CHRISTIANUS HUGENIUS

DE

VI CENTRIFUGA.

CHRISTIAAN HUYGENS

SUR LA

FORCE CENTRIFUGE[1].

La gravité eſt la tendance à choir: ſi l'on admet qu'en vertu de cette tendance les corps pondérables qui tombent ſoit verticalement ſoit en ſuivant des plans inclinés ſe meuvent avec une accélération telle qu'en des temps égaux d'égales viteſſes viennent s'ajouter à la viteſſe acquiſe, on peut en ſe baſant là-deſſus démontrer rigoureuſement que les eſpaces parcourus en des temps différents par des corps partant du repos ſont entre eux comme les carrés des temps. Or, ce réſultat eſt en parfait accord avec l'expérience. Il s'enſuit que l'hypothèſe énoncée eſt correcte. Les expériences de Galilée [3]), de Riccioli [4]), ainſi que les nôtres, montrent ce parfait accord; à ceci près que la réſiſtance de l'air cauſe un petit écart, d'autant moindre toutefois que les corps poſſèdent plus de gravité par rapport à la grandeur de leur ſurface et que nos expériences portent ſur des eſpaces plus courts. Il eſt donc parfaitement croyable que ſi la réſiſtance de l'air n'y faiſait pas obſtacle la même loi ſerait rigoureuſement obſervée même dans des eſpaces très vaſtes. Mais maintenant, de même qu'il réſulte de la réſiſtance de l'air qu'un

---

[1]) Le texte latin du préſent Traité est à peu près conforme à celui qui occupe les p. 401—428 des „Opuscula postuma" de 1703 (voir la note 1 de la p. XII de notre T. XIII). Nous possédons le Manuscrit, écrit de la main de Huygens, auquel ce dernier texte a été emprunté sauf des changements d'interponction et quelques autres changements, des additions et des omissions. Nous rétablirons en partie l'interponction de Huygens et nous rendrons compte dans les notes des changements et des omissions s'ils ne sont pas entièrement insignifiants; quant aux additions, parfois très considérables (voir la page 238 de l'Avertissement qui précède), nous les mettrons entre crochets.

Le Manuscrit de Huygens que nous venons de mentionner fait partie d'un assemblage de feuilles détachées dont les pages ont été numérotées par Huygens de 1 à 28. La première de ces pages a été datée par Huygens le 21 oct. 1659. Nous en reproduisons le contenu ainsi que celui des autres qui, comme elle, sont étrangères au présent Traité dans l'Appendice I. On y verra que les théorèmes qu'elle contient indiquent que la théorie de la force centrifuge

éd. 1703. 401.

CHRISTIANUS HUGENIUS

DE

VI CENTRIFUGA[1].

GRAVITAS eſt conatus deſcendendi [2]). Ponendo itaque gravia cadentia ſive ad perpendiculum ſive in planis inclinatis moveri ea acceleratione, ut temporibus æqualibus æqualia accreſcant celeritatis momenta, certiſſimè inde demonſtrari poteſt ſpatia diverſis temporibus è quiete peracta eſſe inter ſe, ſicut temporum quadrata. Hoc autem experientiæ exactè convenit. Ergo recte illud aſſumptum eſſe conſtat. Exactè convenire experimenta Galilei [3]) Riccioli [4]), noſtra comprobant; niſi quod aëris reſiſtentia pauxillum quid aberrare facit, ſed hoc eo minus quo corpora plus gravitatis pro ſuperficiei magnitudine continent, quoque in minoribus ſpatiis periculum facimus. Unde credibile omnino eſt niſi aëris reſiſtentia obeſſet etiam in vaſtiſſi-

---

se trouvait déjà dans un état très avancé. Le même fait est prouvé par quelques annotations dans le Manuscrit A (voir sur ce Manuscrit la p. 4 de notre T. XV); consultez à ce sujet l'Appendice V qui suit. Nous croyons donc pouvoir dater en substance de 1659 le présent Traité.

Outre l'édition de 1703 il en existe une réimpression, qui occupe les p. 107—134 du T. II des „Opera reliqua" de 1728, ouvrage mentionné à la p. II de la Préface de notre T. I.

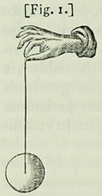
[2]) Cette phrase, ajoutée (ainsi que le mot „itaque" de la phrase suivante) par une autre main, fut empruntée à une autre feuille que le reste de cette page. On y lit de la main de Huygens: „Gravitas est conatus descendendi. Descendunt vero gravia motu accelerato secundum numeros impares ab unitate 1, 3, 5, 7". Après quoi Huygens fait suivre: „Itaque cum grave", etc. (voir le deuxième alinéa de la p. 257).

[3]) Il s'agit de la „Giornata terza" des „Discorsi e dimostrazioni mathematiche intorno à due nuoue scienze" de 1638, voir les p. 212—213 du T. VIII (1898) de l'édition nationale des „Opere di Galileo Galilei".

[4]) Voir les p. 381—397 du „T. I, Pars Post. Liber IX, Caput XVI" de l'„Almagestum novum", ouvrage de 1651 cité dans la note 7 de la p. 402 de notre T. I.

globe en liège atteint bientôt un point à partir duquel il se meut, en continuant à tomber, avec une vitesse uniforme (ce qui est nécessairement également vrai pour un globe en plomb si petit qu'il a par rapport à sa gravité autant de surface que le globe de liège, c'est-à-dire, dont le diamètre est à celui du globe de liège dans un rapport égal à celui de la gravité spécifique du liège à celle du plomb, comme je l'ai démontré ailleurs [1]): de même aussi j'estime à propos d'un globe en plomb arbitrairement grand que, s'il continue à tomber à travers de l'air, il parviendra enfin lui aussi à un état de mouvement uniforme, bien entendu après avoir parcouru un espace énorme, de sorte que la loi de l'accélération ne sera pas valable dans ce cas, et que par conséquent cette loi ne sera en réalité jamais observée avec une précision absolue. Ce n'est pas là pourtant une raison pour considérer la spéculation de Galilée sur ce mouvement comme peu importante et peu utile, pas plus ma foi que toute la mécanique qui traite des poids parce qu'on a coutume d'y admettre à tort que les corps pondérables tendent à tomber suivant des lignes parallèles entre elles, tandis qu'en réalité ces lignes convergent vers le centre de la terre. D'ailleurs pour la démonstration des théorèmes que nous traiterons ici, il suffit que pour des espaces arbitrairement petits l'accélération à partir du point de repos croisse suivant les nombres impairs 1, 3, 5, 7, comme Galilée l'a établi [3]).

[Fig. 1.]



Ainsi lorsqu'un corps pondérable est suspendu à un fil [Fig. 1], le fil éprouve une traction pour cette raison que le corps pondérable tend à s'éloigner dans la direction du fil d'un mouvement accéléré de cette espèce.

Or, par un mouvement accéléré suivant la progression enoncée un espace plus ou moins grand peut être parcouru dans le même temps comme lorsqu'un corps pondérable est maintenu sur un plan incliné AB [Fig. 2] par un fil CD parallèle à ce plan. En effet, dans ce cas aussi le corps tend à suivre une ligne DC d'un mouvement semblablement accéléré, mais non pas de telle façon qu'il parcourt en un certain laps de temps un chemin égal à celui qu'il parcourrait en ce même temps s'il avait été détaché d'un fil vertical. Il s'ensuit qu'on sent dans ce cas un moindre effort: d'autant moindre par rapport à cet autre dans la direction verticale que le corps parcourrait moins d'espace sur le plan incliné que dans la direction verticale durant le même temps.

---

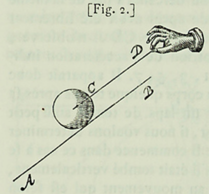
[1]) Huygens n'a jamais publié cette démonstration; on la trouve à la p. 85 du Manuscrit A et nous la reproduisons plus loin dans ce Tome (Travaux divers de Statique et de Dynamique de 1659 à 1666, Deuxième Partie, Dynamique, I). Consultez d'ailleurs sa lettre à Moray du 16 septembre 1661, p. 320—321 du T. III, où l'on voit que Huygens en 1661 avait vérifié le résultat de son calcul par l'expérience.

[2]) Un tel trait indique, ici et dans la suite, la fin d'une page de l'édition de 1703 des „Opuscula postuma".

mis spatiis eandem rationem perfectissimè observatum iri. Nunc autem, sicut ex illa fit ut sphæra ex subere brevi eo perveniat unde æquabili deinceps celeritate decidere pergat; quod de plumbea etiam necessario verum est, minuta adeo ut pro gravitate sua tantam superficiem habeat quantam suberea, hoc est, cujus diameter sit ad diametrum illius, sicut gravitas specifica suberis ad gravitatem plumbi, ut alias ostendi [1]): ita de plumbea quoque quantumvis magna existimo, si per aerem cadere pergat, perventuram quoque tandem ad æquabilem
p. 402. motum, post | [2]) immensum videlicet spatium peractum. adeo ut accelerationis ratio hìc locum non sit habitura, ac proinde revera nunquam præcisione exquisitissima servetur. Veruntamen non propterea parum egregia atque utilis Galilei de hoc motu speculatio censenda est, non magis hercle quam mechanica omnis quæ circa pondera versatur quod falso in illa præsumi soleat gravia parallelis inter se lineis descendere conari quæ revera ad centrum terræ vergunt. Cæterum ad illorum demonstrationem, quæ nos hic tractabimus, sufficit in minimis quamlibet spatijs à quietis puncto accelerationem crescere secundum impares numeros 1, 3, 5, 7, ut Galileus statuit [3]).

Itaque [4]) cum grave ex filo suspensum est [Fig. 1], ideo trahitur filum, quoniam grave conatur recedere secundum lineam fili motu accelerato ejusmodi.

[Fig. 2.]



