

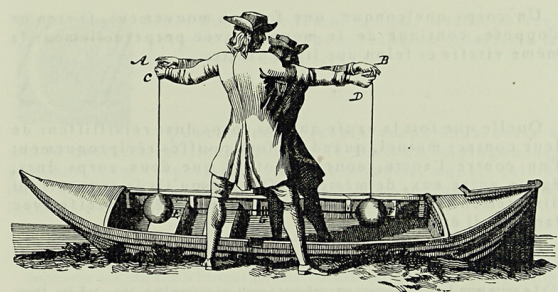


PRINCIPE DE LA RELATIVITÉ

Le mouvement est relatif à un système de référence. Un corps est en mouvement par rapport à un autre corps si sa position change par rapport à ce dernier. La vitesse est la dérivée de la position par rapport au temps. La loi de Newton est valable dans un référentiel galiléen, c'est-à-dire un référentiel qui se déplace à vitesse constante par rapport à un autre référentiel galiléen.

Il n'y a pas de référentiel absolu. La vitesse est relative. La loi de Newton est valable dans un référentiel galiléen.

CHRISTIANUS HUGENIUS
DE
MOTU CORPORUM
EX
PERCUSSIONE.



SUR LE
MOUVEMENT DES CORPS
PAR
PERCUSSION¹⁾.

HYPOTHÈSES

I.

Un corps quelconque, une fois en mouvement, si rien ne s'oppose, continue de se mouvoir avec perpétuellement la même vitesse et selon une ligne droite.

II.

Quelle que soit la cause que les corps durs rejaillissent de leur contact mutuel, quand ils sont poussés réciproquement l'un contre l'autre, nous supposons que deux corps durs, égaux entre eux, de même vitesse, lorsqu'ils se rencontrent directement, rejaillissent chacun avec la même vitesse avec laquelle il était venu.

¹⁾ Le texte latin du Traité présent est conforme à celui qui occupe les p. 369—398 des „Opuscula postuma” de 1703 (voir la note 1 de la p. XII de notre T. XIII). Nous possédons le Manuscrit dont ce texte a été emprunté. Il est écrit d'une autre main que celle de Huygens; mais quelques corrections y ont été apportées par Huygens lui-même. Nous rendrons compte de ces corrections dans les notes. Sans doute ce Manuscrit constitue une copie faite d'après des manuscrits rédigés par Huygens.

Il est difficile d'assigner une date définie au Traité présent. Le 20 juillet 1656 Huygens écrivit à de Roberval (voir la p. 457 de notre T. I.). „Il y a quelques temps que j'ai quitté toute autre speculation pour m'attacher uniquement à cette matière de la Percussion dont je pense vous avoir dite autrefois que des Cartes l'avait traitée si malheureusement. J'ay achevé

éd. 1703. 369.

DE
MOTU CORPORUM
EX
PERCUSSIONE¹⁾.

HYPOTHESES

I.



Corpus quodlibet semel motum, si nihil obstat, pergere moveri eadem perpetuo celeritate & secundum lineam rectam.

II.

Quæcunque sit causa corporibus duris a mutuo contactu resiliendi cum in se invicem impinguntur; ponimus, cum corpora duo inter se æqualia, æquali celeritate, ex adverso ac directè sibi mutuo occurrunt, resiliire utrumque eadem qua advenit celeritate.

mon petit ouvrage depuis peu de jours, par lequel je pretens de faire veoir qu'il n'a pas esté impeccable non plus dans la Physique que dans la Geometrie.” Or, en 1656, Huygens étoit en possession, comme nous le montrons dans l'„Avertissement” qui précède (voir les p. 10—11), de toutes les Propositions du Traité présent et il savoit les prouver de la même façon en partant des mêmes hypothèses. Le contenu essentiel de ce Traité date donc de 1656 (ou même de plus tôt) mais des modifications rédactionnelles peuvent y avoir été apportées depuis (et elles l'ont été en effet), puisque le Manuscrit mentionné plus haut est certainement d'une date de beaucoup postérieure à 1656; voir pour plus de particularités les p. 4—14 l'„Avertissement”.

Outre l'édition de 1703 il existe encore une réimpression du Traité présent, qui occupe les p. 73—104 du T. II des „Opera reliqua” de 1728, ouvrage mentionné à la p. II de la Préface de notre T. I.

Or, ils sont dits se rencontrer directement, lorsque le mouvement, aussi bien que le contact, a lieu dans la même droite passant par les centres de gravité des deux corps ¹⁾.

III.

Le mouvement des corps, et les vitesses égales, ou inégales, doivent être entendus respectivement comme ayant égard à leur relation avec d'autres corps qui sont supposés comme étant en repos, quoique, peut-être, ceux-ci comme ceux-là soient sujets à quelque autre mouvement qui leur est commun. Par conséquent, lorsque deux corps se rencontrent, quoique les deux ensemble éprouvent quelque autre mouvement égal, ils n'agiront pas autrement l'un sur l'autre par rapport à celui qui est entraîné par le même mouvement commun, que comme si ce mouvement accessoire fût absent dans tous.

Ainsi, lorsque quelqu'un transporté par un bateau qui s'avance d'un mouvement uniforme fait entrechoquer deux boules égales animées d'égale vitesse, savoir par rapport à lui-même et aux parties du bateau, nous disons que chacune d'elles devra rejaillir avec égale vitesse, par rapport au même navigateur, tout-à-fait comme il arriverait si dans un bateau en repos ou sur la terre ferme il fit entrer en collision les mêmes boules avec des vitesses égales.

Ceci étant supposé, nous allons démontrer pour le choc des corps égaux suivant quelles lois ceux-ci sont poussés l'un par l'autre, nous proposons d'insérer en propre lieu d'autres hypothèses, dont nous aurons besoin pour le cas de corps inégaux.

