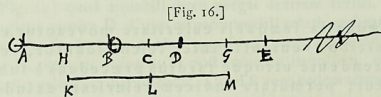


Sed nunc corpus utrumque in eandem partem moveri intelligatur, B [Fig. 16] quidem celeritate BC, et A celeritate AC. hoc igitur attinget corpus BC¹⁾ in puncto C. Dico autem utrumque in eandem partem uti prius delatum iri sed permutata invicem celeritate, ut A feratur celeritate CD



ipfi BC æquali; B vero celeritate CE æquali AC quantum scilicet prius habuit corpus A. Positis enim sicut in casu præc. punctis H, G et K, L, M²⁾. Evidens est ei qui præterveheretur celeritate KL dum A fertur celeritate AC, et B celeritate BC, ei inquam pari celeritate utrumque corpus moveri³⁾, et conjungi utrumque in C cum ipse est in L. Æquali igitur celeritate utrumque recedere necesse est ejusdem spectatoris respectu⁴⁾, qui secundo tempore conficit spatium LM. ideoque ipso in M perveniente debet punctum e regione G eodem modo sese habere ad corpora in D et E, uti punctum H ad eadem in A et B. Quod sane fieri non potest nisi quo tempore spectator venit ab L ad M, corpus B peragat CE ipse CA æquale et A corpus spatium CD æquale CB. Ergo sic fieri necesse est ut fuit prop.

Ex⁵⁾ quovis impulsu corpora non nisi æquabilem motum nancisci. hoc est quo æqualibus temporibus æqualia spatia percurrant.

[Etsi in alijs quoque corporibus locum habeant quæ demonstraturi sumus, sphaeras tamen adhiberi⁶⁾.]

Sphaeras quidem quarum centra in eadem recta moventur propter mutuum impulsu lineâ non excedere, quoniam absurdum dictu esset magis ad unam quam ad aliam partem desletere.

Reliquis vero corporibus idem evenire quando contactus punctum in eam rectam incidit, secundum quam utriusque gravitatis centra moventur⁷⁾.

Quoniam spatia à diversis corporibus æquali tempore peracta motu æquali,

¹⁾ Lisez: B.

²⁾ Savoir de sorte que AH = HB, CG = CH, tandis que les points K, L, M correspondent aux points H, C, G.

³⁾ Puisque AC - KL = AC - HC = AH et KL - BC = HC - BC = HB, où par construction AH = HB.

⁴⁾ Voir l'„Hypothesis II”, p. 31.

⁵⁾ Ce qui suit encore dans cette Neuvième Partie constitue évidemment des considérations préalables dont Huygens, à une époque donnée, a voulu faire précéder ses Théorèmes sur la percussion des corps.

in eadem qua velocitates sunt ratione. Ideo velocitatum rationem ratione spatiorum metiemur quæ ipsæ vel æqualibus temporibus percurra sunt. Veluti cum simul corpus A [Fig. 17] moveri dicetur celeritate AC, et corpus B celeritate BC, intelligendum est eodem temporis intervallo percurrisse corpus A spatium AC et corpus B spatium BC. Velocitatibus eam inter se rationem tenentibus quæ est linearum AC ad BC.

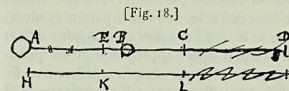
Præterea ex ordine quo terminos linearum appellabimus, intelligatur in quam partem motus contingat. Veluti cum corpus A dicetur moveri celeritate AC id significabit certo temporis intervallo pervenisse æquali motu ab A ad C, non à C ad A. Similiter cum dicetur postea ferri celeritate CD, significatur alia temporis parte quæ sit priori æqualis pervenisse ex C in D. Ut enim possit ratio linearum AC ad CD proportionem designare velocitatum, oportet spatia AC, CD equalibus temporibus decursa fuisse.

[DIXIÈME PARTIE.]⁸⁾

[1654.]

Generaliter⁹⁾

Si majus corpus minori quiescenti allidatur eadem celeritate à se invicem corpora discedunt, qua movebatur majus¹⁰⁾.



Feratur corpus A [Fig. 18] celeritate AB ad corpus B quod quiescat sitque ipse A minus. Dico post impulsu recessura à se invicem corpora eadem celeritate AB. Hoc est, si temporis parte una transiverit A spatium AB; post alteram similem

⁶⁾ La phrase entre parenthèses fut biffée depuis; mais elle nous semble propre à expliquer ce qui va suivre.

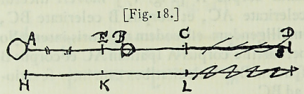
⁷⁾ Huygens oublie que de plus au point de contact le plan tangent commun doit être perpendiculaire à la droite en question.

⁸⁾ Cette Partie est empruntée aux pages numérotées 29-32 et, vers la fin, à ce qu'on lit à la page numérotée 20 inversée; voir la note 11 de la p. 131.

⁹⁾ Ce mot fut écrit par Huygens en haut de la page à une époque inconnue.

¹⁰⁾ Comparez (p. 43) la Prop. IV du Traité „De Motu”. Il est vrai que la Proposition présente est moins générale, mais il est clair qu'à l'aide du Principe de la relativité on en peut déduire facilement la Prop. IV elle-même. C'est ce que Huygens va bientôt accomplir; voir la p. 127 qui suit.

temporis partem rursus intervallo ipsi AB æquali sejuncta fore corpora. Quod ut fiat manifestum sciendum est imprimis, corpus quidem B ab A majore propelli¹⁾.



ipfi vero A de tribus unum contingere debere, ut post impulsum vel omnino conquiescat, vel retro feratur, vel denique ut prorsum ire pergat. E quibus hoc posterius semper verum esse in sequentibus ostenditur²⁾, sed in presens quodcumque

tribus statuatur propositum comprobabimus.

Primo igitur ponamus pulso corpore B corpus A tamen pergere moveri in partem eandem. Quia autem motum dedit corpori B aliquid de sua celeritate remisit³⁾. Itaque cum primo tempore confecerit spatium AB, sequenti tempore ponatur confecisse BC spatium ipso AB minus. dico corpus B eodem secundo percussisse spatium BD ita ut distantia corporum CD æqualis sit ipsi AB. Dividatur enim AC bifariam in E, sinque puncta H, K, L ex adverso punctorum A E C in linea ipsi AB æquidistante. Si quis igitur prætervehatur celeritate HK, dum corpus A fertur celeritate AB eum primo tempore prætervertet corpus A spatio EB sequenti verò exacto tempore cum ipse pervenerit in L rursus ex adverso ipsi continget corpus A, pervenit enim in C. Itaque respectu ejus qui sic prætervehitur eandem celeritatem habet corpus A ante et post impulsum. Quare neque corpus B quidquam de motu aut celeritate sua amisisse oportet⁴⁾. dicti autem spectatoris respectu qui vehebatur celeritate HK, habuit corpus B tempore primo cum quiesceret eam ipsam celeritatem HK. Ergo tantam quoque altero tempore conservasse ipsum necesse est. Ergo vel in eandem partem servavit celeritatem omnem vel in contrariam, spectatoris scilicet respectu. Sed non in partem eandem, quia debuisset semper quietum remansisse in B, quod non fieri jam ab initio dictum fuit⁵⁾. Ergo in contrariam. quum igitur primo tempore appropinquavit ad spectatorem celeritate HK, sequenti tempore pari celeritate ab ipso recedere necesse est. Quamobrem cum primi temporis initio præcesserit corpus B spectatorem in H

¹⁾ Voir (p. 39) l'„Hypothesis IV“ du Traité „de Motu“.

²⁾ Comparez l'avant-dernier alinéa de la p. 129. La Proposition en question ne fut pas formulée expressément dans le Traité „De Motu“. Consultez d'ailleurs la première formule de la note 1 de la p. 67 pour le cas $v_B = 0$.

³⁾ Voir l'„Hypothesis V“ (p. 41).

⁴⁾ Huygens souligna la phrase que nous avons mise en italiques et annota en marge, évidemment comme préférable, la phrase: „quod est absurdum cum ita penetrare debuierit corpus A“.

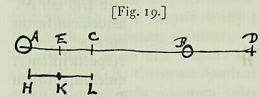
⁵⁾ Consultez la note 10 de la p. 125.

⁶⁾ Voir le „Theorema 2“ de la p. 123.

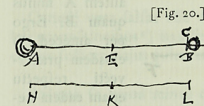
⁷⁾ Ces quatre cas sont indiqués dans la Fig. 21.

constitutum spatio AB, eundem exacto secundo tempore cum in L constitutus est, æquali spatio CD præcedere debet. ergo constat propositum.

Dicatur nunc corpus A postquam pepulit B quiescens, retrorsum agi, celeritate BC, [Fig. 19.] quæ quidem minor erit celeritate AB qua venerat¹⁾, quia aliquam contulit corpori B.



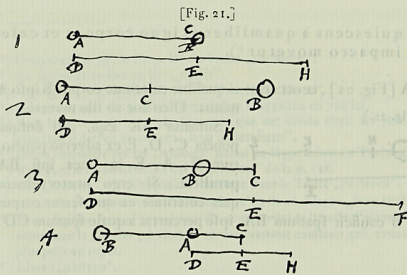
Cum igitur secundo tempore exacto pervenerit corp. A in C, dico corpus B fore in D, ita ut distantia CD ipsi AB æqualis sit. Estque demonstratio eadem quæ in casu precedente.