Potest autem motu secundum dictam progressionem accelerato majus minusve spatium eodem tempore confici. velut cum in plano inclinato AB [Fig. 2] grave sustinetur filo CD ipsi plano æquidistanti. Nam & hic conatur grave progredi per lineam DC motu similiter accelerato, sed non ut tantundem spatii percurrat certa temporis particula, quantum percurreret eadem particula si à filo perpendiculari dimissum esset. Unde & minor conatus hic sentitur, qui nempe tanto minor est altero illo conatu perpendiculari, quanto minus spatium eodem tempore in plano inclinato quam in perpendiculari grave transiturum esset [5]).

---

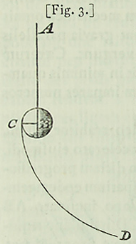
[3]) Voir (p. 210 du T. VIII de l'édition nationale) le „Corollarium I" du „Theorema II, Propositio II" de la „Giornata terza" des „Discorsi".

[4]) Comparez la note 2 de la p. 255.

[5]) On lit encore dans le Manuscrit: „nam quanto minus spatium eodem tempore globus idem C in plano inclinato BA percursurus est quam in perpendiculari, tanto levius attrahere filum CD, quam illud unde perpendiculariter sustinetur, ostensum est".

Nous admettons en outre que toutes les fois que deux corps de poids égaux ſont l'un et l'autre retenus par un fil et qu'ils poſſèdent la tendance de s'éloigner dans la direction du fil d'un même mouvement accéléré, par lequel ils parcourraient des chemins égaux dans le même temps, l'on ſent auſſi la même traction de ces fils ſoit vers le bas ſoit vers le haut ſoit dans toute autre direction où ils ſont tirés, ſans qu'il faſſe aucune différence de quelle cauſe cette tendance provient, pourvu qu'elle ſoit là. Or, la même tendance exiſte lorsque, ſi l'on met les corps en liberté, autrement dit ſi l'on ne tient pas leur tendance en échec, un même mouvement aura lieu. Et ceci ne doit être appliqué qu'au mouvement initial, en prenant un laps de temps auſſi petit que poſſible. En effet, ſi par exemple le globe B [Fig. 3] eſt ſuſpendu au fil AB et touche latéralement la ſurface concave CD, mais de telle manière que la droite menée du centre B de la ſphère au point de contact ſoit perpendiculaire tant au fil AB qu'à la tangente à la courbe, nous ſavons que le globe n'eſt nullement ſupporté par la ſurface CD mais qu'il tire la corde AB avec autant de force que s'il ne touchait pas la ſurface CD mais qu'il était librement ſuſpendu. Néanmoins s'il eſt détaché de la corde et qu'il tombe, il ne deſcendra pas de la même manière que s'il quittait la corde après avoir été librement ſuſpendu; mais précipité ſur la ſurface CD il n'obſervera pas même exactement la proportion de l'accélération indiquée par les nombres impairs 1, 3, 5, 7. Il apparaît donc qu'il ne faut pas avoir égard à ce qui arrivera au corps quelque temps après ſa ſéparation de la corde, mais qu'il faut conſidérer un laps de temps auſſi petit que poſſible après le commencement du mouvement, ſi nous voulons déterminer la force de la tendance au mouvement. Or, le globe B commence dans ce cas à ſe mouvoir après la ſéparation de la corde comme s'il était tombé verticalement, parce qu'au commencement il a cette inclination au mouvement qui eſt ſelon la droite AB, puisque celle-ci eſt parallèle à la tangente à la courbe en C. Voyons maintenant dans le cas de corps liés à un fil ou à une roue qui tourne, de quelle nature et de quelle grandeur eſt la tendance qui les porte à s'éloigner du centre.

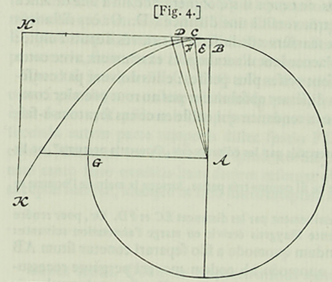
[Fig. 3.]



Suppoſons la roue BG [Fig. 4] qui tourne autour de ſon centre A parallèle au plan de l'horizon; un globule lié à la circonférence poſſède, lorsqu'il a atteint le point B, la tendance de continuer ſon mouvement ſuivant la droite BH qui touche la roue en B; en effet, s'il eſt détaché en cet endroit de la roue et qu'il s'envole, il prendra le chemin droit BH et ne le quittera pas à moins qu'il ne ſoit tiré en bas par la force de la gravité ou que ſon cours ne ſoit entravé par la rencontre d'un autre corps. Mais ce qui paraît à première vue difficile à comprendre, c'eſt pourquoi le fil AB eſt ſi fortement tendu alors que le globe a la tendance de ſe mouvoir

Porro quoties duo corpora æqualis ponderis unum quodque filo retinetur, ſi conatum habeant eodem motu accelerato, & quo ſpatia æqualia eodem tempore peractura ſint, ſecundum extenſionem fili recedendi: Æqualem quoque attractionem iſtorum filorum ſentiri ponimus, ſive deorſum ſive ſurſum ſive quamcunque
p. 403. in| partem trahantur. Neque referre qua ex cauſa conatus ejuſmodi oriatur, dummodo adſit. Adeſt autem idem conatus, ſi data facultate ſeu non inhibito conatu, idem circa motum continget. Idque in initio motus tantum ſpectandum eſt, accepta parte temporis quamlibet exigua. Nam ex. gr. ſi globus B [Fig. 3] pendeat a filo AB, tangat autem a latere ſuperficiem cavam CD, verum ita ut quæ a centro ſphæræ B ad contactum ducitur ſit & filo AB & tangenti curvam perpendicularis [1]), ſcimus jam globum neutiquam à ſuperficie CD ſuſtineri, ſed æque valide trahere funem AB ac ſi planum CD non tangeret ſed libere ſuſpenſus eſſet. Attamen ſi à fune ſeparetur decidatque, non deſcendet eodem modo, ac ſi libere ſuſpenſus fune excidiſſet, ſed per ſuperficiem CD devolutus ne quidem accelerationis proportionem ſecundum numeros impares 1, 3, 5, 7 accurate ſervabit. Itaque apparet non illud reſpiciendum quid aliquandiu poſt ſeparationem à fune gravi futurum ſit, ſed quamlibet minimam temporis particulam ab incepto motu conſiderandam, ſi vim conatus determinare velimus. Incipit autem hîc globus B, poſt ſeparationem à fune, ita moveri, quemadmodum ſi perpendiculariter decidiſſet, quoniam initio eam determinationem motus habet quæ eſt ſecundum rectam AB, quoniam hæc tangenti curvam in C parallela eſt. Nunc videamus quis quantusque conatus ſit corporibus filo vel rotæ quæ circumgyratur alligatis, ut à centro recedant.

[Fig. 4.]



Sit rota BG [Fig. 4] quæ circa A centrum convertatur, horizontis plano æquidiſtans. globulus ad circumferentiam ligatus, ubi ad B punctum venerit, conatum habet pergendi ſecundum rectam BH, quæ rotam in B contingit: nam, ſi hic ab rota ſeparetur avoletque rectam viam BH inſiſtet, nec relinquet eam niſi vi gra-
p. 404. vitatis deorſum| trahatur, vel occurſu alterius corporis curſus ejus impediatur. Hoc vero primo intuitu difficile intellectu

[1]) Au lieu de la phrase précédente on lit dans le Manuscrit: „ut quæ a contactu ad sphæram ducitur sit ipsi AB perpend.laris". Le changement a été apporté par les éditeurs des „Opuscula postuma".

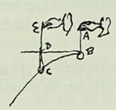
ſuivant la droite BH qui eſt perpendiculaire à AB. Mais tout s'expliquera par les conſidérations ſuivantes. Suppoſons cette roue très grande de ſorte qu'elle emporte facilement avec elle un homme placé ſur elle en B près de ſa circonférence, mais attaché de ſorte qu'il ne peut pas être lancé dehors lui-même; et que cet homme tienne de ſa main un fil à l'autre bout duquel ſoit attaché une balle en plomb [2]). Eh bien, le fil ſera tendu de la même manière, et tout auſſi fortement par la force de la rotation, ſoit qu'il ſoit tenu de cette manière, ſoit qu'il ſe prolonge juſqu'en A et qu'il ſoit attaché là; quant à la cauſe de ſa tenſion, on pourra maintenant mieux en juger. Prenons des arcs égaux BE, EF, petits par rapport à la circonférence entière, par exemple des centièmes parties ou de plus petites encore. L'homme attaché à la roue de qui nous avons parlé, parcourt donc ces arcs en des temps égaux, tandis que le plomb, s'il était abandonné à lui-même, parcourrait les droites, égales à ces arcs, BC et CD, dont les extrémités C et D ne tombent, il eſt vrai, pas préciſément ſur les droites qui relient le centre A aux points E et F, mais s'en écartent extrêmement peu dans la direction vers B. Il appert maintenant que lorſque l'homme ſera parvenu juſqu'en E, le plomb ſera en C s'il a été lâché au point B, tandis que, lorſque l'homme aura atteint le point F, le plomb ſera en D; nous dirons donc à bon droit que le plomb a cette tendance [3]).

Que ſi les points C et D [4]) étaient ſur les prolongements des droites AE et AF, il ſerait certain que le plomb tend à s'éloigner de l'homme ſuivant la droite même qui émanant du centre paſſe par l'endroit qu'il occupe; et cela de telle façon que pendant le premier laps de temps il s'éloignerait de lui à une diſtance EC, et qu'après le deuxième il ſe trouverait à une diſtance FD. Or ces diſtances EC, FD etc. croiſſent de la même manière que la ſérie des carrés depuis l'unité: 1, 4, 9, 16 etc. En effet, elles s'accordent d'autant plus exactement avec cette ſérie que les particules BE, EF ſont priſes plus petites: elles doivent par conſéquent être conſidérées comme n'en différant abſolument pas au tout premier commencement. Il eſt donc évident que la tendance qui exiſte en ce cas ſera tout-à-fait

[1]) Au lieu des deux derniers mots, intercalés par les éditeurs des „Opuscula postuma", on lit dans le Manuscrit: „superstantem".

[2]) On doit se représenter la longueur de ce fil comme très petite, lorsque la main de l'homme se trouve très près du bord de la roue.

