

APPENDICE I¹⁾

À L'OUVRAGE: „DE MOTU CORPORUM EX PERCUSSIONE”.

[1652—1654.]

[PREMIÈRE PARTIE.]²⁾

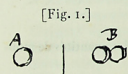
[1652.]³⁾

1. Si duo corpora aequalia perfectè dura aequè celeriter in contrarias partes mota, inter se colliderentur, unumquodque in eam partem unde venit reflecteretur nulla parte celeritatis amissa⁴⁾.

[⁵⁾ Si B effet duplum A [Fig. 1] et aequè celeriter mota, in contrarias partes, collidantur, restabit B quietum, at A sinistram versus movebitur, duplicatà priori celeritate.] falsum⁶⁾.

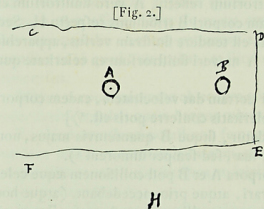
[dimidium enim corporis B, corpori A si occurrat, reflectetur ad dextram ea celeritate quâ venit, atqui altera medietas corporis B eadem celeritate pergere conatur ad sinistram. itaque totum corpus B necessario neque in hanc neque in illam partem movebitur. Corpus autem A duplam celeritatem acquirat. nam si à corpore sibi aequali hoc est à dimidio B impellatur eandem celeritatem acquirit ad sinistram eundi quâ movebatur dextrorsum. at nunc impellitur à bistanto corpore. Vel sic. Cum duo corpora sibi mutuo occurrunt, eadem celeritas est eorum elongationis quæ accessus⁷⁾], (nam hoc unum tantum attendendum est quanta sit collisionis vis) igitur quum B maneat post collisionem immotum, necesse est A duplo celerius retrocedere quam advenerat, ut aequali tempore aequalis fiat elongatio et accessus.]

¹⁾ Cet Appendice, que nous avons divisé en „Parties”, contient les premières recherches de Huygens sur les lois de la percussion. Ces recherches se trouvent distribuées sur des feuilles détachées. Plus tard, à une époque inconnue, une pagination suivie fut apportée par Huygens lui-même qui les avait réunies dans deux couvertures sur lesquelles on lit



[Fig. 1.]

2. Si A et B sint aequalia [Fig. 2] A autem quiescat: et B ad ipsum pergat. restabit B in loco concursus immotum, at A movebitur sinistram versus, tanta celeritate quantam prius habuit B⁸⁾.



spatium CDEF constituti sunt ut H, videatur A quiescere et B moveri, ut

Eadem erit vis collisionis ac si B dimidia celeritate quam habet sinistram motum occurrat corpori A, eadem dimidia celeritate moto dextrorsum. Itaque imaginemur hæc ita contingere in spatio CDEF. Sed hoc ipsum ferri interea sinistram versus eadem quam diximus celeritate dimidiâ corporis B. quibus fiet ut respectu eorum qui extra

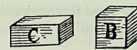
respectivement de sa propre main: „adversaria ad tractatum de motu per impulsu omnium prima” et „de motu per impulsu adversaria priora.”

Quoiqu'il soit sûr que l'ordre de la pagination de Huygens ne coïncide pas toujours avec l'ordre chronologique, nous suivrons, faute de mieux, celle de la pagination à l'exception toutefois des cas où cela nous forcerait de séparer des parties qui évidemment font suite l'une à l'autre; consultez les notes 2, p. 104; 7, p. 107; 1, p. 108 et 8, p. 125.

²⁾ Cette première Partie est empruntée à la page numérotée 1 par Huygens.

³⁾ Voir pour la date des trois premières Parties les p. 6 et 7 de l'Avertissement.

⁴⁾ C'est la première des règles de la percussion de Descartes, qu'il formule comme suit dans la „Pars secunda” de ses „Principia philosophiæ”: „Primò, si duo illa corpora, puta B & C, essent planè aequalia, & aequè velocius moverentur, B quidem à dextrâ versus sinistram, & C illi in directum à sinistrâ versus dextram, cum sibi mutuo occurrerent, reflecterentur, & postea pergerent moveri, B versus dextram & C versus sinistram, nullâ parte suæ celeritatis amissâ.” (Voir la p. 68 du T. VIII, 1905, de l'édition nationale des Œuvres de Descartes).



On retrouve cette règle dans la deuxième des hypothèses énoncées (voir la p. 31 du Tome présent) dans le Traité „De Motu corporum ex percussione”, lequel Traité nous mentionnerons dans la suite comme: Traité „De Motu”.

⁵⁾ Nous mettons entre crochets les phrases biffées par Huygens.

⁶⁾ En effet Huygens fait ici fausse route en admettant ce théorème et la démonstration qui va suivre. Il s'en aperçoit et ne tarde pas à s'engager dans un tout autre chemin.

⁷⁾ La phrase en italiques fut soulignée par Huygens. Il semble donc que dès le commencement de ses recherches il ait admis le principe en question qui constituera plus tard la „Prop. IV” du traité „De Motu”, mais qu'il pourvoira alors d'une démonstration (voir la p. 43 du Tome présent).

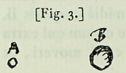
⁸⁾ C'est la „Prop. I” (p. 33) du Traité „De Motu” et la démonstration qui va suivre ne diffère pas essentiellement de celle donnée dans le Traité.

utrumque ab initio positum fuit. Itaque post collisionem ijs qui cum spatio ¹⁾ CDEF una veherentur videbitur B dextrorsum reflecti, A vero sinistrorsum et utrumque cum dimidia celeritate ejus quam corpori B tribuimus respectu H. Sed quia eadem dimidia celeritate navis posita est tendere sinistram versus, apparebit spectanti ex H, corpus B quiescere, at A moveri sinistrorsum ea celeritate qua prius movebatur B.

Axioma. [Quæ vis corpori quiescenti certam dat velocitatem, eadem corpori quod prius duplum sit dimidium istius celeritatis conferre potis est. ²⁾]

Si A quiescat [Fig. 3] et B ipsi allidatur, sitque B quantumvis majus, non dabit corpori A velocitatem quæ sit dupla suæ, sed semper minorem ³⁾.

Necesse enim est corpora A et B post collisionem æque celeriter a se mutuo separari, atque prius accedebant. (atque hoc patebit si corpus B quiescere intelligatur, et A versus B moveri. paulum enim tantum movebit corpus B dextram versus, at A penè eadem celeritate quâ venit resiliet.) sed B corpori A occurrens paulum tantum de celeritate sua amittit et pergit sinistrorsum moveri, itaque necessario debet A sinistrorsum moveri paulo minore quam dupla celeritate, ejus quam B habuit ab initio. nempe ut eadem sit separationis celeritas post duorum corporum occursum, quæ fuit appropinquandi.

[DEUXIÈME PARTIE.] ⁴⁾

[1652.]

Ax. 1. [Eadem est celeritas separationis post duorum corporum occursum, quæ fuit appropinquandi. ⁵⁾]

Per assumptionem magni et parvi corporis. primo ostende quod semper eadem est velocitas separ. ⁶⁾ quando est eadem accedendi. inde enim in casu duorum corporum æqualium inventum probari potest ⁶⁾.

¹⁾ Au dessus de ce mot „spatio” Huygens écrivit: „navi”.

²⁾ Nous mettons entre crochets les phrases biffées par Huygens.

³⁾ C'est la Prop. VII (p. 51) du Traité „De Motu” et les démonstrations ne diffèrent pas en principe.

⁴⁾ Cette deuxième Partie ne doit pas être considérée comme la suite de la première, mais plutôt comme un nouveau départ. Elle est empruntée à la page numérotée 2 par Huygens dont on trouvera un fac-similé à la fin du Tome présent.

⁵⁾ Si Huygens a biffé cet axiome, ce n'est pas parce qu'il doutait de sa justesse, mais puisqu'il venait de découvrir un autre axiome qu'on trouvera plus loin (voir la p. 96, où nous l'avons mis en italiques), lequel axiome lui semblait plus plausible et dont il savait déduire l'axiome biffé à l'aide d'une démonstration que l'on rencontrera vers la fin de cette deuxième Partie.

[ax. 1 ⁷⁾] Iis qui in navi sunt quæ progreditur, corporum sibi in navi occurrentium motus non alius apparet quam si navis immota staret, vel ipsi una cum ijs extra navem essent. Idem de motu terræ. Hinc demonstratur ⁷⁾ quod si corpora sint duo æqualia alterum quiescens alterum quiescenti impactum, omnis motus transibit in id quod quiescebat, et illud quod movebatur restabit immotum in loco occursum.

Majus corpus quiescens ab eodem corpore eadem celeritate impulfum minorem celeritatem acquirit quam corpus minus ⁸⁾.

Ex his demonstrari potest non semper post duorum corporum collisionem, tantundem motus remanere quantum erat antea, eo videlicet sensu, ut corporum magnitudines cum velocitatibus multiplicatæ, eundem numerum producant quem prius producebant ⁹⁾.

[ax. 2 ¹⁰⁾] Sed necesse est quadrata velocitatum ducta in magnitudinem corporum semper eundem numerum producere ¹⁰⁾. Ex hoc et primo ax. ¹¹⁾ regula conficitur ¹²⁾.

⁶⁾ Cet alinéa fut intercalé d'une écriture plus fine après que l'axiome précédent avait été biffé. Huygens y renvoie dans la deuxième phrase à la démonstration dont nous parlions dans la note précédente. Par la troisième Huygens veut indiquer probablement que l'hypothèse formulée dans le premier alinéa de la p. 92 pourrait être déduite de l'égalité des vitesses de séparation et d'approche en considérant la parfaite symétrie du cas en question par rapport aux deux corps. Comparez le quatrième alinéa de la p. 102.

⁷⁾ Savoir en partant de l'axiome formulé dans le premier alinéa de la Première Partie. On trouve cette démonstration de la „Propositio Prima” du Traité „De Motu” aux p. 33—35.

⁸⁾ Conférez la note 5 de la p. 43.

⁹⁾ Comparez la „Prop. VI” du Traité „De Motu” et sa démonstration (p. 49—51).

¹⁰⁾ C'est la „Prop. XI” (p. 73) du Traité „De Motu”; mais par quel raisonnement Huygens est-il arrivé dès l'abord à cette supposition? Sans doute non pas par celui suivi dans le Traité, puisqu'il y suppose que les lois du choc sont déjà connues complètement; mais plutôt par un raisonnement analogue à celui qui constitue le fond de la démonstration de la „Prop. VIII” (voir p. e. les p. 53—57). En effet, en admettant 1° la réversibilité de la percussion des corps, 2° le principe, appliqué dans la démonstration mentionnée, que le centre de gravité commun des corps ne peut monter par l'effet de la gravité seule, on en déduit facilement la supposition en question en convertissant, à l'exemple de Huygens, les vitesses horizontales en des vitesses verticales et en faisant monter les corps aussi haut qu'il est compatible avec leurs vitesses avant et après le choc.

Consultez sur le principe mentionné la note 1 de la p. 56 et les p. 21—22 de l'Avertissement qui précède, où nous remarquons à propos du passage présent que Huygens avait donc pressenti déjà vers 1652 la loi de la conservation de l'énergie pour le cas particulier, bien important, d'un champ gravifique homogène, savoir en faisant abstraction du frottement et de la résistance du milieu.

