APPENDICE III[1]

À L'OUVRAGE: „DE MOTU CORPORUM EX PERCUSSIONE".

[1656—1667?]

I[2].

[1656.]

Quæ pag. 11 ad ſignum...[3]). ubi de utilitate in Phyſicis addendum, Nam ſi natura univerſa corpuſculis quibusdam conſtat à quorum motu omnis rerum diverſitas oriatur, quorumque celerrimo impulſu lux momento temporis propagetur et per immenſa cæli ſpatia defluat, ut probabile eſſe multi philoſophi exiſtimarunt; non parum adjuvari hæc contemplatio videbitur ſi veræ motus leges innotuerint quaque ratione de corporibus in corpora transferatur[4]). Quam vero ſublimis ſit atque ardua in hisce comtemplatio quam difficilis ad hæc naturæ penetratio[5]). Quantaque animi contentione veritas occulta eruatur, ex aliorum potius qui ante nos eidem disquiſitioni incubuere quam noſtra opinione intelligi cupimus[6]). Itaque omnino locum eum ex dialogis viri perſpicaciſſimi Galilei de Galil. quos de motu Italica lingua conſcripſit adducendum exiſtimavi, atque interpretandum, ubi difficultatem rei et inpenſum in ea ſtudium ſuum aperte teſtatur[7]).

[1]) Dans cet Appendice nous avons réuni plusieurs Pièces et Annotations qui se rattachent au Traité „De Motu". Nous les avons arrangées, autant qu'il nous était possible, dans l'ordre chronologique, mais leur date est souvent plus ou moins incertaine.

[2]) Cette annotation se rencontre à la première page du Manuscrit de 1656, auquel nous avons emprunté l'Appendice II (p. 137—149).

[3]) Il y a ici dans le Manuscrit présent un signe de renvoi qu'on retrouve à la page indiquée du Manuscrit qui a servi pour l'Appendice I, savoir en marge du texte reproduit (p. 104) dans le deuxième alinéa de la Cinquième Partie.

16.17.[8]) Cæterum et in libris de Mundi Syſtemate[9]) idem Galileus pluribus in locis motus naturam perſequitur quæ &c. p. 11 in fin.[10])

II[11]).

[1656.]

Sint corpora a et b. Celeritas corporis $a \infty p$. Celeritas corporis $b \infty q$. Celeritas quam habent reſpectu mutuo (hoc eſt, ſumma celeritatum utrarumque, ſi in contrarias partes moveantur, differentia vero, ſi in easdem) ſit n. Eritque celeritas corporis a poſt impulſum, æqualis differentiæ inter p et $\frac{2bn}{a+b}$[12]), vel uno caſu eorum ſummæ cum nempe a in motu præcedit, quo caſu etiam manifeſtum eſt

[4]) Comparez les allusions aux règles du choc, qu'on trouve aux pp. 11, 12, 14, 16 et 20 du Chap. I de l'édition originale du „Traité de la lumiere" (1690). On connaît d'ailleurs le rôle important que ces règles ont joué plus tard dans la théorie cinétique des fluides.

[5]) Leçon alternative: „aditus".

[6]) L. a.: „æstimari optamus".

[7]) Comparez le premier alinéa de la p. 105.

[8]) Il s'agit encore du Manuscrit d'où nous avons emprunté l'Appendice I. Voir pour le contenu des p. 16—17 de ce Manuscrit la Sixième Partie de cet Appendice depuis le sixième alinéa de la p. 111 jusqu'au début du quatrième alinéa de la p. 113 y inclus.

[9]) Voir l'ouvrage cité dans la note 8 de la p. 101.

[10]) Comparez l'avant-dernier alinéa de la p. 106 qui en effet se trouve dans le Manuscrit en question vers la fin de la page numérotée 11.

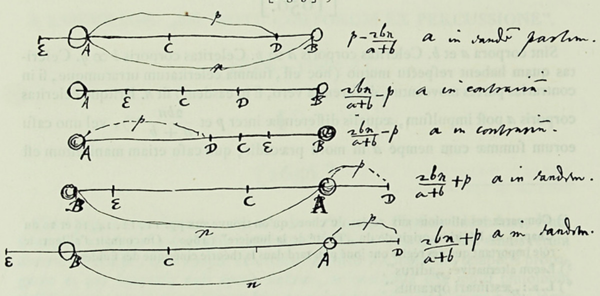
[11]) Cette Pièce empruntée à une feuille détachée nous fait connaître comment la belle solution par construction du problème le plus général du choc direct des corps durs (voir l'alinéa qui commence en bas de la p. 65) a été trouvée par Huygens, savoir en combinant dans une formule unique les résultats de cinq cas différents que sa méthode géométrique le forçait de distinguer.

En même temps elle explique l'indication du calcul numérique qu'il ajouta plus tard au texte de son Traité (voir la note 4 de la p. 69). En effet la vitesse C dont il est question dans cette indication n'est autre que celle indiquée dans la Pièce présente par $\frac{2bn}{a+b}$.

[12]) Évidemment ce résultat a été obtenu en appliquant l'un ou l'autre des Théorèmes cités dans la note 1 de la p. 148. En effet, lorsqu'on ajoute aux vitesses p et q de a et b une vitesse commune qui réduit le corps a en repos, il est clair que le corps b se mouvra avec la vitesse n. Appliquant ensuite l'un de ces Théorèmes on trouve $\frac{2bn}{a+b}$ pour la vitesse de a après le choc, laquelle vitesse doit encore être composée avec la vitesse ajoutée p.

ſemper moveri a in eandem partem quam prius. alijs vero omnibus, ſi p major ſit quam $\frac{2bn}{a+b}$ feretur a in eandem quoque partem. at ſi p minor ſit quam $\frac{2bn}{a+b}$, referetur a in partem contrariam. ſi denique æqualia, reſtabit a immotum.

[Fig. 3.] [1])



Sit AD celeritas corporis A. BD celeritas corporis B. quæ itaque convenient in puncto D. dividatur AB in C, ut ſit ſicut A ad B ita CB ad CA. Et ſumatur CE æqualis CD. Erit celeritas corporis A poſt impulſum, EA. corporis B vero EB, idque in partem eam quam demonſtrat ordo punctorum EA; EB. quod ſi E cadat in A aut B reſtabit tunc A aut B immotum [2]).

[1]) Dans tous les cas indiqués dans la Fig. 3, AC et AD représentent respectivement $\frac{bn}{a+b}$ et p en grandeur. Or, considérons p. e. le premier cas. D'après le raisonnement que nous avons exposé dans la note précédente la vitesse du corps a après le choc sera représentée par AD — 2AC = CD — AC = EC (égal à CD) — AC = EA. Dans tous les autres cas on arrive au même résultat final, savoir que la vitesse du corps a après le choc est représentée par EA en grandeur et en direction. Quant à la vitesse du corps b après le choc elle est représentée par EB puisque la vitesse d'éloignement doit être égale à celle d'approchement.

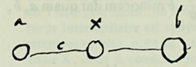
[2]) Comparez, p. 65—66, les deux premiers alinéas de la discussion de la Prop. IX du Traité.

[3]) La Pièce, empruntée à une feuille détachée, nous montre comment Huygens a calculé quelle doit être la masse du corps intermédiaire en repos, afin que le corps a [Fig. 4.] qui se meut

III [3]).

[1656.]