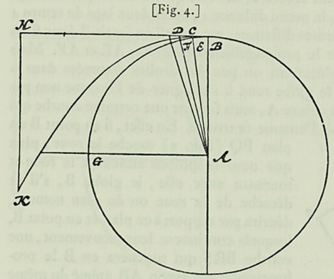
[3]) Savoir la tendance à s'éloigner successivement par les distances EC et FD. Or, pour rendre cette conclusion encore plus évidente Huygens écrivit en marge l'annotation suivante:



„non reſpiciendum quomodo a filo ſeparari conetur ſitum AB ſervante, ſed quomodo àb eodem moveri pergente receſſurum ſit. Quod exemplo globuli ex filo ſuſpenſi quod quis æquabili motu horizontali defert clarum fiet. hoc enim ſi ſeparetur à filo in B parabolam deſcribet BC quæ ad rectos angulos occurrit AB. Verum tamen conatum integrum gravitatis

videtur, cur adeo tendatur filum AB, cum globus conetur ire ſecundum BH rectam quæ ad AB perpendicularis eſt. Sed omnia hoc modo clara fient. Cogitemus maximam quampiam rotam hanc eſſe, ut hominem prope circumferentiam ei inſiſtentem [1]) in B, facile una ſecum deferat; verum ita affixum ut ne excuti ipſe poſſit; teneat autem manu ſua filum cum alligata ad caput alterum fili glande plumbea [2]). Eodem igitur modo & æque valide filum tendetur ex vi vertiginis, ſive ita contineatur, ſive filum idem ad centrum uſque A porrigatur, ibique deligatum ſit: ratio autem ob quam tenditur manifeſtius jam percipi poterit. Sumantur arcus æquales BE, EF, exigui ratione totius circumferentiæ, puta partes centeſimæ vel minores etiam. Hoſce igitur arcus is quem diximus homo æqualibus temporibus pertranſit rotæ affixus, plumbum autem iiſdem temporibus decurreret, ſi dimitteretur, per rectas BC, CD dictis arcubus æquales, quarum termini C, D, non quidem in eas rectas incidunt omnino, quæ ex centro A per puncta E, F, ducuntur, ſed minimum quid verſus B ab iis lineis diſtant. Apparet jam, ubi homo pervenerit in E, plumbum futurum in C, ſi in B puncto dimiſſum fuiſſet, ubi autem ad F ille pervenerit, futurum in D. unde hunc conatum ineſſe plumbo rectè dicemus [3]).

[Fig. 4.]



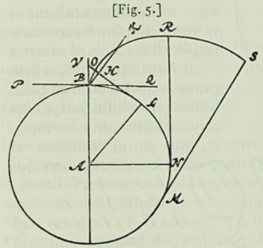
Quod ſi jam puncta C, D [4]) eſſent in rectis AE, AF productis, certum eſſet conari plumbum recedere ab homine per ipſam lineam quæ à centro per locum ejus ducitur; & quidem ita ut prima temporis parte removeatur ab eo ſpatio EC, ſecunda autem parte temporis diſtet ſpatio FD. Hæc autem ſpatia EC, FD &
p. 405. cætera | deinceps ita creſcunt ut quadratorum ſeries ab unitate 1, 4, 9, 16 &c. nam tanto ſanè exactius hanc ſeriem referunt quanto minores particulæ BE, EF acceptæ fuerint, ideoque in ipſo initio tanquam nihil differrent conſideranda ſunt.

manus sentit. Quoniam respectu manus moveri pergentis descendere conatur globus secundum extensionem fili, nam ubi manus pervenerit in E, globus a filo separatus esset spatio DC. Et plane rectam lineam percurreret respectu manus motae licet respectu quiescentis parabolam percurrat".

[4]) Savoir les points choisis plus haut de sorte que BC = arc BE et BD = arc BF.

ſemblable à celle qu'on ſent lorſque le globe eſt tenu en ſuſpenſion à un fil, parce que dans ce dernier cas auſſi le corps tend à s'éloigner ſuivant la direction même du fil d'un mouvement ſemblablement accéléré; de ſorte qu'à la fin du premier laps de temps le corps aura parcouru la petite diſtance 1, après deux laps de temps 4 petites diſtances, après trois 9 petites diſtances, etc. Ainſi en ſerait-il donc ſi les points C et D ſe trouvaient ſur le prolongement des droites AE et AF. Mais maintenant comme ces points s'écartent un peu des droites nommées dans la direction de B, il s'enſuit que le globe tend à s'éloigner de l'homme non pas ſuivant la ligne droite qui part du centre A, mais ſuivant une certaine courbe qui touche cette droite à l'endroit où l'homme ſe trouve. En effet, ſi au point B un plan PQ [Fig. 5] touche la roue, plan que nous ſuppoſons attaché à la roue et tournant avec elle, le globe B, s'il ſe détache de la roue ou du plan nommé, décrira par rapport à ce plan et au point B, leſquels continuent leur mouvement, une courbe BRS qui touchera en B le prolongement du rayon AB animé du même mouvement. Si nous voulons décrire cette courbe, il ſuffira d'enrouler un fil quelconque ſur la circonférence BNM et de mouvoir ſon extrémité B vers RS de telle manière que la partie qui a quitté la circonférence BNM reſte toujours tendue, car par ce mouvement le fil décrira de ſon extrémité la dite ligne BRS, ce qu'il eſt facile de démontrer. Or, cette ligne poſſédera la propriété ſuivante: en quelque point, tel que N, de la circonférence qu'on mène une tangente à la circonférence coupant la courbe en R, cette droite NR ſera égale à l'arc NB; ce qui eſt évident d'après la genèſe de la courbe. Il s'agit maintenant de démontrer que la courbe et la droite AB ſe touchent au point B. Soit NR une tangente à la circonférence parallèle à AB. Il eſt certain que la partie BR de la courbe eſt ſituée toute entière entre les droites parallèles AB et NR, car ſi l'on y prend un point quelconque tel que O et qu'on fait paſſer par ce point la tangente à la circonférence VOL, LO ſera égale à l'arc LB et par ſuite plus petite que la tangente du même arc qui eſt LV: par conſéquent il eſt néceſſaire que le point O tombe entre V et L; et la même choſe peut être démontrée pour un point quelconque ſitué ſur BR.

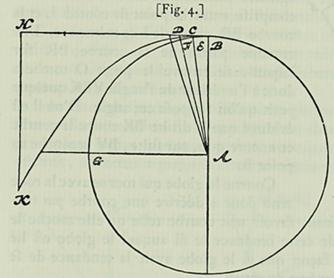
[Fig. 5.]



Si l'on dit maintenant que la droite BV ne touche pas la courbe BR en B, on pourra donc tracer à partir de B une certaine droite BK faiſant avec BV un ſi petit angle qu'elle ne coupe pas la courbe BR; ſoit BK cette droite. Tirons le rayon AL parallèle à BK et ſoit LH perpendiculaire à cette même droite BK et

Itaque ſimilem planè conatum hunc fore conſtat illi qui ſentitur cum globus filo ſuſpenſus tenetur, quoniam tunc quoque conatur recedere ſecundum lineam ipſius fili, motu ſimiliter accelerato; ut nempe prima temporis parte exacta peregerit ſpatiolum 1, duabus temporis partibus ſpatiola 4, tribus 9 &c. Sic igitur ſe res haberet ſi puncta C, D, eſſent in rectis AE, AF productis. Nunc autem quia parum verſus B à prædictis lineis recedunt, contingit inde ut globus non per rectam lineam è centro A venientem conetur ab homine recedere ſed per curvam quandam quæ rectam illam tangit eo loco ubi homo conſiſtit. Nempe ſi rotam contingat in B [Fig. 5] planum PQ, quod ei ſit affixum atque una cum ipſa circumferatur, globus B, ſi a rota ſeu plano dicto ſeparetur, deſcribet reſpectu ejuſdem plani punctique B porro moveri pergentium curvam BRS, quæ radium AB una tranſlatum productumque tanget in B. quam curvam ſi deſcribere velimus, tantum filum aliquod circumferentiæ BNM circumponendum eſt, ejuſque caput B ducendum verſus RS, ita ut ſemper extenſa maneat pars ea quæ circumferentiam BNM reliquit; hoc enim motu, extremo ſui puncto, dictam lineam BRS deſcribet; quod facile eſt oſtendere. Erit autem hæc lineæ proprietas, ut ſi ad quodlibet circumferentiæ punctum, ut N, ducatur tangens circumferentiam quæ occurrat curvæ in R, hæc ipſa NR æqualis ſit arcui NB; quod ex ortu perſpicuum eſt. Tangere autem ſe mutuo curvam rectamque AB in puncto B eſt oſten-
p. 406. dendum. Sit NR tangens circumferentiæ, | parallela AB. Conſtat [1]) curvæ partem BR totam intra rectas parallelas AB, NR jacere, nam ſi quodvis in ea punctum ut O ſumatur, per quod tangens ad circumferentiam ducatur VOL, erit LO æqualis arcui LB ideoque minor tangente ejuſdem arcus, quæ eſt LV: unde punctum O inter V & L cadere neceſſe eſt. atque idem de quocunque puncto in BR accepto oſtendi poteſt.

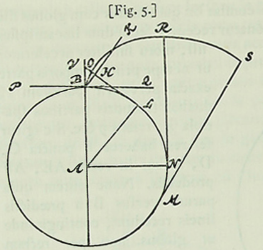
[Fig. 4.]



Jam vero ſi curvam BR dicatur non tangere recta BV in B, ergo poterit duci ex B recta quæpiam BK tam exiguo angulo ſuper BV inclinata ut curvam BR non ſecet. ſit ea BK. Ducatur AL radius parallelus BK, ſitque LH ad eandem BK perpendicularis. ideoque & ad AL. Eſt igitur LH æqualis ſinui arcus BL ideoque

[1]) Le Manuscrit intercale „jam".