¹¹⁾ C'est à dire l'axiome biffé qui se trouve au début de la présente Deuxième Partie.

¹²⁾ Comparez la onzième Partie de cet Appendice aux p. 132—133.

Si corpus 2 cum celeritate 3 impactum corpori 1 quiescenti, concedatur ipsi dare velocitatem 4 et sibi retinere veloc. 1 in eandem partem. Ostendi potest, quod corpus 1 cum celeritate 3 impactum corpori 2 quiescenti, dabit ipsi velocitatem 2, et sibi retinebit velocitatem 1 sed resiliens in partem contrariam ¹⁾).

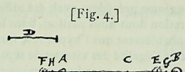
[ax. 3. ²⁾] Si corpus A majus occurrat B minori, sed velocitas in B sit ad velocitatem in A reciprocè ut magnitudo A ad B, tum utrumque cum eadem qua venit celeritate resiliet ³⁾).

Hoc concessio omnia demonstrari possunt ⁴⁾. Cartesius autem concedere cogitur ⁵⁾).

Sed videndum an demonstrari per notiora queat.

Axioma. Si duo corpora ex adverso sibi mutuo occurrant, unumque eorum eadem qua venit celeritate retro feratur nihil de motu suo amittens, etiam alterum eà quâ venit celeritate resiliet ⁶⁾).

Duo corpora ex adverso sibi mutuo occurrentia pari celeritate separantur qua et appropinquant ⁷⁾).



Sunto duo corpora A et B [Fig. 4] sibi mutuo ex adverso occurrentia in puncto C; ad quod pervenisse ponantur ex locis A et B in tempore D. post occursum vero ad C venerint rursus in tempore D ad E et F ⁸⁾. dico spatium FE spatium AB æquale esse. Ponamus enim corpora A B præter motus

istos quos jam ipsis tribuimus, adhuc alij motui esse simul obnoxia quo versus partem B ferantur, in tempore D per spatium æquale GB, hoc est dimidio

¹⁾ A cet effet il suffit d'ajouter aux vitesses qu'on rencontre dans le premier cas la vitesse commune 3 qui réduit en repos le corps le plus grand.

²⁾ L'indication entre crochets fut biffé par Huygens, ce qui veut dire ici qu'il préférerait plus tard introduire un autre axiome fondamental, savoir celui qui suit et que nous avons mis en italiques.

³⁾ C'est la „Prop. VIII” (p. 53) du Traité „De Motu”.

⁴⁾ C'est la voie suivie dans le Traité „De Motu”, où la „Prop. IX” (p. 65) qui contient la solution complète de Huygens du problème du choc central des corps durs, est déduite de la „Prop. VIII” et du Principe de la relativité.

⁵⁾ Comparez le troisième alinéa de la p. 95 et la note 2 de la p. 49.

⁶⁾ Dans le Manuscrit cet alinéa, que nous avons reproduit en italiques, est encadré par un trait de plume pour en marquer l'importance (voir le fac-similé à la fin du Tome présent). L'axiome constitue l'„Hypothesis V” (p. 41) du Traité „De Motu”.

EB. vel imaginemur motus corporum A et B quos primò dedimus, in navi contigisse quæ dextram versus feratur celeritate GB ⁹⁾. Igitur ¹⁰⁾ eorum respectu quibus navis ita movetur, videtur corpus in tempore D percurrisse spatium ipsi GC æquale; repercussum verò, cum intra navem tempore D dextram versus feratur per spatium CE, videbitur ijs qui extra navem sunt, moveri per spatium æquale ipsi CG, quoniam navis interea temporis dextrorsum quoque perrexit per spatium æquale EG. Itaque extra navem positus æquali celeritate ante et post occursum corpus B moveri videbitur. Quare et corpus A æquè celeriter ante et post occursum moveri apparere debet, per axioma. at corpus A ante occursum necessario visum fuit ipsis moveri celeritate HC (posita vl. ¹¹⁾) AH æquali EG vel GB.). hoc est visum fuit in tempore D transire spatium HC, ergo et resiliens apparet ijsdem moveri per spatium æquale HC in tempore D. Quare in navi transijisse necesse est per spatium æquale duobus HC et HA sive EG. at positum fuit in navi transijisse spatium FC. igitur FC æquale HC et GB. Quare HF ∞ GB. sed et HA. Ergo FA ∞ EB. additaque communi AE, erit FE æqualis AB. quod erat demonstrandum.

⁷⁾ C'est l'axiome biffé du début de cette Deuxième Partie, mais il est posé maintenant en théorème dont la démonstration, basée sur l'axiome en italiques, va suivre. Il est d'ailleurs identique avec la „Prop. IV” (p. 43) du Traité „De Motu” et les démonstrations quoique différentes (comparez la note 9 de cette page avec la note 3 de la p. 42) reposent sur les mêmes principes.

⁸⁾ La phrase que nous avons mise en italiques fut soulignée par Huygens.

⁹⁾ Le bateau est donc supposé se mouvoir avec la vitesse $-\frac{1}{2}(v_B + v'_B)$, où v_B et v'_B représentent respectivement les valeurs algébriques des vitesses de B par rapport au bateau avant et après le choc.

¹⁰⁾ Voici sous forme algébrique le raisonnement qui va suivre. Par rapport à la rive les vitesses des corps A et B étaient donc avant le choc respectivement: $v_A - \frac{1}{2}(v_B + v'_B)$ et $\frac{1}{2}(v_B - v'_B)$, et après le choc: $v'_A - \frac{1}{2}(v_B + v'_B)$ et $\frac{1}{2}(v'_B - v_B)$; celle du corps B n'est donc pas changée par le choc en valeur absolue. Il faut donc, d'après l'axiome, qu'il en soit de même de la vitesse du corps A. On a donc: $v'_A - \frac{1}{2}(v_B + v'_B) = -v_A + \frac{1}{2}(v_B + v'_B)$, d'où l'on déduit facilement: $v'_A - v'_B = -(v_A - v_B)$; ce qu'il fallait prouver.

¹¹⁾ Lisez: „videlicet”.

[TROISIÈME PARTIE.]¹⁾

[1652.]

$$\begin{array}{l} bx + ay \propto ac^2) \\ y \propto c - \frac{bx}{a} \end{array} \quad \begin{array}{l} acc - 2bcx + \frac{bbxx}{a} + bxx \propto acc^2) \\ 2ca \propto bx + ax \\ \frac{2ca}{b+a} \propto x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ax + by \propto bc^2) \\ y \propto c - \frac{ax}{b} \end{array} \quad \begin{array}{l} axx + bcc - \frac{2bacc}{b} + \frac{aaxxb}{bb} \propto ccb \\ abxx + aaxx \propto 2acbx \\ bx + ax \propto 2cb \\ x \propto \frac{2cb}{b+a} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} axx + byy \propto bcc^2) \\ yy \propto \frac{bcc - axx}{b} \end{array}$$

- ¹⁾ Cette Troisième Partie se trouve sur la même page que la Deuxième, mais pour la lire on doit mettre le Manuscrit en sens inverse. On trouve alors en haut de la feuille les calculs que nous reproduisons. Viennent ensuite deux lignes appartenant à la Deuxième Partie et après elles la minute d'une lettre à van Schooten, que nous reproduisons également. Voir le fac-similé.
- ²⁾ Ici a et b représentent les masses de deux corps A et B. A est supposé se mouvoir avant le choc avec la vitesse c . B est alors en repos. Leurs vitesses après le choc sont représentées respectivement par y (pour A) et x (pour B). Huygens applique le principe de la conservation de la quantité du mouvement. Comparez dans l'Avertissement qui précède l'alinéa qui commence en bas de la p. 7 et surtout la note 3 de la p. 8.
- ³⁾ Application du principe de la conservation des forces vives.
- ⁴⁾ Le calcul présent n'est qu'une répétition de celui qui précède. Seulement c'est maintenant le corps A qui repose avant le choc et de plus x représente la vitesse après le choc du corps A, y celle du corps B.
- ⁵⁾ Huygens débute ici par le principe de la conservation des forces vives sans achever le calcul. Outre ceux que nous venons de reproduire les pages 1 et 2 contiennent encore d'autres calculs inachevés, biffés en partie et peu compréhensibles.

librum tuum de locis planis quem dudum perlegere desidero si commodum est velim ut mitas nunc mihi, vel si excurrere huc vacat ut ipse adferas, sunt enim quaedam quae ostendere invicem tibi praesenti cupiam ex inventis meis et non pauca narrare habeo de itinere gandavensi unde nunc primum reverti. diu cum P. Gregorio collocutus sum cujus quadraturam licet ab ipso confessionem exprimere non facis poterim, Gotscovius condemnavit dixitque mea opera everfam funditus, Ita nobis retulit D. Edelheer Antverpiensium Syndicus. vale⁶⁾.

[QUATRIÈME PARTIE.]⁷⁾

[1654.]

Subtilis disquisitione et jucunda, eoque magis necessaria quod percussiois naturam et potentiam explicat nihil enim usu frequentius et effectus potentius, at nullius rei aequae fundamenta ignorantur. antiquis philosophis quod sciam nihil rei spectum Recentiores autem multi. Galileus cum de motu plurima explicasset⁸⁾ nihil

- ⁶⁾ Ce qui précède est sans aucun doute la minute d'une lettre à van Schooten à laquelle celui-ci répondit le 28 juillet 1652; voir les p. 183—184 de notre T. I. Nous ne manquons pas de reproduire cette minute dans le Tome où nous publions les lettres écrites par Huygens ou adressées à lui dont nous avons pu prendre connaissance après la publication du dernier volume de sa Correspondance (notre T. X, paru en 1905). Toutefois il nous semble utile de la donner déjà ici parce qu'elle peut servir à déterminer la date des travaux de Huygens qui précèdent et aussi pour épargner au lecteur peu familier avec l'écriture de Huygens de déchiffrer cette partie du fac-similé qu'on trouve à la fin du Tome présent. Nous nous dispensons pourtant d'ajouter ici des notes pour expliquer le contenu. On les trouvera dans le Supplément à la Correspondance auquel nous venons de faire allusion.
- ⁷⁾ Cette Partie est empruntée à une feuille séparée contenant les pages numérotées 7—10 par Huygens; comparez la note 1 de la p. 92. Or, la p. 10 est occupée par la minute de la lettre à van Schooten du 7 octobre 1654 qu'on trouve aux p. 458—459 de notre T. III. Ajoutons que les pages numérotées 2—6 qui remplissent la lacune entre les pages numérotées 1 et 2 et celles que nous allons reproduire, contiennent les minutes des lettres de Huygens au même du 5 et du 7 novembre 1652 (voir les p. 454—458 du T. III) et rien d'autre se rapportant au choc des corps.
- ⁸⁾ Il s'agit dans ce qui suit de l'ouvrage „Discorsi e Dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze" de 1638, cité dans la note 1 de la p. 31 de notre T. I et en particulier du passage de la „Giornata quarta" qu'on trouve p. 291—293 du Vol. VIII (1898) de l'édition nationale des Œuvres de Galilée. Entre autres Galilée y met dans la bouche de Sagredo les remarques suivantes: „E' il dubbio e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dependere, l'energia e la forza immensa che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo d'un martello, che non abbia peso maggiore d'8 o 10 libre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso d'un grave che, senza percossa, vi faccia impeto, solamente calcando e premendo, benché la gravità di quello passi molte centinaia di libre. Io vorrei pur trovar modo di misurar la forza di