Denique fingamus corpus A pulso B quiescere. Dico necesse esse ut corpus B currat celeritate BD ipsi AB æquali. Neque hic diversa est demonstrationis ratio, coeuntibus in unum punctis B et C.

Quoties duo corpora inter se collidunt, eadem est, mutuo respectu, discedentibus celeritas, quæ fuit appropinquantibus²⁾.

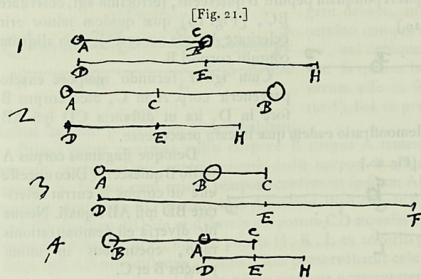
Æqualibus corporibus jam antea accidere demonstratum fuit⁶⁾. Sed et inæqualibus eo casu quo minus quiescit. Unde quatuor adhuc casus supersunt⁷⁾. Nam vel majus e duobus quiescit, vel ex adverso ad se invicem feruntur, vel celeriori motu minus insequitur majus, vel contra. Quos simul omnes proponemus demonstrabi-



musque. Sit ergo corpus A [Fig. 21] minus quam B. Et feratur A celeritate AC, B verò vel omnino quiescat vel habeat celeritatem BC. Cum igitur ante occursum mutuo respectu corpora haberint celeritatem AB dico et post occursum mutuo respectu parem

ipsi AB celeritatem habitura. hoc est, si una pars temporis intercesserit priusquam

corpora A et B in C convenirent dico sequente altera æquali temporis parte exactâ, rursus intervallo quod ipsi AB æquale sit sejuncta fore.



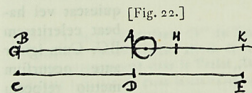
Si quis enim prætervehat celeritate DE ipsi AC æquali quâ fertur corpus A, ejus respectu ipsum A quiescit, et solum B movetur celeritate BA. Est autem A minus quam B. Ergo per anteced. ¹⁾ ejusdem prætervecti respectu etiam eadem celeritate AB corpora post occur-

sus a se invicem recedent, adeo ut finito æquali post impulsus tempore cum ipse confecerit spatium EH æquale DE distent rursus intervallo ipsi AB æquali. Hoc autem fieri nequit nisi revera et cujusvis alterius respectu eo spatio distent. Ergo sicut propositum est continget.

THEOREMA.

Corpus omne quiescens à quamlibet exiguo corpore et celeritate qualibet impactu movetur ²⁾.

Quiescat corpus A [Fig. 22], et occurrat ei qualibet celeritate corpus B ipso A minus. Dico hoc ab illo moveri.



Sumatur AK æqu. AB sintque puncta C, D, E ex adverso punctorum B, A, K in linea ipsi BA parallela. Si ergo prætervehat quis celeritate ea qua fertur corpus B, ut quo tempore B conficit spatium BA, ipse percurrat æquale spatium CD,

¹⁾ Voir, p. 125, le début de la présente Dixième Partie.

ejus respectu quiescit corpus B, totaque hujus celeritas attribuitur ³⁾ corpori A. Quare post impulsus, debet ejusdem spectatoris respectu qui secunda temporis parte priori æquali conficit sp. DE, moveri corpus B, A vero remississe aliquid de sua celeritate aut omnem amisisse ⁴⁾. Horum vero utrumvis non aliter fieri potest quam si aliquid spatij percurrat ab A versus K, puta spatium AH. Nam si in A quietum maneret, tum dicti spect. ^{is} respectu nihil de celeritate sua amisisset quod esse nequit. Itaque motum accepit corpus A occurso corporis minoris B. Cæterum spatium AH minus esse debere quam AB vel AK manifestum est quia minorem celeritatem à corpore B accepit A quam ipsum B habuerit.

Carescit vero falsas esse regulas præter primam omnes ex hac et præcedentibus propositionibus ⁵⁾ manifestum est. Nam huic quidem contrarium plane statuit, corpus scilicet majus quiescens nullo ictu vel tantillo minoris moveri posse ⁶⁾.

Axioma sit. quod minus corpus majori quiescenti occurrens dabit ei minorem quam habet ipsum celeritatem ⁷⁾, nam quod aliquam conferet ex ijs quæ hic antea posita sunt probabitur ⁸⁾.

Corpus quiescens à diversæ magnitudinis corporibus singulis seorsim impulsus, majorem celeritatem à majori accipere quam à minori si eadem celeritate utrumque occurrat ⁹⁾.

Inde quod majus minori quiescenti occurrens continuat motum suum in eandem partem ¹⁰⁾.

Tum theorema in principio phyliræ ¹¹⁾: Si majus &c. ¹²⁾

³⁾ Comparez (p. 39) la Prop. III du Traité „De Motu”.

⁴⁾ Au-dessus de ce mot on lit: „cedit”.

⁵⁾ Voir (p. 39) l’ „Hypothesis IV” du Traité „De Motu”.

⁶⁾ Nous ne savons pas quelles Propositions Huygens a en vue ici.

⁷⁾ Voir la note 1 de la p. 38. Ajoutons que cet alinéa avait été biffé par Huygens, mais que plus tard il écrivit en marge: „non delendum”.

⁸⁾ On ne rencontre pas cet „Axioma” parmi les Hypothèses du Traité „De Motu”.

⁹⁾ Voir p. e. la démonstration du „Theorema” de la p. 128.

¹⁰⁾ Cet „Axioma” ou „Propositio” manque dans le Traité „de Motu”. Ajoutons que cet alinéa et l’alinéa précédent furent biffés mais qu’on lit en marge: „hoc retinend.”.

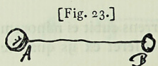
¹¹⁾ Pour déduire cette Proposition de ce qui précède il suffit d’ajouter aux mouvements considérés dans le premier „Axioma” un mouvement commun qui, avant le choc, réduit le corps plus petit au repos.

¹²⁾ Lisez: „phyliræ”.

¹³⁾ Voir, p. 125, le début de la Dixième Partie, laquelle Partie est écrite en entier sur une même feuille („phyliræ”) de quatre pages à l’exception des quatre derniers alinéas.

tum sequens ¹⁾. Tum quod minus à majori refilit ²⁾, si non potest aliter. Quod majus minori quiescenti minorem quam duplum fui dat ³⁾.

Hactenus demonstratum est quod non tantum minus à majore corpore moveri potest, sed et à minore majus ⁴⁾, item quæcunque ad corporum æqualium impulsum pertinent explicata fuerunt ⁵⁾. Data autem corporum inæqualium magnitudine et celeritate, ut definiri possit quatenus hæc ab impulsu mutuo immutetur atque ab alio in aliud transeat præter ea quæ in præcedentibus adhibuimus aliud adhuc circa motus naturam inveniendum est quod principij loco habeatur. Solebat mihi unicum hic videri minimeque dubium ⁶⁾ id quod à Cartesio primò omnium consideratum fuit, Eandem scilicet motus quantitatem in corporibus simul sumptis post impulsum conservari quæ prius inerat ⁷⁾. Quantitatis ratione sic inita ut æqualis celeritas majorem motus quantitatem in majore corpore quam in minore constitueret, idque pro ratione molis ⁸⁾. Veluti si corpus A [Fig. 23] duplum esset corporis B, eique quiescenti occurreret cum tribus celeritatis partibus, dicebat utrumque in eandem partem deinceps moveri cum partibus celeritatis duabus; eaque ratione motus quantitati nihil decedere, quoniam et corpori A duæ celeritatis partes relictae essent, et corpori



B totidem acquirat, quæ tamen non majorem motus quantitatem hic efficerent, quam una pars celeritatis in corpore duplo A, [Id quidem non verisimile existimabam conjuncta invicem post impulsum manere corpora, uti fieri hic necesse est cum utrumque pari celeritate motum continuet in eandem partem: videbam tamen eodem retento axioma veriores erui posse, quæque nihil nostris legibus obessent: veluti in casu proposito si corpus B quatuor partes celeritatis acciperet dicatur A vero retinere unam quæcum subsequatur corpus B præcedens. Ita enim

¹⁾ Voir le cinquième alinéa de la p. 127.

²⁾ Cette Proposition n'est pas formulée expressément dans le Traité „De Motu”.

³⁾ Comparez (p. 51) la Prop. VII du Traité „De Motu”.

⁴⁾ Voir le „Theorema” de la p. 128.

⁵⁾ Voir les p. 123—124.

⁶⁾ Au-dessus des mots „unicum hic videri minimeque dubium” qu'il souligne, Huygens décrit comme leçon alternative „appriime rationi consentaneum”.

⁷⁾ Voir la note 1 de la p. 49.

⁸⁾ Huygens ajoute encore en marge „Etsi vero neque hanc neque cæteras ipsius regulas probare poteram quippe quæ præcedentibus nostris refutatæ essent, arbitraber.”

⁹⁾ Comparez (p. 65—69) la Prop. IX et son explication et surtout la note 1 de la p. 67.