[Fig. 5.]



par conséquent aussi à AL. LH est donc égale au sinus de l'arc BL et par suite moindre que cet arc. Mais la droite LHO comprise entre le point de contact L et la courbe BR est égale à ce même arc. Une certaine partie de la courbe BR sur laquelle se trouve le point O tombera donc à l'intérieur de l'angle VBK quelque petit qu'on suppose cet angle. D'où il est évident que la droite BK coupe la courbe et encore que, par suite, BV la touche au point B.

Comme le globe qui tourne avec la roue tend donc à décrire une courbe par rapport au rayon sur lequel il est situé, savoir une courbe telle qu'elle touche le rayon, il apparaît qu'en vertu de cette tendance le fil auquel le globe est lié ne doit pas être tendu d'autre façon que si le globe avait la tendance de se mouvoir suivant le prolongement même du rayon.

Or, les distances que le globe parcourrait sur la dite courbe dans des temps croissant par portions égales, sont aussi entre elles comme la série des carrés depuis l'unité 1, 4, 9, 16 etc., bien entendu si nous portons nos regards sur le commencement du mouvement et sur des espaces très-petits; ce que la figure ci-jointe [Fig. 6] fait voir, où BE, EF, FM sont pris comme arcs égaux sur la circonférence de la roue, et où BK, KL, LN sont des droites situées sur la tangente BS égales aux dits arcs; tandis qu' EC, FD et MS sont des lignes provenant du centre. Par conséquent dans cette figure si le globe fût détaché en B de la roue tournante, au moment où le point B serait parvenu en E le globe serait en K et aurait parcouru la petite partie EK de la courbe décrite plus haut; mais à la fin du deuxième temps, lorsque B serait venu en F, le globe se trouverait en L et aurait alors parcouru la partie FL de la courbe. Et de même lorsque B serait venu en M, le globe aurait décrit la partie MN de la courbe. Or, ces parties de la ligne courbe doivent être considérées, immédiatement après la séparation du globe de la roue, comme identiques avec les droites EC, FD et MS qu'elles touchent; parce que les arcs peuvent à partir du point B être pris si menus que la petite différence qui existe entre les

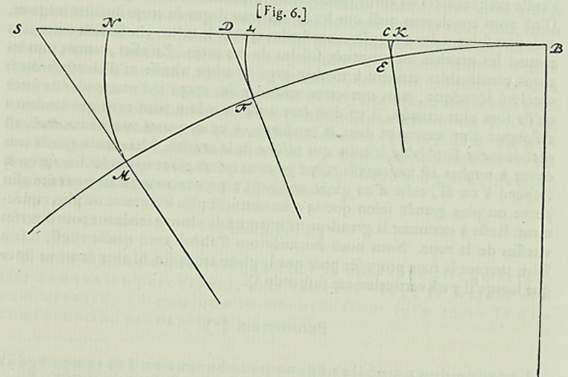
[1]) On trouve encore en marge: „vel sic, si BV non est tangens in B. Sit ergo BK tangens. Probetur deinde non esse. Ergo sola BV tangens erit."

hoc arcu minor. Æqualis autem eidem arcui est recta LHO inter contactum L & curvam BR intercepta. Itaque pars aliqua curvæ BR in qua est punctum O cadet intra angulum VBK, quamtumvis exiguus esse ponatur. Unde manifestum est rectam BK secare curvam, ideoque BV demum tangere eam in B [1]).

Cum itaque globus cum rota circumactus curvam describere conetur respectu radii in quo situs est, ac talem quidem quæ radium contingat, apparet conatu hoc filum cui alligatus est, non secus tendi debere quam si secundum ipsum radium productum globus ire conetur.

Sunt autem & spatia quæ in dicta curva globus peracturus esset temporibus æqualiter crescentibus, sicut series quadratorum ab unitate 1, 4, 9, 16, &c. si videlicet principium motus spatiaque minima attendamus; quod apposita figura [Fig. 6] ostendit, ubi arcus æquales in circumferentia rotæ accepti sunt BE, EF, FM; &

[Fig. 6.]



in tangente BS rectæ dictis arcubus æquales BK, KL, LN; lineæ vero ex centro sunt EC, FD, MS. Hic itaque si globus à circumeunte rota divelleretur in B; tum
p. 407. ubi | punctum B pervenisset in E globus esset in K, particulamque curvæ supra descriptæ percurrisset EK. post secundum vero tempus exactum cum B venisset in F, globus in L reperiretur, jamque curvæ partem FL percurrisset. Similiterque cum B venisset in M, globus peregisset curvæ portionem MN. Hæ vero curvæ lineæ partes tanquam eædem cum rectis EC, FD, MS, quas contingunt, in principio separationis globi ab rota, considerandæ sunt. quoniam tam parvi arcus à

droites et ces courbes aura à leur longueur un rapport plus petit que tout rapport imaginable.

Par conſéquent les eſpaces EK, FL et MN doivent être conſidérés eux auſſi comme croiſſants ſuivant la ſérie des carrés depuis l'unité 1, 4, 9, 16. Et ainſi la force exercée par le globe attaché à la roue tournante ne ſera pas autre que s'il tendait à ſe mouvoir ſuivant la droite qui relie le centre à lui, et cela d'un mouvement accéléré par lequel il parcourrait en des temps égaux des diſtances qui croiſſent ſuivant les nombres 1, 3, 5, 7, etc. En effet, il ſuffit que cette progreſſion ſoit obſervée au commencement; car quand même il ſe mouvrait plus tard ſelon n'importe quelle autre loi ou par n'importe quel mouvement, ceci ne ferait aucune différence pour la tendance qui exiſte avant le commencement du mouvement. Mais cette tendance dont nous avons parlé eſt abſolument ſemblable à celle avec laquelle les corps pondérables ſuſpendus à un fil aſpirent à deſcendre. D'où nous conclurons auſſi que les forces centrifuges de corps mobiles inégaux, mais mus ſuivant des circonférences égales et avec la même viteſſe ſont entre elles comme les gravités ou quantités ſolides de ces corps. En effet, comme tous les corps pondérables tendent à tomber avec la même viteſſe et d'un mouvement accéléré identique, mais que cette tendance des corps a d'autant plus de force qu'ils ſont plus grands, il en doit être auſſi de même pour ceux qui tendent à s'éloigner d'un centre et dont la tendance, à ce que nous avons démontré, eſt parfaitement ſemblable à celle qui réſulte de la gravité. Mais tandis que la tendance à tomber eſt toujours la même pour un même globe toutes les fois qu'on le ſuſpend à un fil, celle d'un globe tournant avec une roue eſt au contraire plus petite ou plus grande ſelon que la roue tournera plus lentement ou plus rapidement. Reſte à examiner la grandeur ou quantité de chaque tendance pour diverſes viteſſes de la roue. Nous nous demanderons d'abord avec quelle viteſſe il faut faire tourner la roue propoſée pour que le globe tende ſon fil avec la même force que lorsqu'il y eſt verticalement ſuſpendu [1]).

Proposition I [2]).

Lorsque deux mobiles égaux parcourent en des temps égaux des circonférences inégales, la force centrifuge correſpondant à la plus grande circonférence ſera à celle de la plus petite circonférence dans un rapport égal à celui des circonférences elles-mêmes ou de leurs diamètres [3]).

[1]) C'était donc primitivement l'intention de Huygens d'aborder immédiatement le problème réſolu dans la Prop. V (p. 275), mais il n'a pas donné ſuite à ce projet, intercalant d'autres Propositions.

puncto B accipi poſſunt ut differentiola quæ eſt inter rectas curvaſque haſce, minorem rationem habeat ad ipſarum longitudinem, quavis ratione imaginabili.

Proinde igitur & ſpatia EK, FL, MN tanquam creſcentia ſecundum ſeriem quadratorum ab unitate 1, 4, 9, 16, ſpectanda ſunt. Atque ita conatus globi in circumeunte rota retenti haud alius erit, ac ſi ſecundum rectam quæ ex centro per ipſum ducitur progredi contenderet, idque motu accelerato quo æqualibus temporibus creſcentia percurreret ſpatia ſecundum numeros 1, 3, 5, 7, &c. ſufficit enim initio hanc progreſſionem obſervari; nam licet poſtea qualibet alia ratione vel motu feratur id ad conatum qui eſt ante inceptum motum nihil prorſus attinet. Is autem quem diximus planè ſimilis conatus eſt ei quo gravia ex filo pendentia deorſum pergere nituntur. Unde etiam concludemus vires centrifugas mobilium inæqualium ſed in circulis æqualibus æquali velocitate latorum eſſe inter ſe ſicut mobilium gravitates, ſeu quantitates ſolidas. Sicut enim gravia omnia eadem celeritate conantur deorſum labi motuque ſimiliter accelerato; tanto autem amplius momenti habet hic eorum conatus quanto majora fuerint; ita in iis quoque, quæ a centro tendere nituntur, evenire debet, quorum conatus plane
p. 408. ſimilis | eſt oſtenſus conatui, qui eſt ex gravitate. Cum autem ejuſdem globi idem ſemper ſit conatus ad deſcendendum quoties ex filo ſuſpenditur; contra verò globi in rota circumacti minor majorve conatus prout tardius celeriuſve rota verſabitur; ſupereſt ut magnitudinem ſeu quantitatem conatus cujuſque in diverſis rotæ celeritatibus inquiramus. Et primo quidem illud inveſtigabimus, qua celeritate rotam propoſitam circumagi neceſſe ſit ut æquè validè filum ſuum globus intendat, atque cum perpendiculariter ab illo eſt ſuſpenſus [1]).

[Propositio I.] [2])

Si mobilia duo æqualia æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia, ad eam quæ in minori, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ, vel earum diametri [3]).

[2]) La numération des Propositions et l'ordre dans lequel elles se suivent est l'œuvre des éditeurs des „Opuscula postuma". En effet, dans le Manuscrit la Prop. II de notre texte précédait la Prop. I. La raison de ce changement, comme les éditeurs le disent dans leur Préface, c'est qu'ils ont cru bien faire en suivant dans l'ordre (et même quelquefois dans la rédaction) des Propositions, autant que possible, les „Theoremata" sur la force centrifuge ajoutés par Huygens sans démonstrations vers la fin de son „Horologium oscillatorium"; ces „Theoremata" sont reproduits dans l'Appendice III qui suit (p. 315).

