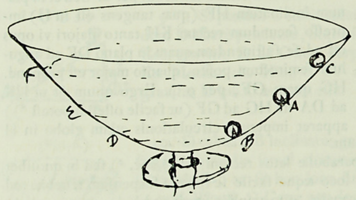
[8]) Huygens ajoute en marge: „quia scilicet DA ∞ CL, si fiat HL perp. tangenti HF".

[9]) Il est évident que si l'on pouvait donner au tube incliné *exactement* la vitesse de rotation

abſolvet eodem tempore, quamobrem, ex 8 [1]), quanto minor eſt diameter DC diametro EF tanto minor erit vis à centro recedendi, eunti per circulum EF quam per DC: ſed in DC tantam habebat duntaxat ut ſe ſuſtinere poſſet; eſtque plani inclinatio eadem; ergo cum in DC circulo ſe ſuſtinere potuerit, in circulo GH manere non poterit ſed eo unde venit aſcendet. ne quidem deſcendet itaque ex DC, niſi cum celeritatem paulatim amiſerit, occurſu aëris et vitri globique asperitate nonnulla.

14. Idem accidit in calice parabolico. Hoc autem pulcrum in hujusmodi calice vel ſpeculo parabolico, quod globus in eo circumiens omnes revolutiones ἰσοχρόνους habet, quocunque loco currens.

[Fig. 9.]



Eſt enim globo ad ſe ſuſtinendum eadem vi hîc opus atque in canali parabolico [2]). Si igitur breviori tempore circulum BD abſolveret quam antea circulum AE, plus virium haberet quam ut in BD circulo ſe ſuſtinere poſſet ideoque ascenderet. Ponitur autem non ascendere, ſed in circulo BD circumire. ergo non breviori tempore abſolvit circulum BD quam AE. Sed nec longiori; quoniam tunc non ſufficeret ei conatus à centro recedendi ad ſe ſuſtinendum in BD circulo, ideoque deſcenderet ad minorem circulum: Ponitur autem gyrari in BD; Ergo nec longiori tempore hunc abſolvet quam circulum AE. Itaque apparet eodem tempore utrumque percurri; eâdemque ratione quemcunque alium in calice circulum.

Minimo motu calicis, ita ut vertex ejus circellum exiguum describat, continuari poteſt motus globuli; cujus ſi circuitus numerentur, exacta temporis menſura hoc pacto habebitur, pendulo accuratior. Et ſi fuerit $\frac{1}{2}$ latus rectum parabolæ $9\frac{1}{2}$ poll. [2]) ſinguli circuitus ſecundo minuto peragentur.

Si loco ſpeculi parabolici ſumas ſphæricum radio $9\frac{1}{2}$ unc. [3]) fere eundem

requise, le globe resterait en place. Huygens veut dire que cet équilibre est instable, tandis qu'au contraire celui d'un globe tournant dans une cavité en forme de cône renversé est stable.

[1]) Les éditeurs (bien qu'ils n'aient pas publié ce texte) ont corrigé le „8" en „prop. 3". Comparez p. 271, prop. III.

[2]) Comparez le § 11.

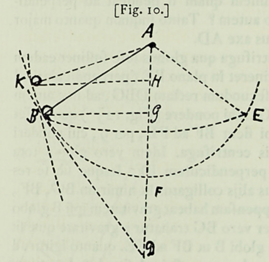
[3]) Au lieu du nombre $9\frac{1}{2}$, Huygens avait écrit d'abord $8\frac{3}{10}$. Comparez la note 2 de la p. 306.

effectum videbis, ſed erunt tamen circuitus paulo celeriores, et ij maxime qui erunt latiſſimi.

Globulum minimum quempiam conſidero, nam alioqui ob magnitudinem ejus ne in parabolico quidem perfecta ratio erit prorſus, ſed paulo citius majores globi circumcurrent.

15. Si globulus [Fig. 10] ex filo AB ſuspenſus gyretur, ita ut A ſit coni vertex quem filum describit, quo obtuſiorem conum volumus, eo velociores circulationes eſſe neceſſe eſt [4]). Eadem enim vi centrifugâ hîc opus eſt ad ſuſtinendum globum in

[Fig. 10.]



circulo BE, atque ad eundem ſuſtinendum in tubo inclinato ſecundum BD; Et in univerſum eadem vis in quolibet alio circulo, quem globus ex filo AB religatus describit, requiretur, quæ deberet eſſe ad ſeſe ſuſtinendum in concavo ſphærico BFE, cujus radius AB. Ergo ſi BFE ſit circumferentiæ quadrans, hoc eſt angulus DAB ſemirectus, AG autem vel GB ∞ $8\frac{3}{10}$ [5]) unc. pedis Rhenol.ci oportet ſingulis ſecundis circulum BE horizontalem percurri. Et viciſſim quoties AG vel BG eſt $8\frac{3}{10}$ unc. hoc eſt AB $11\frac{8}{11}$ unc. fiatque gyrando angulus BAD ſemirectus, ſinguli circuitus ſingulis ſecundis abſolventur. Quod ſi definire oporteat quo tempore circuitus peragi debeat, ut ſe in K ſuſtinere queat, ſic procedam. Sit BG ∞ a, KH ∞ b, HA ∞ c. Quoniam HK major eſt BG, ideo ſi in K eodem tempore circumeat quo in B, erit vis centrifuga tanto major in K circumlato quam in B, quanto major KH quam BG per 6. Si autem fiat ut BG ad mediam proportionalem inter BG et KH ita tempus unius ſecundi quo in B circuit, ad aliud, illud erit tempus quo circumiens in K æqualem vim centrifugam nanciscitur atque habebat in B, per 2. Unde ut a —— $\sqrt{ab}$ —— $1''$ / $\frac{1\sqrt{ab}}{a}$, ſive $\sqrt{\frac{b}{a}}$ [6]), eſtque hoc tempus dictum. Sed oportet in K eam vim habere quæ ſit ad vim in B ſicut KH ad HA. Ergo per 7. ſi fiat ut KH ad mediam proportionalem inter KH, HA, hoc eſt ad $\sqrt{bc}$, ita tempus $\sqrt{\frac{b}{a}}$ ad aliud quod