tamen definit quod ad nos pervenerit ¹⁾ nisi quod immensam percussiois potentiam dixerit. Verba ipsius operæ pretium interpretari quia simul sententiam ipsius de contemplationis hujus difficultate exhibent diligentiamque ab eo adhibitam testantur. ut et momentum ²⁾. verba Galilei. Post hunc autem alij ³⁾ quoque impulsus regulas tradidere sed paucas tantum veritati consentaneas quas ab experimentis edocti fuere neque tamen ratione ulla evidenti demonstrarunt. Cartesius vero contra experimentorum fidem novas condere ausus est ⁴⁾ quas nulla demonstratione egere dixit principia sua intelligentibus ⁵⁾. Cujus sententiam nonnullos amplecti video ⁶⁾. Sed cum in plerisque à veritate abeat quo major est tradentis autoritas eo utilius ut error redarguatur. Non autem ideo sententiam circa hæc nostram illius sententiæ præferendam contendemus quod omnibus cum experimentis accuratè consentiat cum ipsius manifesto adversetur. sed demonstrationibus primum omnia firmabimus evidentissimis, quæ si experientia comprobentur tum hoc quoque evicisse credemus non omnino inutilia esse duritiei defectu corpora quædam, neque à circumfuso aere ita impediri ipsorum motum, quin ad experimenta sufficiant. nam hanc causam adfert quo minus exhiberi Theorematum suorum veritas possit ⁷⁾.

questa percossa; la quale non penso però che sia infinita, anzi stimo che ella abbia il suo termine da potersi pareggiare e finalmente regolare con altre forze di gravità prementi, o di leve o di viti o di altri strumenti mecanici, de i quali io a sodisfazione resto capace della moltiplicazione della forza loro."

À ces remarques Galilée fait répondre Salviati comme suit: „V. S. non è solo, nella maraviglia dell' effetto e nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione, sin che finalmente, incontrandomi nel nostro Academico [Galilée lui-même], da esso ricevetti doppia consolazione: prima, nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi che, dopo l'avervi in vita sua consumate molte migliaia di ore specolando e filosofando, ne aveva conseguite alcune cognizioni lontane dai nostri primi concetti, e però nuove e per la novità ammirande. E perchè oramai so che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri che si allontanano dell' opinabile, non aspetterò la sua richiesta, ma gli do parola che, spedita che avremo la lettura di questo trattato de i proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, o vogliam dire stravaganze, che de i discorsi dell' Accademico mi son rimaste nella memoria."

¹⁾ Allusion à la promesse de Salviati mentionnée dans la note précédente. Cette promesse ne fut pas remplie pendant la vie de Galilée. Mais on trouve au Tome VIII, p. 319—346, de l'édition nationale citée dans la note précédente une „Giornata sesta del Galileo: Della forza della percossa” qui fut publiée pour la première fois en 1718 dans le T. II (p. 693—710) des „Opere di Galileo Galilei”, éditées par Tartini et Franchi.

Or, quoique cette „Giornata sesta” contienne des considérations intéressantes sur la force de la percussion, elle n'amène pas une solution satisfaisante des problèmes posés par Sagredo.

²⁾ Ce mot fut biffé par Huygens. D'ailleurs les pages numérotées 7—10 sont pleines de ratures et d'irrégularités, mais Huygens lui-même a indiqué par des signes l'ordre dans lequel il veut qu'elles soient lues et nous avons suivi ces indications.

³⁾ Dans la Correspondance de Huygens jusqu'à celle de 1654 incluse, on ne trouve mentionnés à ce propos outre les „Principia philosophia” de Descartes que des ouvrages de Marci (p. 252,



Necessè est autem principia quædam deligere quæ motus naturæ convenient et non agrè fidem inveniunt Quibus concessis circa reliquas demonstrationes nulla superfit dubitatio. Quæ quidem eadem fere cum Cartesio statuemus paucis tamen discrepantes ⁸⁾.

Primum itaque cum Cartesio dura omnino corpora esse fingemus quæ sibi mutuo occurrant, tum eo loci librata ubi corpora circumambientia nihil motum ipsorum retardent neque adjuvent ⁹⁾. Ubi denique nec gravitas sursum nec levitas deor-

260, 263, 290, 307 et 308 du T. I) et de de Raëi (p. 458—459 du T. III).

⁴⁾ Il s'agit des sept règles du choc des corps formulées par Descartes dans la „Pars secunda” de ses „Principia”; voir les p. 68—70 du T. VIII, 1905, de l'édition d'Adam et Tannery des Œuvres de Descartes, mais consultez aussi la traduction française de 1647, autorisée par Descartes, où il y a beaucoup d'additions à la version latine (voir les p. 89—93 de la pagination de la dernière partie du T. IX, 1904, de l'édition d'Adam et Tannery).

⁵⁾ Comparez la p. 167 de notre T. I où l'on lit dans une lettre de Huygens à van Gutschoven de janvier 1652: „Quanquam enim Autori suo ipsi [regule motus occurrentium sibi mutuo corporum] tam manifestè dicantur ut nulla probatione indigeant.” Or, ces assertions de Huygens ne s'expliquent pas entièrement par la manière dont Descartes introduit ses règles dans l'édition originale des „Principia”, ni dans la traduction française. Peut-être s'agit-il d'une communication verbale de van Schooten, qui avait eu beaucoup de relations avec Descartes pendant le séjour de celui-ci en Hollande. Voici, en effet, ce qu'on lit (p. 301 de notre T. I) dans une lettre de van Schooten à Huygens du 25 oct. 1654: „Præsertim cum dictæ regule ei [Descartes] tam spectatæ fuerint, ut sibi mirum videri haud semel asseruerit, quo pacto aliquis de illarum veritate ambigere possit”.

⁶⁾ Entre autres van Gutschoven, van Schooten et de Raëi; voir les p. 166 et 301 de notre T. I et la p. 459 du T. III.

⁷⁾ Voici le passage en question: „Sed quia nulla in mundo corpora esse possunt à reliquis omnibus ita divisa, & nulla circa nos esse solent planè dura, idèò multò difficilior iniri potest calculus, ad determinandum quantum cuiusque corporis motus ab aliorum occursum mutetur. Simul enim habenda est ratio eorum omnium, quæ illud circumquaque contingunt, eaque, quantum ad hoc, valde diversos habent effectus, quod sunt dura vel fluida: quorum idèò diversitas in quo consistat, hic est querendum” (p. 70 du T. VIII de l'édition d'Adam et Tannery des Œuvres de Descartes).

⁸⁾ À côté de cet alinéa on lit encore en marge: „quod aer non remoretur motum, pag. 142. Gal. syst.” Il s'y agit probablement de l'édition suivante: „Systema Cosmicum, auctore Galileo Galilei Lynceo, Academiæ Pisanae Mathematico extraordinario, serenissimi Magni-Ducis Hetruriae philosopho et mathematico primario, in quo quatuor dialogi, de duobus maximis mundi systematibus, Ptolemaico et Copernicano, utriusque rationibus philosophicis ac naturalibus indefinite propositis, disseritur, ex italica lingua latine conversum. Accessit appendix gemina, qua SS. Scriptura dicta cum terra mobilitate conciliantur. Augustæ-Treboe, impensis Elzeviriorum, typis Davidij Hauti, anno 1655, in 4^{to}”.

On y trouve, en effet, à la p. 142 une discussion entre Simplicio et Salviati sur le rôle de l'air ou de la vitesse acquise dans le cas de la chute d'une pierre du haut du mât d'un navire en mouvement. Comparez les p. 175—176 du T. VII (1897) de l'édition nationale des „Opere di Galileo Galilei”.

⁹⁾ Comparez le dernier alinéa de la p. 67 du T. VIII de l'édition d'Adam et Tannery des Œuvres de Descartes.

sum tendere cogat. ad hæc quod corpus motum, pergit eadem velocitate moveri secundum lineam rectam usque donec ab alio impediatur.

Sed hoc quoque cum ipso statuemus eandem motus quantitatem corporibus post impulsum conservari, non in singulis semper sed una sumptis¹⁾. Quod quidem principium cum non in omni casu eodem modo accipi debeat neque possit, primum ad eos referemus casus in quibus nullam habet dubitationem, atque inde ea efficiemus quibus postea probetur non ubique eodem modo hoc principium interpretandum esse sed nonnunquam longè aliter quam à Cartesio fieri soleat adhibendum²⁾.

Primum hoc statuemus. Si corpus aliquod secundum rectam lineam moveatur &c. deinde motum corporum non interire mutua ipsorum collisione nec augeri sed remanere debere ut si alteri quid decedat id accedat alteri, quod tamen quoniam non semper evidens est, tantum in manifestis hisce casibus ita contingere ponemus.

Primum si corpora duo æqualia pari celeritate ex adverso sibi mutuo occurrant omnem ipsi motum fervari, ideoque utrumque eadem servata celeritate reverti³⁾. Cum enim æqualia sint et æquali celeritate delata non potest dispar esse utriusque reflexio. Jam omnia de æqualibus⁴⁾.

deinde, si corpus majus minori occurrat quiescenti, et motum aliquem huic conferre, et motum proinde suum aut aliquid certe de suo motu amittere⁵⁾.

denique quod duobus corporibus collisis si alterum eorum omnem motum suum fervet, etiam alterum nihil deperdere. in æqualibus patuit. sed et in inæqualibus fieri esse [sic]⁶⁾.

Corpora dura. Nullum aeris impedimentum nec gravitatis attractionem. tum sequens. deinde quod ad motus naturam spectet. hoc cum ipso statuemus corpus in linea recta motum in eadem pergere moveri eadem semper velocitate donec ab alio impediatur.

¹⁾ Comparez la note 2 de la p. 49.

²⁾ Huygens fait allusion ici à la correction qu'il savait donc déjà en 1654 apporter au principe de Descartes de la conservation de la quantité du mouvement, laquelle correction il formula dans le Journal des Sçavans du 18 mars 1669 comme suit: „La quantité du mouvement qu'ont deux corps, se peut augmenter ou diminuer par leur rencontre, mais il y reste toujours la mesme quantité vers le mesme costé, en soustrayant la quantité du mouvement contraire”. Il est bien étrange que dans le Traité „De Motu” Huygens n'ait pas donné la règle corrigée mais se soit borné à contredire le principe de Descartes; voir la „Propositio VI” de ce Traité (p. 49—51) et dans l'Avertissement l'alinéa qui commence en bas de la p. 12.

³⁾ C'est I., Hypothesis II” du Traité „De Motu” (p. 31). Comparez encore le premier alinéa de la p. 92.

⁴⁾ Comparez les deux premières Propositions (p. 33—39) du Traité cité.

⁵⁾ C'est I., Hypothesis IV” du Traité (p. 39).

⁶⁾ C'est I., Hypothesis V”, p. 41.