[3]) Dans le Manuscrit cette Proposition se lit comme il suit: „Si mobile idem æqualibus temporibus circulos inæquales percurrat, erit vis centrifuga in majori ad eam quæ in minori, sicut diameter circuli majoris ad minoris diametrum." Le changement a été apporté par les éditeurs des „Opuscula postuma"; comparez la note 2.

Confidérons des circonférences ayant AB et AC [Fig. 7] pour rayons, fuivant lesquelles deux mobiles égaux tournent en des temps égaux. Prenons fur l'une et l'autre de très petits arcs femblables, BD et CE et fur les tangentes aux points B et C les diftances BF et CG égales chacune à l'arc correfpondant. Le mobile qui tourne fuivant la circonférence BD a donc une tendance à s'éloigner du centre dans la direction de fon fil d'un mouvement naturellement accéléré et à parcourir de ce mouvement l'efpace DF en un certain laps de temps; quant à celui qui parcourt la circonférence CE, il a bien une tendance femblable à s'éloigner du centre, mais telle qu'en vertu de cette tendance il parcourrait dans le même temps l'efpace EG. Par conféquent dans le cas de la plus grande circonférence le fil eft tendu d'autant plus fortement que dans celui de la plus petite que DF eft plus grand que EG. Or, il apparaît que FD eft à GE comme BF à CG, c'eft-à-dire comme BA à AC. La force centrifuge correfpondant à la plus grande circonférence fera donc à celle de la plus petite comme ces circonférences elles-mêmes ou leurs diamètres. Ce qu'il fallait démontrer.

Proposition II.

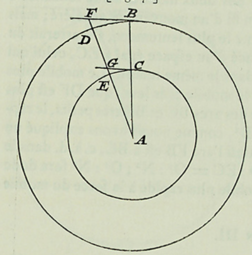
Lorsque des mobiles égaux tournent dans les mêmes ou d'égales circonférences ou roues avec des viteffes différentes mais l'un et l'autre d'un mouvement uniforme, la force centrifuge du plus rapide fera à celle du plus lent dans un rapport égal à celui des carrés des viteffes. C'eft-à-dire fi les fils par lesquels les mobiles font retenus paffent de haut en bas par le centre de la roue et qu'ils portent des poids par lesquels la force centrifuge des mobiles eft tenue en échec et exactement équilibrée, ces poids feront entre eux comme les carrés des viteffes.

Soit donné un cercle à centre A et rayon AB, fuivant la circonférence duquel fe meuve d'abord un mobile plus lent avec une viteffe que repréfente la ligne N, enfuite un autre avec une plus grande viteffe défignée par O. Si l'on prend maintenant de très petits arcs BE et BF qui foient entre eux comme N eft à O,

[1]) Cette phrafe se lit dans la rédaction de Huygens: „Sint circuli quorum radij AB, AC per quos mobile idem æqualibus temporibus circumferatur."

Sint circuli quorum radii AB [Fig. 7], AC, per quos duo mobilia æqualia æqualibus temporibus circumferantur [1]). Accipiantur in utroque arcus minimi fimiles BD, CE, & in tangentibus ad puncta B & C fumantur BF, CG fingulæ fuis arcubus æquales. Mobile itaque in circulo BD circumlatum conatum habet recedendi a centro fecundum extenfionem fili fui motu accelerato naturaliter eoque motu permeandi fpatium DF, certa temporis parte: in circulo autem CE circumiens fimilem quidem habet à centro recedendi conatum, fed quo parte illa temporis eadem conficiat fpatium EG. Itaque quanto major eft DF quam EG, tanto majore vi trahitur filum in majori circulo quam in minori; patet autem effe FD ad GE ficut BF ad CG, hoc eft, ut BA ad AC. Erit ergo vis centrifuga in majori circumferentia, | ad eam quæ in minori, ficut ipfæ inter fe circumferentiæ, vel earum diametri. Quod erat demonftrandum [2]).

[Fig. 7.]



p. 409.

[Propositio II.]

Si mobilia æqualia in iifdem five æqualibus circulis rotifve gyrentur celeritatibus inæqualibus, verum utraque motu æquabili; erit vis recedendi à centro celerioris ad vim tardioris in duplicata ratione celeritatum. Hoc eft, fi fila quibus illa retinentur, per centrum rotæ deorfum educantur, fuftineantque pondera, quibus vis mobilium centrifuga inhibeatur, atque exacte adæquetur, erunt hæc pondera inter fe, ficut velocitatum quadrata.

Sit circulus cujus centrum A [Fig. 8] radius AB, in cujus circumferentia feratur primum mobile tardius [3]) celeritate, quam repræfentet linea N, deinde alterum celeritate majori, quæ fit O. Sumtis jam arcubus minimis BE, BF, qui fint inter fe, ut N ad O, conftat eadem temporis parte, qua mobile tardius

[2]) Dans le Manuscrit on trouve, au lieu des deux dernières phrases: „Ergo &c."

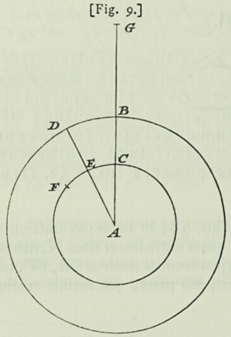
[3]) Dans le Manuscrit on lit „mobile tardius primum" au lieu de „primum mobile tardius".

il eſt évident que dans le même laps de temps pendant lequel le mobile le plus lent parcourra l'arc BE, le plus rapide parcourra l'arc BF. Suppoſons égales aux arcs BE et BF reſpectivement les droites BC et BD faiſant partie de la tangente. Eh bien, il eſt établi que chacun des deux mobiles a une tendance à s'éloigner du centre dans la direction de ſon fil d'un mouvement accéléré; mais d'un mouvement tel que le mobile qui tourne le plus lentement, s'écarterait du point de la circonférence ſur lequel il eſt placé d'un eſpace égal à EC, celui qui eſt plus rapide au contraire d'un eſpace FD dans le même temps. Le mobile plus rapide tire donc d'autant plus fortement que le mobile plus lent, que DF eſt plus grand que CE. Mais puiſque nous avons pris des arcs BE et BF très petits, le rapport $DF : CE$ doit être eſtimé égal à $DB^2 : CB^2$, comme nous l'avons expliqué un peu plus haut [1]); et comme DB eſt à BC, ainſi l'arc FB eſt à BE, c. à. d. dans le rapport $O : N$. Par conſéquent on aura $FD : EC = O^2 : N^2$; $O^2 : N^2$ ſera donc auſſi le rapport de la force centrifuge du mobile plus rapide à la force du mobile plus lent. C. Q. F. D.

Proposition III.

Lorsque deux mobiles égaux ſe meuvent avec la même viteſſe ſuivant des circonférences inégales, leurs forces centrifuges ſeront inverſement proportionnelles aux diamètres, de ſorte que dans le cas de la plus petite circonférence la force nommée eſt la plus grande.

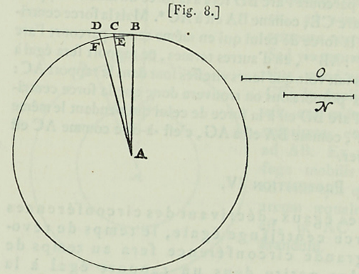
[Fig. 9.]



Soient donnés autour du même centre A [Fig. 9] des cercles inégaux à rayons AB et AC; des mobiles égaux ſe meuvent ſur leurs circonférences avec une viteſſe égale, c'eſt-à-dire que dans le temps où ſur la plus grande circonférence un certain arc BD eſt parcouru, un arc CF égal à BD eſt parcouru ſur la plus petite circonférence. Je dis que la force centrifuge du mobile qui circule ſur la circonférence BD ſera à celle que poſſède celui qui tourne ſur la circonférence CF comme le rayon AC eſt à AB. Tirons le rayon AD qui coupe la plus petite circonférence en E; et ſoit AG troiſième proportionnelle aux deux longueurs AC et AB. Imaginons-nous en outre qu'un certain mobile égal à l'un et l'autre des deux tourne ſur la circonférence CF avec une viteſſe telle qu'il parcoure l'arc CE dans le même temps dans lequel les deux autres décrivent les

abſolvet arcum BE, illud quod celerius eſt percurſurum arcum BF; ſint arcubus BE, BF ſingulis æquales in tangente poſitæ BC, BD. Itaque & conſtat utrique

[Fig. 8.]



mobili ineſſe conatum recedendi a centro ſecundum extenſionem fili ſui motu accelerato; ſed quo motu mobile, quod tardius fertur, receſſurum ſit à puncto circumferentiæ, cui incumbit, quantum eſt ſpatium EC; illud vero quod celerius eſt, tempore æquali per ſpatium FD. Quanto igitur major eſt DF quam CE, tanto validius trahit mobile celerius tardiore. At quoniam arcus BE, BF minimos ſumſimus, eadem cenſenda eſt ratio DF ad CE, quæ quadrati DB ad CB, ſecundum ea quæ paulo ante explicavimus [1]);
p. 410. eſtque ut DB ad BC ita arcus FB ad BE, hoc eſt, ita O ad N; ergo erit ut qua|dratum O ad quadratum N, ita FD ad EC, atque ita proinde vis centrifuga celerioris mobilis ad vim tardioris. Q. E. D.

[Propositio III.]

Si duo mobilia æqualia in circulis inæqualibus æquali velocitate ferantur, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum, ita ut in minori circumferentia dicta vis major exiſtat.