[Fig. 4.]



$$a + x \,[\text{ad}]\, a \,[\text{ut}]\, 2c \,[\text{ad}]\, \frac{2ac}{a+x} \text{ }^{4)}$$

$$x + b \,[\text{ad}]\, x \,[\text{ut}]\, \frac{4ac}{a+x} \,[\text{ad}]\, \frac{4acx}{ax+bx+ab+xx} \text{ }^{5)} \infty$$

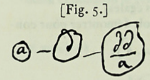
$$\infty \frac{4acx + 4acy}{ax + ay + bx + by + ab + xx + 2xy}$$

$$4aacxy + 4abcxy + 8acxxy \infty 4aacxy + 4abcxy + 4aabcy + 4acxxy$$

$$4acxxy \infty 4aabcy$$

$$xx \infty ab \text{ }^{6)}$$

[Fig. 5.]



$$a + d \,[\text{ad}]\, a \,[\text{ut}]\, 2c \,[\text{ad}]\, \frac{2ac}{a+d} \text{ }^{4)}$$

$$\frac{aa+dd}{a} \,[\text{ad}]\, d \,[\text{ut}]\, \frac{4ac}{a+d} \,[\text{ad}]\, \frac{4aac}{aa+2ad+dd} \text{ }^{7)}$$

ſemper major quam dimid. $\frac{4aac}{2aa+2dd}$ [8]).

Ergo per unum intermedium nunquam dat duplum immediati motus.

avec la vitesse c, donne le maximum de vitesse au corps b en repos. Comparez, p. 81, la Prop. XII du Traité. De même on y trouve la déduction du résultat mentionné dans la note 8 de la p. 136 et quelques considérations sur le cas de deux intermédiaires.

[4]) Vitesse du corps intermédiaire après le premier choc, calculée d'après les théorèmes biffés, mentionnés dans la note 1 de la p. 148.

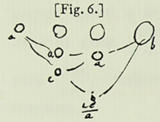
[5]) Vitesse du corps b après les chocs, de laquelle vitesse il s'agit de déterminer la valeur maximum. À cet effet Huygens emploie la méthode de Fermat, telle qu'il l'avait simplifiée. Cette méthode consiste à poser $\varphi(x) = \varphi(x+y)$, sauf à omettre dans le calcul les termes sans y et ceux qui contiennent les puissances de y au-dessus de la première; voir la note 30 de la p. 19 de notre T. XI.

[6]) C'est le résultat cherché.

[7]) Vitesse du corps de masse $\frac{dd}{a}$ après les chocs.

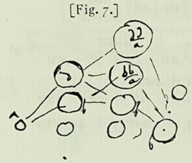
[8]) Vitesse de ce même corps frappé par le corps de masse a sans l'intervention du corps intermédiaire. Huygens veut dire que $\frac{4aac}{2aa+2dd}$ est toujours plus grand que la moitié de $\frac{4aac}{aa+2ad+dd}$, ce qu'on vérifie aisément.

[Fig. 6.]



a, c, a, b minor quam a, a, a, b [1]) quia c minor quam a. Sed $a, c, \frac{cc}{a}, b$ minor quam a, c, a, b, quia $\frac{cc}{a}$ magis recedit à medio prop. inter c et b quam a [2]). Etenim $\frac{cc}{a}$ minor quam c. Ergo $a, c, \frac{cc}{a}, b$ minor quam a, a, a, b.

[Fig. 7.]



Oſtend. [3]) quod $a, d, \frac{dd}{a}, b$ minorem dat quam $a, b, \frac{bb}{a}, b$.

$a, d, \frac{bb}{a}, b$ minor quam $a, b, \frac{bb}{a}, b$ [4]). ſed $a, d, \frac{dd}{a}, b$ minor quam $a, d, \frac{bb}{a}, b$ quia $\frac{dd}{a}$ magis

[1]) Huygens compare les vitesses obtenues par le dernier corps après les chocs dans les deux cas mentionnés où les vitesses initiales du premier corps a sont supposées égales.

[2]) Suivant la première formule à la p. 81 de la note 2 de la p. 80 on doit démontrer pour conclure à l'inégalité en question, qui peut s'écrire $\left(c, \frac{cc}{a}, b\right) < \left(c, a, b\right)$:

$$(1) \quad \left(\sqrt{m_B} - \frac{\sqrt{m_A m_C}}{\sqrt{m_B}}\right)^2 > \left(\sqrt{m'_B} - \frac{\sqrt{m_A m_C}}{\sqrt{m'_B}}\right)^2$$

où $m_A = c, m_C = b, m_B = \frac{cc}{a}, m'_B = a$.

Or, cette inégalité se réduit successivement à

$$m_B + \frac{m_A m_C}{m_B} > m'_B + \frac{m_A m_C}{m'_B}$$

$$m_A m_C \left(\frac{1}{m_B} - \frac{1}{m'_B}\right) > m'_B - m_B$$

et enfin, divisant par la différence, ici positive, $m'_B - m_B$, à $m_A m_C > m_B m'_B$, savoir $bc > cc$. Or, cette condition est remplie lorsque, comme dans la figure, $b > c$.

En écrivant: „$\frac{cc}{a}$ magis recedit à medio prop. inter c et b quam a", Huygens semble vouloir dire qu'on a soit (2) $\sqrt{cb} \geqq a > \frac{c^2}{a}$, donc $\sqrt{cb} : \frac{c^2}{a} > \sqrt{cb} : a$,

soit (3) $a > \sqrt{cb} > \frac{c^2}{a}$ avec la condition: $\sqrt{cb} : \frac{c^2}{a} > a : \sqrt{cb}$

qui conduit également à la relation $b > c$, apparemment admise par lui. Dans le cas (2) on a: $cb \geqq a^2$, ou $\frac{b}{c} \geqq \frac{a^2}{c^2}$, donc également (puisque $a > c$): $b > c$. Comparez la note 5 de la page suivante.

recedit à medio prop. inter d, b quam $\frac{bb}{a}$ [5]): Etenim d major quam b.

[3]) Il s'agit peut-être encore cette fois d'un problème que Huygens se proposait de joindre à son Traité „De Motu"; comparez la note 10 de la p. 133. De même l'alinéa qui précède pouvait donner lieu à un tel problème.

[4]) Puisque b est moyen proportionnel entre a et $\frac{bb}{a}$, mais $d \neq b$.