¹⁰⁾ Les phrases entre crochets furent biffées par Huygens; toutefois il nous semble utile de les reproduire afin de mieux faire comprendre ce qui suit.

et cum tribus celeritatis partibus à se invicem separantur sicut appropinquant secundum Theor. . . . ¹⁾ et motus quantitate omni integra servata saluum est axioma prædictum. Et sane in hoc casu rectè sic definiri postea ostendemus ²⁾]. ¹⁰⁾ Neque tamen eo magis dictum axioma admitti potest. Quod ut manifestum fiat. Ponamus corpus A quiescere esseque duplum ut ante corporis B, quod ipsi occurrat. B igitur movebit A atque aliquam ipsi celeritatem imprimet ⁴⁾; Esto ea pars quantumvis exigua, decima ex. gr. celeritatis ipsius B. ut si hoc habeat celeritatis partes decem, unam accipiat A. Ut igitur eadem celeritate separantur corpora qua et appropinquant, necesse est corpus B retrorsum agi cum partibus celer. novem; pars autem celeritatis una in corpore duplo A tantam motus quantitatem constituit quantam duæ partes in corpore B. Ergo post impulsum ea jam motus quantitas existit tantam constituunt partes undecim celeritatis in corpore B. cum prius decem tantummodo fuerint. Aucta est hic igitur contra princip. Cartesij motus quantitas idque semper fieri necesse est cum corpus majus quiescens à minore impellitur ¹¹⁾.

Contra verò alijs casibus minui motus quantitatem ostendere possem ¹²⁾, sed superfluum id esset quum ex hoc solo quod jam dictum fuit satis manifesta sit Principij istius infirmitas atque impossibilitas. Veruntamen mirabile hoc videri potest quantitate motus ea ratione multiplicari rursusque diminui, et me quidem diu suspensum tenuit, ita ut quid certi statuerem non invenirem.

Tandem verò ¹³⁾ et principium quidem illud non omnino rejiciendum esse sed convenienti interpretatione emendandum. Eandem nimirum motus quantitatem servari vult natura, sed in eandem quoque partem, idque hoc modo est intelligendum ¹⁴⁾.

Sint corpora. Hoc fieri naturæ consentaneum quæ determinationem quidem singulorum corporum diverfam concedere debuit ne pereat ¹⁵⁾, sed determinationem quantitatis motus hoc est quæ in corporum summa residet cum nihil impediatur nequaquam immutari convenit ¹⁶⁾, unumquodque enim uti est ita manet donec &c. ut rectè differit Cartesius ¹⁷⁾, huic autem determi. corporum simul sumptorum

¹¹⁾ Comparez cette démonstration à celle (p. 49—51) de la Prop. VI du Traité „De Motu”, C'est ici la fin de la page numérotée 32 et le commencement de la page numérotée 20 tournée en sens inverse; consultez la note 8 de la p. 125.

¹²⁾ Voir (p. 49) la Prop. VI.

¹³⁾ Huygens a laissé ici en blanc l'espace de six ou sept mots.

¹⁴⁾ Comparez le deuxième alinéa de la p. 102.

¹⁵⁾ Il nous a été impossible de lire autrement cette phrase singulière.

¹⁶⁾ Il s'agit toujours du Principe Cartésien de la conservation de la quantité de mouvement; comparez la note 1 de la p. 49.

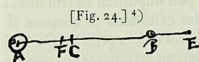
¹⁷⁾ Voir la note 18 de la p. 105.

nihil contrarii est, utique postquam æque majus a minori quam hoc ab illo moveri demonstratum est ¹⁾).

Notandum autem quod secundum hæc quæ diximus, centrum grav. corporum simul sumptorum æquabili semper motu eodem versus pergit neque impulsu corporum ullo deficit ²⁾).

ONZIÈME PARTIE ³⁾).

[1654.]



a corpus maj.
b minus. ⁴⁾
AC ∞ *c* denotat veloc. A.
CB ∞ *d* veloc. B.

Sit CE ∞ *x* acquisita veloc. B post occursum in C.

$\begin{cases} c + d - x \\ c + d - x \end{cases}$ CF veloc. in A corpore ⁶⁾

$$\frac{cc + 2cd + dd - 2cx - 2dx + xx}{a}$$

$$acc + bdd \infty acc + 2cda + add - 2acx - 2adx + axx + bxx \text{ ?)}$$

$$\frac{2acx + 2adx - add + bdd - 2acd}{a + b} \infty xx$$

- ¹⁾ Savoir contraire à la quatrième règle de Descartes sur le choc des corps; comparez la note 1 de la p. 38.
²⁾ Comparez la note 3 de la p. 116.
³⁾ Cette Partie est empruntée aux pages numérotées 33 et 34 par Huygens; voir la note 1 de la p. 92.
⁴⁾ Les calculs qui se rapportent à cette figure contiennent la solution du problème le plus général de la percussion directe des corps durs au moyen des Principes de la conservation de la force vive et de l'égalité de la vitesse d'éloignement et d'approche. Ils peuvent donc servir à illustrer la phrase: „Ex hoc et primo ax. regula conficitur”, qu'on trouve à la p. 95. Remarquons d'ailleurs que la combinaison de ces deux Principes introduit à côté de la véritable solution (celle de la note 1 de la p. 67) la solution fautive $v'_A = -v_A, v'_B = -v_B$.
⁵⁾ *a* et *b* désignent les masses des corps A et B.
⁶⁾ D'après le Principe de l'égalité de la vitesse d'éloignement et d'approche.
⁷⁾ Application du Principe de la conservation de la force vive.

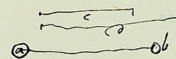
$$\frac{2ac - bd + ad}{a + b} \infty x \text{ ?)}$$

$$ac - bd \infty bx + ax - ac - ad \text{ ?)}$$

$$\frac{2ac - bd + ad}{a + b} \infty x$$

Datum corpus quiescens dato alio corpore movere ut celeritatem acquirat æqualem datæ ⁸⁾.

[Fig. 25.]



Datum sit corpus quiesc. *a* [Fig. 25] et alterum *b*, et celeritas *c*.

Sicut duplum corporis *b* ad *b* et *a* simul, ita sit *c* ad *d*. erit *d* velocitas requisita in corpore *b* quâ impactum corpori *a*, dabit ei velocitatem *c* ¹¹⁾.

$$b + a [\text{ad}] b [\text{ut}] 2x [\text{ad}] \frac{2bx}{a + b} \infty c \text{ ?)}$$

$$2bx \infty ac + bc$$

$$x \infty \frac{ac + bc}{2b}$$

Mirandum est quod magnum corpus quiescens à parvo celerius movetur per interposita corpora proportionalia, quam si immediatè à parvo impulsu fuisset ¹²⁾.

⁸⁾ Des calculs confus et peu propres à être reproduits montrent que Huygens a en effet résolu l'équation quadratique qui précède par la méthode usuelle et qu'il a obtenu ainsi le résultat indiqué. En effet, on rencontre dans le manuscrit la multiplication de $-add + bdd - 2acd$ par $a + b$ et l'équation: $\sqrt{\frac{aacc + bdd - 2abcd}{aa + 2ab + bb}} \infty \frac{ac - bd}{a + b}$.

La solution fautive, dont il est question dans la note 4, a été écartée par le choix du signe de la racine carrée. Elle aurait donnée CE [Fig. 24] = $x = d$, et, par suite, CF = c .

⁹⁾ Huygens applique ici le principe Cartésien de la conservation de la quantité du mouvement, tel qu'il l'avait modifié (comparez la note 2 de la p. 102) et arrive au résultat qu'il avait déjà obtenu par le Principe des forces vives, lequel, évidemment, lui semblait plus certain que l'autre.

¹⁰⁾ C'est là, sans doute, un des problèmes que Huygens se proposait de joindre à son Traité „De Motu”; comparez la note 12 de la p. 117.

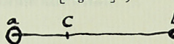
¹¹⁾ Résultat obtenu à l'aide du petit calcul qui suit.

¹²⁾ La vitesse cherchée est représentée par x . La proportion est celle qu'on trouve exposée avec une légère modification dans l'avant-dernier alinéa de la p. 69.

¹³⁾ Voir (pp. 81 et 87) les Prop. XII et XIII du Traité „De Motu”.

Videndum quousque illud extendatur, nam pluribus sumptis medijs, plus motus dat magno corpori quam si pauciora sumantur. et tamen nunquam tantum motus dabit corpori majori quantum ipsum habet ¹⁾).

[Fig. 26.] ²⁾



$$aaa + bbb \propto bxx + a^3 + 2aab + bba - 2aax +$$

$$+ axx - 2abx$$

$$\frac{2abx + 2aax + b^3 - 2aab - bba}{a + b} \propto xx$$

$$2ax + bb - 2ab \propto xx^3)$$

$$bb - 2ab \propto xx - 2ax$$

$$bb - 2ab + aa \propto xx - 2ax + aa$$

$$b - a \propto x - a$$

$$b \propto x \text{ bon } 4)$$

¹⁾ La remarque est juste si on l'applique à la vitesse, et non pas à la quantité de mouvement. En effet, à chaque choc la vitesse acquise par le corps plus grand est plus petite, mais la quantité de mouvement plus grande, que celle possédée par le corps plus petit; cela résulte facilement de la première formule de la note 2 de la p. 70.