Sunto circa idem centrum A [Fig. 9] circuli inæquales, quorum radii AB, AC; & ferantur in circumferentiis eorum mobilia æqualia celeritate æquali, hoc eſt, ut quo tempore in majori circumferentia percurritur arcus aliquis BD, eodem tempore in minori percurratur arcus CF ipſi BD æqualis longitudine. Dico vim centrifugam mobilis quod in circumferentia BD circumfertur, fore ad eam quam habet circumlatum in circumferentia CF ſicut radius AC ad AB. Ducatur radius AD ſecans minorem circumferentiam in E; & ſit duabus AC, AB tertia proportionalis AG. Porro intelligatur mobile quoddam utrivis duorum æquale circumferri in circumferentia CF ea celeritate, ut eodem tempore abſolvat arcum CE, quo duo alia arcus BD & CF. Illius igitur aſſumti mobilis celeritas ad celeritatem

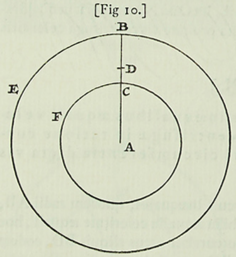
[1]) Comparez les pp. 265 et 267. Le même théorème a déjà été appliqué à la p. 261.

arcs BD et CF. La viteſſe de ce mobile ſuppoſé ſera donc à celle de l'un et l'autre de ceux-là comme l'arc CE eſt à l'arc BD, c. à d. dans le rapport AC : AB. Or la force centrifuge du mobile qui parcourt l'arc BD ſera à la force du mobile ſuppoſé
* Prop. I. qui en même temps parcourt l'arc CE, comme BA eſt à AC*. Mais la force centrifuge du mobile ſuppoſé ſera à la force de celui qui en même temps parcourt l'arc
Prop. II. CF dans un rapport égal à $AC^2 : AB^2$, en d'autres termes, ce rapport ſera égal à AC : AG, parce que nous avons fait voir que leurs viteſſes ſont dans le rapport AC : : AB. En combinant les deux proportions on trouvera donc que la force centrifuge du mobile qui parcourt l'arc BD eſt à la force de celui qui pendant le même temps parcourt l'arc égal CF, comme BA eſt à AG, c'eſt-à-dire comme AC eſt à AB; ce qu'il fallait démontrer.

Proposition IV.

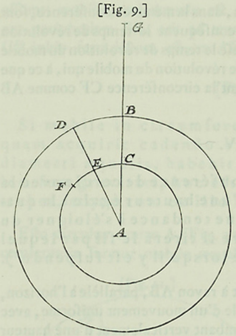
Lorſque deux mobiles égaux, décrivant des circonférences inégales, ont une force centrifuge égale, le temps de révolution dans la plus grande circonférence ſera au temps de révolution dans la plus petite dans un rapport égal à la racine carrée du rapport des diamètres.

[Fig 10.]



Soient données des circonférences inégales BE et CF [Fig. 10] autour du même centre A, à rayons AB et AC, et ſuppoſons que ſur chacune d'elles circule un mobile de telle manière que la force centrifuge ſoit la même pour les deux; je dis que le temps dans lequel la circonférence du cercle BE eſt parcourue eſt au temps dans lequel la circonférence CF eſt parcourue dans un rapport égal à la racine carrée du rapport AB : AC, c'eſt-à-dire, comme BA eſt à AD, moyenne proportionnelle entre AB et AC. En effet, ſi l'on imagine un troiſième mobile égal aux deux autres, qui parcoure la circonférence CF dans le même temps dans lequel l'un des deux parcourt la circonférence BE, la
Prop. I. force centrifuge du mobile ſuppoſé ſera à celle de ce dernier comme AC eſt à AB. Or, les forces centrifuges des deux premiers mobiles ſont par hypothèſe égales; la force centrifuge du mobile ſuppoſé ſera donc à la force de celui qui par hypothèſe parcourt la circonférence CF comme AC eſt à AB; et les forces centrifuges des mobiles qui ſe meuvent ſur la même circonférence ſont dans un rapport égal
Prop. II. au carré du rapport des viteſſes. La viteſſe du mobile ſuppoſé ſera donc à celle du mobile qui par hypothèſe tournait déjà ſur la circonférence CF, comme AC eſt à

[Fig. 9.]



alterutrius horum erit, ut arcus CE ad arcum BD, hoc eſt, ut AC ad AB. Erit autem vis centrifuga mobilis, quod arcum BD percurrit, ad vim mobilis aſſumti, quod eodem tempore percurrit arcum CE, ut BA ad AC*. * [Prop. I.]
Sed vis centrifuga aſſumti mobilis erit ad vim ejus, quod eodem tempore percurrit arcum CF, in duplicata ratione AC ad AB*, hoc * [Prop. II.]
eſt, erit eadem quæ AC ad AG, quoniam celeritates eorum oſtendimus eſſe, ut AC
p. 411. ad AB. Ex æqua|li igitur erit vis centrifuga mobilis quod percurrit arcum BD ad vim ejus quod eodem tempore percurrit arcum æqualem CF, ut BA ad AG, hoc eſt, ut AC ad AB; quod erat demonſtrandum.

[Propositio IV.]

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata vim centrifugam æqualem habuerint, erit tempus circuitus in majori circumferentia ad tempus circuitus in minori in ſubduplicata ratione diametrorum.

Sunto circuli inæquales BE, CF [Fig. 10] circa idem centrum A, quorum radii AB, AC; & in utroque mobile gyretur, ita ut eadem ſit utrobique vis centrifuga; dico tempus quo circumferentia circuli BE percurritur, eſſe ad tempus, quo percurritur circumferentia CF, in ſubduplicata ratione AB ad AC, hoc eſt, ſicut BA ad AD mediam proportionalem inter AB, AC. Si enim tertium mobile intelligatur aliis iſtis æquale, quod eodem tempore percurrat circumferentiam CF, quo alterum abſolvit circumferentiam BE, erit aſſumti mobilis vis centrifuga ad vim hujus ut AC ad AB*. Ponuntur autem * [Prop. I.]
mobilium duorum priorum vires centrifugæ æquales; ergo aſſumti mobilis vis çentrifuga erit etiam ad vim ejus, quod in circumferentia CF currere poſitum eſt, ut AC ad AB; ſunt autem vires centrifugæ eorum quæ in eadem circumferentia moventur in duplicata ratione velocitatum*. Ergo velocitas aſſumti mobilis erit * [Prop. II.]
ad velocitatem ejus, quod primo poſitum eſt revolvi in circumferentia CF, ſicut AC ad AD, vel ut AD ad AB. Velocitatibus autem contraria ratione reſpon-
p. 412. dent tempora lationum per eandem circumferentiam; ergo tempus cir|cuitus

AD ou AD à AB. Mais les temps de révolution, dans la même circonférence, ſont inverſement proportionnels aux viteſſes; par conſéquent le temps de révolution du mobile ſuppoſé, auquel eſt égal par hypothèſe le temps de révolution du mobile parcourant la circonférence BE, ſera au temps de révolution du mobile qui, à ce que nous avons dit, parcourait dès le commencement la circonférence CF comme AB eſt à AD. Ce qu'il fallait démontrer.

Proposition V.

Lorſqu'un mobile décrit une circonférence de cercle avec la viteſſe qu'il acquiert en tombant d'une hauteur égale à la quatrième partie du diamètre, il aura une tendance à s'éloigner du centre égale à ſa gravité, c'eſt-à-dire il tirera le fil par lequel il eſt retenu avec la même force que lorſqu'il y eſt ſuſpendu[1]).

Soit donné un cercle [Fig. 11] à centre A et à rayon AB, parallèle à l'horizon, ſur la circonférence duquel ſe meuve un mobile d'un mouvement uniforme, avec une viteſſe égale à celle qu'il acquerrait en tombant verticalement d'une hauteur égale à la moitié de AB, c'eſt-à-dire à CB; je dis que la corde par laquelle le mobile eſt retenu ſera tendue avec la même force que s'il était librement ſuſpendu à cette même corde.

Soit BD une tangente à la circonférence, égale au rayon AB.

Puiſque le mobile décrit par hypothèſe la circonférence de cercle avec la viteſſe qu'il acquiert en tombant de la hauteur CB, c'eſt-à-dire avec laquelle il parcourrait d'un mouvement uniforme, dans le même temps dans lequel il a parcouru CB en tombant, un eſpace BD double de BC, il s'enſuit que ſi on le détache au point B, il parcourra dans le temps nommé ledit eſpace BD d'un mouvement uniforme. Conſidérons une très petite partie BE de cette longueur BD et tirons par le centre la droite EAH coupant la circonférence en F. Soit en outre, comme le carré de DB eſt au carré de BE, ainſi BC à CG en longueur. Par conſéquent ſi le

[1]) Il s'agit de démontrer que, BE étant infiniment petit, le temps nécessaire pour parcourir FE d'un mouvement uniformément accéléré, avec l'accélération g, est égal au temps qu'emploie le mobile à parcourir l'arc BF, ou bien la droite BE, avec la vitesse donnée.

Voici la marche de la démonstration:

(1) Le mobile a par hypothèse une vitesse v telle qu'il peut parcourir une distance BD d'un mouvement uniforme dans le même temps dans lequel il a pu tomber d'une hauteur CB (chute qui lui donne la vitesse v).

(2) Il s'ensuit que le temps dans lequel le mobile peut parcourir BE avec la même vitesse v est égal au temps dans lequel il peut tomber d'une hauteur $CG = BC\left(\frac{BE}{BD}\right)^2$.

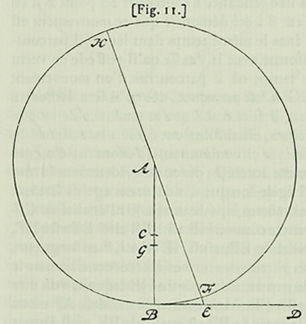
aſſumti mobilis, cui æquale eſt ex hypotheſi tempus circuitus mobilis euntis per peripheriam BE, erit ad tempus circuitus mobilis quod in circumferentia CF initio ferri dictum eſt, ut AB ad AD. Quod erat demonſtrandum.

[Propositio V.]

Si mobile in circumferentia circuli feratur ea celeritate, quam acquirit cadendo ex altitudine, quæ ſit quartæ parti diametri æqualis, habebit conatum à centro recedendi æqualem ſuæ gravitati, hoc eſt, æque validè filum, quo retinetur, trahet, atque cum ex illo ſuſpenſum eſt[1]).