PREMIÈRE PROPOSITION.

Lorsqu'un corps en repos est rencontré par un autre, qui lui est égal, après le contact ce dernier entrera bien en repos, mais celui qui était en repos acquerra la même vitesse qui était dans le corps poussant.

Imaginons que quelque bateau près de la rive soit emporté par le courant, si près de la rive, qu'un navigateur, qui s'y tient debout, puisse tendre la main à un compagnon se trouvant sur la rive. Que le navigateur tienne dans ses mains,

¹⁾ Le Manuscrit donnait primitivement seulement: „conjungente fit contactus”, où Huygens a intercalé de sa propre main les mots „et motus” et le second „et”.

En vérité on doit ajouter encore la condition qu'au point de contact le plan tangent commun soit perpendiculaire à la droite en question.

Dicuntur autem directe occurrere, cum in eadem lineâ rectâ utriusque centra gravitatis conjungente & motus fit & contactus ¹⁾.

III.

Motum corporum, celeritatesque æquales aut inæquales respectively intelligendas esse, factâ relatione ad alia corpora quæ tanquam quiescentia considerantur, etsi fortasse & hæc & illa communi alio motu involvantur. [²⁾ Ac proinde cum corpora duo sibi mutuo occurrunt; etiam si alteri præterea motui æquabili ³⁾ utrumque simul obnoxium fuerit; haud aliter illa se invicem impellere respectu ejus, qui eodem communi motu deferretur ⁴⁾, ac si omnibus adventitius ille motus abesset.

Veluti si quis navi vectus, quæ æquabili motu progrediatur, globulos duos æquales æquali celeritate in se invicem impingere faciat, suo nimirum & partium navis respectu, dicimus æquali quoque celeritate utrumque resillire debere ejusdem vectoris respectu, plane sicut contingeret, si in navi quiescente, aut in terra consistens, eosdem globulos æquali celeritate collidi faceret.

His positis de corporum æqualium occurfu quibus legibus illa a se mutuo impellantur ⁵⁾ demonstrabimus, alias vero Hypotheses quibus ad inæqualium casus opus habebimus suis locis inferemus.

PROPOSITIO PRIMA.

Si corpori quiescenti aliud æquale corpus occurrat, post contactum hoc quidem quiescet, quiescenti vero acquiratur eadem, quæ fuit in impellente, celeritas.

Intelligatur navigium quoddam juxta ripam secundo flumine deferri, ac tam propinquum ripæ, ut vector in illo stans possit facio in ripâ stanti manus porrigere.

²⁾ Un tel trait indique, ici et dans la suite, la fin d'une page de l'édition de 1703 des „Opuscula postuma”.

³⁾ Le mot „æquabili” fut intercalé après coup par Huygens.

⁴⁾ De même les mots „respectu ejus qui eodem communi motu deferretur” furent intercalés par Huygens.

⁵⁾ Au lieu des mots écrits de la main de Huygens „quibus legibus illa a se mutuo impellantur” on lisait primitivement: „necnon inæqualium accedentia nonnulla”.

A et B [Fig. 1] ¹⁾, deux corps égaux E, F, suspendus à des fils, et dont la distance EF soit divisée en deux parties égales par le point G, et que rapprochant par un mouvement égal les deux mains, favoir par rapport à lui-même et au bateau, jusqu'à se toucher, il fasse ainsi d'une vitesse égale s'entrechoquer les deux boules, lesquelles doivent donc nécessairement rejaillir de même de leur contact mutuel avec une vitesse égale* par rapport au navigateur et au bateau. Or, nous supposons que le navire soit porté en même temps vers la gauche avec la vitesse GE, c'est-à-dire avec la même vitesse avec laquelle la main gauche fut transportée vers la droite.

* Hyp. II.

Il est donc clair que la main A du navigateur, par rapport à la rive et au compagnon qui s'y trouve, est restée immobile, mais que la main B, par rapport au même compagnon, a été mue d'une vitesse FE, double de celle GE ou FG. Donc, si le compagnon sur la rive est supposé avoir pris de sa main C la main A du navigateur et avec elle la tête du fil qui soutient la boule E, mais de l'autre main D la main B du navigateur, laquelle porte le fil d'où pend F, il paraît que, tandis que le navigateur fait s'entrechoquer les boules E, F d'une vitesse égale par rapport à lui-même et au bateau, le compagnon sur la rive a, en même temps, poussé la boule F contre la boule E en repos avec une vitesse FE par rapport à la rive et à lui-même. Et il est évident, toutefois, que pour le navigateur, qui, comme il a été dit, fait mouvoir ses deux boules, il ne fait rien que son compagnon sur la rive ait pris ses mains et les têtes des fils, puisqu'il accompagne seulement leur mouvement et ne leur cause aucun empêchement. Pour la même raison le compagnon sur la rive qui fait mouvoir la boule F vers E immobile n'est gêné en rien de ce que le navigateur a les mains jointes avec les siennes, puisque les mains A et C sont toutes les deux en repos par rapport à la rive et au compagnon, et que les deux D et B se meuvent avec la même vitesse FE. Mais comme, ainsi qu'il fut dit, les boules E, F, après leur contact mutuel, rejaillissent avec une vitesse égale par rapport au navigateur et au bateau, favoir la boule E avec la vitesse GE, et la boule F avec la vitesse GF, et que, en même temps, le bateau s'avance vers la gauche avec la vitesse GE ou FG ²⁾, il en résulte que, par rapport à la rive et au compagnon qui s'y trouve, la boule F, après le choc, reste immobile, l'autre E, au contraire, par rapport au même, se transporte

¹⁾ Les figures ont été empruntées à la Pièce imprimée de 1703. Celles du Manuscrit ne sont pas non plus de la main de Huygens. Dans l'imprimé elles se trouvent rattachées sur des planches hors-texte. Nous avons préféré les placer dans le texte, comme il en est aussi dans le Manuscrit.