Quant au cas limite (où le nombre des corps intermédiaires augmente indéfiniment) les vitesses du plus grand corps après le dernier choc et du plus petit avant le premier choc sont dans la raison inverse et les quantités de mouvement dans la raison directe des racines carrées de leurs masses; comparez la note 1 de la p. 89.

²⁾ Le calcul qui accompagne cette figure se rapporte au problème suivant: Lorsque deux corps durs de masses a et b se rencontrent au point C avec des vitesses aC et bC , proportionnelles à leurs masses, quelles seront leurs vitesses après le choc? Comparez encore la note 10 de la p. 133.

Afin de résoudre ce problème Huygens représente par x la vitesse du corps b après le choc dans la direction ab . Il en résulte, puisque la vitesse de l'éloignement doit être égale à celle de l'approche, qu'alors la vitesse du corps a dans la direction ba est représentée par $a + b - x$. L'égalité de la somme des forces vives avant et après le choc exige donc:

$$a^3 + b^3 = a(a + b - x)^2 + bx^2$$

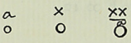
et c'est ce qu'exprime la première équation qui suit.

³⁾ La division par $a + b$ est ici accomplie.

⁴⁾ C'est le mot français „bon”; toutefois le résultat n'est pas juste. Il est, en effet, identique à la solution fautive dont nous avons parlé dans la note 4 de la p. 132. Afin d'obtenir la véritable solution du problème, Huygens aurait dû écrire au lieu de l'avant-dernière équation: $a - b \propto x - a$ et il aurait trouvé: $2a - b \propto x$, d'où l'on déduit $2b - a$ pour la vitesse du corps a après le choc dans la direction ba .

Remarquons que la figure fait plutôt penser au cas où les vitesses des corps sont inversement proportionnelles à leurs masses; voir (p. 53) la Prop. VIII du Traité „De Motu”. Peut-être cette circonstance n'a-t-elle pas été étrangère à l'erreur commise.

[Fig. 27.] ⁵⁾



$$a + \frac{xx}{a} [\text{ad}] a [\text{ut}] 2c [\text{ad}] \frac{2caa}{aa + xx} \text{ } 6)$$

$$a + x [\text{ad}] a [\text{ut}] 2c [\text{ad}] \frac{2ca}{a + x} \text{ } 7)$$

$$\frac{ax + xx}{a} [\text{ad}] x [\text{ut}] \frac{4ac}{a + x} [\text{ad}] \frac{4a^2cx}{aax + 2axx + x^3} \text{ } 8) \propto \frac{3aac}{aa + xx}$$

$$4aax + 4x^3 \propto 3aax + 6axx + 3x^3$$

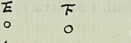
$$aax + x^3 \propto 6axx$$

$$aa + xx \propto 6ax$$

$$xx \propto 6ax - aa$$

$$x \propto 3a = 9) \sqrt{8aa}$$

[Fig. 28.]



$$65 [\text{ad}] 1 [\text{ut}] 2 [\text{ad}] \frac{2}{65} [\infty] \frac{4}{130} \text{ } 10)$$

$$9 [\text{ad}] 1 [\text{ut}] 2 [\text{ad}] \frac{2}{9} \text{ } 11)$$

$$72 [\text{ad}] 8 [\text{ut}] \frac{4}{9} [\text{ad}] \frac{3^2}{648} [\infty] \frac{4}{81} \text{ } 12) \text{ interp. } 10) F \propto 8$$

⁵⁾ Les calculs qui accompagnent cette figure contiennent la solution du problème suivant: Les masses de trois corps soient en proportion continue. Soit donnée la masse a du premier, quelle doit être la masse du deuxième en repos pour que, étant donnée la vitesse du premier, les vitesses acquises par le troisième, également en repos, respectivement avec ou sans l'interposition du deuxième, soient dans le rapport de 3 à 2? Comparez la note 10 de la p. 133. Ajoutons que la vitesse du premier est représentée par c .

⁶⁾ Vitesse acquise par le troisième corps sans l'intermédiaire du deuxième. Ce calcul et les suivants s'accomplissent à l'aide de la proportion $m_A + m_B : m_A = 2v_A : v_B$, où m_A et v_A représentent la masse du corps A et la vitesse de ce corps avant le choc, m_B et v_B la masse du corps B, d'abord en repos, et sa vitesse après le choc. Voir sur cette proportion la note 12 de la p. 133.

⁷⁾ Vitesse acquise par le corps intermédiaire.

⁸⁾ Vitesse du troisième corps acquise lorsque le deuxième corps est interposé.

⁹⁾ En notation moderne: \pm

¹⁰⁾ Vitesse acquise par le corps G, primitivement en repos, lorsqu'il est choqué par le corps E, qui possède l'unité de vitesse, sans l'intermédiaire du corps F. Ce calcul et les suivants sont faits à l'aide de la proportion mentionnée dans la note 6.

¹¹⁾ Vitesse acquise par le corps F interposé.

¹²⁾ Vitesse du corps G.

$$13 \text{ [ad] } 1 \text{ [ut] } 2 \text{ [ad] } \frac{2}{13} \text{ } ^1)$$

$$76 \text{ [ad] } 12 \text{ [ut] } \frac{4}{13} \text{ [ad] } \frac{48}{988} \text{ [∞] } \frac{4}{82\frac{1}{2}} \text{ } ^2) \text{ interposito } F \infty 12$$

$$7 \text{ [ad] } 1 \text{ [ut] } 2 \text{ [ad] } \frac{2}{7} \text{ } ^3)$$

$$70 \text{ [ad] } 6 \text{ [ut] } \frac{4}{7} \text{ [ad] } \frac{24}{490} \text{ [∞] } \frac{4}{81\frac{1}{3}} \text{ } ^4) \text{ interposito } F \infty 6$$

interpositis omnibus 2 4 8 &c. ⁵⁾ dabit corpori G $\frac{4}{45\frac{9}{16}}$ ⁵⁾.

Hinc ⁶⁾ videtur quod si uno corpore intermedio velimus maximum motum magno corpori conciliare, opus erit illud medium proportionale fumere inter minimum et maximum ⁷⁾. Unum intermedium non potest duplum dare immediati, quantumvis exigua sit proportio minimi ad maximum ⁸⁾. plura vero intermedia non duplum tantum sed octuplum, et decuplum et infinities multiplex immediati ⁹⁾. duo intermedia non possunt dare quadruplum immediati. 1 dabit $\tau\omega$ 100 per interpositum 100 paulo plus quam triplum immediati ¹⁰⁾.

¹⁾ Vitesse acquise par un corps interposé de masse 12.

²⁾ Vitesse du corps G.

³⁾ Vitesse acquise par un corps interposé de masse 6.

⁴⁾ Ajoutez 16 et 32.

⁵⁾ Comparez la formule de la note 1 de la p. 89. On a ici $s = 64$, $n = 5$. Les calculs ne se trouvent pas dans le Manuscrit mais le résultat est exact.

⁶⁾ Voir les résultats qui précèdent à l'exception du dernier.

⁷⁾ Comparez (p. 81) la deuxième et dernière phrase de la Prop. XII du Traité „De Motu”.

⁸⁾ La remarque ne se retrouve pas dans le Traité. Il est facile de montrer qu'elle est exacte. En effet en posant successivement $n = 0$ et $n = 1$ dans la formule de la note 1 de la p. 89 on trouve pour le rapport en question: $\frac{2(1+s)}{(1+\sqrt{s})^2} = \frac{2(1+s)}{1+s+2\sqrt{s}} < 2$. Consultez encore les quatre dernières lignes de la p. 153 et surtout la note 8 de cette page.

⁹⁾ Pour n corps intermédiaires le rapport est: $\frac{2^n(1+s)}{(1+\sqrt{s})^{n+1}}$; ce qu'on peut écrire aussi

$$\frac{2^n(1+s^{-1})}{(1+\sqrt{s^{-1}})^{n+1}}$$

et l'on voit facilement que ce rapport est toujours plus petit que 2^n mais qu'il peut s'en approcher indéfiniment pour s très grand ou très petit. Il obtient sa valeur minimum lorsque tous les corps sont égaux, auquel cas il est égal à l'unité.

¹⁰⁾ Nous trouvons pour le rapport en question $\frac{100 \cdot 1.2^{100}}{101} (= 14,9 \dots)$: 1. Le calcul de

Huygens nous manque.

APPENDICE II ¹⁾

À L'OUVRAGE: „DE MOTU CORPORUM EX PERCUSSIONE”.

[1656.]

[PREMIÈRE PARTIE.] ²⁾

Quid sit, quod experientiae occasione aliquibus tentatum, de aequalibus, de majore in minorem quiescentem. Tum et hoc mirabile visum &c. de infinita

¹⁾ Nous avons vu (consultez le deuxième alinéa de la note 1 de la p. 30) qu'en 1656 Huygens écrivit à de Roberval qu'il venait d'achever son petit ouvrage sur la Percussion. Or nous croyons que le Manuscrit, écrit sur des feuilles détachées dont les pages sont numérotées par Huygens de 1—36, auquel nous allons emprunter l'Appendice présent, n'est autre que celui de l'ouvrage mentionné dans la lettre à de Roberval.