Eſto circulus centro A [Fig. 11] radio AB horizonti parallelus, in cujus circumferentia feratur mobile æquabili motu, velocitate autem, quantam acquireret cadens perpendiculariter ex altitudine æquali dimidiæ AB, quæ ſit CB; dico vi centrifuga æquè validè tractum iri funem, quo mobile detinetur, ac ſi liberè ex eodem fune ſuſpenſum eſſet.

[Fig. 11.]



Sit circuli tangens BD æqualis radio AB.

Quoniam igitur mobile currit in circumferentia circuli ea celeritate, quam acquirit cadens ex altitudine CB, hoc eſt, qua tranſiret motu æquabili ſpatium BD ipſius BC duplum æquali tempore, quo decidit per CB; ſequitur, ſi in B dimittatur, percurſurum dicto tempore dictum ſpatium BD æquabili motu. Accipiatur ipſius BD pars minima quæpiam BE, & ducatur per centrum recta EAH ſecans circumferentiam in F. Sit porro ut quadratum DB ad quadratum BE, ita BC ad CG longitudine. Hinc igitur ſi tempus

(3) Or, $BC = \frac{1}{2}r$ (donc $BD = r$), par hypothèse; r étant le rayon du cercle. Donc FE ou $\frac{BE^2}{2r} = \frac{1}{2}r\left(\frac{BE}{r}\right)^2 = CG$.

(4) Le mobile peut donc tomber d'une hauteur FE, c. à. d. parcourir FE d'un mouvement uniformément accéléré, avec l'accélération g, dans le même temps dans lequel il parcourt BE (ou BF) d'un mouvement uniforme. C. Q. F. D.

temps pendant lequel le mobile tombe d'un mouvement accéléré ſelon CB eſt par hypothèſe repréſenté par la ligne BD, BE ſera le temps du mouvement accéléré ſelon CG. Mais la même longueur BD ſera auſſi le temps pendant lequel le mobile parcourrait cette même longueur BD d'un mouvement uniforme pareil à celui qu'il poſſède en circulant ſur la circonférence; en effet ce temps eſt par hypothèſe égal au temps du mouvement accéléré ſelon CB. BE ſera donc auſſi le temps dans lequel il parcourt cette même longueur BE avec la viteſſe qu'il poſſède en vertu de ſa révolution. D'où il apparaît que l'eſpace CG eſt parcouru d'un mouvement accéléré partant du repos dans le même temps que l'eſpace BE d'un mouvement uniforme avec la viteſſe que le mobile poſſède par hypothèſe en décrivant la circonférence. Il appert en outre que, ſi le mobile eſt détaché en B, il parviendra d'un mouvement uniforme en E au même inſtant où le point B de la circonférence ſera venu en F; car la droite BE doit être cenſée égale à l'arc BF parce que BE eſt ſuppoſée infiniment petite. Nous dirons donc qu'il a une tendance à s'éloigner du point B d'un mouvement naturellement accéléré (car il a été démontré que ce mouvement eſt tel [1])) en parcourant une diſtance FE dans le même temps dans lequel il parcourrait l'eſpace BE d'un mouvement uniforme avec la viteſſe qu'il poſſède en vertu de ſa révolution, c'eſt-à-dire dans le temps où il parcourrait d'un mouvement accéléré partant du repos la diſtance CG. C'eſt pourquoi, dès qu'il ſera démontré que les eſpaces CG et FE ſont égaux, il ſera établi que la tendance du mobile ſuſpendu à choir d'un mouvement accéléré, eſt abſolument égale à la tendance du même mobile par laquelle, lorsqu'il décrit ſa circonférence, il s'efforce à s'éloigner de ſon fil d'un mouvement ſemblablement accéléré; parce qu'évidemment la tendance à des mouvements accélérés eſt égale lorsque des diſtances égales ſeraient parcourues de ces mouvements dans les mêmes laps de temps. Or l'égalité de CG et de FE ſe démontre de la façon ſuivante: comme HE eſt à EB ainſi EB eſt à EF, partant comme le carré de HE eſt au carré de EB, ainſi HE eſt à EF en longueur; d'où l'on tire en prenant les quatrièmes parties des termes antécédents: comme le carré de AF eſt à celui de EB, ainſi la quatrième partie de HE laquelle doit être eſtimée égale à $\frac{1}{4}$HF, c'eſt-à-dire BC, eſt à FE. Mais comme le carré de AF eſt au carré de BE, en d'autres termes comme le carré de DB eſt à celui de BE, ainſi d'après notre conſtruction BC eſt à CG en longueur. BC ſera donc à CG comme la même longueur BC eſt à FE, et par conſéquent FE et CG ſont égales entre elles; la propoſition eſt donc démontrée.

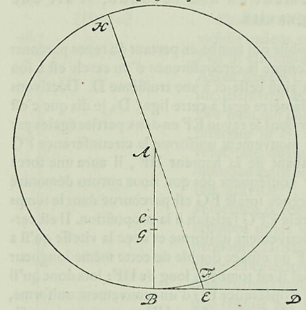
Proposition VI.

Étant donnée la diſtance qu'un mobile parcourt en un certain temps, par exemple en une ſeconde, en tombant verti-

[1]) Voir le deuxième alinéa de la p. 267.

quo cadit motu accelerato per CB, repræſentari ponamus lineâ BD, erit BE
p. 413. tem|pus motus accelerati per CG. Sed eadem BD erit quoque tempus quo tranſiret ipſam BD motu æquabili quantumque habet in circumferentia currens; nam hoc tempus ex hypotheſi æquale eſt tempori motus accelerati per CB. Itaque & BE tempus erit quo tranſeat ipſum BE ſpatium celeritate, quam habet, vertiginis. Unde conſtat æquali tempore peragi ſpatium CG motu è quiete accelerato, & ſpatium BE motu æquabili cum celeritate, quam poſitum fuit habere mobile in circumferentia currens. Conſtat porro ſi mobile dimittatur in B, perventurum motu æquabili in E ſimul ac punctum circumferentiæ B acceſſerit ad F; nam recta BE ipſi arcui BF æqualis cenſenda eſt, eo quod BE infinitè parva intelligitur. Itaque conatum ei ineſſe motu accelerato naturaliter (nam talem eſſe oſtenſum eſt [1])) dicemus recedendi a puncto B, per ſpatium FE tempore eodem quo celeritate ſuæ vertiginis tranſiret ſpatium BE motu æquabili, hoc eſt, tempore eo quo percurreret motu è quiete accelerato ſpatium CG. Quare ſi oſtenſum fuerit ſpatia CG & FE eſſe æqualia, conſtabit conatum mobilis ſuſpenſi ad deſcendendum motu accelerato, æqualem plane eſſe conatui ejuſdem mobilis, quo in circumferentia verſatum nititur a filo ſuo recedere motu ſimiliter accelerato; quoniam videlicet conatus ad motus acceleratos tunc æqualis eſt, cum ſpatia æqualia æqualibus temporibus iis motibus peragenda forent. Eſſe autem CG, FE æquales ſic oſtenditur: ut HE ad EB ita eſt EB ad EF, ideoque ſicut quadratum HE ad quadratum EB, ita eſt HE ad EF longitudine. unde ſumtis antecedentium ſubquadruplis erit, ſicut quadratum AF ad quadratum EB, ita pars quarta HE, cui æqualis cenſenda eſt $\frac{1}{4}$ HF, hoc eſt BC ad
p. 414. FE; ſed ut quadratum AF ad quadratum BE, ſive ut quadratum |DB ad quadratum BE, ita eſt ex conſtructione BC ad CG longitudine. Ergo erit BC ad CG ut eadem BC ad FE, ideoque FE, CG inter ſe æquales; quare conſtat propoſitum.

[Fig. 11.]



[Propositio VI.]

Data altitudine quam certo tempore, puta ſecundi minuti unius, mobile emetitur, cadendo ex quiete perpendiculariter; invenire circulum in cujus circumferentia mobile circumiens calement en partant du repos; trouver un cercle tel que ſi le mobile parcourt ſa circonférence horizontalement en accompliſſant ſa révolution également en une ſeconde, il ait une force centrifuge égale à ſa gravité.

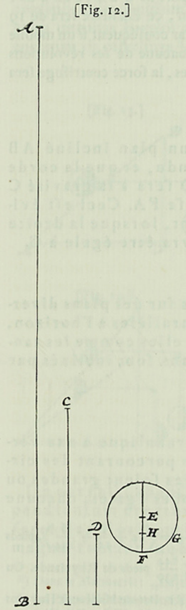
Soit donnée la hauteur AB qu'un mobile qui tombe en partant du repos parcourt p. c. dans le temps d'une ſeconde. Comme la circonférence d'un cercle eſt à ſon diamètre ainſi ſoit AB à la ligne C, et ainſi celle-ci à une troiſième D. Décrivons alors une circonférence EFG d'un diamètre égal à cette ligne D; je dis que c'eſt la circonférence cherchée. En effet, diviſons le rayon EF en deux parties égales par le point H. Si le mobile décrit d'un mouvement uniforme la circonférence FG avec la viteſſe qu'il acquiert en tombant de la hauteur HF, il aura une force
* Prop. V. centrifuge égale à ſa gravité *. Par conſéquent dès que nous aurons démontré qu'avec la viteſſe nommée la circonférence totale FG eſt parcourue dans le temps d'une ſeconde, il ſera établi que le cercle EFG ſatisfait à la propoſition. Il eſt certain que le mobile parcourra d'un mouvement uniforme et avec la viteſſe qu'il a acquiſe à la fin de ſa chute ſelon HF un eſpace double de cette même longueur HF dans le même temps pendant lequel il eſt tombé le long de HF; lors donc qu'il décrira avec ladite viteſſe acquiſe la circonférence FG d'un mouvement uniforme, le temps de ſa révolution ſera au temps de ſa chute ſelon HF, comme la circonférence FG eſt au double de HF, en d'autres termes à EF. Et ſi nous prenons le double des termes conſéquents, le temps du mouvement uniforme ſuivant la circonférence FG ſera au double du temps de la chute ſelon HF, c'eſt-à-dire au temps de la chute ſelon D (car D eſt le quadruple de HF) comme la circonférence FG eſt au double de FE, c'eſt-à-dire à D; en d'autres termes, comme C eſt à D (car néceſſairement C eſt égale à la circonférence FG elle-même), ou bien comme AB eſt à C. Mais comme AB eſt à C, ainſi eſt le temps de la chute ſelon AB, c'eſt-à-dire le temps d'une ſeconde, au temps de la chute ſelon D; parce que, comme on ſait, le rapport AB : D eſt le carré du rapport AB : C. Par conſéquent la dite période du mouvement uniforme ſuivant la circonférence FG ſera au temps de la chute ſelon D, comme l'eſpace d'une ſeconde eſt à ce même temps de la chute ſelon D. La dite période de révolution ſuivant la circonférence FG ſera donc égale à l'eſpace d'une ſeconde; ce qu'il fallait démontrer.