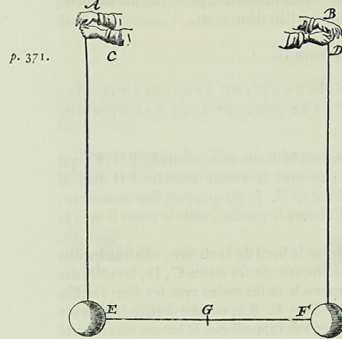
Voir encore la figure de la p. 29, empruntée également à l'imprimé. Nous ne savons pas si elle a été faite, oui ou non, d'après un dessin de Huygens. On ne la rencontre pas dans le Manuscrit. D'après les experts du „Rijksmuseum" d'Amsterdam les costumes sont ceux d'environ 1700.

²⁾ Le Manuscrit donne „Quod" au lieu de „Navigium autem". Le changement est dû probablement aux éditeurs des „Opuscula postuma".

³⁾ Dans le Manuscrit Huygens remplaça par „globum E sustinentis" l'indication primitive „AE".

Teneat vero vector manibus suis A & B [Fig. 1] ¹⁾ duo corpora æqualia ex filis suspensa E, F, quorum distantia EF bifariam divisa sit puncto G: motuque æquali

[Fig. 1.]



p. 371.

* Hyp. II.

manus ad occursum mutuum promovens, sui nempe & navigii respectu, etiam globulos E, F æquali celeritate inter se collidi faciet, quos itaque necesse est & æquali celeritate* a contactu mutuo resillire ejusdem vectoris & navigii respectu: Navigium autem ²⁾ ponatur interim ferri finitram versus celeritate GE, eadem nempe quâ manus sinistra A delata fuit dextram versus.

Paret itaque vectoris manum A, respectu ripæ & focii in illa consistentis, immotam stetitisse; manum vero B, respectu ejusdem focii motam fuisse celeritate FE, duplâ ipsius GE vel FG. Quamobrem si focius in ripâ stans prehendisset ponatur manu suâ C manum vectoris A, cumque eâ caput filii globum E sustinentis ³⁾; alterâ vero manu D manum vectoris B, quæ sustinet funiculum e quo pendet F ⁴⁾; apparet dum vector globulos E, F, æquali celeritate concurrere facit, suo & navigii respectu, simul focium in ripâ stantem globulo E quiescenti impigisse globulum F motum celeritate FE, respectu ripæ & sui ipsius. Et constat quidem, vectori globulos suos ⁵⁾, uti dictum est, moventi, nihil officere quod focius in ripâ stans manus ejus & florum capita apprehenderit, cum tantum comitretur earum motum, nec ei ullum impedimentum afferat. Eâdem ratione nec focio in ripâ stanti globulumque F versus immotum E deferenti, quidquam obstat, quod vector manibus suis manus conjunctas habeat, siquidem manus A & C utraque respectu ripæ & focii quiescunt, duæ vero D & B moventur eâdem celeritate FE. Quia autem uti dictum fuit globuli E, F, post mutuum contactum, æquali celeritate resiliunt, respectu vectoris & navigii; globulus nempe E celeritate GE, & globulus F celeritate GF, ipsumque interim navigium pergit finitram versus celeritate GE seu FG ⁶⁾, sequitur, respectu ripæ & focii in illâ stantis, globulum F post impulsum restare immotum,

⁴⁾ De même Huygens remplaça „BF" par „e quo pendet F".

⁵⁾ Le mot „suos" manque dans le Manuscrit. Comparez la note 2.

⁶⁾ Dans le Manuscrit Huygens a intercalé après coup les mots „seu FG".

vers la gauche avec une vitesse qui est le double de GE, c'est-à-dire avec la vitesse FE avec laquelle il poussa la boule F vers E. Nous avons donc montré que, pour celui qui se trouve sur la terre ferme et qui fait choquer contre un corps immobile un corps égal, ce dernier, après le contact, perd tout mouvement, tandis que l'autre acquiert le tout. Ce qu'il fallait démontrer.

PROPOSITION II.

Lorsque deux corps égaux se pouffent avec des vitesses inégales, ils se mouvront après le contact avec des vitesses réciproquement échangées.

Soit le corps E [Fig. 2] se mouvant vers la droite avec la vitesse EH, F, qui lui est égal, se mouvant en premier lieu avec la vitesse moindre FH dans la direction adverse: ils se rencontreront donc en H. Je dis qu'après leur rencontre, le corps E se rendra avec la vitesse FH vers la gauche, mais le corps F vers la droite avec la vitesse EH.

En effet ¹⁾, qu'un homme se tenant sur le bord de la rivière, effectue les dits mouvements des corps, c'est-à-dire en soutenant de ses mains C, D, les têtes des fils auxquels ils sont suspendus, et en rapprochant ses mains avec les dites vitesses EH, FH, et en même temps les corps E et F. Soit ensuite divisée la distance EF au point G en deux parties égales, et soit supposé que le bateau est emporté vers la droite avec la vitesse GH et qu'il s'y trouve un autre homme, par rapport auquel la boule E se mouvra donc seulement avec la vitesse EG, mais la boule F avec la vitesse FG, de sorte que par rapport à cet homme les deux boules sont poussées avec une vitesse égale vers leur contact mutuel. Par conséquent, si nous supposons qu'il prenne de ses mains A, B les mains C, D de son compagnon sur la rive, et avec elles les extrémités des fils auxquels pendent les boules, il arrivera que, en même temps, celui sur la rive fait concourir les boules avec les vitesses EH, FH, mais celui dans le bateau avec les vitesses égales EG, FG: il est donc

* Hyp. II. ⁴⁾ sûr* que par rapport à ce dernier elles retourneront avec une même vitesse, savoir E avec la vitesse GE, et F avec la vitesse GF: mais le bateau continue entre temps de se mouvoir avec la vitesse GH. Donc, par rapport à la rive et à l'homme qui s'y

¹⁾ Huygens biffa dans le Manuscrit les mots „movere fecit” et les remplaça par „impulit.”