Il est vrai que le Manuscrit qui nous a été conservé est plein de ratures et de leçons alternatives mais la confusion qui y semble régner à première vue est plutôt apparente que réelle. En effet, à part la Première Partie, dont nous parlerons dans la note 2, on s'aperçoit, lorsqu'on l'examine plus à fond, qu'il ne manque rien à l'enchaînement logique des Propositions, appelées Théorèmes ici, et que leur contenu correspond, et souvent presque textuellement, avec celui du Traité définitif „De Motu” que nous avons publié aux p. 31—91 qui précèdent.

D'ailleurs on ne pouvait pas s'attendre à quelque chose de plus achevé puisqu'en 1670, Huygens, frappé d'une grave maladie qu'il croyait mortelle, décrivit comme suit dans son entrevue avec Francis Vernon, le Manuscrit qui contenait sa Théorie de la Percussion: „These Papers containe some propositions about motion rough cast in their first draught & on the Paper which wraps them up is written on the outside de Motu per impulsum”; voir la p. 11 du T. VII.

²⁾ Cette Première Partie contient l'esquisse d'une Préface dans le genre de l'„Ad Lectorem” qui précède les „Theoremata de Quadratura hyperboles, ellipsis et circuli” de 1651 (voir les p. 283—287 de notre T. XI) et de la „Praefatio” de l'ouvrage „De circuli magnitudine inventa” de 1654 (voir les p. 115—119 du T. XII).

Cette Préface ne semble jamais avoir été écrite. Pour la composer, en utilisant l'esquisse présente, Huygens avait à sa disposition les annotations préalables que nous avons reproduites dans l'Appendice I qui précède. Il s'y réfère quelquefois d'une manière implicite et une fois explicitement, voir la note 10 de la p. 140.

potentia¹⁾. Galileus Galilei cum de motu nova multa invenisset²⁾, huic quoque contemplationi sæpe acumen³⁾ intendit neque tamen quidquam circa eam prodidit, nisi quod rem summæ difficultatis et quasi inaccessam humano ingenio dixit. Etenim in dialogis &c. ita Sagredum introducit loquentem &c. 4). Hæc Galileus qui quousque &c. hoc certè quod de infinito &c. 5).

Porro quod de obscuritate materiæ scribit, tanquam quæ minime obvius cogitationibus penetranda sit⁶⁾ id fortasse non ita ex ijs quæ tradituri sumus percipietur, at ex eo certe constare potest quod egregij viri non pauci hæc aggredientes⁷⁾ in errorem acti comperiantur. Quidam enim non usque adeo difficilem rem, opinati, non dubitarunt impulsus accidentia Theorematis complecti principijs parum evidentibus superstruentes⁸⁾ atque argumentationes qualescunque demonstrationum geometrarum loco venditantes, quos plerumque eatenus vera tradere comperio⁹⁾, quatenus ab facilibus experimentis edoceri potuere¹⁰⁾; sed ubi ab his recedunt continuo propria ratiocinatione in errores incidunt¹¹⁾. In his autem Cartesius¹²⁾ alia via incedit, neque ut ille experimenta captat, sed hæc materiæ imperfecti¹³⁾ alijsque impedimentis obnoxia statuens, parum referre existimat inventa sua comprobent¹⁴⁾, quo fit ut neque experimentis convinci possit¹⁵⁾.

Regulæ autem ipsius in libro de Princip. Philof. Parte 2^a continentur suntque

¹⁾ Ce début ne donne, sans doute, qu'une ébauche bien imparfaite de ce que Huygens avait l'intention de dire au commencement de sa Préface. Il est précédé sur la même feuille par une autre rédaction que voici:

„Quid sit, quod experientia occasione ab aliquibus tentatum, quod falsas regulas dede[r]int, nimirum multi qualescunque argumentationes demonstrationum loco venditant, quæ videns existimavi non frustra operam collocaturum si certiora invenire conarer. Nam et usibus humanis utilem scientiam et ad naturæ contemplationem plurimum conducere posse visum est. De principio itaque inveniendò cogitare cepi diuque laboravi, cumque tandem reperissem licet certissimum ejusmodi tamen fuit ut verissima agnoscerem quæ circa materiam hanc à subtilissimo Galileo olim prædicta fuere, in Dialogis de Motu quos Italico sermone conscripsit. Ibi enim ut intricatissimam sibi et desperatam penè horum cognitionem testaretur, ita Sagr. &c. Hæc Galileus, qui quousque &c. hoc certe quod de infinito &c. Cæterum ad ipsas hypothèses progrediamur.”

Ajoutons que beaucoup de ce qu'il y a d'obscur dans les deux versions s'explique en consultant la Quatrième et la Cinquième Partie de l'Appendice I aux p. 99—107.

²⁾ Voir l'ouvrage mentionné dans la note 8 de la p. 99.

³⁾ Leçon alternative: „ingenium”.

⁴⁾ Voir les p. 112—113.

⁵⁾ Comparez les l. 13—15 de la p. 113.

⁶⁾ Voir le troisième alinéa de la p. 113.

⁷⁾ L. a.: „attendantes”.

⁸⁾ Au-dessus de ce mot on lit: „nixi” et „usi”.

hujusmodi¹⁶⁾. Recense. Hiscæ Cartesij regulis multi assensum præbuere haud scio verisimilitudine magis an auctoritate subtilissimi Viri Philosophi permoti. Sed me primum dubitare coegit nimia illarum cum experimentis¹⁷⁾ discrepantia nam quiescente sphaera ab æquali pulsam hanc ab ictu quiescere motumque omnem in illam transferri sæpissimè observaveram¹⁸⁾, atque alia præterea notaveram percussiois accidentia quæ superius recentui¹⁹⁾ longe diversa regulisque istis adversantia²⁰⁾. Deinde verò et ipsas inter se dissidere leges ipsius animadverti, quod hic obiter commonstrare expediet. Quinta nimirum docet quod si corpus majus B occurrat minori C quiescenti, aliquid de celeritate sua amittet. At ex lege secunda²¹⁾ si occurrat B eidem minori corpori C, venienti ex adverso cum pari celeritate, nihil amittet B de celeritate sua quæ quidem inter se pugnant, nisi dicamus corpori moto magis resistere corpus quiescens quam si ipsi ex adverso veniens impingatur, quod profecto absolum est.

Hiscæ itaque regulis minimè fidens de alijs cogitare cepi, omnibusque²²⁾ tentatis. Itaque diligentius hæc inspicere cepi tandemque²³⁾ veriora, uti existimo

¹⁶⁾ L. a.: „contingit”.

¹⁷⁾ Il s'agit probablement du choc des corps égaux traité e. a. par Marci; comparez la p. 307 de notre T. I.

¹⁸⁾ Au-dessus des mots „in errores incidunt” on lit: „devij feruntur” et „abducuntur”.

¹⁹⁾ Au-dessus de ces quatre mots on lit la version alternative: „Cartesius autem qui et ipse leges quasdam percussiois seu collisioni corporum constituit”.

²⁰⁾ L. a.: „vitijs”.

²¹⁾ Leçons alternatives: „suis adstipulentur” et „consentiant”.

²²⁾ Consultez à propos de tout ce passage la note 7 de la p. 101.

²³⁾ Voir la note 4 de la p. 101.

¹⁷⁾ Au-dessus de ce mot on lit: „eo quod reapse contingere videbam”.

¹⁸⁾ En effet cette expérience contredit la sixième règle que voici: „Sextò, si corpus C [voir la Figure de la note 4 de la p. 93] quiescens esset accuratissimè æquale corpori B versus illud moto, partim ab ipso impelleretur, & partim ipsum in contrariam partem repelleret: nempe si B veniret versus C cum quatuor gradibus celeritatis, communicaret ipsi C unum gradum, & cum tribus residuis reflecteretur versus partem adversam” (p. 69 du T. VIII (1905) de l'édition d'Adam et Tannery). Consultez encore le dernier alinéa (p. 118) de la Septième Partie, où Huygens explique pourquoi dans le jeu de billard la bille en question conserve souvent encore une petite vitesse.

¹⁹⁾ L. a.: „commemoravi”.

²⁰⁾ L. a.: „adversari videbam”.

²¹⁾ Voici la deuxième règle: „Secundò, si B esset tantillò majus quam C, cæteris positis ut priùs [savoir qu'ils se rencontrent avec des vitesses égales], tunc solum C reflecteretur, & utrumque versus sinistram eadem celeritate moveretur” (p. 68 du T. VIII de l'édition d'Adam et Tannery).

²²⁾ L. a.: „variisque”.

²³⁾ Au-dessus de „tandemque” on lit: „rationibus tandem”.

atque omnino certa inveni, quæque experientia non minus accurate comprobatur quam mechanicorum theorematum quodlibet¹⁾, notissimum quodque. Neque hoc²⁾ parum faceret ad aditruendum theorematum nostrorum veritatem si hujusmodi confirmatione opus haberent³⁾ nec manifestissimis quod faciunt⁴⁾ demonstrationibus niterentur ut nunc id tantum postulo, ut ij qui Cartesij regulas tueri conantur, non propterea falsas esse nostras arbitrentur, quod cum observatis consentiunt quia scilicet ob non⁵⁾ exquisitam duritiem materiae aliaque impedimenta⁶⁾ fieri possit ut diversum experimenta exhibeant quam quod illis remotis eventurum sit. Nam si hoc foret et falsæ⁷⁾ essent demonstrationes nostræ, mirum esset⁸⁾ si ita semper error alio errore aut defectu materiae compensaretur, ut quod prædicimus eventurum in occurfu corporum id eveniat⁹⁾. Cæterum et nos omnino dura corpora fingemus atque insuper omnia impedimenta quæ circumambiens aer adferre possit cogitatione seponemus. Quin et principia reliqua sive hypotheses quod attinet, aut ipsæ utemur quæ à Cartesio adhibitæ sunt aut certe non contrarijs.