[5]) Pour saisir plus ou moins la pensée de Huygens (comparez sa démonstration de la Prop. XII du Traité „De Motu" où il considère d'abord, p. 83, fig. 20, trois corps tels que la masse du corps intermédiaire est moyenne proportionnelle entre les masses des corps extrêmes, et remplace ensuite, p. 85 fig. 21 et p. 83 dernière ligne, ce corps intermédiaire par un corps de masse X, dont il considère le rapport à la masse d'un des trois corps) concevons trois globes tels qu'il les suppose, de masses A, $\lambda\sqrt{AC}$ et C respectivement. Le corps A pousse le corps $\lambda\sqrt{AC}$, celui-ci pousse ensuite le corps C. Nous savons déjà que pour une vitesse donnée v du corps A la vitesse du corps C sera la plus grande possible pour $\lambda = 1$. La vitesse du corps C sera généralement, d'après la formule de la page 153,

$$\frac{4\lambda v A \sqrt{AC}}{(A + \lambda\sqrt{AC})(C + \lambda\sqrt{AC})};$$

cette expression se réduit à

$$\frac{4\lambda v A}{(\sqrt{A} + \lambda\sqrt{C})(\sqrt{C} + \lambda\sqrt{A})}$$

et ensuite à

$$(1) \quad \frac{4vA}{(A + C) + \left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\right)\sqrt{AC}}.$$

Comme l'expression $\lambda + \frac{1}{\lambda}$ ne change pas quand on remplace λ par $\frac{1}{\lambda}$, il est évident que la vitesse du corps C sera la même lorsque la masse du corps intermédiaire est p. e. trois fois plus grande que $\sqrt{AC}$, que lorsqu'elle est au contraire trois fois plus petite que $\sqrt{AC}$. L'on peut dire que dans les deux cas la masse du corps intermédiaire „recedit" d'une même quantité de la moyenne proportionnelle $\sqrt{AC}$. Comme l'expression $\lambda + \frac{1}{\lambda}$ croît uniformément lorsque λ croît de 1 à ∞ (et aussi lorsque λ diminue de 1 à 0), il s'ensuit que la vitesse du corps C diminue de plus en plus à mesure que la masse du corps intermédiaire „magis recedit à medio prop. $\sqrt{AC}$".

Dans le cas considéré $(d > b)$, on aura „$\frac{dd}{a}$ magis recedit a medio prop. inter d, b quam $\frac{bb}{a}$" lorsque (2) $\frac{d^2}{a} > \frac{b^2}{a} \geqq \sqrt{bd}$, puisqu'alors $\frac{d^2}{a} : \sqrt{bd} > \frac{b^2}{a} : \sqrt{bd}$,

ou bien lorsque (3) $\frac{d^2}{a} > \sqrt{bd} > \frac{b^2}{a}$ et que de plus $\frac{d^2}{a} : \sqrt{bd} > \sqrt{bd} : \frac{b^2}{a}$.

La formule (1) fait voir que, si la masse du corps intermédiaire est d'abord $\lambda\sqrt{AC}$ et ensuite $\lambda'\sqrt{AC}$, la vitesse du corps C sera la plus petite dans le premier de ces deux cas, lorsque

$$(4) \quad \lambda + \frac{1}{\lambda} > \lambda' + \frac{1}{\lambda'};$$

IV [1]).

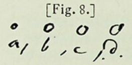
[1659] [2]).

pag. 194 Epist. Cartesij 2 vol. [3]) Alias leges motus tradit quam in Principijs Philos. [4]).

V [5]).

[1667?] [6]).

[Fig. 8.]



Positis corporibus duris a, b, c, d &c. [Fig. 8] continue proportionalibus, motoque solo a minimo et per ipsum successive b, c, d &c. Invenitur motus singulorum primus, item alter postquam percusserint corpus sequens, hoc modo. Sit $a \infty 1$. et corpus secundum sit b ut positum est. Ergo $c \infty bb$. $d \infty b^3$ &c. Sit etiam celeritas corporis primi $a \infty 1$.

---

c'est donc là, sous une forme moderne, la condition de Huygens qui peut également s'écrire

$$(5)\quad \left(\sqrt{\lambda}-\sqrt{\frac{1}{\lambda}}\right)^2 > \left(\sqrt{\lambda'}-\sqrt{\frac{1}{\lambda'}}\right)^2,$$

formule équivalente à la formule (1) de la note (2) de la p. 154.

En substituant dans la formule (4) les valeurs de λ et de λ' qui correspondent aux cas où la masse du corps intermédiaire est $\frac{d^2}{a}$ ou $\frac{b^2}{a}$ $\left(\text{savoir } \lambda = \frac{d^2}{a\sqrt{bd}}, \lambda' = \frac{b^2}{a\sqrt{bd}}\right)$, on trouve que, pour $d > b$, la formule (4) se réduit à $bd > a^2$, conformément aux formules (2) et (3) $\left(\text{De la formule (2) on tire } \frac{bd}{a^2} \geqq \frac{d^2}{b^2}, \text{ où } d > b, \text{ donc } bd > a^2\right)$.

Huygens aurait donc dû observer que, pour pouvoir affirmer que „$\frac{dd}{a}$ magis recedit à medio prop. inter d, b quam $\frac{bb}{a}$”, il faut admettre la relation $bd > a^2$.

1) La Pièce est empruntée à la p. 140 du Manuscrit A.

2) D'après le lieu que la Pièce occupe au Manuscrit A.

3) Il s'agit des deux premiers volumes de l'édition de Clerselier des „Lettres de Mr. Descartes”; voir la note 1 de la p. 515 de notre T. I et la note 11 de la p. 334 du T. II.

4) Voici le passage en question qu'on trouve au deuxième volume, publié en 1659, dans une lettre à Mersenne du 25 décembre 1639 (p. 627 du T. II de l'édition d'Adam et Tannery des

Fiunt celeritates		primæ		secundæ		quantitates motus ex celeritate secunda.
1.mi corporis	a.	1	—	$\frac{b-1}{b+1}$ 7)	—	$\frac{b-1}{b+1}$ 8)
2.	b.	$\frac{2}{b+1}$ 9)	—	$\frac{2b-2}{\overline{b+1}^2}$ 10)	—	$\frac{2bb-2b}{\overline{b+1}^2}$ 11)
3.	c.	$\frac{4}{\overline{b+1}^2}$	—	$\frac{4b-4}{\overline{b+1}^3}$	—	$\frac{4b^3-4b^2}{\overline{b+1}^3}$
4.	d.	$\frac{8}{\overline{b+1}^3}$	—	$\frac{8b-8}{\overline{b+1}^4}$	—	$\frac{8b^4-8b^3}{\overline{b+1}^4}$
		&c.		&c.		

Œuvres de Descartes): „Pour *l'inertie*, ie pense auoir desia escrit qu'en vn espace qui n'est point du tout empeschant, si vn corps de certaine grandeur, qui se meut de certaine vitesse, en rencontre vn autre qui luy soit esgal en grandeur, & qui n'ayt point de mouuement, il luy communiquera la moitié du sien, en sorte qu'ilz iront tous deux ensemble de la moitié aussy viste que faisoit le 1er; mais, s'il en rencontre vn qui luy soit double en grandeur, il luy communiquera les deux tiers de son mouuement, & ainsy ils ne feront tous deux ensemble pas plus de chemin en trois momentz, que le 1er faisoit en vn moment. Et generalement, plus les corps sont grands, plus ilz doibuent aller lentement, lors qu'ilz sont poussez par vne mesme force.”

Or, ces deux exemples, qui seraient à leur place dans la Théorie de la percussion des corps mous, sont en contradiction flagrante avec deux des règles énoncées par Descartes dans les „Principia”, savoir le premier avec la sixième règle, sur laquelle on peut consulter la note 18 de la p. 139 de ce Tome, et le second avec la quatrième règle que nous avons reproduite dans la note 1 de la p. 38.

5) La Pièce, empruntée à une feuille détachée, se rapporte au dernier alinéa (p. 91 ci-dessus) du Traité „De Motu”.