²⁾ Huygens biffa le mot „unde” et le remplaça par „dico”, lequel mot dans le Manuscrit précédait „corpus”.

³⁾ Huygens ajouta ici en marge: „An non sufficeret monere semel ut eodem modo ac in propos. prima semper cogitetur pondera sustineri tam vectoris manibus quam ejus qui in ripa consistit? facile enim quivis hoc imaginando supplebit, et breviores erunt demonstrationes, carebuntque tediosa repetitione.”

⁴⁾ Cette indication manque dans le Manuscrit.

alterum vero E, ejusdem respectu, pergere sinistram versus, celeritate duplâ GE, hoc est, celeritate FE, quâ eadem globulum F versus E impulit ¹⁾. Itaque ostendimus in terrâ stanti, corporique immoto corpus æquale impingenti, hoc quidem post contactum omnem motum amittere, illi vero omnem acquiri. Quod erat demonstrandum.

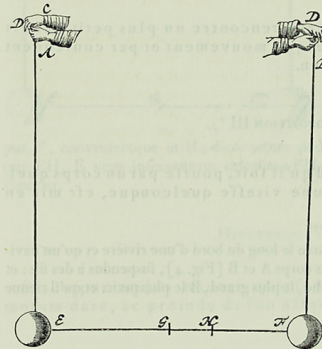
PROPOSITIO II.

Si corpora duo æqualia inæquali celeritate lata se mutuo impellant, post contactum permutatis invicem celeritatibus ferentur.

Feratur corpus E [Fig. 2] celeritate EH dextrorsum, F vero, ipsi æquale, celeritate FH minori tendat primum ex adverso; convenient igitur in H.

Dico ²⁾, post mutuum occursum, corpus E motum iri celeritate FH sinistrorsum, F vero dextram versus celeritate EH.

[Fig. 2.]



Intelligatur ³⁾ enim homo in ripâ fluminis consistens dictos corporum motus efficere, sustinendo nimirum manibus suis C, D, capita filorum ex quibus illa suspenduntur, manisque concurrere faciendo dictis celeritatibus EH, FH, atque una corpora E & F. Sectâ sit porro distantia EF bifariam in G; & intelligatur prætervehi navigium celeritate GH dextram versus, in quo consistat alius homo, cujus quidem respectu movebitur globus E celeritate EG tantum, at globus F, celeritate FG, adeo ut ipsius respectu globi duo æquali celeritate ferantur ad mutuum occursum. Quomobrem siprehendisse ponatur manibus suis A, B manus socii in ripâ stantis C, D, cumque iis capita filorum quibus globi suspenduntur, eveniet, ut simul, qui in ripâ consistit, illos concurrere faciat celeritatibus EH, FH; qui vero navigio vehitur eosdem concurrere faciat celeritatibus inter se æqualibus, EG, FG; constat itaque, hujus respectu, etiam æquali celeritate utrumque a contactu reverfurum; nempe, E celeritate GE, & F, celeritate GF: atqui navigium interea moveri pergit celeritate

p. 373.

* Hyp. II ⁴⁾.

trouve, F aura la vitesse composée des deux GF et GH, c'est à dire égale à EH, mais E aura la vitesse HF égale à la différence entre les vitesses GE, GH. Nous avons donc montré que pour l'homme qui se trouve sur la rive et qui fait s'entrechoquer les boules E et F avec les vitesses EH, FH, la boule E retournera après le contact avec la vitesse FH, mais la boule F avec la vitesse EH: ce qu'il fallait démontrer.

Qu'on fasse mouvoir maintenant les deux corps E et F vers la droite [Fig. 3]: favoir E avec la vitesse EH; mais F, qui va devant, avec la vitesse moindre FH; E suivra donc le corps F, et ils se joindront en H: or, je dis qu'après le contact F avancera avec la vitesse EH, tandis que E suivra avec la vitesse FH. Et la démonstration est la même que ci-dessus.

HYPOTHÈSE IV.

Lorsqu'un corps plus grand rencontre un plus petit qui est en repos, il lui donne quelque mouvement et par conséquent perd quelque partie du sien.

PROPOSITION III¹⁾.

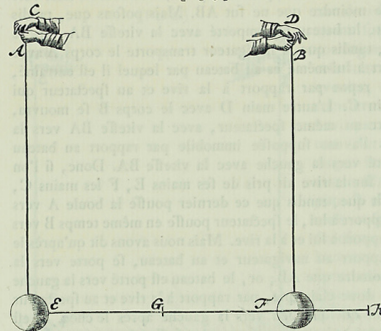
Un corps quelque grand qu'il soit, poussé par un corps quelque petit qu'il soit et d'une vitesse quelconque, est mis en mouvement.

Imaginons qu'un bateau se meuve le long du bord d'une rivière et qu'un navigateur qui s'y trouve soutienne les corps A et B [Fig. 4], suspendus à des fils: et soit A, qu'il tient par la main gauche, le plus grand, B le plus petit: et qu'il tienne

¹⁾ Cette proposition contient une réfutation de la quatrième des règles de Descartes pour le choc, qu'on trouve formulées dans l'article XLIX de la „Pars Secunda” de ses: „Principia philosophia” (ouvrage cité dans la note 4 de la p. 546 de notre T. II); voir la p. 68 du T. VIII de l'édition des „Oeuvres de Descartes” d'Adam et Tannery, où l'on lit: „Quarto, si corpus C planè quiesceret, essetque paulò majus quam B, quacunquē cum celeritate B moveretur versus C, nunquam ipsum C moveret; sed ab eo repelleretur in contrariam partem.”

tate GH. Itaque respectu ripæ & hominis in illâ consistentis habebit F celeritatem ex utriusque GF & GH compositam, hoc est, ipsi EH æqualem, E vero, celeritatem HF, quâ nimirum differunt inter se celeritates GE, GH. Adeoque ostendimus homini ripæ insistenti, globulosque E & F sibi mutuo impingenti celeritatibus EH, FH, post impulsum, reversurum E celeritate FH, F vero celeritate EH; quod erat demonstrandum.