Et¹⁰⁾ primum quidem statuimus corpus unumquodque, non considerata gravitatis proprietate¹¹⁾, tendere ut moveatur secundum lineam rectam, quaque celeritate semel motum est, eâ pergere moveri nisi ab alio impediatur.¹²⁾ Quod præter Cartesium, Galileus quoque et alij multi dixerunt¹³⁾.

Porro ad duritiem corporum et motus proprietatem attendentes, ponimus occurfu mutuo duorum corporum, motum omnem utriusque non interverti ad nihilumque redigi. Qua vero quantitate in singulis conservetur nondum definimus

¹⁾ L. a.: „quævis”.

²⁾ L. a.: „Atque hoc non”.

³⁾ Au-dessus de „opus haberent” on lit: „indigerent”.

⁴⁾ Les mots „quod faciunt” furent intercalés après coup.

⁵⁾ L. a.: „minus”.

⁶⁾ L. a.: „causasque alias”.

⁷⁾ L. a.: „vittiosæ præterea”.

⁸⁾ Au dessus de ce mot on lit: „utique”.

⁹⁾ L. a.: „minime fallat”.

¹⁰⁾ On trouve encore en marge: „Pag. 7. 12. 15. 28. 23”. Or, ces pages sont celles du Manuscrit de l'Appendice I, telles qu'elles furent numérotées par Huygens; voir la note 1 de la p. 92. La p. 7 correspond à la Quatrième Partie de cet Appendice jusqu'au deuxième alinéa inclus de la p. 103 du Tome présent; la p. 12 commence par le troisième alinéa de la p. 105 pour finir vers la fin du premier alinéa de la p. 106; la p. 15 comprend le texte des p. 110—111 depuis le deuxième alinéa de la p. 110 jusqu'au cinquième alinéa de la p. 111 inclus; la p. 28 s'étend du deuxième alinéa de la p. 124 jusqu'à la fin de la Neuvième Partie; la p. 23 enfin comprend toute la Huitième Partie (p. 118—120) à l'exception du dernier alinéa et de la phrase qui le précède.

nisi tantum in casibus hisce manifestis. Nimirum cum æqualia duo corpora æquali celeritate sibi invicem occurrunt utrumque eadem illa celeritate reflire¹⁴⁾.

Item duobus corporibus sibi mutuo occurrentibus, si post impulsum contingat alteri eorum omnem quem prius habuit motum conservari, etiam alterius motui nihil decedere neque adjici¹⁵⁾.

Ad hæc, quoties corpus majus minori quiescenti occurrit aliquem ei motum conferre, ac proinde de sua celeritate aliquid amittere¹⁶⁾.

Agemus autem de occurfu directo tantum hoc est quando motus et contactus punctum contingit in linea recta quæ corporum gravitatis centra connectit¹⁷⁾.

Denique, quod omnium maximi in sequentibus momenti erit, concedi petimus, ut corporibus duobus mutuo sibi occurrentibus etiam si alteri adhuc motui utrumque simul obnoxium fuerit haud aliter illa se mutuo repellant respectu ejus qui eodem quoque motu defertur, quam si omnibus adventitius iste motus abesset¹⁸⁾.

Veluti si quis navigio vehatur atque ibi sphaeras duas æquales æquali celeritate in se invicem impingere faciat suo nimirum et partium navis respectu; plane sicut contingeret si motu navigij neque sphaerulae nec qui eas movet deferrentur. dicimus æquali quoque celeritate utramque reflire oportere, neque id quisquam negabit qui sciat in navi quæ æquabili cursu provehatur cætera quæ ad motum spectant omnia eodem plane modo evenire, atque in navi quiescente aut in terra constitutis. Uti pridem et ratione et multiplici¹⁹⁾ experientia comprobatum est, namque ut recte Gal. refert²⁰⁾ et distillantæ aquæ guttæ in vas subiectum recta decidunt et projicienti quidpiam a puppi ad proram non majori nisu opus est licet effigere navis videri possit, quam si contra à prora ad puppim projiciatur, et in²¹⁾ quamcunque partem saltando²²⁾ æqualia spatia conficimus. Sed et quod ad impulsum

¹⁴⁾ Les mots en italiques furent soulignés par Huygens.

¹⁵⁾ C'est l',Hypothesis I" (p. 31) du Traité: „De Motu”.

¹⁶⁾ Comparez le dernier alinéa de la p. 105.

¹⁷⁾ Leçon alternative: „repelli”. Il s'agit de l',Hypothesis II" (p. 31) du Traité „De Motu” laquelle est identique avec la première règle de Descartes (voir la note 4 de la p. 93).

¹⁸⁾ C'est l',Hypothesis V" (p. 41).

¹⁹⁾ C'est l',Hypothesis IV" (p. 39).

²⁰⁾ Comparez le premier alinéa de la p. 33.

²¹⁾ Comparez l',Hypothesis III" (p. 33).

²²⁾ Leçon alternative: „quotidiana”.

²³⁾ On trouve le passage en question dans la „Giornata seconda” du „Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo”. Voir les p. 212—214 du T. VII (1897) de l'édition nationale, où l'on lit en marge: „Esperienza con la qual sola si mostra la nullità di tutte le prodotte contro al moto della Terra”.

²⁴⁾ L. a.: „versus”.

²⁵⁾ L. a.: „subsiliendo”.

attinet experiri licet, Etenim et pueri globulis lapideis plane ita ut in terræ planitie ludent. Et si ludum cum intra navim exercere velimus ¹⁾ quo in mentæ superficie globuli eburnei clavulis ex eadem materia ²⁾ confectis impelluntur, qualiter eorum collisione atque occurfu idem omnino fieri invenimus quod solet domi ludentibus. Qui verò terram moveri intelligunt ³⁾ etiam si nunquam periculum faciant, hæc tamen fieri debere minimè ambigent; Neque enim dubitant quin si stantibus super terram æquali celeritate globuli bini occurrerent conspiciantur, æqualiter quoque iidem resiliant sublatis videlicet aeris impedimentis ⁴⁾. Verum hic quoque globuli una cum spectatore motui telluris obnoxii sunt ⁵⁾, tantumque spectatoris respectu partiumque terræ æquali celeritate feruntur; neque magis hi reverà sic moventur quam illi qui intra navim æque celeriter ad occursum properare cernuntur ⁶⁾ ei qui una vehitur. Sed sicut horum par est velocitas respectu partium navis ejusque qui in ipsa consistit non autem respectu stantis in ripa, sic illorum quoque motus æquales sunt respectu partium terræ eorumque quæ super ea quiescunt, non autem respectu stellarum quæ fixæ dicuntur aut quorumlibet cæli punctorum quorum ad illas situs determinatur.

Ergo et progredientis navigij respectu quæ se mutuo celeritate quavis impellunt corpora, non aliter reflecti fatendum est ipsius navigij respectu quam terræ respectu ⁷⁾ similiter mota, terræ ejusdem respectu reflecterentur. Et profecto etiam si maximè velimus non aliter motum aut quietem corporum considerare ⁸⁾ possumus quam ad alia corpora ipsa referendo et si quis diversam rationem motus investiget, qua nimirum revera ac per se nullaque aliorum consideratione corpora moveantur, frustra se fatigabit incidetque in quæstionem quæ exitum non habet, dum quidem motum per mutationem loci comprehendere nitetur ⁹⁾, locum verò non aliter in infinita hujus universi extensione determinari ¹⁰⁾ inveniet quam à situ constante ¹¹⁾ inter corpora aut puncta quædam quæ quiescant, unde denuo horum

¹⁾ Leçons alternatives: „lubeat” et „placuerit”.

²⁾ L. a.: „item ex eborè”.

³⁾ L. a.: „concedunt”.

⁴⁾ On lit en encore en marge: „Exemplum si a funiculis pendeant ad malum; aut projiciantur. et hæc ita se habitura etiam si aer nullus esset”.

⁵⁾ L. a.: „motu telluris abripiuntur”.

⁶⁾ L. a.: „conspiciuntur”.

⁷⁾ L. a.: „super terram”.

⁸⁾ Au-dessus des sept derniers mots (à commencer avec „non”) on lit: „nihil quicquam de motu aut quiete corporum statuere”.

⁹⁾ L. a.: „imaginari conabitur”.

¹⁰⁾ L. a.: „definiri”.

¹¹⁾ L. a.: „permanente”.

locus definiendus erit. Nos autem tam perplexæ disputationi immiseri ¹²⁾ nihil opus sed si de navigio tantum hoc quod dictum est teneamus ¹³⁾, eodem scilicet modo ijs qui ipso vehuntur sphaerulas repercuti atque in terra stantibus ¹⁴⁾, hoc enim exemplum in demonstrationibus nostris ¹⁵⁾ ut eo magis sint perspicuæ ¹⁶⁾ frequentur usurpabimus.