6) L'alinéa mentionné dans la note précédente, manque dans le Manuscrit de 1656. La Pièce doit donc être postérieure à cette année. Or dans les notices de Huygens qui lui ont servi pour ses discours à l'Académie des Sciences du 4, 11 et 18 janvier 1668 (que nous publierons plus loin dans le Tome présent; voir les p. 182—186) on rencontre aux numéros 14 et 13 (p. 184) une allusion aux résultats et calculs de la présente Pièce. Puisque entre ces deux époques Huygens, comme du moins sa Correspondance le fait présumer, ne semble pas s'être occupé de nouvelles recherches sur la percussion des corps, nous avons cru pouvoir choisir 1667 pour la date probable de cette Pièce V.

7) Vitesse du premier corps dans la direction ba (voir la Fig. 8) après le premier choc, calculée à l'aide du premier théorème de la note 1 de la p. 148, lequel calcul Huygens désigne sur une autre feuille, traitant du même sujet d'une manière moins complète, comme „per regulam nostram”.

8) Quantité de mouvement du premier corps dans la direction ba après le premier choc.

9) Vitesse du deuxième corps dans la direction ab après avoir reçu son premier choc, calculée à l'aide du théorème mentionné dans la note 7.

10) Vitesse définitive du deuxième corps dans la direction ba.

11) Quantité de mouvement définitive du deuxième corps dans la direction ba.

Si a ſit maximus proportion.^{lium} primæ celeritates exprimuntur eodem modo [1]), ſecundæ mutatis ſignis + — [2]).

Quantitas motus in corporibus poſtquam ultimum fuerit impulſum.

$2^{\text{bus}}\ \dfrac{2^2.b}{b+1} - 1$ [3]). $3^{\text{bus}}\ \dfrac{2^3.bb}{\overline{b+1}^2} - 1$ [4]). $4^{\text{or}}\ \dfrac{2^4.b^3}{\overline{b+1}^3} - 1$ [5]). $5^{\text{c}}\ \dfrac{2^5.b^4}{\overline{b+1}^4} - 1$

$100.\ \dfrac{2^{100}.b^{99}}{\overline{b+1}^{99}} - 1.$

Si proportio corporum ſit dupla, quantitas motus in corporibus 100 augetur ſecundum rationem 1 ad 4677000,000,000 proximè [6]).

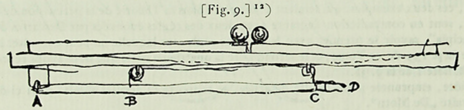
Si tripla, 1 ad 542100,000,000,000,000, prox. [7])

Cum autem a maximo corpore incipit motus non augetur unquam nec minuitur motus quantitas [8]). Celeritas vero minimi ad maximi celer.$^{\text{m}}$ in proportione dupla et corporibus 100 ſit proxime quæ 14760000000 [9]) ad 1 [10]).

VI [11]).

[1667?]

[Fig. 9.] [12])



[1]) Voir le deuxième théorème de la note 1 de la p. 148.

[2]) C'est-à-dire dans les numérateurs, qu'on doit alors écrire $1-b$, $2-2b$, etc. Ces vitesses et les quantités de mouvement qui en résultent dans la dernière colonne sont alors dans la direction ab.

[3]) En sommant à la manière de Descartes, savoir sans avoir égard à leur direction, les quantités de mouvement définitives des deux premiers corps supposés seuls présents, on trouve:

$$\frac{b-1}{b+1} + \frac{2b}{b+1} = \frac{3b-1}{b+1} = \frac{4b}{b+1} - 1.$$

[4]) $\dfrac{b-1}{b+1} + \dfrac{2b^2-2b}{(b+1)^2} + \dfrac{4b^2}{(b+1)^2} = \dfrac{7b^2-2b-1}{(b+1)^2} = \dfrac{8b^2}{(b+1)^2} - 1.$

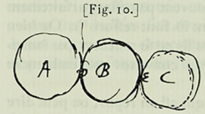
[5]) Cette fois il sera plus facile de soustraire du résultat obtenu dans la note précédente le terme $\dfrac{4b^2}{(b+1)^2}$ et d'y ajouter les termes $\dfrac{4b^3-4b^2}{(b+1)^3}$ et $\dfrac{8b^3}{(b+1)^3}$ après quoi on obtient le résultat annoncé par Huygens.

[6]) Comparez la note 6 de la p. 91. Sur une autre feuille détachée on retrouve le calcul de Huygens par les logarithmes d'après la formule: $\log \dfrac{2^{100}.2^{99}}{3^{99}} = 100 \log 2 + 99 \log 2 - 99 \log 3.$

VII [13]).

[1667?] [14])

[Fig. 10.]



A, B, C egales. Poſons que ces corps ſoient durs parfaitement, et que A et B ſe touchent et repoſent. C vient a les frapper. A partira ſeul, et B et C demeureront joints et en repos. Cela arrive aux corps les plus durs que nous ayons, et d'autant plus preciſement qu'ils ſont plus durs. Or ſi B ne s'eſt point meu, il ne peut pas avoir meu A. car de l'avoir meu ſans mouvement,

[7]) On trouve sur la feuille mentionnée dans la note précédente le calcul par la formule: $\log. \dfrac{2^{100}.3^{99}}{4^{99}} = 100 \log 2 + 99 \log 3 - 99 \log 4.$

[8]) Puisqu'alors toutes les vitesses sont dirigées dans le même sens.

[9]) En continuant la première colonne du petit tableau de la p. 157 l'on voit que pour le centième et dernier corps la vitesse après les chocs est égale à $\dfrac{2^{99}}{(b+1)^{99}}$, ou dans le cas présent à $\dfrac{2^{99}}{(\frac{1}{2}+1)^{99}} = 2338500000000$, et non pas 14760000000; comparez la note 4 de la p. 90.

Or, nous avons retrouvé sur une autre feuille détachée le calcul qui a amené le résultat erroné de Huygens. Il y suppute le logarithme du nombre cherché en soustrayant 99 (log 3 — log 2) de 99 log 2; mais il commet une simple erreur de calcul dans la multiplication de log 3 — log 2 = 0,1760912 par 99, trouvant 19,6330288 au lieu de 17,4330288.

[10]) On trouve encore sur la même feuille une „Regula universalis" qui correspond presque textuellement avec le premier alinéa de la Pièce II, p. 151—152. Cela semble prouver que les deux principales additions au Traité „De Motu" après 1656 (date du Manuscrit dont nous avons tiré l'Appendice II (p. 137—149)), savoir celle des p. 69—71 (voir la note 4 de la p. 69) et celle du dernier alinéa du Traité (voir la note 1 de la p. 90), ont été conçues à la même époque. En effet, la première addition correspond bien à la Pièce II et à la „Regula Universalis", tandis que la deuxième se retrouve à la fin de la Pièce V (p. 158).

[11]) La Pièce a été empruntée à la même feuille détachée qui contient les calculs dont il est question dans les notes 6 et 7 qui précèdent.

[12]) La Figure, où nous avons ajouté les lettres A, B, C, D semble représenter une machine pour faire des expériences sur le choc des corps. Il est clair que lorsqu'on pousse en bas le bout D du levier AD les vitesses communiquées aux plateaux qui portent les billes seront dans le rapport de AB à AC et il en sera peut-être de même pour celles reçues en conséquence par les billes. On pourrait constater alors quels sont les sens dans lesquels se meuvent les billes après le choc ou si l'une d'elle est alors en repos, oui ou non. Comparez encore la note 13 de la p. 185 où l'une des Figures représente une machine analogue ou identique.

[13]) La Pièce est écrite sur une feuille détachée.