[Fig. 3.]



Moveatur jam utrumque corpus E & F versus dextram [Fig. 3]; Equidem celeritate EH; F vero præcedens minori celeritate FH; affequetur igitur E corpus F, convenientque in H; dico autem post contactum F incessurum celeritate EH, E vero insecuturum celeritate FH. Estque demonstratio eadem que superior.

HYPOTHESIS IV.

Si corpus majus minori quiescenti occurrat, aliquem ei motum dare, ac proinde de suo aliquid amittere.

PROPOSITIO III¹⁾.

Corpus quamlibet magnum a quamlibet exiguo corpore & quacunquē celeritate impactu movetur.

Intelligatur navigium propter ripam fluminis ferri, in quo consistens vector sustineat corpora A & B [Fig. 4], ex filis suspensa; sitque A, quod sinistra tenet,

la main droite, qui soutient le corps B, immobile, favoir par rapport à lui-même et au bateau, mais que la main C se meuve vers elle, de même que le corps A, avec une certaine vitesse AB. B sera donc poussé, et le corps A * Hyp. IV¹⁾ perdra quelque chose de sa vitesse * et, par conséquent, continuera d'aller vers la droite avec une vitesse moindre que ne fut AB. Mais posons que, tandis que ces choses se passent, le bateau est emporté avec la vitesse BA vers la gauche. Il en suivra que, tandis que le navigateur transporte le corps A avec la vitesse AB, par rapport à lui-même et au bateau par lequel il est entraîné, ce même corps reste en repos par rapport à la rive et au spectateur qui s'y trouve et aussi la main C. L'autre main D avec le corps B se mouvra, au contraire, par rapport au même spectateur, avec la vitesse BA vers la gauche, parce que nous l'avons supposée immobile par rapport au bateau et que le bateau est porté vers la gauche avec la vitesse BA. Donc, si l'on suppose que le spectateur sur la rive ait pris de ses mains E, F les mains C, D du navigateur, il paraît que, tandis que ce dernier pousse la boule A vers B qui est en repos par rapport à lui, le spectateur pousse en même temps B vers A, qui est en repos par rapport à lui et à la rive. Mais nous avons dit qu'après le choc la boule A, par rapport au navigateur et au bateau, se porte vers la droite avec une vitesse moindre que AB; or, le bateau est porté vers la gauche avec la vitesse BA; il est donc clair que, par rapport à la rive et au spectateur qui s'y trouve, A se meut quelque peu vers la gauche après le choc. Il est donc montré que pour celui qui est à terre et qui pousse contre un corps en repos, quelque grand qu'il soit, un corps B, quelque petit qu'il soit, avec une vitesse quelconque BA, le corps A se mettra en mouvement; ce qu'il fallait démontrer.

HYPOTHÈSE V²⁾.

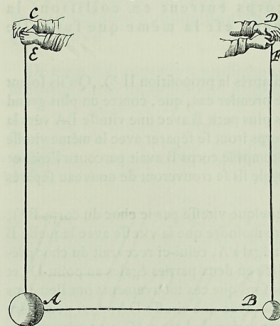
Lorsque, de deux corps durs qui se rencontrent, il arrive que, après le choc, l'un d'eux a conservé tout son mouvement, l'autre également n'aura rien perdu ou gagné en mouvement.

¹⁾ Cette indication manque dans le Manuscrit.

²⁾ Dans le Manuscrit cette hypothèse précédait primitivement la „Propositio VII”. Elle y fut biffée et ajoutée en marge avant la „Propositio IV”.

p. 374. majus; B | minus; teneatque dextram D, quæ sustinet corpus B, immotam, sui nempe & navigii respectu; versus ipsam vero moveat manum C, unaque corpus A, celeritate quavis AB. * Impelletur ergo B, & amittet corpus A aliquid * Hyp. IV¹⁾.

[Fig. 4.]



movere B versus A, qui sui & ripæ respectu immotus quiescit. Diximus autem ab impulsu, globum A respectu vectoris & navigii, ferri in dextram partem minori velocitate quam AB; atqui navigium fertur celeritate BA versus sinistram; ergo, respectu ripæ & spectatoris in eâ stantis, manifestum est A ab impulsu moveri aliquantum in partem sinistram. Itaque ostensum est in terrâ stanti, corporique quiescenti & quamlibet magno A, quamlibet exiguum B, celeritate qualicunque BA, impingenti, motum iri corpus A: quod erat demonstrandum.

HYPOTHESIS V¹⁾.

p. 375. Corporibus duobus duris sibi mutuo occurrentibus, si, post impulsu, contingat alteri eorum omnem quem | habebat motum conservari, etiam alterius motui nihil decedere neque adjici.

PROPOSITIO IV ¹⁾.

Toutes les fois que deux corps entrent en collision, la vitesse relative de l'éloignement est la même que fut celle du rapprochement.

De deux corps égaux cela est évident d'après la proposition II ²⁾. Qu'ils soient donc inégaux et qu'il soit posé, comme premier cas, que, contre un plus grand A en repos [Fig. 5], est poussé un corps plus petit B avec une vitesse BA vers la droite. Je dis qu'après le contact les corps iront se séparer avec la même vitesse BA de forte que si dans une partie de temps le corps B avait parcouru l'espace BA, après une autre partie de temps égale ils se trouveront de nouveau séparés par un espace égal à cet espace BA.