Ad quas priusquam pergamus sciendum est quoniam spatia à diversis corporibus æquali tempore peracta motu æquabili, in eadem qua velocitates sunt ratione, quod per se quidem satis evidens videtur, et à Galileo accurate demonstratum est ¹⁷⁾. Ideo velocitatum rationem ratione spatiorum nos metiri quæ iisdem vel æqualibus temporibus percurfa ¹⁸⁾ sunt. Veluti cum simul corpus A moveri dicitur celeritate AC, et B celeritate BC, intelligendum est eodem temporis intervallo percurrisse A spatium AC et B spatium BC; velocitatibus eam inter se rationem tenentibus quæ est linearum AC ad BC.

[DEUXIÈME PARTIE.] ¹⁹⁾

THEOREMA I ²⁰⁾.

Si corpori quiescenti æquale corpus occurrat, post contactum hoc quidem quiescet, quiescenti verò acquiratur eadem quæ fuit in impellente celeritas ²¹⁾.

¹²⁾ Leçons alternatives: „ingredi” et „involvere”.

¹³⁾ L. a.: „tenendum”.

¹⁴⁾ L. a.: „experientibus”.

¹⁵⁾ Au-dessus des mots: „in demonstrationibus nostris” on lit encore „quo clarior evadat”. En choisissant cette leçon on doit faire suivre: „demonstratio nostra” et biffer „ut eo magis sunt perspicuæ”.

¹⁶⁾ Au-dessus des mots „eo magis sint perspicuæ” on lit: „capto facillimum”.

¹⁷⁾ Voir le commencement de la „Giornata terza” des „Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze”, p. 191—193 du T. VIII de l'édition nationale des „Opere di Galileo Galilei”. On y trouve (p. 193) le Théorème suivant: „Si mobile temporibus æqualibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se ut velocitates. Et si spatia sint ut velocitates, tempora erunt æqualia”.

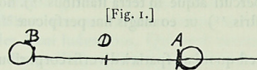
¹⁸⁾ L. a.: „decursa”.

¹⁹⁾ Tandis que la Première Partie constitue l'esquisse d'une préface pour le Traité „De Motu”, cette Deuxième Partie correspond au Traité lui-même. Souvent les deux textes sont presque identiques ou ne diffèrent que sur des points secondaires, auquel cas il nous semble suffisant de renvoyer le lecteur au Texte du Traité qui précède; sauf à indiquer les différences de quelque importance.

²⁰⁾ Voir (p. 33) la „Propositio Prima” du Traité „De Motu”.

²¹⁾ On lit encore en marge: „exemplum van de schuyftafel”; ce que nous croyons

Quiescenti ¹⁾ A corpori occurrat equale corpus B celeritate BA, dico hanc omnem translatum iri in corpus A, ipsum vero B à contactu motus expers manfurum.



Dividatur recta BA bifariam in D, et Ponamus respectu navigantis cum quem diximus motum contingere ut nimirum ipsius respectu corpus A immotum consistat, corpus vero B dextra versus tendat celeritate BA; ipse vero interim cum navi eodem tempore sinistram versus pergat celeritate AD quæ est dimidia celeritatis BA. Igitur ejus qui in ripa consistit respectu, corpus A sinistram versus movebitur celeritate AD, quoniam respectu navigij quiescit; corpus vero B ejusdem spectatoris respectu feretur dextram versus celeritate BD, quia respectu navigij ferebatur celeritate BA, dum simul navigium in contrariam partem tendit celeritate AD. Itaque dicto spectatori utrumque corpus pari celeritate collidi conspicitur unde et eadem utrumque qua venit celeritate resiliere ipsius quidem respectu oportet. Itaque post impulsum, corpus A moveri videbit dextram versus celeritate DA, navigium autem eadem celeritate AD sicut prius ferri in partem contrariam. Unde necesse est corpus A respectu navigij et vectoris moveri celeritate dupla DA, hoc est celeritate BA, nempe eadem qua prius corpus B ferebatur. Ipsum vero B, quoniam, stans in ripa respectu, post impulsum sinistram versus movetur celeritate DB, atque ipsum quoque navigium eadem celeritate in eandem partem fertur, appareat respectu navigij et vectoris quiescere debere.

Igitur ostensum est si respectu ejus qui vehitur navi æquabiliter progrediente corpori A quiescenti occurrat corpus B, à contactu hoc ejusdem vectoris respectu quiescere, illi vero omnem acquiri motum. Quare etiam in quiescente navigio, aut super terram experienti idem accidere debere constat.

ALITER ²⁾.

devoir traduire: „exemple de la table où l'on fait glisser [des disques]”. Il s'agit probablement d'un jeu semblable à celui des „grandes dames” à propos duquel nous citons le passage suivant d'une lettre du 1^{er} avril 1647 du Frère Gabriel Thibaut, Minime, à Mersenne: „Dans la p. 61 [des „Principia Philosophia” de Descartes, ouvrage de 1644, mentionné dans la note 4 de la p. 546 de notre T. II], il dict: si corpus quiescenti c esset accuratissimè equale corpori b versus illud moto, partim ab ipso impelleretur et partim ipsam in contrariam partem repelleret. Ce qui est faux, comme on peut experimenter au jeu de billard. Car, lors qu'on jette une boule contre une autre, e. g. b contre c, la boule b poussera la boule c et demeurera immobile. Nous experimenterons le mesme, quand nous joignons aus grandes dames sur les tables du resector; car bien souvent une dame, poussée contre une autre, demeure immobile au mesme lieu ou elle la touche” (voir la p. 70 du T. V de l'édition des Œuvres de Descartes” d'Adam et Tannery).

¹⁾ La démonstration qui suit diffère de celle du Traité (et aussi de celles qu'on trouve aux

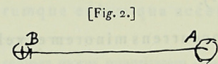
THEOR. 2 ³⁾.

Si corpora duo æqualia inæquali velocitate lata se mutuo impellant, permutata invicem celeritate post contactum ferentur ⁴⁾.

THEOR. 3 ⁵⁾.

Corpus quamlibet magnum quiescens à quamlibet exiguo corpore et celeritate qualicumque impactu movetur.

Quiescat A et occurrat ipsi corpus minus B, celeritate quavis BA. Ostendendum est percussu hujus moveri corpus A. Ponantur rursus hæc in navigio contingere nempe ut in ipso quiescat A, et B moveatur celeritate BA dextram versus; ipsum vero navigium prætervehatur celeritate eadem BA sed in contrariam partem. Itaque ripæ respectu B quidem immotum stabit, A vero movebitur versus ipsum celeritate AB. B autem minus est. Ergo pelletur



pp. 93—94, 109 et 121—122) en ce que les mouvements décrits dans le Théorème sont supposés avoir lieu par rapport au bateau et non pas par rapport à la rive; c'est pourquoi nous l'avons reproduit.

- ²⁾ Dans cette deuxième démonstration Huygens commence par faire mouvoir les deux corps avec des vitesses égales mais contraires par rapport au bateau pour examiner ensuite ce que les mouvements avant et après le choc seront pour un spectateur placé sur la rive. Sur ce point elle diffère donc de la première et s'accorde avec les démonstrations citées dans la note 1. Puisque d'ailleurs l'artifice, employé dans le Traité, des mains qui se joignent, n'est pas appliqué, ni celui des points correspondants sur des lignes parallèles (voir la p. 121), elle ressemble parla forme à celle des p. 93—94 et à celle de la p. 109—110. Il n'a donc pas semblé nécessaire de la reproduire.
- ³⁾ Comparez (p. 37) la „Propositio II” du Traité.
- ⁴⁾ La démonstration fut biffée au crayon. Elle diffère de celle du Traité en plusieurs points: 1^o les mouvements considérés dans le Théorème sont supposés avoir lieu par rapport au bateau et non pas par rapport à la rive comme dans le Traité, 2^o le bateau se meut (dans le cas où les deux vitesses sont de direction contraire) avec une vitesse égale à la moitié de la différence des deux vitesses dans le sens opposé à la plus grande, de sorte que c'est par rapport à la rive que les deux corps se meuvent avec des vitesses égales mais contraires, 3^o l'artifice des mains qui se joignent n'est pas employé, 4^o le deuxième cas où les vitesses sont dirigées vers le même côté (voir le deuxième alinéa de la p. 39) est traité avec le même détail que le premier. Nonobstant ces différences nous croyons pouvoir supprimer cette démonstration puisque les trois premières différences correspondent exactement à celles qui existent entre la démonstration, que nous venons de reproduire (p. 143—144), du „Theorema 1” et celle de la „Propositio I” du Traité.
- ⁵⁾ Comparez (p. 39) la „Propositio III” du Traité.

ab A ejusdem ripæ respectu aliquid propterea de motu suo amittet ¹⁾ ideoque non continuabit celeritatem eandem AB qua prius finitrosam movebatur. Atqui navigium semper finitram versus pergit celeritate AB. Ergo navigij respectu feretur A post impulsum dextram versus, quum prius in ipso quieverit. Sicuti autem in navigio progrediente ita ubivis contingere necesse est ²⁾.

THEOR. [4] ³⁾.