Quod autem movetur aliorum corporum respectu moveri intelligitur quibuscum distantiam situmve commutat. Itemque quod quiescit eorum respectu quiescere quibuscum distantiam situmque servat eundem. Nam si quis naturam motus in uno corpore absque aliorum respectu investigare contendat operam se ludere inveniet.

Itaque cum corpora quædam moventur possumus motum eorum expendere cujusvis corporis aliis respectu quod tanquam quiescens spectamus. Neque enim corpus aliquod aut punctum in universo offendi potest ad quod omnium reliquorum motus referre necesse sit. Itaque cum corpora duo respectu partium terræ moventur sibi mutuo occurrunt certa que lege reflectuntur, constat utique omnia hic similiter contingere debere atque eadem ratione sese habere, sive quiescere terram aliquis existimet sive noverit alijs ipsam motibus obnoxiam esse.

Item si in navigio quod æquabili motu provehatur, respectu partium ipsius navigij corpora duo ex adverso moveantur atque invicem sibi occurrant, certum est post impulsum perinde sese habere debere utriusque motum respectu ejusdem navigij ac si eadem omnia in quiescente peracta fuissent. Et hoc experientia quoque comprobatur, sive super mensa in navigio immota globuli concurrant⁷⁾ sive in aere a navigante projecti invicem fiant obviam. Si enim æquales fuerint et æquali celeritate motum adacti, cum eadem unusquisque resiliat⁸⁾.

Prius⁹⁾ de navigio in universum¹⁰⁾ tum exemplum sphaerarum æqualium¹¹⁾. Tum si quis dubitet an hoc ita evenire debeat terræ exemplo probandum. Dubitatio ejus à præjudicio quod terram magis quam navigium quiescere existimet. Sed Cartesius rectè dicit non magis terram quiescere quam navim quæ lumine defertur¹²⁾. quod majus minori non conjunctum manet. sed eadem celeritas sit separandi quæ adveniendi¹³⁾.

Inde quod semper hoc contingat. Falsus ergo Carresius¹⁴⁾ tum quod majus à minori movetur.

⁷⁾ Le mot „concurrant” est souligné et on trouve écrit au-dessus la variante: „impellantur”.

⁸⁾ Évidemment Huygens fait suivre ici sans l'achever pourtant le sommaire du Traité sur la percussion des corps qu'il se proposait d'écrire.

⁹⁾ Voir I., Hypothesis III” p. 33 du Traité „De Motu”.

¹⁰⁾ Voir les Prop. I et II (33—39) du Traité „De Motu”; mais consultez surtout les p. 109—111, qui suivent, où cette partie du programme esquissé est exécutée pour la première fois.

¹¹⁾ Voici ce qu'on lit à l'article XXVI de la „Pars tertia” des „Principia philosophiæ” (p. 89—90 du T. VIII de l'édition d'Adam et Tannery): „Sed ne putemus hoc obstare [i. e. terram in celo suo quiescere], quominus ab isto celo deferatur, & ejus moribus immota obsequatur: ut navis, nullis ventis nec remis impulsa, nullisque anchoris alligata, in medio mari quiescat, etsi fortè aqua ingens moles, occulto cursu delabens, ipsam secum ferat.”

¹²⁾ Comparez la Prop. IV, p. 43.

¹³⁾ Il s'agit de la quatrième règle de la percussion, sur laquelle on peut consulter la note 1 de la p. 38.

Imo quod etiam repellitur occurrrens.
Hinc quod eadem motus quantitas non semper conservatur ¹⁾.
Quod augetur quoties minus majori quiescenti occur[rat] ²⁾.
Quod minuitur quoties post impulsum majus quiescat ³⁾.

[CINQUIÈME PARTIE.] ⁴⁾

[1654.]

Impulsus regulas nemo recte tradidit paucis exceptis quæ experientia, veluti quod æquales sphaeræ e materia dura æquali celeritate sibi mutuo occurrentes &c. ⁵⁾ item hoc admirati sunt qui fiat ut sphaera in sphaeram sibi æqualem contingentem impacta &c. ⁶⁾ demonstrationem autem quod hoc necessario contingat nemo &c. de inæqualibus autem, atque inæquali celeritate motis nihil bene definitum est.

Impulsu motum propagari, quodque id certa ratione fiat pro magnitudine et celeritate corporum, de æqualibus, uno quiescente, de magno in minus impellente et celeriore quam ipsum habeat motum dante ⁷⁾. Ea videntes ceperunt ⁸⁾ Hic quoniam variae a diversis regulæ traditæ sunt inter se dissidentes quarumque nullæ veritatem rei assequerentur, me quoque rei difficultas excitavit ut tentarem an certi quid invenire possem, non levis disquisitio neque exigui momenti cum icetus potentia tantæ sit utilitatis. Non omnis alia machinarum . . .) efficacia tantum prodesse invenitur quantum mallei compendi. Non edificia sine hoc contrui possent non cuneus non clavus adigi non ullum pæne opificium exerceri. cum igitur ad tam multa opera hanc virium multiplicationem traducant æquum est atque utile ut ratione certa expendere noverint qua vi quid commovendum sit. Atque imprimis operæ pretium est intelligere infinitam percussiois potentiam,

¹⁾ Comparez la Prop. VI (p. 49) du Traité „De Motu”.

²⁾ Cette Partie est empruntée aux pages numérotées 11, 12, 19, 20 par Huygens. Comparez la note 1 de la p. 92.

³⁾ Voir l'„Hypothesis II” (p. 31) du Traité „De Motu”.

⁴⁾ Voir (p. 33) la „Propositio prima”.

⁵⁾ On ne retrouve pas expressément cette Proposition dans le Traité „De Motu”, mais elle se déduit facilement de la règle générale formulée dans l'alinéa qui commence à la p. 65. En effet, dans les notations de la note 1 de la p. 67 on trouve dans le cas $m_A > m_B$, $v_B = 0$, pour la vitesse de B après le choc: $v_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_A > v_A$.

⁶⁾ Les phrases à commencer par „de æqualibus” jusqu'à „Ea videntes ceperunt” ont été intercalées après coup. La dernière paraît n'avoir pas été achevée.

⁷⁾ Mot illisible.

adeo ut si vel terræ universæ æqualis sphaera detur unus homo mallei percussorem loco pulsurus sit. Aliquibus hoc absurdum prima specie existimatum iri credo, et tamen satis evidentes fore demonstrationes nostras ut perceptis ijs certi reddantur non aliter fieri posse ⁸⁾. Neque primi nos ita sentimus sed ante hoc idem subtilissimi Galilei scivisse videtur, licet nulla ejus circa hæc extet demonstratio ⁹⁾. In dialogis qui hucusque Italico tantum idiomate circumferuntur sequentia prodidit, e quibus præter prædictam ejus sententiam impensum quoque in hanc rem studium colligere licebit ¹⁰⁾, atque adeo ipsius contemplationis difficultatem et præteritum. Sic igitur Sagredum confabulationem &c ¹¹⁾.

Hæc Galileus neque alibi quidquam de percuss. aut impulsu. Motus autem naturam pluribus locis consideravit in syllemate ¹²⁾. Et hæc omnia perpendifse utile fuerit hæc nostra lecturis, quoniam varijs inveteratis præjudicijs ¹³⁾ mentem solvant. Sed et præcipue quæ ab Illustri Cartesio de motu tradita sunt in Principijs philos. ¹⁴⁾. Quamvis enim contraria ipsi tradituri fumus in his, attamen &c. et præclare multa explicasse et multum eo nomine ipsi nos debere fatemur.

Princip. Cartesij ¹⁵⁾ quod diu nobis verisimile ¹⁶⁾ visum ¹⁷⁾. Postea falsum inventum est.

Principio recte cavisse ¹⁸⁾ videtur perfectam corporum sese impellentium duritiem animo concipiendam esse, eaque moveri in spatio quasi vacuo in quo nulla alia corpora motum eorum juvare possint aut imminuere. Ergo hæc etiam nos supponemus sed neque gravitatis proprietate ¹⁹⁾ deorsum trahi ipsa, aut præ levitate sursum efferrî fingemus.

Statuemus porro unumquodque corpus natura ferri secundum lineam rectam, quæque celeritate semel motum est ea pergere moveri nisi ab alio impediatur; quod præter Cartesium ²⁰⁾ Galileus ²¹⁾ quoque et alij dixerunt. Porro ad duritiem

⁸⁾ Au-dessus des mots „non aliter fieri posse” on trouve écrit, comme leçon alternative „id necessario fieri.”

⁹⁾ Comparez la note 8 de la p. 99.

¹⁰⁾ Au-dessus de la terminaison „bit” on trouve écrit: „at”.

¹¹⁾ Comparez l'avant-dernier alinéa de la p. 112 et l'alinéa suivant qui commence en bas de cette page-là.

¹²⁾ Il s'agit de l'ouvrage mentionné dans la note 8 de la p. 101.

¹³⁾ Au-dessus de ce mot on lit: „erroribus”.

¹⁴⁾ Voir l'ouvrage mentionné dans la note 1 de la p. 38.

¹⁵⁾ On lit au-dessus de ce mot les deux autres: „certissimum” et „valissimum” [sic].

¹⁶⁾ Comparez la p. 4 de l'„Avertissement”.

¹⁷⁾ Voir à propos de cet alinéa la note 7 de la p. 101.

¹⁸⁾ Au-dessus de ce mot Huygens écrit „vi”.

¹⁹⁾ Comparez les articles XXXVII et XXXIX de la „Pars Secunda” des „Principia Philosophiæ”, p. 62 et 63 du T. VIII de l'édition d'Adam et Tannery.

²⁰⁾ Comme Huygens le fait ici, on a généralement attribué à Galilée la connaissance exacte du

corporum et proprietatem motus attendentes, ponemus occurru mutuo duorum corporum motum tamen eorum non omnino interverti atque ad nihilum redigi sed superflitem remanere. Qua verò quantitate nondum definiemus nisi tantum in casibus his manifestis. Nimirum si contingat alterum eorum omnem celeritatem suam fervare post impulsam, etiam alterius celeritati nihil decedere ¹⁾. Et si æqualia duo corpora æquali celeritate invicem occurrunt, utrumque eadem illa celeritate reverti ²⁾. Ad hæc quoties corpus majus minori quiescenti occurrit aliquem ei motum conferre, ac proinde de sua celeritate aliquid amittere ³⁾. Denique concedi postulamus cum minori mole corpus majori quiescenti occurreret, celeritatem ei minorem dare sua ipsius celeritate ⁴⁾; utique si per præcedentia prius aliquam dare demonstratum fuerit. Hæc digna nobis visa sunt quæ concedantur neque ipsius Cartesij Principijs aut regulis adversantur. Cæterum una etiamnum circa motus naturam præmittenda est consideratio, longe maximi in hisce momenti quam nemo adhuc quod sciam adhibuit ⁵⁾. Pendet autem ex eo quod circa compositum motum à pluribus animadversum fuit. Constat nimirum, quod in navi constitutis, quæ æquabili cursu progrediatur, perinde contingunt motus omnes ac in quiescente, aut super terram agentibus ⁶⁾, idque cuivis experiri obvium est. Videmus enim globulum plumbeum e summitate mali dimissum ad pedem ejusdem decidere neque retro deferri. Et si quis in puppe consistens stanti in prora eundem globulum projiciat non majorem ei vim adhibendam, quam alteri eundem rejicere volenti; planè sicut navi quiescente ⁷⁾ contingeret, adeoque nulla ratione ⁸⁾ in navi ipsa navis motum aut quietem discerni posse, nisi ad terram respiciamus.