En effet ³⁾, il est certain que A reçoit quelque vitesse par le choc du corps B ⁴⁾; soit AC cette vitesse; mais elle doit être moindre que la vitesse avec laquelle B lui-même se mouvait ⁵⁾ puisque, si B était égal à A, celui-ci recevrait du choc précisément la vitesse BA. * Soit AC divisée en deux parties égales au point D, et soit AE égal à AD. Si donc nous supposons que ces mouvements ont lieu dans un bateau qui est emporté vers la gauche avec une vitesse DA; il est nécessaire qu'avant le choc le corps A, qui était en repos dans le bateau, se mouvait par rapport à la rive avec la dite vitesse DA vers la gauche; mais après le choc, puisqu'il a été dit se mouvoir dans le bateau avec la vitesse AC vers la droite et le bateau lui-même avec la vitesse DA dans la direction opposée, le corps A se mouvra, par rapport à la rive, avec la vitesse DC ou AD vers la droite. Donc, par rapport à la rive, le corps A conserve la même vitesse avant et après le choc. Par suite B

¹⁾ Dans le Manuscrit cette Proposition était suscrite „HYPOTHESIS”, mais Huygens biffa ce mot et le remplaça par „PROPOSITIO 4.”

²⁾ Voir la p. 37.

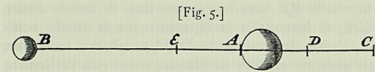
³⁾ Voici, en faisant librement usage de l'algèbre moderne, le raisonnement qui va suivre pour autant qu'il se rapporte à ce premier cas. Soient zéro et v_B les vitesses des corps A et B avant, v'_A et v'_B celles après le choc. Supposons que ces mouvements avaient lieu dans un bateau possédant la vitesse $-\frac{1}{2}v'_A$. Alors les vitesses avant le choc étaient par rapport à la rive respectivement $-\frac{1}{2}v'_A$ et $v_B - \frac{1}{2}v'_A$. Après le choc la vitesse du corps A par rapport à elle est $\frac{1}{2}v'_A$; sa vitesse n'est donc pas changée en valeur absolue. Il doit donc en être de même du corps B d'après l'hypothèse V. Ce dernier corps doit donc se mouvoir après le choc avec la

PROPOSITIO IV ¹⁾.

Quoties duo corpora inter se colliduntur, eadem est, mutuo respectu, discedentibus celeritas, quæ fuit appropinquantibus.

De æqualibus corporibus manifestum est ex propositione II ²⁾. Sint igitur nunc inæqualia, primumque is casus proponatur, quo, majori A quiescenti [Fig. 5],

impingitur corpus minus B, celeritate BA dextram versus pergens. Dico ipsa post contactum eadem celeritate BA separatum iri, adeo ut, si parte una temporis corpus B confecerit spatium BA, post alteram similem temporis partem, rursus spatio, quod ipsi BA æquale sit, separata inveniantur.



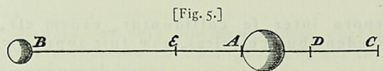
Constat ³⁾ enim A celeritatem aliquam accipere impulsu corporis B ⁴⁾; sit ea AC, minorem autem esse oportet celeritate BA quæ ipsum B movebatur ⁵⁾; nam si ipsi B æquale esset A, tum demum celeritatem BA ex impulsu acciperet. * Dividatur AC in duo æqualia puncto D, sitque AE æqualis AD. Si igitur in navigio holce motus contingere existimemus, quod sinistram versus prætervehatur celeritate DA: necesse est ut ante impulsum, corpus A quod in navigio quiescebat, motum fuerit respectu ripæ dictæ celeritate DA, sinistram versus; post impulsum vero, cum in navigio motum dicatur celeritate AC dextrorsum, ipsum vero navigium celeritate DA in partem contrariam feratur, movebitur A, ripæ respectu,

vitesse $v_B - \frac{1}{2}v'_A$ ou $\frac{1}{2}v'_A - v_B$; mais le premier cas est impossible à cause de la présence du corps A dont la vitesse $\frac{1}{2}v'_A$ est moindre que la vitesse $v_B - \frac{1}{2}v'_A$, ou $v'_A < v_B$ puisque si B, qui est plus petit que A, avait été égal à A on aurait eu $v'_A = v_B$ (voir la Prop. II, p. 37). La vitesse d'éloignement mutuel après le choc sera donc $\frac{1}{2}v'_A - (\frac{1}{2}v'_A - v_B) = v_B$ par rapport à la rive, mais aussi dans le bateau et partout ailleurs. Elle est donc égale à la vitesse de rapprochement avant le contact.

⁴⁾ Par la Prop. III, p. 39.

⁵⁾ On remarquera que Huygens introduit ici une nouvelle hypothèse, d'ailleurs très plausible, qu'il n'énonce pas explicitement, savoir: que par le choc avec un corps donné de vitesse donnée un corps en repos recevra d'autant moins de vitesse qu'il est plus grand.

* Hyp. V. aussi *, par rapport à la rive, ne doit avoir rien perdu de sa vitesse. Or, avant le choc, B se mouvait par rapport à la rive avec la vitesse BE vers la droite, parce que dans le bateau il avait la vitesse BA vers la droite, mais le bateau lui-même la



vitesse DA, ou AE, dans la direction opposée. Donc aussi après le choc il devra se mouvoir par rapport à la rive avec la vitesse BE, mais vers la gauche: car le mouvement plus lent du corps A empêche qu'il se meuve vers la droite. Puisque donc B après le choc se meut, par rapport à la rive, avec la vitesse EB vers la gauche, mais A vers la droite avec la vitesse AD ou EA, il faut qu'ils se séparent avec la vitesse composée des deux BE et EA, c'est-à-dire avec la vitesse BA et cela non seulement par rapport à la rive mais aussi par rapport au bateau, parce que réellement ils se séparent avec cette vitesse. Or, il est certain que ce qui arrive aux corps se rencontrant dans un bateau en mouvement doit arriver en dehors du bateau de la même manière partout ailleurs.