Quoties duo corpora inter se colliduntur eadem est mutuo respectu discedentibus celeritas quæ fuit appropinquantibus ⁴⁾.

THEOREMA 5 ⁵⁾.

Corpus majus minori quiescenti occurrens minorem ei velocitatem dat quam suæ duplam ⁶⁾.

THEOR. 6 ⁶⁾.

Si duo corpora eadem celeritate singula ad se mutuo revertantur qua ab impulsu resilierunt ⁷⁾, singula post alterum impulsum eandem acquirunt celeritatem qua ferebantur ad occursum primum ⁸⁾.

¹⁾ Comparez (p. 39) l'„Hypothesis IV“ du Traité. Dans l'Appendice présent on la trouve parmi les suppositions formulées dans le deuxième alinéa de la p. 141.

²⁾ On voit que les mouvements considérés dans le Théorème sont supposés avoir lieu ici par rapport au navire et dans le Traité (comme aussi aux p. 128—129) par rapport à la rive.

³⁾ Comparez (p. 43) la „Propositio IV“ du Traité.

⁴⁾ À part la ponctuation et quelques autres particularités sans importance réelle la démonstration correspond textuellement à celle qu'on trouve dans le Traité.

⁵⁾ Comparez (p. 51) la „Propositio VII“ du Traité; voir pour les Propositions V et VI les Théorèmes 6 et 7 qui suivent.

⁶⁾ Comparez (p. 47) la „Propositio V“.

⁷⁾ Au-dessus des mots: „se mutuo revertantur qua ab impulsu resilierunt“ on lit: „occursum revertantur qua ab occurso discessere“. Remarquons que cette leçon alternative est à peu près celle qui fut adoptée dans le Traité.

⁸⁾ Comparez (p. 49) la „Propositio VI“.

⁹⁾ Comme dans les cas des trois théorèmes précédents la démonstration de ce théorème ne diffère pas sensiblement de celle de la Proposition correspondante du Traité; mais ici elle est suivie par les considérations que voici, qui ont été supprimées dans le Traité: „Contrarium huic theoremati à Cartesio assumptum est principij loco, statuit enim eandem

THEOREMA 7 ⁸⁾.

Corporibus duobus sibi mutuo occurrentibus non semper post impulsum eadem motus quantitas in utroque simul sumpto conservatur, quæ fuit ante. Sed vel augeri potest vel minui ⁹⁾.

Sicuti de corporibus æqualibus ¹⁰⁾.

THEOR. I ¹¹⁾.

Si corpora duo sibi ex adverso occurrant quorum magnitudinibus eorum celeritates contraria ratione respondeant, utrumque eadem qua accessit celeritate resiliet ¹⁾.

semper motus quantitatem conservari [voir la note 1 de la p. 49] quod sane admodum verisimile videri queat. Atamen admittendum non esse si simpliciter sic proponatur manifestum fecimus. Si verò eandem semper motus quantitas servari dicamus inque eandem partem, omnino verum erit potestque ex sequentibus demonstrari. motus tamen quantitate in hanc vel illam partem sic computata ut addantur in unum quantitates motus quas singula corpora constituunt si in eandem partem utrumque moveatur; si vero in contrarias, ut auferatur quantitas minor à majori. Nempè si magnitudinis A ad B sit ratio ea quæ 7. ad 2. ratio autem celeritatis qua A versus dextram pergit ad celeritatem quæ B fertur in partem contrariam ea quæ 5 ad 4. Erit 35 motus quantitas quam constituat A in partem dextram quam vero constituat B in partem sinistram erit 8. quæ ablata de 35 quoniam in contrarias partes corpora [sic] supererit 27 motus quantitas in partem dextram.

Post occursum vero perget corpus utrumque sicut in sequentibus demonstrabitur dextram versus, A quidem celeritate 1, B vero celeritate 10. Unde A cuius magnit. erat 7 constituat motus quantitatem 7; B vero cuius magnitudo 2 constituat motus quantitatem 20. Atque ita in partem dextram sicut ante occursum efficietur motus quantitas 27 ²⁾.

Ajoutons que les premières lignes de ce passage furent bifées au crayon dans le Manuscrit. ¹⁰⁾ Voir pour ce qui suit les pp. 51 et 53 qui précèdent, savoir à commencer avec les deux dernières lignes de la p. 51 jusqu'aux mots „jam demonstrari poterit“ y compris. Ajoutons qu'on lit en tête de tout ce passage la suscription, bifée depuis: „Liber II“.

C'est dans ce passage qu'on rencontre le renvoi à l'„Horologium oscillatorium“ que nous avons discuté dans la note 3 de la p. 52. On y rencontre de même, en marge, la petite figure que nous avons reproduite dans la note 1 de la p. 54.

¹¹⁾ Savoir „Theor. I“ du „Liber II“, voir la note précédente. Comparez (p. 53) à propos de ce Théorème la „Propositio VIII“ du Traité.

THEOR. ¹⁾.

Celeritas quam majus corpus dat minori quiescenti, ad eam quam simili velocitate minus imprimit quiescenti majori eandem habet rationem quam majoris magnitudo ad minoris magnitudinem ²⁾.

PROBLEMA ³⁾.

Duobus corporibus inæqualibus, quorum utrumque movetur, sibi mutuo occurrentibus, datâ utriusque magnitudine et motu invenire celeritatem qua singula post occursum ferentur ⁴⁾.

¹⁾ Comparez (p. 71) la „Propositio X” du Traité; voir pour la Prop. IX le „Problema” qui suit.

Ajoutons que le présent Théorème est précédé dans le Manuscrit par deux autres qui furent biffés ainsi que leurs démonstrations, le premier au crayon après qu'il avait été modifié de manière à s'adopter aux deux cas, et le deuxième à la plume. Voici ces théorèmes:

1°. Si majori corpori quiescenti minus corpus occurrat, sicut utriusque simul magnitudo se habet ad duplam occurrentis magnitudinem, ita erit hujus celeritas ad celeritatem quiescenti acquisitam ex impulsu. Sicut autem idem magnitudinum aggregatum ad eandem differentiam ita erit celeritas occurrentis ad eam qua hoc ipsum ab occursum movibetur resiliendo in partem contrariam.

2°. Si minori corpori quiescenti majus occurrat, sicut se habet majus cum minori ad majus ita erit dupla celeritas qua ferebatur majus ad celeritatem minori quæsitam ex impulsu. Sicut autem idem aggregatum corporum ad eorundem differentiam ita erit celeritas qua ferebatur majus ad eam qua post occursum continuabit motum in partem eadem.

Quant aux démonstrations il suffit de dire qu'elles s'accordent en principe avec celle qu'on trouve aux p. 65—69. Elles sont seulement simplifiées par la circonstance que dans le premier théorème le point D coïncide avec B et dans le deuxième avec A. Remarquons, pour éviter tout malentendu, que l'artifice des mains qui se joignent n'est pas employé.

²⁾ À part la ponctuation et quelques autres particularités sans importance réelle la démonstration correspond textuellement à celle qu'on trouve dans le Traité.

³⁾ Comparez (p. 65) la „Propositio IX”.

⁴⁾ La démonstration diffère de celle qu'on trouve dans le Traité (voir les p. 65—71) en ce que l'artifice des mains qui se joignent n'y est pas employé et que, comme nous l'avons constaté déjà dans la note 4 de la p. 69, la dernière partie, où Huygens indique une manière simple de calculer les vitesses après le choc, y manque. En outre il y a encore quelques autres différences d'importance tout-à-fait secondaire.

THEOREMA ⁵⁾.

Duobus corporibus sibi mutuo occurrentibus, id quod efficitur ducendo singulorum magnitudines in velocitatum suarum quadrata, simul additum, ante et post corporum occursum, æquale invenitur. Si videlicet et magnitudinum et velocitatum rationes in numeris lineisve constituentur ⁶⁾.

LEMMA ⁶⁾.LEMMA 2 ⁷⁾.[THEOREMA] ⁸⁾.

Si quod corpus corpori majori vel minori quiescenti obviam pergat, majorem ei celeritatem dabit per interpositum corpus mediæ magnitudinis itidem quiescens, quam si nullo intermedio ipsi impingatur. Maximam vero celeritatem tum conferet cum corpus interpositum fuerit medium proportionem inter extrema ⁹⁾.

THEOREMA ⁹⁾.

Quo plura corpora interponuntur inter duo inæqualia quorum alterum moveatur alterum quiescat eo major motus quiescenti conciliari poterit. Maximus autem per unamquamque interpositorum multitudinem ita conferetur si interposita cum extremis continuam proportionalium feriem constituent ¹⁰⁾.

⁵⁾ Comparez (p. 73) la „Propositio XI”.

⁶⁾ Voir pour ce lemme et sa démonstration le „Lemma I” (p. 77—79).

⁷⁾ Voir le „Lemma II” et sa démonstration (p. 79—81).

⁸⁾ Voir (p. 81) la „Propositio XII”.

⁹⁾ Comparez (p. 87) la „Propositio XIII” du Traité.

¹⁰⁾ Cette fois encore la démonstration qui suit correspond presque textuellement avec celle du Traité (p. 87—89). Seulement, comme nous l'avons déjà indiqué dans la note 1 de la p. 90, le dernier alinéa (p. 91) du texte du Traité manque dans le présent Manuscrit.