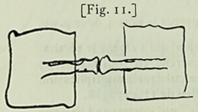
[14]) La Pièce date probablement de l'année 1667 puisqu'on trouve dans les notices pour les

il n'eſt pas poſſible, car ſi B eſtoit inesbranlable comment eſt ce que le coſtè D ſe reſentiroit du coup. B s'eſt donc meu et A neceſſairement en meſme temps, et pour le moins auſſi viſte que B, de ſorte qu'ou ils ſont allè joints enſemble ou A a devancè B, d'ou s'enſuit que A n'a pu empeſcher B de continuer ſon chemin vers le coſtè A. Toutefois B ſe trouve en repos le coup eſtant fait. il eſt donc retournè ſans que rien l'y ait obligè. ce qui eſt abſurde. Et la meſme choſe ſe conclurait quand B ſeulement iroit plus lentement que A. donc il faut conclure que ces corps ſe touchant immediatement, ils ne peuvent pas eſtre parfaitement durs et faire l'effect qu'ils ſont, et que par conſequent ils ſont reſſort [1]). Ou bien il faut dire que ſi ces corps ſont parfaitement durs ils ne ſe touchent pas immediatement. Et il y a des experiences avec les verres convexes qui ſemblent le prouver [2]).

Quand un corps dur en rencontre un autre egal qui eſt en repos, on peut dire que l'un acquiert en un inſtant le mouvement, et que l'autre en un inſtant le perd. Mais de dire que le corps B en meſme inſtant acquiert et perd le mouuement, c'eſt dire qu'il demeure en repos, car le mouuement ne ſe fait que dans le temps, et il n'y en a point dans un inſtant.

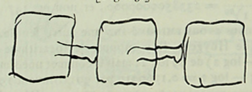
S'ils ne ſe touchent pas immediatem.t il faut qu'ou bien les corps qui ſont entre deux ſe retirent promptement et s'echappent, ou qu'ils faſſent reſſort eux meſmes, comme l'air.

[Fig. 11.]

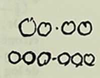


[Fig. 12.]

[Fig. 13.]



[Fig. 14.]



VIII [3]).

[1667?] [4]).

Sunt corpora quædam quæ in ſe mutuo impingentia non recedunt a contactu, qualia ſunt quæ præ mollitie figuram aliquatenus mutant cum percutiuntur, nec omnino in eandem ſe reſtituere conantur, ut argilla humida plumbum et alia.

discours mentionnées dans la note 6 de la p. 157 au numéro 6.1 (p. 184) l'annotation suivante: „Experience belle des boules ou dames rangees et frappees par 2 ou 3 autres [voir la Fig. 14, p. 160]. Et que la communic.n de mouvement s'y fait de meſme que ſi les boules avoient quelque petite distance."

Alia vero quæ in ſe mutuo impingentia à contactu reſiliunt: quod quidem non illis ſolum quæ dura nobis vocantur, ut ebori vitro lapidibus plerisque chalibi et alijs accidit ſed et ijs quæ dum colliduntur figuram nonnihil mutare conſtat ſed continuo vi quadam eandem ſibi reſtituere, veluti ſuber ſpongia, veſica aere inflata, et alia multa. Nec immerito dubitari poteſt annon etiam illa quæ apud nos ex materia duriſſima conſtant, hac reſtitutionis vi a ſe invicem reſiliant.

Cum vero appareat in occurſu mutuo hujusmodi corporum non extingui ſed conſervari quodammodo motum, idque tanto melius quanto perfectior fuerit eorum ſive durities ſive reſtitutionis vis, proinde eas in ſumma perfectione conſiderari volumus in corporibus de quibus in ſequentibus agetur. de quorum motu ex percuſſione ſequentia ſupponimus [5]).

IX [6]).

[1667?] [7])

A et B corpora mollia, A movetur celeritate AC [Fig. 15] B celeritate BC. quæ ſunt reciproce ut ipſa corpora. dico poſt concurſum in C, manere utrumque immotum [8]).

[1]) Les Fig. 11—13, p. 160, se rapportent sans doute à cette pensée: que les corps ne sont jamais parfaitement durs, mais qu'ils font ressort.

[2]) De même on lit dans les notices publiées dans ce Tome à la p. 183, au numéro 6: „Experience de deux verres convexes, ou l'on voit qu'il y reste de l'air entre deux".

[3]) La Pièce fut écrite sur une feuille détachée.

[4]) Puisqu'au revers de la feuille on trouve des calculs qui se rapportent au même sujet que ceux qu'on trouve dans la Pièce V (p. 156—158) il est à présumer que cette Pièce et la présente furent conçues dans la même année.

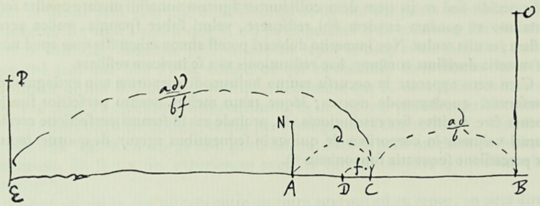
[5]) Comme les suppositions dont il s'agit ici Huygens désigne successivement (dans une rédaction parfois un peu différente): les Hypothèses II (p. 31 ci-dessus) et IV (p. 39) du Traité „De Motu", l'Hypothèse: „Si vero corpus minus occurrat majori quiescenti non posse ei dare celeritatem majorem sua", sur laquelle on peut consulter le troisième alinéa de la p. 129, et enfin les Hypothèses V (p. 41) et III (p. 33) du même Traité.

[6]) La Pièce est empruntée à une feuille détachée.

[7]) Parmi les notices mentionnées dans la note 6 de la p. 157 on trouve au numéro 15 (p. 184) la suivante: „de la rencontre des corps moux et la commun.n de mouvement qui s'y fait". Il est donc bien probable que la présente Pièce concernant la théorie du choc des corps mous fut écrite avant les premiers jours de janvier 1668.

[8]) Il semble utile de faire précéder ici un aperçu de la démonstration par l'absurde que Huygens

[Fig. 15.]



Sit ut DC (f) [1]) ad CB $\left(\frac{ad}{b}\right)$ ita CA (d) ad CE $\left(\frac{add}{fb}\right)$, ſitque hæc celeritas navis, quæ talis ponitur ad formandam demonſtrationem.

hic navis ponitur ſiniſtrorſum ferri celeritate CE.

$\frac{ad}{b}+\frac{add}{bf}$ celer. B corporis ante occ. nempe BE

$\frac{ada}{bf}-d$ cel. corp. A ante occ. nempe AE

$\left.\frac{aadd}{bb}+\frac{2aad^3}{bbf}+\frac{aad^4}{bbff}\right\}$ qu. cel.ˢ B [2])
b m[ult.]

$\left.\frac{aad^4}{bbff}-\frac{2ad^3}{bf}+dd\right\}$ qu. cel. A [3])
a m[ul.]

$\frac{aadd}{b}+\frac{2aad^3}{bf}+\frac{aad^4}{bff}$

$\frac{a^3d^4}{bbff}-\frac{2aad^3}{bf}+add$

$$\frac{aadd}{b}+\frac{2aad^3}{bf}+\frac{aad^4}{bff}+\frac{a^3d^4}{bbff}-\frac{2aad^3}{bf}+add\,{}^{4}) \infty\,{}^{5})\, \frac{a^3d^4}{bbff}+\frac{2aadd}{b}+aff+\frac{aad^4}{bff}+2add+bff\,{}^{6})$$

$$0 \infty\,{}^{5})\, \frac{aadd}{b}+add+\&c.\,{}^{7})$$ quod

eſſe nequit.