Et hæc quidem prolixius à Galileo in *Systemate Mundi* ⁹⁾ explicata sunt, et ratione confirmata.

Ut autem ad id quod nobis declarare propositum est accedamus cogitemus intra

Principe d'inertie, en s'appuyant sans doute sur des textes comme on en trouve dans le début de la „Giornata Quarta” (qui traite du mouvement parabolique des corps projetés) des „Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze”; voir p. e. la p. 268 du Vol. VIII (1898) de l'édition nationale des „Opere di Galileo Galilei”.

C'est à Wohlwill, que revient le mérite d'avoir montré pour la première fois que cette opinion est erronée et que Galilée n'a jamais énoncé le Principe d'inertie dans la forme qu'il a obtenu plus tard. Voir les p. 96—135 de l'article de Wohlwill „Die Entdeckung des Beharrungsgesetzes. Zeitschrift für Völkerpsychologie und Sprachwissenschaft”. XV, 1884. On peut consulter aussi E. J. Dijksterhuis „Val en Worp”, Groningen, Noordhoff, 1924, p. 264—271.

¹⁾ Voir I, „Hypothesis V” (p. 41) du *Traité „De Motu”*.

²⁾ Voir I, „Hypothesis II” (p. 31). On trouve en marge: „id primum”.

³⁾ Voir I, „Hypothesis IV” (p. 39).

⁴⁾ On ne rencontre pas une telle hypothèse (qui, en effet, est superflue) dans le *Traité „De Motu”*. Le fait lui-même résulte de la formule $v'_B = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_A$ (comparez la note 5 de la p. 104), où $v'_B < v_A$ lorsque $m_A < m_B$.

navem uti dictum est æquabili motu incidentem, ludum eum exerceri quo super mensam planam ad libellam æquatam globuli eburnei clavulis ex eadem materia confectis pelluntur ¹⁰⁾. Equidem neminem dubitare arbitror quin æque commode omnia hic ludentibus successura sint, quam si aut navis conquiesceret aut domi suæ mensam constituisset. Et si sint duo quorum alter ad eam mensæ partem stet quæ proram spectat, alter ex adverso, simulque globulos suos impellant ita ut hi in media mensa invicem sibi occurrant, certum quoque pariter suum sibi quemque reverfurum esse, et nullam quidem celeritatis partem amissuros, si perfecte ¹¹⁾ duri fuissent, ac inter se æquales, mensæque superficies omni inæqualitate et scabritie careret essetque ad libellam exquisitè complanata. Præterea hæc omnia eodem modo eventura scimus, si supra navis rectum mensa collocetur. Quid si vero validiore percussu ut sæpe fit supra mensæ planum globuli efferantur æqualiter utrinque ut diximus impulsu? Sane si vel sic directe sibi mutuo obviam fiant æqualiter quoque ut antea repercutiuntur. Nam licet prius mensæ planitiem semper contigerint, certum tamen hanc nihil globulorum motibus conferre aut officere nisi quatenus aspera est et inæqualis. Ergo remotà quoque mensa si tantum à prora et puppi idem globuli projiciantur æquali vi ita ut supra mediam navem in aere concurrant, pari quoque celeritate reflectentur.

Atque hinc porro facile intelligimus quod etiam si non projecti forent à stantibus in prora et puppi, sed alia quavis ratione contingeret ut pari celeritate ex adverso sibi deferrentur respectu sedentis in navi; idem tamen eventurum sit, nimirum ut ejusdem respectu pari quoque celeritate resiliant.

⁵⁾ Huygens écrivit au-dessus „in mentem venit”.

⁶⁾ Comparez I, „Hypothesis III” (p. 33) du *Traité „De Motu”*.

⁷⁾ Ici finit la page numérotée 12 par Huygens et commence celle numérotée 19 par lui. Consultez le deuxième alinéa de la note 1 de la p. 92.

⁸⁾ Au-dessus de ce mot on trouve: „re”.

⁹⁾ Voir l'ouvrage cité dans la note 8 de la p. 101. Il s'agit de la „Giornata Seconda”, consultez les p. 273—280 du Vol. VII (1897) de l'édition nationale des „Opere di Galileo Galilei”.

¹⁰⁾ Évidemment il s'agit du jeu de billard. Remarquons toutefois qu'au dix-septième siècle ce jeu différait en plusieurs points du jeu tel qu'on le joue présentement. Ainsi les queues droites sont d'une invention beaucoup plus récente. Voici la description des instruments qu'elles ont remplacés. Nous l'empruntons à l'„Encyclopédie, ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers, par une Société de gens de lettres”, Paris, Briasson, etc. Tome second. 1751, p. 253: Billard, se dit aussi de la masse ou du bâton recourbé avec lequel on pousse les billes. Il est ordinairement de bois de gayac ou de cormier, garni par le gros bout ou d'ivoire ou d'os simplement. On peut même se passer de ces garnitures. On tient cet instrument par le petit bout, & l'on pousse la bille avec l'autre bout.”

Voit d'ailleurs pour la manière dont on se servait de ce bâton recourbé, le „Recueil des planches” appartenant à la même Encyclopédie, Vol. VIII, 1771, sous l'article „Paumier”, la Pl. V „Paumerie, Salle de Billard et Instruments de Billard”.

¹¹⁾ Au-dessus de ce mot on lit: „planè”.

[SIXIÈME PARTIE.] ¹⁾

[1654.]

Vereor ne qui hæc considerare non consuevere ægre percipiant ²⁾.

De motus natura hoc percipimus quod situs corporum inter se per ipsum immutentur, quodque omnis fiat in tempore. Quando autem moveri quid dicimus id respectu alterius corporis intelligendum est necessario. quod quidem corpus vel ut quiescens spectari potest vel ut motum qu ³⁾

Motum quidem corporum esse liquido percipimus, sed quietem nusquam certo invenimus. Ubique enim duo corpora inter se distantiam mutant motum intervenire intelligimus sed corpus aliquod quiescens commonstrare neque aliquid tale esse asseverare possumus. Sed respectu tantum ad alia corpora quies definitur. Possumus tamen corpus vel punctum aliquod vel plura ut quiescentia spectare ad quæ motum eorum quæ moventur referamus. imo hoc fieri necesse est si quantitatem motus ad calculum revocare propositum habeamus.

Rogabo quando respectu stantis super terram corpora duo [æqualia] ⁴⁾ sibi mutuo occurrunt *unum ad orientem alterum ad occidentem pergens* ⁵⁾, an non secundum Cartesij regulas post mutuam impulsam ejusdem hominis respectu recessura sint, nimirum si perfecte dura sint nihilque circumfusum aer resistere ponatur. Concedet opinor, neque quisquam obstarè dicit motus reliquos eorum corporum quos cum terra communes habent, dicunt enim experimentis hoc tantum deesse quod non dura perfecte sunt corpora &c. Rursus si in navigio navigante sedens sui et navigij respectu bina ut ante corpora alterum à puppi alterum à prora æquali celeritate ad sese mutuo ferri conspiciat numquid et hæc legem prædictam post impul-

¹⁾ Cette Partie est empruntée aux pages numérotées 13—18 par Huygens. Comparez la note 1 de la p. 92.

²⁾ Cette annotation est écrite en haut de la page, séparée du texte qui suit. Elle est peut-être d'une date postérieure.

³⁾ La phrase ne fut pas achevée.

⁴⁾ Le mot „æqualia” fut biffé; toutefois nous croyons qu'il s'agit de la cas dont traite la première règle de Descartes (voir la note 4 de la p. 93) et que l'on doit donc restituer le mot „æqualia”, biffé plus tard par mégarde.

⁵⁾ Huygens a souligné les mots en italiques qui précèdent.

⁶⁾ Les mots entre parenthèses furent biffés, mais ils sont indispensables pour compléter la phrase.

⁷⁾ Ce qui va suivre peut être considéré comme une rédaction antérieure de la démonstration de la „Propositio Prima” (p. 33—37) du Traité „De Motu”.

⁸⁾ Consultez pour une figure mieux dessinée mais de la même portée la Fig. 14 de la p. 122.

sum observabunt. Eadem plane est ratio quæ in superiori exemplo, neque reliqui corporum horum motus quos cum navigio communes habent, quidquam rationem eam interturbant. Sed et experientia hoc docet si ⁶⁾ enim binos ex ebore vel duriore materia globulos] e funiculis in navi pendentes [Fig. 5], vel alia ratione collidi facias, haud aliter quam si navi confisteret impellere invicem animadvertes.

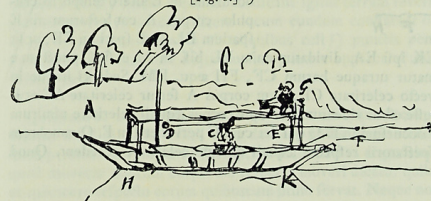
[Fig. 5.]



Hæc est levis consideratio videri queat, omne tamen impulsus fundamentum continet.

Quiescere unumquodque dicitur eorum respectu quibuscum eandem distantiam situmque servat. Moveri vero respectu eorum quibuscum distantiam situmve non servat. Ita quidem puppis quiescit respectu proræ quocunque modo navis moveatur. Hæc vero navigans moveatur respectu terræ. et rursus quiescit eorum respectu qui in ipsa fedent. Adeo ut corpus idem moveri et quiescere possit, ad diversa scilicet alia corpora attendendo.

Moveatur ⁷⁾ ergo navigium HK [Fig. 6] à parte A versus B. et fedeat in eo vector e regione puncti C, cujus respectu æquali celeritate et motu æqua-

[Fig. 6.] ⁸⁾

bili ferantur ad se mutuo corpora æqualia D et E. Quæ quidem (æqualibus spatijs existentibus DC, CE) concurrent in C. et post impulsam mutuum æquali rursus celeritate à C disce-

dent respectu vectoris et partium navigij ⁸⁾. Quod si eodem tempore puta serupuli unius quo corpora D et E venire ad occursum in C, navigium et cum ipso unà homo sedens confecit spatium CE. necesse est corpus E immotum mansisse respectu ripæ G aut spectatoris ibi sedentis. corpus verò D confecisse spatium DE. Nam non aliter fieri potest ut vectori corpora D et E æquali celeritate mutuo occurrerent apparent. Post concursum autem, qui contingit in E, ut æquali celeritate rursus ab se invicem corpora recedant respectu vectoris qui post alterum tem-

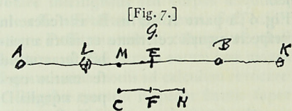
⁸⁾ D'après l'„Hypothesis II” (p. 31).

poris scrupulum pervenit e regione F puncti transijtque spatium EF ipsi CE æquale, id aliter fieri nequit quam ut corpus D post impulsu in E eodem in loco E subsistat respectu G. arque ut corpus E perveniat usque in B, ita ut spatium EB ipsi ED æquale fiat.