Ce cas étant démontré, les autres s'ensuivent facilement; or, il en reste quatre différents, car, ou bien le corps plus petit est en repos, ou bien les deux sont animés de mouvements opposés, ou bien le corps le plus petit fuit le plus grand d'un mouvement plus vite ou bien le contraire a lieu. On pourra traiter tous ces cas en même temps.

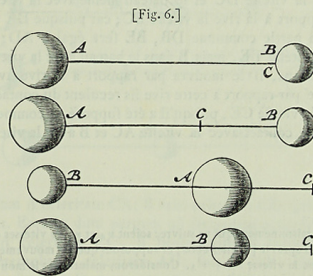
Soit, en effet, comme précédemment, le corps A [Fig. 6] plus grand que B, et que A se meuve avec la vitesse AC, B, au contraire, se trouve soit tout-à-fait en repos, soit en mouvement avec la vitesse BC; puisque donc les corps, se mouvant ainsi, ont, l'un par rapport à l'autre, la vitesse AB, je dis qu'après le choc ils se sépareront avec cette même vitesse.

En effet, si, de nouveau, ces mouvements sont considérés comme ayant lieu dans un bateau qui est emporté avec la vitesse CA, favoir la même que celle du corps A mais dans le sens opposé, il est évident que par rapport à la rive A est immobile, mais que B le rencontre, dans tous les cas, avec la vitesse BA. Or, A est plus grand que B; c'est là donc le cas précédent qui se présente, d'où il paraît que les deux corps doivent se séparer après le choc avec la même vitesse AB par rapport à cette rive, et par suite aussi par rapport au bateau; il est donc évident qu'avec cette vitesse ils s'éloigneront en réalité l'un de l'autre.

p. 376. celeritate DC seu AD in partem dextram. Itaque, respectu ripæ, corpus A ante & post impulsum, eandem servat celeritatem. Quare etiam B, *ejusdem respectu, nihil de sua celeritate perdidisse oportet. Movebatur autem B respectu ripæ ante occursum celeritate BE dextrorsum, quia in navigio habebat celeritatem BA dextram versus, ipsum vero navigium celeritatem DA seu AE in partem oppositam. Igitur & post occursum, respectu ripæ, moveri debet celeritate BE, sed sinistram versus: nam quominus possit versus dextram obstar tardior motus corporis A; cum igitur post impulsum moveatur B, ripæ respectu, celeritate EB sinistram versus, at A dextrorsum celeritate AD seu EA, necessè est ipsa a se mutuo discedere celeritate ex utrisque BE, EA composita, hoc est, celeritate BA, neque id tantum ripæ, sed & navigii respectu, quum reverà eà celeritate separentur. Quod autem in navigio progrediente sibi occurrentibus contingit etiam extra navigium ubique eodem modo contingere constat.

Hoc casu demonstrato reliqui facile consequuntur, supersunt autem quatuor diversi, nam vel minus corpus quiescit, vel utraq; adversis motibus cietur, vel celeriore motu minus insequitur majus, vel contra; quos omnes simul proponere licebit.

Sit enim ut ante corpus A [Fig. 6] majus quam B, & feratur A celeritate



AC; B vero vel omnino quiescat, vel habeat celeritatem BC; cum igitur corpora sic mota, mutuo respectu, habeant celeritatem AB; dico, & post impulsum eadem celeritate ipsa separatim iri.

Etenim si denuo hi motus in navigio fieri considerentur, quod prætervehatur celeritate CA, eadem nempe quâ fertur corpus A, sed in partem contrariam; evidens est ripæ respectu, A quidem immotum stare, B vero, omni casu, ipsi occur-

p. 377. rere celeritate BA. Est autem A majus quam B, ergo existit casus præcedens, ex quo patet eadem celeritate AB, post impulsum, corpora separari debere ejusdem ripæ respectu. Unde etiam navigii respectu, & reverà hac celeritate ipsa à se invicem recedere perspicuum est.

PROPOSITION V.

Si deux corps retournent de nouveau à la rencontre, chacun avec la vitesse dont il a rejailli après le choc, ils acquerront après le second choc la même vitesse qu'ils avaient avant le premier.

Supposons *) que le corps A s'était mû avec la vitesse AC [Fig. 7], mais B avec la vitesse BC, et qu'ils se sont rencontrés de sorte que A a reçu après le choc la vitesse CD et B la vitesse CE; mais qu'en suite chacun d'eux retourne à la rencontre avec la même vitesse; favoir A avec la vitesse DC et B avec la vitesse EC. Je dis qu'ils reculeront, A avec la vitesse CA; B avec la vitesse CB, avec lesquelles ils tendaient primitivement à leur rencontre. En effet, si nous imaginons que, tandis qu'ils vont à leur seconde rencontre, A avec la vitesse DC, B avec la vitesse EC, ces mouvements ont lieu dans un bateau qui est transporté avec la vitesse AD, A possèdera, par rapport à la rive, la vitesse AC, parce que dans le bateau il se meut avec la vitesse DC et le bateau même avec la vitesse AD: mais B possèdera par rapport à la rive la vitesse BC; car puisque DE est égal à AB*, en retranchant la partie commune DB, BE sera égal à AD; le bateau se meut donc avec la vitesse BE, mais B dans le bateau avec la vitesse EC, donc, comme nous le disons, B se mouvra par rapport à la rive avec la vitesse BC. Il faut donc que par rapport à cette rive ils reculent du contact: A avec la vitesse CD et B avec la vitesse CE, puisqu'il a été supposé au commencement que si A se porte vers le contact avec la vitesse AC et B avec la vitesse

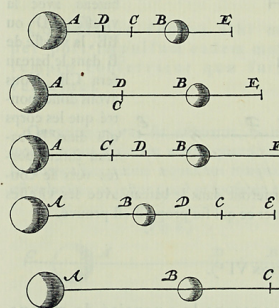
* Prop. IV.