Si enim fieri poteſt moveantur poſt conjunctionem celeritate CD verſus partem

---

va donner de ce théorème. Supposons donc avec lui que les corps mous A et B de masses a et b se meuvent à leur rencontre avec les vitesses AC [Fig. 15] $=d$ et BC $=\frac{ad}{b}$ et soit $f=$

A. Ponantur hæc in navi fieri quæ feratur celeritate CE, fient hæc ergo eodem modo reſpectu navigantis ac reſpectu ſtantis in ripa. movebitur corpus A ante occurſum celeritate AE, et corpus B celer. BE. Et poſt conjunctionem utrumque ſimul movebitur celeritate ex CE et CD compoſita. Quare etiam, ſi ſtans in terra hos motus corporum efficiat, idem quoque evenire neceſſe eſt. hoc autem fieri non poſſe oſtendetur.

Sit NA altitudo ex qua corpus A cadens acquiſiverit celeritatem AE. Ergo faciendo ſicut qu.AE ad qu.EB ita AN ad BO, erit BO altitudo ex qua decidens B acquiſivit cel. BE. Et rurſus ſi fiat ut qu.AE ad qu. utriusque ſimul EC, CD, ita AN ad EP, erit EP altitudo ad quam corpora A, B, juncta aſcendere poterunt celeritate ex EC, DC compoſita. Atqui oſtendetur PE altitudinem ductam in magnitudinem utramque A et B majus facere productum quam

---

$=$ CD la vitesse avec laquelle ils se meuvent ensemble après le choc; ajoutons la vitesse commune CE que nous représentons provisoirement par x, et convertissons les nouvelles vitesses, qui sont supposées horizontales, en des vitesses verticales; alors les hauteurs auxquelles les corps a et b pourront monter avant le choc seront respectivement $\lambda(x-d)^2$ et $\lambda\left(\frac{ad}{b}+x\right)^2$ (où $\lambda=\frac{1}{2g}$), après quoi leur centre de gravité composé se trouvera à la hauteur $\frac{a\lambda(x-d)^2+b\lambda\left(\frac{ad}{b}+x\right)^2}{a+b}$, tandis qu'après le choc ce centre pourra monter jusqu'à la hauteur $\lambda(f+x)^2$. Or, d'après le Principe adopté par Huygens (consultez la p. 57): que le centre de gravité ne peut pas monter par l'effet seul de la gravité, il faut donc que la première de ces hauteurs soit supérieure ou égale à la seconde; ce qui mène à la condition $ad^2+\frac{a^2d^2}{b} \geqq (a+b)(2xf+f^2)$ ou bien, en divisant par $a+b$, à $\frac{ad^2}{b} \geqq 2xf+f^2$, condition qui ne peut pas être remplie pour chaque valeur de x (et e. a. pas pour celle $x=\frac{ad^2}{bf}$ choisie par Huygens) sans qu'on ait $f=0$; ce qu'il fallait prouver.

[1]) f est la vitesse commune des deux corps mous après le choc, vitesse dont Huygens va prouver qu'elle doit être égale à zéro.

[2]) Grandeur proportionnelle à la hauteur BO à laquelle le corps pourrait monter après la conversion de sa vitesse horizontale en une vitesse verticale.

[3]) Grandeur proportionnelle à AN.

[4]) Cette grandeur est proportionnelle à la hauteur à laquelle peut monter le centre de gravité commun des deux corps avant le choc, multipliée par $a+b$.

[5]) Lisez plutôt $\geqq$; consultez la note 8 de la p. 161.

[6]) Cette grandeur, égale à $(a+b)\left(\frac{add}{bf}+f\right)^2$, est proportionnelle à la hauteur à laquelle peut monter le centre de gravité commun des deux corps après le choc, multipliée par $a+b$. Nous avons supprimé le calcul.

[7]) Savoir $(a+b)f^2$.

sint duo quæ fiunt ducendo NA in A, et OB in B, quod fieri nequit [1]). Ergo [2]) Hæc fortasse optima erit demonstr.° et melior ea quæ in fin. pag. præc. [3]) ita est: sed sufficit ponere CE $\infty\ \frac{add}{2bf}$ [4]).

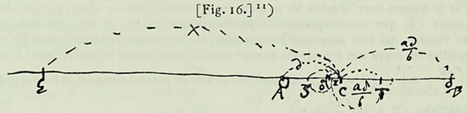
Des Chales [5]). Sunt qui satis demonstrasse se putant veritatem hujus Theorematis ex eo quod quantitas motus in utroque corpore est æqualis [6]). Est probabilis ratio sed non sufficit. Sic [7]) demonstraretur corpus quiescens a diversis corporibus impulsum quorum eadem quantitas motus æqualem celeritatem acquirere quod tamen falsum [8]).

X [9]).

[1667?] [10])

De semiresilientibus.

[Fig. 16.] [11])



A et B concurrunt in C, celeritatibus BC, AC, quæ sunt reciprocè ut corpora. Sint discessura spatio ST, sed quo diviso in N, in proportione reci-

[1]) De par le principe que le centre de gravité ne peut pas monter par l'effet seul de la gravité. En effet d'après ce principe $PE \leqq \frac{a\,NA + b\,OB}{a+b}$, ou bien $(a+b)\,PE \leqq a\,NA + b\,OB$. Or les calculs qui précèdent montrent que cette condition n'est pas remplie.

Ajoutons encore que Huygens se rendait parfaitement compte de ce que, le théorème dont il s'agit dans cette Pièce étant prouvé, toute la théorie du choc direct des corps mous en peut être facilement déduite. Voici, en effet, ce qu'on lit sur une autre feuille détachée, qu'il n'a pas semblé nécessaire de reproduire: „Primo ostendi potest quod si hoc ita fiat, tunc alijs casibus omnibus, velut si A [voir la Fig. 15] moveatur celeritate aliqua AE et B celeritate BE, post occursum in E, centrum grav. commune quod motum est à C in E perrecturum eadem celeritate versus V [où V se trouve dans le prolongement de AE]".

En effet pour obtenir cette belle solution géométrique du cas général du choc direct des corps mous, il suffit d'ajouter aux vitesses AC du corps A, BC du corps B (où $AC : BC = b : a$) et à celle égale à zéro des deux corps réunis par le choc la vitesse commune CE.

[2]) Nous empruntons encore à une autre feuille détachée, concernant le choc des corps mous, l'annotation suivante: „mirabilis est hæc demonstratio, qua evincitur si corpora

proca ponderum, non cadat N in C si potest, et intervallum NC dicatur ε.

mollia sibi occurrunt mutuo celeritatibus quæ sint reciproce ut corpora, nec post occursum maneant immota sed vel tantillum in alterutram partem progrediantur jam motum perpetuum daturum iri. augeri enim posse constabit vim ascensivam; idque quantum libet, aucta scilicet CE. quæ saltem major debet esse quam $\frac{add}{2bf} - \frac{1}{2}f$".