Apparet itaque quod si respectu hom.^{is} G. quiescat corpus E et ab æquali corpore D impellatur, omnem ab eo motum accipiet, ipsumque D corpus relinquet immotum in loco E.

Hinc autem porro quidquid ad occursum æqualium corporum spectat facile determinabitur. Et primum si scire libeat quid futurum sit si inæquali celeritate mutuo sibi occurrant facile probabitur permutata invicem celeritate recessura hoc est ut quod celerius fertur omnem motum suum lentiori conferat contraque omnem tardioris motum sibi accipiat¹⁾.

Ferantur enim ex adverso corpora æqualia A, B [Fig. 7]. sed celeritas corporis A ad celeritatem corporis B sit ut AE ad EB respectu spectatoris in G manentis.



Convenient igitur in E. nam si scrupulo temporis corpus A transeat spatium AE eodem tempore B transeat BE spatium. Dico igitur post occursum in E altero temporis scrupulo corpus A confecturum ab E spatium EL et B spatium EK, ut sit EL æqu. EB et EK ipsi EA. dividatur enim EL bif. in M et sit C punctum e regione M et sumatur utraque harum CF, FH æqu. EM. Sedenti itaque in navigio et prætervecto celeritate CF, dum corpus A fertur celeritate AE et B celeritate BE, necesse est ut videatur utrumque corpus æquali celeritate nimirum AM propeare ad occursum in E²⁾ qui fiet cum C pervenerit in F. Quamobrem ejusdem quoque spectatoris respectu æquali quoque celeritate recedent. Quod

¹⁾ Comparez la Prop. II (p. 37) du Traité „de Motu”. Dans ce qui suit Huygens veut donner une démonstration en forme de la Proposition qui, sans doute, lui était connue dès 1652. Il se trompe toutefois. La démonstration est fautive, quoique la Proposition soit vraie.

²⁾ Il y a erreur ici. Soit $AE = p$, $EB = q$, de sorte que la vitesse du corps A peut être posée égale à p , celle du corps B à q , et celle CF du bateau égale à $ME = \frac{1}{2}LE = \frac{1}{2}EB = \frac{1}{2}q$. On trouve alors pour la vitesse avant la rencontre du corps A par rapport au bateau: $AM = p - \frac{1}{2}q$; mais pour celle du corps B par rapport au même: $MB = p - \frac{3}{2}q$. Les vitesses ne sont donc égales en grandeur que dans le cas spécial où $p = 2q$. Or, par accident, ce cas spécial est représenté presque parfaitement dans la figure, où $AE = 2EB$. C'est ce qui doit avoir empêché Huygens d'apercevoir son erreur. Évidemment il aurait dû attribuer au bateau, non pas la vitesse $\frac{1}{2}LE$, mais la vitesse $\frac{1}{2}AL = \frac{1}{2}(p - q)$.

³⁾ Au dessus des mots „alteri præterea motui” on lit: „de alio adhuc motui”.

quidem non aliter fieri potest, quam ut altero temp. scrupulo, quo navigans spectator pervenit ad H, corpus B conficiat spatium EK et A spatium EL.

Qui terram quiescere credunt solent corpora respectu ipsius quiescentia tamquam revera quiescant considerare, et reliquorum motum ad ipsa referre.

Sed conveniat hoc inter nos ut corporibus duobus mutuo sibi occurrentibus etiam si alteri præterea motui³⁾ utrumque simul obnoxium sit⁴⁾, haud aliter invicem repellant respectu ejus qui eundem quoque motum sequitur⁵⁾, quam si omnibus alter⁶⁾ iste motus abesse.

Quod movetur ita pergere moveri nisi ab alio impediatur.

Sciendum autem de motibus ijs tantum nos agere qui sunt secundum lineam rectam et æquabiles.

Simpliciter autem nulliusque corporis alterius respectu corpus aliquod moveri vel quiescere.

Nam qui motum corporis definiunt loci mutationem locum certum universi respectu definiiri posse credunt. Si dicant igitur terram revera quiescere rogabo quid sit revera quiescere, dicent locum eundem constanter obtinere; loci igitur quem terra, tenet definitio ab aliquibus celi⁷⁾ punctis pendet aut superficie quæ revera quiescat. sed hujus rursus quietem apparet aliunde aut à terra ipsa definiiri debere.

Quidnam in corporibus quies sit aut motus nisi aliorum corporum respectu non videtur intelligi posse. Nihil enim de motu nobis imaginari aliud possumus quam quod permutet corporum ad se invicem distantiam et dispositionem. Itaque corpus quod movetur aliorum corporum respectu moveri dicatur quibuscum situm mutat et quiescere respectu eorum quibuscum situm servat. Neque nobis necesse sit quærerere an aliquid in universo hoc revera quiescat aut quidnam⁸⁾ illud sit. An terra consistet an cælum stellarum. Sed et hic et ubicunque abiat inter bina

⁴⁾ Au-dessus des mots „obnoxium sit” on lit: „participet”.

⁵⁾ Au-dessus de „eundem” on lit: „eidem” et au-dessus de „motum sequitur”: „motui obnoxium est”.

⁶⁾ Au-dessus de „alter” on lit: „adventitius”.

⁷⁾ Lisez: „cæli”.

⁸⁾ Au-dessus de ce mot Huygens écrit: „ubinam”.

aut plura corpora motus. animadvertitur quodlibet eorum tantum quiescens reputare liceat. respectu nimirum corporis cuiusdam alterius quoquam situm servat eundem.

de impulsu corporum scientiam haberi utile. nam et percussiois vires simul innotescunt. Quas maximi ad Mechanica opera momenti esse certum est, neque minus necessarium videtur harum leges intelligere quam rationes ponderum. Æque enim ad omnes fabricas adhibentur et sepe ¹⁾ quod ponderibus exequi non possemus, percussione perficimus.

Dillicilem autem contemplationem habet propterea quod motus natura perplexa est, et confiderare non affuetis perobscura. Galileus in dialogis de motu locali et difficultatem rei indicat et ea scribit ex quibus aliquid in ea vidisse existimari potest. Verba ipsius interpretari operæ prærium visum est atque hic subjicere. Sic enim Sagredum Confabulatorem inducit loquentem dialogo 4^o ante prop. 5^a).

Percussionis ²⁾ *istius atque ictuum mentio meminisse denuo me cogit Problematis cuiusdam, imo questionis potius Mechanicæ, quam qui explicaverit adhuc inveniri neminem, nec qui quidquam memoriæ prodiderit quo aut admirationem mihi excitaret, aut ulla saltem ratione satisfaciat. Hinc autem dubitatio mihi nascitur et stupor, quod minimè intelligam quæ sit origo aut causa efficacis istius et vis immense quæ in percussione cernitur* ³⁾. *Siquidem unico mallei ictu cuius gravitas 8 aut 10 pondo non excedat, non posse ea resistere videmus quæ nec cedant impostæ gravitati prementi tantum nulloque ictu illis etiam si centena aliquot pondo aequet. Vellem tantum doceri me qua ratione vim istiusmodi plagæ metiri possem, quam sane infinitam esse non arbitror, sed certo termino contineri* ⁴⁾ *ut exæquari quoque possit, et cum alijs, prementium ponderum, aut vectis, aut cochleæ viribus comparari quarum potentia in quantum multiplicentur optime mihi compertum est. SALVATUS. Non soli tibi admirationem parit tam stupendi effectus consideratio neque soli causa ejus obscura est. Nam et ipse aliquantum temporis hic contrivi, et frustra quidem, crescente in dies rei perplexitate. Donec convento sorte Academicæ nostro (Galileum intellige) geminam cepi consolationem. Primum namque et sese diu mecum in eadem caligine fuisse versatum dicebat* ⁵⁾, tum hoc addebat,

¹⁾ Lisez: sæpe.

²⁾ Il s'agit de la „Giornata quarta” des „Discorsi e dimostrazioni mathematiche intorno a due nuove scienze”, voir les p. 292—293 du T. VIII de l'édition nationale des „Opere di Galileo Galilei”.

³⁾ Nous mettrons en italiques la traduction latine, fidèle mais très libre, de Huygens du passage en question des „Discorsi”.

⁴⁾ Au-dessus de ce mot Huygens écrit: „animadvertitur”.

⁵⁾ Au-dessus on lit: „definiri”.

⁶⁾ On lit au-dessus: „fatebatur”.

multis millibus horarum in hanc contemplationem absumptis, tandem aliqua perpexisse ⁷⁾ *longe ab ijs quæ prima facie videri soleant diversa atque esse nova omnino, eoque magis mirabilia. &c.*

In fine autem dialogi ubi in aliud tempus differendam hujus rei disquisitionem constituunt ita Sagredus ⁸⁾.

Equidem lubens tibi assentio nam sæpe numero quoque à per familiaribus Academicis nostri id audivisse memini ⁹⁾, *obscurissimam esse hanc de Percussione tractationem, nemo nempe adhuc eorum qui explicandam susceperint ad intimos ejus recessus penetrare potuisse densis quippe tenebris oblectis et planè alios quam mens humana sibi figurare soleat. Inter cetera autem effata istud unum recitari mihi memini mirum prorsus, vim scilicet Percussionis interminatam esse ne dicam infinitam. Hæc Galileus, qui quousque materiam hanc penetraverit non mihi constat* ¹⁰⁾. hoc quod refert de immensa percussiois potentia cum nostris demonstrationibus apprimè convenit, ostendemus enim maximum quodque corpus minimi corporis impulsu moveri ¹¹⁾.

Experimenta ad demonstrationem non bene adhiberi scimus, eoque omnia certis ex principijs probanda fore, neque tamen parum id videtur quod Cartesij regulis experimenta omnia contrarium ostendunt, nostris vero adamussim consentiunt.

Nam quod ait ¹²⁾ corporum quorumcunque imperfectam duritiem prætereaque circumfusum aerem in causa esse quo minus exhiberi Theorematum suorum veritas possit id nequaquam verisimile est, si enim tantum impedimenti ista adferunt et præterea falsa sunt Theoremata nostra, mirum esset ita semper error alio errore aut defectu materiæ compensari ¹³⁾, ut quod prædicimus eventurum in occurfu corporum id eveniat. Atamen ¹⁴⁾, et nos perfectam fingemus corporum duritiem iisque in spatij librata fumemus quibus neque impediatur eorum motus a circumfusis corporibus neque adjuvetur.

⁷⁾ Au-dessus des mots „aliqua perpexisse”, on lit: „aliquid percepisse”.

⁸⁾ Voir les p. 312—313 de l'édition nationale.

⁹⁾ Au-dessus des mots „id audivisse memini” on lit: „ita accepisse recorder”.

¹⁰⁾ Comparez la note 1 de la p. 100.

¹¹⁾ Consultez la Prop. III (p. 39) du Traité „De Motu”.

¹²⁾ Comparez la note 7 de la p. 101.

¹³⁾ Au-dessus de ce mot on lit: „restituatur” et „[restitu]e”re”. Ajoutons que pour adapter la phrase à l'emploi de l'expression „restituatur” le mot „si” fut intercalé entre les mots „esset” et „ita” qui précèdent.