[4]) Huygens ajoute en marge: „Hoc postea melius tractavi." Comparez la Prop. X, p. 287, dont celle du texte est une conséquence immédiate.

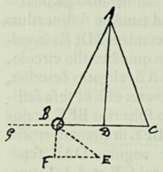
[5]) En marge: $9\frac{1}{2}$. Comparez la note 2 de la p. 306.

[6]) C'est-à-dire: $a : \sqrt{ab} = 1'' : x$; donc $x = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ou $\sqrt{\frac{b}{a}}$.

erit $\sqrt{\frac{c}{a}}$, hoc erit quæſitum. Hoc eſt ſi fiat ut BG vel GA ad mediam proportionalem inter GA et HA, ita 1″ ad aliud; id erit tempus quo circuitus in K abſolvi debet, ut ſe illic ſuſtinere globulus poſſit.

16. In concavo autem ſphærico eandem eſſe apparet temporum circulationis determinationem, ideoque tempora in ejusmodi concavo inæqualia eſſe.

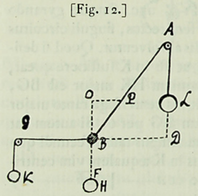
[Fig. 11.]



17. Cum globus [Fig. 11] ut modo gyratur in orbem horizonti parallelum, fune ligato ad A punctum, certum eſt validius trahi funem quam ſi pendeat ad perpendiculum ex A. quanto autem? Tanto inquam quanto major eſt AB latus coni ejus axe AD.

Eſt enim vis centrifuga qua globus ſeſe ſuſtinet eadem atque ea qua ſe ſuſtineret in plano BE (perpendiculari ad AB) ſi traheretur ſecundum rectam DBG, ad hoc autem opus eſſet funem BG trahi pondere [Fig. 12] [1]) quod eſſet ad gravitatem globi ſicut BF ad FE, per 9, cui ponderi nunc æquipollet vis centrifuga. Idem vero globus tota gravitate ſua deorſum trahitur ſecundum perpendiculum BF. Itaque ſic ſe res habet tanquam ſi extremus funis B duobus alijs colligatus ſit nimirum BG, BF, quorum BF appenſam habeat gravitatem ipſi B globo æqualem, alter vero BG trahatur à gravitate quæ ſit ad gravitatem globi B ut BF ad FE. quanto igitur ad hæc ita ſuſtinenda opus eſt in A ſive L? Invenitur ex mechanicis pondus L ſe habere ad H ut AB ad AD. tanta igitur attractio quanta eſt ponderis L, ſentitur in A, cum globus B circumducitur fune AB in circulo BC. quod erat demonſtrandum.

[Fig. 12.]



Sequitur hinc, quæcunque fuerit funis AB longitudo, ſi angulus coni quem is funis deſcribit idem exiſtat idemque pondus maneat B, eandem ſentiri attractionem in A vertice [2]).

Conſidera tantum conatum recedendi a centro eſſe ſecundum horizontalem lineam ut BG, ideoque in gyratione fili in ſitu AB tantundem accedere gravitati vel attractioni ponderis B, quantum accederet ſi quis filo BG horizonti parallelo in ſitu illo ipſum retineret [1]). atqui notum eſt tantum tunc dictæ gra-

[1]) En marge Huygens trace encore une autre figure peu différente de la Fig. 12. Le poids K et la petite poulie en G y ont été remplacés par une main qui tire dans le sens BG. Nous avons ajouté à la fig. 12 les lettres O et P qui ne se trouvent chez Huygens que dans cette dernière figure.

vitati accedere ut opus ſit pondere L ad æquilibrandum B, ut nempe L ſit ad B ſicut PB ad BO, hoc eſt, ut BA ad AD. Ergo apparet gyrando pondus B in extenſione AB, ſentiri in A attractionem quantam facit pondus L ſimpliciter appenſum.

Itaque nec planum BE nec pondus K conſiderare opus eſt [3]).

[2]) Les alinéas qui suivent sont écrits en marge dans le Manuscrit.

[3]) Cette dernière remarque, jointe à celles des notes 7 de la p. 305 et 4 de la p. 309, fait voir pourquoi les éditeurs ont cru devoir supprimer les §§ 1—8 et 10—17. Huygens a continué la division en §§ encore jusqu'au numéro 20. Le § 18 correspond à la Prop. IX du Traité, p. 287 (et sa démonstration), le § 19 à la démonstration de la Prop. XVI (p. 297—299) et le § 20 à la démonstration de la Prop. XVII (p. 299—301). Viennent ensuite les considérations sur la pesanteur par lesquelles les éditeurs font débuter le traité.