[3]) On trouve la démonstration indiquée au revers de la feuille à laquelle nous avons emprunté cette Pièce et qui visiblement a fait partie d'un des livres des „Adversaria". D'ailleurs cette démonstration fut biffée et ne se distingue de celle de notre texte que par le choix de la vitesse attribuée au navire, cette vitesse étant choisie successivement égale à $\frac{2d^2}{f} + d$ et à $\frac{a^2d^2}{b^2f} + d$. Or, la première réduction à l'absurde, fondée sur la première valeur, réussit lorsqu'on a $b > a$ et la deuxième lorsque $b < a$ (consultez la note 8 de la p. 161) tandis qu'il est clair qu'on peut faire à volonté l'une ou l'autre de ces suppositions.

[4]) Comparez les dernières lignes à la p. 163 de la note 8 de la p. 161. Il est clair que pour $x = \frac{ad^2}{2bf}$ la condition mentionnée n'est pas remplie non plus sans prendre $f = 0$. On trouve d'ailleurs la déduction de cette valeur de x sur la feuille mentionnée dans la note 2 de la p. 164.

[5]) Il s'agit du „Cursus seu Mundus mathematicus" de Claude François Dechales, ouvrage de 1674, cité dans la note 4 de la p. 347 de notre T. V. En effet l'état du Manuscrit semble indiquer que l'annotation présente fut faite après coup.

[6]) Voici, en effet, la démonstration de Dechales de sa Prop. VII: „Si duo mobilia sibi invicem occurrant cum velocitatibus, quæ sint ipsis corporibus reciprocæ, cessabit utriusque motus" du „Lib. VII" du „Tractatus octavus. Mechanica" (voir la p. 199 du T. II de la deuxième édition, de 1690, de son „Cursus"): „Demonstr. Eadem supponitur esse ratio A ad B, quæ lineæ BC ad lineam AC [voir p. e. la Fig. 16]; ergo productum ex multiplicatione primi termini A per quartum AC, seu quantitas motus corporis A, æquale erit producto multiplicatione secundi termini B, per tertium BC, seu quantitati motus corporis B; ergo sicut prius sunt hinc inde motus contrarii æquales, ergo pariter erit æquilibrium, & neutrum prævalebit, nam mobile B compensat suâ velocitate, id quod deerat in mole."

[7]) C. à. d. si l'on voulait admettre que généralement l'influence exercée par un corps qui en rencontre un autre sur ce dernier ne dépend que de la quantité de mouvement du premier corps.

[8]) Dans le cas de deux corps mous A et B de masses m_A et m_B, dont A possède la vitesse v_A et B est en repos, on trouve pour la vitesse commune après le choc $v' = \frac{m_A v_A}{m_A + m_B}$, de sorte que cette vitesse ne dépend pas seulement de $m_A v_A$ mais aussi du rapport entre les masses. Il en est de même dans le cas des corps durs de Huygens où les formules de la note 1 de la p. 67 sont applicables; on a alors $v'_B = \frac{2m_A v_A}{m_A + m_B}$.

[9]) La Pièce est empruntée à une feuille détachée.

[10]) Il y a tant d'analogie entre cette Pièce et la précédente qu'il semble permis de supposer qu'elles datent de la même époque.

[11]) A et B sont les corps semi-durs de masses a et b qui se rencontrent en C de sorte que leurs vitesses peuvent être supposées égales à AC et BC. Après leur rencontre ces corps sont supposés rejaillir avec les vitesses CS et CT et Huygens va prouver que si l'on a AC : CB =

Fiant hæc in navi quæ feratur celeritate CE [1]) à C verſus N. quæ celeritas CE ita inventa ſit ut ſit ſicut ε ſive NC ad $\frac{1}{2}$CA ita CB ad CE.

$$\frac{add - a\delta\delta - b\varepsilon\varepsilon}{2\varepsilon b} \infty \ ^{2})x \text{ ſufficiet ponere CE ſive } x \infty \frac{add}{2\varepsilon b}\ ^{3})$$

$$\text{NC } (\varepsilon) \text{ [ad] } \tfrac{1}{2}\text{CA } (\tfrac{1}{2}d) \text{ [ut] CB } \left[\frac{ad}{b}\right] \text{ ad CE } \left[\frac{add}{2\varepsilon b}\right]\ ^{4})$$

qualiscunque ſit diſceſſus reſilientium ST, neceſſe eſt reflexiones ſingulorum A et B, eſſe inter ſe in proportione reciproca corporum, uti fuere celeritates occurrentium, aut alioqui devenietur hac demonſtratione ad abſurdum, nempe ut altius fiat centr. commune gravitatis poſt occurſum quam ubi fuerat cum deciderent corpora A et B ex ijs altitudinibus unde celeritates concurſus nacta ſunt. Etenim ad inveniendam celeritatem adventitiam CE, non opus eſt conſiderare δ nec $\frac{a\delta}{b}$, nec proinde diſceſſus quantitatem ST, ſed tantum diſtantiam CN ſive ε, qua centrum grav.is receſſit poſt occurſum, nempe in fine temporis ſecundi [5]).

Centrum gravitatis igitur ſi ad occurſum tendentibus quieſcebat, quieſcet etiam poſt occurſum, in hujusmodi ſemiduris æque ac in perfecte duris et mollibus.

$= b : a$, savoir si primitivement les vitesses des corps A et B étaient en raison réciproque de leurs masses, il en sera de même après le choc. Il en va donner une démonstration par l'absurde. À cet effet il suppose que le point N (à peine lisible dans la figure) qui divise ST dans la raison de b à a diffère du point C. Posant ensuite $\text{SN} = \delta$, de sorte que $\text{TN} = \frac{a\delta}{b}$, il suppose $\text{NC} = \varepsilon$ et va démontrer que nécessairement $\varepsilon = 0$.

Afin de réussir dans cette démonstration il emploie de nouveau la méthode que nous avons expliquée dans la note 8 de la p. 161, c'est-à-dire: convertissant toutes les vitesses horizontales en vitesses verticales il montre que, par un choix approprié de la vitesse $\text{CE} = x$ à ajouter à toutes les autres vitesses, la hauteur du centre de gravité commun pourrait devenir plus grande après le choc qu'elle ne l'était avant cet événement, excepté lorsque l'on prend $\varepsilon = 0$.

Par des calculs tout-à-fait analogues à ceux que nous avons exposés dans la note citée on arrive à la relation: $ad^2 + \frac{a^2d^2}{b} \geqq (a+b)(2x\varepsilon + \varepsilon^2 + \frac{a\delta^2}{b})$ ou bien $\frac{ad^2}{b} \geqq 2x\varepsilon + \varepsilon^2 + \frac{a\delta^2}{b}$. Or, cette condition, qui indique que la hauteur du centre de gravité commun avant le choc est supérieure ou égale à celle après le choc, et qui est exigée par le Principe que ce centre ne peut pas monter, n'est évidemment pas remplie lorsque $x \geqq \frac{add}{2\varepsilon b}$, à moins qu'on n'ait $\varepsilon = 0$; ce qu'il fallait prouver.

Remarquons encore que lorsqu'ainsi la coïncidence de N avec C a été prouvée, de sorte que $\frac{\text{SC}}{\text{AC}} = \frac{\text{CT}}{\text{CB}}$, la solution par construction du problème général du choc direct des corps semi-durs s'ensuit facilement. En effet, il suffit d'ajouter aux vitesses avant et après le choc une vitesse commune CE de grandeur arbitraire. On voit alors que si AE et BE représentent les vitesses avant le choc, celles après le choc seront données par SE et TE, où SC : AC dépend de la nature des corps A et B.