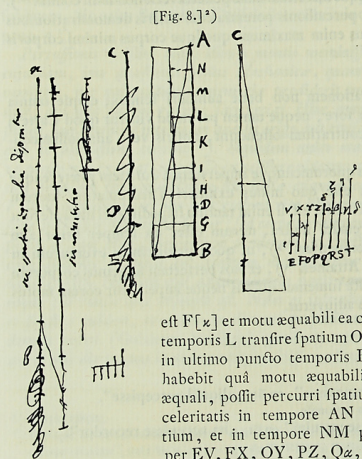
¹⁴⁾ On lit au-dessus: „Cæterum”.

[SEPTIÈME PARTIE.]¹⁾.

[1654.]

nisi principium ponatur nihil demonstrari potest.

si igitur motu æquabili cum dimidia celeritate ejus quam habuit ultimo puncto temp.^{is} AB [Fig. 8] in æquali tempore fecit majus, ergo in minori tempore æquale fecit ut in tempore AD. dividatur AB tempus in tot partes æquales ut una ipsarum sit minor excessu DB. ergo in tempore AG motu æquabili plus fecit quam accelerato AB. et sint lineæ totidem æqualiter sese excedentes ita ut excessus sit minimæ ipsarum æqualis. EFO &c.²⁾ item alia³⁾. Ponaturque mobile in fine partis temporis AN eum celeritatis gradum acquisivisse, quo motu æquabili posset in tempore NM ipsi AN æquali transire spatium E⁴⁾. itaque quum in puncto temporis M, duplam celeritatem acquisiverit ejus quam in N. poterit motu æquabili ea celeritate [te] quam habet in M transire spatium duplum E[*l*] hoc



est F[*x*] et motu æquabili ea celeritate quam habet in puncto temporis L transire spatium O[*λ*], et sic porro. unde tandem in ultimo puncto temporis B eam celeritatem acquisitam habebit quæ motu æquabili in temporis parte ipsi AN æquali, posset percurrere spatium T θ . Itaque dimidiâ istius celeritatis in tempore AN ibit per T θ hoc est EV spatium, et in tempore NM per FX, et tempore toto AG per EV, FX, OY, PZ, Q α , R β , S γ ⁶⁾. hisce autem omnibus æqualia sunt spatia excedentia E λ , S η cum intermedijs. At tempore NM mobile motu accelerato transijt spatium majus quam E λ , (nam hoc transijt celeritate æquabiliter continuata quam habebat in puncto temporis N) item tempore ML transijt per spatium majus quam F α . et tempore LK majus quam O λ , et tempore KI majus quam PZ; et IH quam Q ϵ et HG quam R ζ , et GB quam S γ .

Itaque toto tempore AB motu accelerato majus spatium transijt quam omnia simul crescentia E λ , S η cum intermedijs, hoc est majus quam $\alpha\beta\gamma$. Igitur quod celeritate æquabili subdupla maximæ tempore AG peregit simul majus est et minus quam quod tempore AB fecit motu accelerato. quod est absurdum. Jam si fieri potest celeritate æquabili dimidiâ maximæ percurrerit spatium minus in tempore AB. ergo in majori tempore æquale percurreret &c.

Motus diversos unius mobilis separatim considerare licere.

Æquali tempore eandem celeritatem acquiri duobus corporibus, quorum unum à quiete moveri incipiat, alterum quolibet motu.

Si quamlibet in partem mobile prius feratur motu æquabili, deinde vero et naturali accelerationi obnoxium esse incipiat, duo motus in eo separatim considerari debent, æquabilis qui durat in partem eandem quam prius, et acceleratus cuiusmodi spectatur in mobili quod et quiete moveri incipit.

Eo demonstrato vel posito quod spatia peracta sunt in duplicata ratione temporum alteroque assumpto quod demonstratum est nempe quod duobus corporibus duris mutuo sibi ex adverso occurrentibus, separationis eorum eadem quæ appropinquandi est celeritas⁷⁾, demonstrari potest, quod si corpora duo sibi mutuo occurrant, sitque velocitas unius ad velocitatem alterius ut magnitudo hujus est ad magnitudinem illius, utrumque cum eadem velocitate resiliet qua venit⁸⁾.

¹⁾ Dans cette Partie nous reproduisons les pages numérotées 21 et 22 (comparez la note 1 de la p. 92). Huygens y démontre d'abord, à l'aide d'une réduction à l'absurde, que le chemin parcouru dans un mouvement uniformément accéléré d'un corps qui se trouvait en repos est égal à celui parcouru dans un mouvement uniforme dont la vitesse est égale à la moitié de la vitesse finale du mouvement uniformément accéléré. Or, on retrouve ce théorème dans la „Giornata terza” des „Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze” (1638) de Galilée; voir le „Theorema I, Propositio I” de la p. 208 du Vol. VIII (1898) de l'édition nationale des „Opere di Galilei”. Evidemment Huygens se propose de donner de ce Théorème une démonstration plus rigoureuse que celle de Galilée. Remarquons encore que, pour le temps, la vitesse et l'espace parcouru, Huygens adopte les mêmes représentations géométriques que Galilée.

Ensuite Huygens retourne à la considération des règles de la percussion.

²⁾ Voici ce qu'on lit sur cette figure, savoir le plus à gauche: „sic spatia æqualia disponitur” et un peu plus à droite „sic crescentia”. Nous n'avons pas voulu supprimer certaines parties de la Figure qui ne servent pas dans la démonstration.

³⁾ Voir les lignes E λ , F α , O λ , PZ, Q ϵ , R ζ , S γ , T θ .

⁴⁾ Ces deux mots furent intercalés plus tard. Ils expriment probablement l'intention d'indiquer ici plutôt explicitement les lettres PQRST.

⁵⁾ Lisez plutôt E λ , et ainsi de suite.

⁶⁾ On a donc EV = FX = OY = PZ = Q α = R β = S γ = T θ = $\frac{1}{2}$ T θ .

⁷⁾ Voir la ligne la plus à gauche de la Figure.

⁸⁾ Comparez à propos de cette propriété de la percussion des corps durs les notes 7 de la p. 93 et 5 de la p. 94.

⁹⁾ Voir la Prop. VIII (p. 53) du Traité „De Motu”.

Ex quo solo et hoc demonstrari potest falsum esse quod Cartesius putat; semper nimirum eandem motus quantitatem in natura remanere¹⁾, eo sensu ut tantundem motus intelligatur in corpore quod duobus gradibus celeritatis movetur, quantum in corpore duplo quod moveatur gradu celeritatis uno. Nam si hoc verum, confequitur inde ista corporum singulorum in recedendo et accedendo aequalis celeritas, nempe cum celeritates corporum occurrentium reciproce sunt ut eorundem magnitudines. sed hoc posito si porro adhibeatur consideratio motus extranei ut navis, rursus falsum deprehenditur quod ille pro principio posuit²⁾.

Possunt et alio quoque modo procedere demonstrationes nostræ, positis hisce, nempe corpus tantundem aliquò versus moveri intelligi, quantum ejus centrum gravitatis movetur. tum duo corpora vel plura tanquam unum ex ijs compositum considerari posse. et quod movetur, in eandem partem pergere moveri eadem velocitate donec ab alio impediatur, vel (inita ratione motus secundum Cartesij mentem) semper tantundem motus manere in partem eandem quantum fuit antea³⁾.

Corpus corpori celeritatem tribuens de sua deperdit.

Demonstrabuntur autem hæc.

Corpus quantumvis magnum a quamlibet parvo moveri potest licet quiescat⁴⁾. Eadem est celeritas appropinquandi in corporibus occurrentibus quæ et separationis, hoc autem jam demonstratum fuit⁵⁾.

Tum illud de revenientibus ea celeritate qua post occursum resilierunt⁶⁾.

Et illud de æquali accessu et recessu in singulis⁷⁾.

Item quod quantumvis magnum corpus alij minori quiescenti nunquam velocitatem tribuit quæ sit dupla suæ⁸⁾.

Quod æquale æquali omnem suum motum transfert et quod eum recipit quem alterum habebat, si habuit ullum⁹⁾.

Corpus majus minori occurrens jam ad eandem partem moto, minorem ipsi celeritatem dabit quam si quiescenti occurrisset¹⁰⁾.

¹⁾ Comparez la note 2 de la p. 49.

²⁾ En effet, soient m_A, m_B les masses, v_A et v_B les vitesses par rapport au navire des deux corps qui se rencontrent, et soit $v < v_A < v_B$ la vitesse du navire dans le sens où se meut le corps A. On trouve alors pour la quantité du mouvement avant le choc suivant la conception de Descartes et par rapport à la rive: $m_A(v_A + v) + m_B(v_B - v)$, et après le choc: $m_A(v_A - v) + m_B(v_B + v)$. La différence: $2(m_A - m_B)v$ n'est nulle que lorsque $m_A = m_B$, tandis qu'on a supposé seulement: $m_A v_A = m_B v_B$.

³⁾ C'est donc ici la loi de la conservation du mouvement du centre de gravité commun que Huygens a publiée dans le Journal des Sçavans du 18 mars 1669 dans la forme suivante: «Au reste j'ay remarqué une loy admirable de la Nature, laquelle je puis démontrer en ce qui est des corps Spheriques, & qui semble estre generale en tous les autres tant durs que mols, soit que la rencontre soit directe ou oblique: C'est que le centre commun de gravité de deux ou de trois ou de tant qu'on voudra de corps, avance toujours également vers le mesme costé en ligne droite devant & apres leur rencontre».

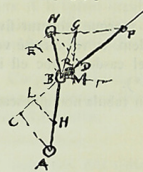
⁴⁾ Comparez la Prop. III (p. 39) du Traité „De Motu”.

Varios casus in corporibus inæqualibus¹¹⁾.

Item problemata¹²⁾.

Quod quum duo diversa corpora varia celeritate lata idem corpus quiescens æqualiter commovent, aliud corpus non æque commovebunt¹³⁾.

[Fig. 9.]



Quod celeritatis quadrata ducta in quantitatem corporum semper eandem summam produciunt ante corporum occursum et post¹⁴⁾.

De occursum globorum non directo. Esto A [Fig. 9] globus duplus R cui quiescenti occurrat in B. ducatur CBRF per centra utriusque et cadat in eam perpend. AC. et sit $BF = \frac{1}{2} BC$, erit F locus globi R post tempus ab occursum æquale tempori quo A venerat ex A in B. Sit $BD \propto \frac{1}{3} CB$ vel $\frac{1}{2} BF$, et sit perpend. DN æqualis AC

⁵⁾ Voir les p. 96—97.

⁶⁾ Voir la Prop. V (p. 47).

⁷⁾ Huygens a en vue la Prop. VIII; voir la p. 53.

⁸⁾ Voir la Prop. VII (p. 51).

⁹⁾ Voir la Prop. II (p. 37).

¹⁰⁾ On ne rencontre pas cette remarque dans le Traité „De Motu”, mais on la déduit facilement des propositions qu'on y trouve. En effet l'augmentation de la vitesse du deuxième corps ne dépend, d'après le Principe de la relativité, que de la vitesse relative des deux corps. Elle est égale à $\frac{2m_A}{m_A + m_B}(v_A - v_B)$, et la condition $m_A > m_B$ est même superflue pour assurer la justesse de la remarque. Il est clair d'ailleurs que cette remarque et l'une des suivantes (voir le troisième alinéa de la p. 117) avaient pour but de pénétrer plus avant dans la nature de la force de la percussion.