Comme le calcul [1]) fait voir que la diſtance AB qu'un mobile tombant vertica-

[1]) Au lieu de „calculus" Huygens avait d'abord écrit „experientia". Il ajouta en marge: „Imo calculus, ut postea inveni, postquam propoſitio casus perpendicularis ad casum per cycloïdem sive penduli vibrationem innotuit"; les éditeurs ont remplacé cette remarque par un renvoi (voir p. 281, en marge) à l'„Horologium oscillatorium" (Paris, 1673). D'après la Prop. XXV de la Deuxième Partie de cet ouvrage les oscillations cycloïdales simples d'un pendule de longueur l sont isochrones et s'accompliſſent dans le temps $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, de sorte qu'on peut calculer g après avoir mesuré la durée d'une oscillation. Dans la Quatrième Partie (Prop. XXVI) Huygens dit qu'on peut trouver l'espace parcouru par un corps tombant en un certain temps „cognita longitudine penduli ad secunda scrupula, absque experimento, per certam consequentiam".

horizontaliter, atque uno item ſecundo circuitum abſolvens, habeat vim centrifugam gravitati ſuæ æqualem.

[Fig. 12.]



Sit data altitudo AB, [Fig. 12] quam perlabitur mobile cadens ex quiete tempore v. gr. unius ſecundi. Fiat ut circumferentia circuli ad diametrum ſuum, ita AB ad lineam C, & ita hæc ad tertiam D. Et deſcribatur diametro æquali ipſi D circulus EFG, dico hunc eſſe eum qui poſtulabatur. Dividatur enim radius EF bifariam in H. Mobile itaque in circulo FG ſi currat velocitate quam acquirit cadendo ex altitudine HF motuque æquabili, habebit vim centrifugam æqualem ſuæ gravitati *. Ideoque ſi tantum oſtenderimus dicta * [Prop. V.]
velocitate percurri ſemel circumferentiam totam FG tempore unius ſecundi, jam conſtabit circulum EFG propoſito ſatisfacere. Conſtat mobile motu æquabili atque ea celeritate quam acquiſivit in fine caſus per HF, tranſiturum ſpatium ipſius HF duplum, eodem tempore quo cecidit per HF. ſi ergo dicta acquiſita celeritate feratur motu æquabili per circumferentiam FG, erit tempus quo eam abſolvet ad tempus caſus per HF, ſicut
p. 415. circumferentia FG ad duplam HF ſive ad EF. Et ſum | tis conſequentium duplis erit tempus motus æquabilis per circumferentiam FG ad tempus duplum caſus HF, hoc eſt ad tempus caſus per D (nam D eſt quadrupla HF) ſicut circumferentia FG ad duplam FE, ſive ad D; hoc eſt, ſicut C ad D (nam neceſſario C ipſi circumferentiæ FG æqualis eſt) hoc eſt, ſicut AB ad C. Sed ut AB ad C ita eſt tempus caſus per AB, hoc eſt tempus unius ſecundi ad tempus caſus per D; quoniam ſcilicet AB ad D duplicata eſt ratio ejus, quæ AB ad C; igitur tempus dictum motus æquabilis per circumferentiam FG erit ad tempus caſus per D, ut tempus unius ſecundi ad idem tempus caſus per D. Ergo dictum tempus per circumferentiam FG erit æquale tempori unius ſecundi. quod oſtendere neceſſe erat.

Quum calculus [1]) doceat altitudinem AB quam uno ſecundo mobile cadens per-

* Voir l'Hor. oscill. P. 155.[1])

lement parcourt en une feconde eft de 15 pieds de Rhynlande et de $7\frac{1}{2}$ pouces*; et comme AB eft à C comme une circonférence eft à fon diamètre, c'eft-à-dire comme 22 à 7, fuivant Archimède, partant que le rapport de C à D, c'eft-à-dire au diamètre de la circonférence FG a la même valeur, ce diamètre fera de 19 onces[2]) à peu près; dont la moitié eft 9 onces 6 lignes. Par conféquent fi un mobile quelconque accomplit dans l'efpace d'une feconde chacune de fes révolutions fuivant une circonférence dont le rayon eft de $9\frac{1}{2}$ onces, la force centrifuge fera égale à fa gravité.

Lemme I.

Lorsqu'un poids C eft maintenu fur un plan incliné AB [Fig. 13] par un poids D librement fufpendu, et que la corde CE eft parallèle à l'horizon, la gravité D fera à la gravité C comme la perpendiculaire BF eft à la bafe FA. Ceci eft évident d'après la Mécanique. Par conféquent, lorsque la droite BF eft prife égale à FA, la gravité D devra être égale à C.

Lemme II.

Lorsque des poids égaux font maintenus fur des plans diverfement inclinés [Fig. 14] par des lignes parallèles à l'horizon, les puiffances équilibrantes feront entre elles comme les tangentes des angles fuivant lesquels les plans font inclinés par rapport au plan de l'horizon.

Proposition VII[4]).

Sur la furface courbe d'un conoïde parabolique à axe vertical, toutes les révolutions d'un mobile parcourant des circonférences parallèles à l'horizon, qu'elles foient grandes ou petites, feront accomplies dans des périodes égales; chacune

[1]) D'après l'Hor. oscill. p. 155 (4ième Partie, Prop. XXVI) $\frac{1}{2}g = \left(14 + \frac{9}{12} + \frac{6}{144}\right)$ „pieds horaires" $= \frac{355}{24} \times \frac{881}{864}$ pieds parisiens $= \frac{355}{24} \times \frac{881}{864} \times \frac{144}{139}$ pieds de Rhynlande. On trouve, en effectuant le calcul, $\frac{1}{2}g = \left(15 + \frac{7\frac{1}{2}}{12}\right)$ pieds de Rh. Dans le Manuscrit Huygens avait écrit d'abord un autre nombre de pieds (biffé et illisible) qu'il corrigea ensuite en $15\frac{6}{10}$, puis en $15.7\frac{1}{2}$ poll. Comme le pied de Rh. = 0,3139 M, cette dernière valeur correspond à $g = 9{,}81$ M.

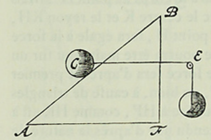
[2]) „Uncia" (once) est ici un autre nom pour le pouce de Rhynlande. On a, en prenant $\pi = \frac{22}{7}$, $\frac{15 \times 12 + 7\frac{1}{2}}{\pi^2} = 18{,}93$.

* [Vide Horol. oscill. P. 155.[1])]

labitur effe pedum Rhenoland. 15. $7\frac{1}{2}$ pollicum*, cumque fit AB ad C ut circumferentia ad diametrum, hoc eft, ut 22 ad 7, fecundum Archimedem, atque ita quoque C ad D five ad diametrum circuli FG; fiet hæc diameter 19 unciarum[2]) proximè; cujus dimidium unciæ 9. lin. 6. Itaque fi mobile aliquod tempore fecundi unius circuitus fingulos abfolvat in circumferentia, cujus quæ ex centro eft $9\frac{1}{2}$ unciarum vis centrifuga[3]) fuæ gravitati æquabitur.

[Lemma I.]

[Fig. 13.]

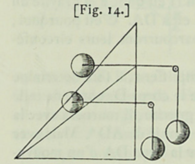


Si pondus C fuftineatur in plano inclinato AB [Fig. 13] a pondere D libere pendente, fitque funis CE horizonti parallelus; erit gravitas D ad [gravitatem] C, ficut perpendicularis BF ad bafin FA. [Conftat] ex Mechanicis. Hinc fi BF æqualis ponatur FA, debebit gravitas D ipfi C æqualis effe.

p. 416.

| [Lemma II.]

[Fig. 14.]



Si pondera æqualia fuper planis diverfimode inclinatis fuftineantur [Fig. 14] retenta per lineas horizonti parallelas, erunt potentiæ fuftinentes inter fe ficut tangentes angulorum, quibus plana ad horizontis planum inclinantur.

[Propositio VII[4]).]

[In curva[5]) fuperficie conoidis Parabolici, quod axim ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias Horizonti parallelas percurrentis, five parvæ, five magnæ fuerint, æqualibus temporibus peragentur[6]): quæ tem-

[3]) Dans le Manuscrit: „cujus quae ex centro est unciarum $9\frac{1}{2}$ ejus vis centrifuga".

[4]) La Prop. VII ne se trouve pas dans le Manuscrit. Il en est de même des Propositions XII, XIII, XIV, XV et XVI. Mais toutes ces Propositions se lisent (sans démonstrations) dans l'„Horologium oscillatorium", aux pages 159—161 de l'édition de 1673. Elles y portent respectivement les numéros 6, 9, 10, 11, 12 et 13; comparez l'Appendice III qui suit (p. 315). La démonstration de la Prop. VII est due à de Volder et Fullenius; il en est de même de celles des Propositions XII, XIII, XIV et XV. Comparez la note 2 de la p. 267.

[5]) Dans l'Horologium Osc. „cava" au lieu de „curva".

[6]) Dans l'Horologium Osc. „peraguntur" au lieu de „peragentur".