[1]) Cette vitesse est représentée par x dans les calculs qui suivent dans le Manuscrit mais que

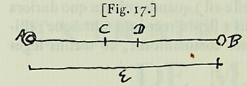
unde oſtenditur, quod ſi ante occurſum movebatur, etiam poſt eodem motu perget.

que la mesme reflexion ſe fait quand l'un des corps ſeroit tout a fait dur ou d'un reſſort parfait, pourvu que le mouvement reſpectif ſoit le meſme [6]).

Corpora quædam in ſe mutuo impingentia reſilire, idque ita ut recedant mutuo reſpectu æque celeriter atque acceſſerunt, qualiscunque fuerit celeritas illa reſpectiva [7]). deinde fiet propoſitio. non poſſe ulla corpora celerius recedere quam acceſſerunt.

Item. Si fuerit eadem celeritas reſpectiva accedentibus etiam eandem fore celeritatem reſpectivam recedentibus.

[Fig. 17.]



ſit corporibus A et B celeritas reſpectiva accedentibus AB [Fig. 17]. Et propria celeritas corporis A ſit AC, corporis B celeritas BC. Vel ſit A celeritas AD, ipſi vero B celeritas BD. Dico utroque caſu eandem fore celeritatem reſpectivam recedentibus ab occurſu. Sit priore caſu celeritas reſpectiva recedentium E. Et fiant quæ in caſu poſteriore in navigio, quod feratur celeritate DC. Jam ſtantis in ripa reſpectu movebitur A celeritate AC et B celeritate BC. Quare ejusdem ſpectatoris reſpectu debent A et B recedere celeritate reſpectiva E. Ergo et vectoris reſpectu, eadem celeritate reſpectiva AB moventur. ut autem in navigio ita in terra.

---

nous croyons pouvoir supprimer après les renseignements fournis par la Pièce précédente et par les notes 8 et 11 des pp. 161 et 165. Remarquons seulement que les vitesses des corps A et B par rapport à la rive sont respectivement avant le choc $x - d$ et $x + \frac{ad}{b}$ et après le choc $x + \delta + \varepsilon$ et $x - \frac{a\delta}{b} + \varepsilon$, d'où il suit:

$$a(x-d)^2 + b\left(x + \frac{ad}{b}\right)^2 \geqq a(x+\delta+\varepsilon)^2 + b\left(x - \frac{a\delta}{b} + \varepsilon\right)^2.$$

[2]) Lisez plutôt $\geqq$. La formule se déduit immédiatement de celle-ci: $\frac{ad^2}{b} \geqq 2x\varepsilon + \varepsilon^2 + \frac{a\delta^2}{b}$ qui résulte de la dernière formule de la note précédente après division par $a + b$; comparez la note 10 de la p. 165.

[3]) Savoir pour obtenir que la condition précédente $(\text{NC} \neq 0)$ n'est pas remplie.

[4]) Détermination de la valeur indiquée de x.

[5]) Huygens veut dire que la vitesse supplémentaire $\frac{add}{2\varepsilon b}$, qui est nécessaire pour la réduction à l'absurde, ne dépend pas de δ, c'est-à-dire qu'elle est indépendante de la nature des corps qui se choquent et par suite la même pour les corps mous, durs ou semi-durs.

[6]) Cette remarque peut avoir été ajoutée après coup.

[7]) Comparez (p. 43) la Prop. IV du Traité „De Motu". Évidemment cette Proposition n'est valable que pour les corps durs, savoir dans le cas particulier de la Fig. 16 où $\text{CS} = \text{CA}$ et, par suite $\text{CT} = \text{CB}$. Huygens va indiquer ensuite comment elle doit être modifiée dans le cas des corps semi-durs.

XI [1]).

[1667?]

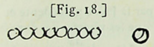
An corpora dura quæ figuram non mutant, ſequuntur leges noſtrorum durorum, de quibus demonſtrari poteſt reſtitutioni et flexioni obnoxia eſſe.

Non video quid impediat. Non enim impoſſibile videtur motum in inſtanti vel indiviſibili tempore communicari (quod neceſſe eſt) quandoquidem quo duriora ſunt corpora quæ habemus, hoc eſt quo minus a figura recedunt minusque reſtituuntur, hoc eſt, quo minori tempore motum communicant, eo melius leges noſtras reflexiones ſervent [2]).

XII [3]).

[1675?] [4])

[Fig. 18.]



Si une boule d'yvoire venant choquer un rang de boules d'acier trempè ou de verre dont chacune ſoit plus legere qu'elle, rejalira pourtant quelque peu. a cauſe que ſon reſſort eſt plus lent.

[1]) La Pièce est empruntée à une feuille détachée.
[2]) Comparez p. 175 note 17.
[3]) La Pièce est empruntée à une feuille détachée. Sur la même feuille Huygens se pose quelques autres questions qui appartiennent à la physique.
[4]) On trouve cette date au revers de la feuille détachée.

EXTRAIT D'UNE LETTRE DE M. HUGENS

À L'AUTEUR DU JOURNAL

SUR LES REGLES DU MOUVEMENT DANS LA RENCONTRE DES CORPS.

1669.

JOURNAL DES SÇAVANS DU LUNDY 18 MARS, MDCLXIX.

Avertissement.

Nous avons vu [1]) qu'en 1656 Huygens était en possession de toutes les Propositions qu'on trouve dans son Traité posthume: „De Motu Corporum ex Percussione" et nous avons reconnu la cause qui a retardé la publication de ces résultats [2]). Toutefois il n'en garda pas le secret. Outre les communications qu'il avait faites déjà auparavant à van Schooten [3]), Kinner à Löwenthurn [4]) et Mylon [5]), il fit connaître dans sa correspondance avec de Sluse les fondements sur lesquels il avait basé sa théorie. Dans le cours de cette correspondance [6]) il s'était montré que de Sluse croyait posséder une méthode, différente de celle de Huygens, pour calculer les vitesses après le choc. À ce propos Huygens lui écrivit

[1]) Voir les p. 10—11 de ce Tome.
[2]) Voir les p. 8—9.
[3]) Voir sa lettre du 29 octobre 1652, p. 186 du T. I, et comparez la p. 6.
[4]) Voir ses lettres du 16 décembre 1653 et du 26 novembre 1654, pp. 260 et 307 du T. I, et comparez encore la p. 6.
[5]) Voir sa lettre du 6 juillet 1656, p. 448 du T. I, et comparez la note 1 de la p. 80.
[6]) Dans la lettre du 2 novembre 1657 (p. 79 du T. II) Huygens avait communiqué la solution d'un cas spécial. Dans sa réponse (p. 87 du T. II) de Sluse lui demanda des explications, mais l'exemple qu'il donna à son tour montra que les règles qui les guidaient étaient différentes. En effet, dans sa réplique (p. 94 du T. II) Huygens énonça un résultat tout différent, obtenu évidemment en appliquant sa solution générale (voir les p. 65—67 ci-dessus) du cas où l'un des corps est en repos. La réplique de de Sluse (p. 103 du T. II) fit voir que celui-ci n'était pas entièrement convaincu de la justesse de la solution de Huygens. C'est alors que Huygens lui écrivit la lettre du 3 janvier 1658 (p. 115 du T. II) dont nous allons traduire un passage dans le texte.