¹¹⁾ Voir la Prop. IX (p. 65) du Traité „De Motu”.

¹²⁾ En fin de compte Huygens n'a pas ajouté de problèmes au texte de son Traité „De Motu”, comme il l'a fait pour le Traité sur le calcul dans les jeux de hasard, publié en 1657; voir les p. 89—91 de notre T. XIV. D'ailleurs on rencontrera plus loin aux pp. 133, 134 et 135 trois des problèmes en question et peut-être les deux mentionnés dans la note 3 de la p. 154 y doivent être comptés aussi.

¹³⁾ Soient A et B les deux corps différents, possédant les vitesses v_A et v_B ; la condition requise pour qu'ils donnent la même vitesse au corps C en repos est alors, d'après la deuxième formule de la note 1 de la p. 67:

$$\frac{2m_A}{m_A + m_C} v_A = \frac{2m_B}{m_B + m_C} v_B, \text{ ou bien } \frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B(m_A + m_C)}{m_A(m_B + m_C)}.$$

Or, pour un corps D en repos, remplaçant le corps C, la même condition exige:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B(m_A + m_D)}{m_A(m_B + m_D)},$$

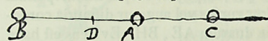
et il est facile de montrer que ces deux rapports ne sont égaux que lorsqu'on a $m_C = m_D$, ou $m_A = m_B$.

¹⁴⁾ Voir la Prop. XI (p. 73) du Traité „De Motu”.

Atque adeo æque velociter aliorum respectu moveri dicantur quæ eodem vel æquali tempore pari quoque spatio ab alijs recedant vel accedant.

Etiam cum alterum ei corpori ad quod referitur appropinquet, alterum recedit. Veluti positus in eadem recta corporibus A, B, C [Fig. 12]. Si æquali temporis intervallo peragat corpus B spatium BD accedendo ad A, corpus vero C spatium ipsi æquale CE, sed ab A recedens; dicentur tamen respectu corporis A pari velocitate moveri corpora B et C.

[Fig. 12.]

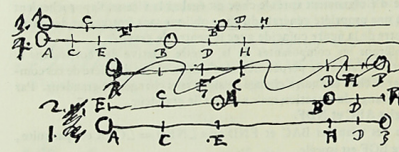


THEOREMA.

Si corpora duo in eadem recta inæquali celeritate ferantur, dummodo utrumque motu æquabili, etiam alterum alterius respectu æquabili motu procedet.

Ponantur corpora A et C ¹⁾ [Fig. 11] quæ in eadem recta ferantur motu æquabili. A versus E et B versus H.

[Fig. 11.]



Quatuor autem sunt casus ²⁾; nam vel in contrarias partes motus contingit, idque vel accedendo vel recedendo. Vel in partem eandem, ubi rursus differentia est, quod vel præcedens corpus tardius subsequente moveatur vel celerius. Dicimus itaque quibuscumque æqualibus temporis intervallis etiam spatij æqualibus diminui vel augeri distantiam inter corpora A, B. Sumatur quæcumque temporis pars quæ corpus A transiverit spatium AC, corpus B verò spatium BD. Sequenti igitur parte temporis quæ priori æqualis sit, peraget A spatium CE ipsi AC æquale quoniam motu fertur æquabili, atque item corpus B spatium DH æqu. BD. Unde apparet æqualibus temporibus in primo quidem casu decessisse distantiam corporum AB partes æquales quantum nimirum efficiantur simul AC et BD. Sequenti vero casu tantundem singulis temporibus accessisse distantiam AB.

Rursus tertio casu singulis temporibus tantum illam diminui quanta est differentia duarum AC, BD. Eandem denique differentiam postremo casu singulis temporibus accrevisse.

[NEUVIÈME PARTIE.] ³⁾

[1654.]

Impiger et studio teneat licet usque severo,

THEOREMA I.

Si corpori quiescenti occurrat aliud ipsi æquale post occursum quiescet hoc, omnisque motus alteri acquiratur ⁴⁾

Quiescenti corpori A [Fig. 13] occurrat æquale corpus B, dico post occursum quiescere hoc debere, celeritateque qua advenerat omnem transferre in corpus A. Ideoque si unam temporis partem insumpsit B dum pergit B ad A, alteram illi æqualem infumet A dum percurrat spatium AC ipsi AB æqu. Dividuntur enim distantie BA, AC utraque bifariam in H et K ductaque DF parall. BA, sint puncta D, E, F e regione punctorum H, A, K. Igitur motu æquabili et celeritate dimidia corporis B navi deferatur secundum lineam DF, is quidem dum B pervenit ad A conficiet spatium DE distantie BA dimidium. Atque ipsius respectu æquali velocitate corpora B et A sibi mutuo occurrent. Ergo quoniam mole etiam æqualia sunt debebunt ejusdem spectatoris respectu, ea qua venerunt velocitate utraque reverti ⁵⁾. Ideoque si unam temporis partem impenderunt priusquam sese mutuo attingerent, post alteram tantam unumquodque in locum pristinum revertisse debet, dicti scilicet spectatoris respectu qui interea transijt spatium EF ipsi DE æquale. Quod quidem non aliter fieri potest quam si corpus A confecerit spatium AC ipsi BA æquale et B restiterit ad occursum corporis A, sicut enim spectator in D constitutus erat e regione puncti H medij inter corpora BA, ita rursus in F e regione puncti K quod medium est inter corpus B restantis ⁶⁾ ad occursum A et corpus A delatum in C. Itaque sic fieri necesse est quemadmodum fuit propositum.

Cæterum quia sequentium quoque demonstrationum vis omnis in huiusmodi

¹⁾ Lisez: B.

²⁾ Voir les parties marquées 1, 2, 3, 4 de la Fig. 11.

³⁾ Cette Partie est empruntée aux pages du Manuscrit numérotées 25—28.

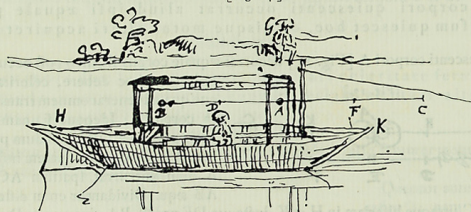
⁴⁾ Comparez la Prop. I (p. 32) du Traité „De Motu”.

⁵⁾ Voir l’„Hypothesis II” (p. 31) du Traité „De Motu”.

⁶⁾ Lisez: restans.

relazione motus ad diversa corpora consistit idcirco paulo manifestius ob oculos ponenda videtur demonstratio primi hujus theor.^{is}. Est igitur navigium HK [Fig. 14] quod æquabili motu pergat dextram versus. Inque eo sedeat vector e regione punctu D. Cujus respectu æquali celeritate ferantur ad se mutuo corpora æqualia B, A. Quæ quidem æqualibus spatij existentibus DB, DA, concurrent in D, vectoris respectu et post mutuum impulsu, ejusdem respectu, æquali rursus celeritate digredientur. Quod si vero eodem tempore (puta secundi unius)

[Fig. 14.]



quo corpora B et A venere ad occursum in D, navigium et cum ipso unâ vector confecit spatium DA, necesse est corpus A immotum permanisise respectu ripæ G aut spectatoris ibi consistentis; corpus verò B confecisse omne spatium BA. Nam non aliter fieri potest, istis positis, ut vectori corpora B et A æquali celeritate sibi invicem occurrisse appareant. Post concursu autem qui contingit in A respectu ripæ, ut æquali rursus celeritate à se invicem corpora recedant respectu vectoris, qui altero temporis secundo transijt spatium AF ipsi DA æquale, id aliter fieri nequit quam si corpus B quiescat post impulsu in A respectu spectatoris G, atque ut corpus A pereurrat dicto temporis secundo spatium AC ipsi BA æquale.

Itaque respectu spectatoris G, primo temporis scrupulo pervenit corpus B ad A quiescens altero autem scrupulo confecit corpus A spatium AC ipsi AB æquale, et B restitit omnis motus expers ad occursum in A.

¹⁾ Comparez la Prop. II (p. 37) du Traité „De Motu“.

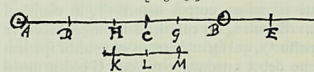
²⁾ Posant $AC = v_A$, $BC = v_B$, on a (en ayant égard à la direction contraire de v_A et v_B): $AH = \frac{1}{2}(v_A - v_B)$ et, par suite, $KL = HC = AC - AH = v_A - \frac{1}{2}(v_A - v_B) = \frac{1}{2}(v_A + v_B)$.

³⁾ Ce qui va suivre jusqu'aux mots: „Sed mole“ est difficile à déchiffrer à cause des nombreuses ratures et altérations.

THEOREMA 2.

Si corpora duo æqualia inæquali celeritate moveantur et vel à contrarijs partibus venientia inter se collidantur, vel in eandem partem tendente utroque tardiùs præcedens à subsequente propellatur; permutata invicem celeritate exinde ferentur¹⁾.

[Fig. 15.]



Tendant primo in partes contrarias corpora æqualia A et B. Et A quidem celeritate AC: B verò celeritate minore BC. Occurrent igitur sibi mutuo in C. Dico reversurum inde corpus A celeritate CD ipsi BC æquali corpus verò B celeritate CE æquali AC. Hoc est si prima temporis parte corpora A et B venere in C, post alteram temporis partem priori æqualem invenietur corpus A in D, et B in E. Dividatur enim distantia AB bifariam in H, sitque CG æqualis CH, et ducta KM parallela AB sint puncta K L M e regione punctorum H, C, G. Qui igitur prætervehitur celeritate KL²⁾, dum A fertur celeritate AC et B celeritate BC³⁾, is perveniet in L cum utrumque corpus ad C venerit, et respectu ipsius æquali celeritate procedent corpora A et B. cum enim æquali prius spatio corpus utrumque ab ipso fuerit remotum, eodem tempore utrumque ex adverso ipsi factum est in C⁴⁾. Sed mole quoque æqualia sunt corpora, ergo pari rursus celeritate a se invicem recedere ea necesse est, ejus quem diximus respectu⁵⁾ Quare si unam temporis partem insumpserit ante mutuum contactum, debent ab occursum post alteram temporis partem ad pristinum locum quodque revertisse, dicti spectatoris respectu, qui interea confecit spatium LM. Id vero fieri non potest nisi, quod corpus A transferit spatium CD, et B spatium CE. Est enim distantia DE æqualis ipsi AB, quoniam utraque seorsim CD, CE æquales utrique CB, CA. Verum et CG æqualis est CH; ergo tota quoque GD æqualis HB. Sed HB dimidia est ipsius AB, ergo et GD dimidia DE; ideoque distantia DE bifariam dividitur in G. Unde manifestum est situm corporum in D et E, respectu spectatoris in M quod est e regione puncti G eundem esse qui fuerat corporum in A et B constituto ipso in K.

⁴⁾ On lit encore en marge: $AC \propto CE$, $GE \propto HA$ v[idelicet] HB , $DC \propto CB$, $AH \propto GD \propto HB$ v. HA.

⁵⁾ Voir toujours l'„Hypothesis II“ p. 31.