*) Voici, en termes algébriques, le raisonnement qui va suivre: soient v_A et v_B les vitesses des corps A et B avant, v'_A et v'_B celles après le premier choc, et supposons que ces mouvements ont lieu dans un bateau possédant la vitesse $v_A + v_A$. Considérons maintenant le mouvement après que les vitesses v_A et v_B ont été remplacées par $-v_A$ et $-v_B$. Le corps A se meut alors par rapport à la rive avec la vitesse v_A ; le corps B avec la vitesse $-v_B + v_A + v'_A$; mais par la Prop. IV (p. 43) on a: $v_A - v_B = v_B - v_A$ et par suite $-v_B + v_A + v'_A = v_B$. Or, après la seconde rencontre ces vitesses v_A et v_B changeront donc en v'_A et v'_B , toujours par rapport à la rive. Par rapport au bateau les nouvelles vitesses seront donc $v'_A - (v_A + v'_A) = -v_A$ et $v'_B - (v_A + v'_A) = (v_B - v'_A) - v_A = (v_A - v_B) - v_A = -v_B$. La proposition est donc prouvée pour les mouvements dans le bateau; elle doit donc être valable partout.

PROPOSITIO V.

Si duo corpora, eadem celeritate singula ad occursum revertantur quâ ab impulsu refilierunt, singula, post alterum impulsu, eandem acquirant celeritatem, quâ ferebantur ad occursum primum.

[Fig. 7.]



Ponatur *) corpus A motum fuisse celeritate AC [Fig. 7], B vero celeritate BC, eaque invicem occurrisse; & ab occurfu discesserit A celeritate CD; B celeritate CE: postmodum vero iisdem hisce revertatur utrumque ad occursum, nempe A celeritate DC; B, celeritate EC.

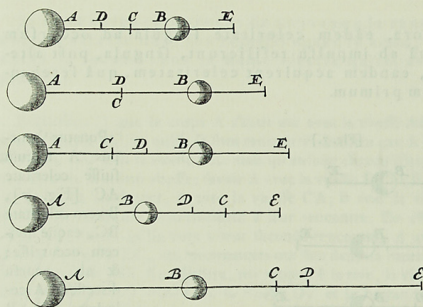
Dico inde neces-

surum A celeritate CA; B vero celeritate CB, quibus primo ad occursum tendent. Etenim dum pergunt ad secundum occursum, A quidem celeritate DC, B vero celeritate EC, si imaginemur in navigio hosce motus accidere, quod prætervehatur celeritate AD, feretur jam, ripæ respectu, A celeritate AC, quia in navigio movetur celeritate DC, ipsum vero navigium celeritate AD: B vero respectu ripæ, celeritate BC: nam quia DE æqualis est AB*, demptâ communi DB, erit BE æqualis AD: movetur ergo navigium celeritate BE; B autem in navigio celeritate EC; unde, respectu ripæ, movebitur B celeritate BC, sicut diximus: Necessè est igitur, ejusdem ripæ respectu, discedere ipsa ab occurfu, A quidem celeritate CD, B vero celeritate CE, possum enim fuit ab initio, si A tendat ad occursum celeritate AC, & B

* Prop. IV.

BC, ils reculent après le choc: A avec la vitesse CD et B avec la vitesse CE. Puisque donc A, par rapport à la rive se meut avec la vitesse CD et le bateau avec la vitesse AD, il arrivera que dans le bateau A se mouvra avec la vitesse CA. De même, comme B par rapport à la rive se meut avec la vitesse CE et le bateau avec la vitesse AD ou BE, la vitesse de B dans le bateau fera CB. Nous avons donc montré que les corps qui dans le bateau furent portés vers le contact avec les vitesses DC, BC *) retourneront dans le bateau avec les vitesses CA, CB. Cela doit donc arriver partout et ce qui fut proposé est prouvé.

[Fig. 7.]



PROPOSITION VI *).

Dans deux corps qui se rencontrent la quantité de mouvement, prise pour les deux ensemble, ne se conserve pas toujours la même après le choc qu'elle était auparavant, mais peut être augmentée ou diminuée.

La quantité de mouvement est estimée de telle manière que dans des corps inégaux de même vitesse chaque corps fournit une quantité de mouvement d'autant plus grande qu'il est plus grand. Mais dans des corps égaux de vitesse inégale d'autant que l'un est plus rapide que l'autre. Démontrons maintenant ce qui est proposé.

Soit le corps A plus grand que B; mais que A soit en repos et que B soit porté à sa rencontre avec la vitesse BA [Fig. 8.], A fera donc mis en mouvement * et acquerra une certaine vitesse, p. e. AC. Mais B retournera avec la vitesse AD,

* Prop. III.

p. 378. celeritate BC, | discedere post impulsum, A quidem celeritate CD, B vero, celeritate CE. Dum ergo A, respectu ripæ movetur celeritate CD, navigium vero celeritate AD, fiet, ut in navigio feratur A celeritate CA. Item quum B ripæ respectu moveatur celeritate CE, & navigium celeritate AD seu BE, erit ipsius B in navigio celeritas CB. Quæ igitur in navigio ferebantur ad occursum celeritatibus DC, BC *), ea in navigio referri ostensum est celeritatibus CA, CB unde ubivis idem contingere necesse est, & constat propositum.

PROPOSITIO VI *).

Corporibus duobus sibi mutuo occurrentibus non semper post impulsum eadem motus quantitas in utroque simul sumpto conservatur quæ fuit ante, sed vel augeri potest vel minui.

Quantitas motus sic æstimatur, ut in corporibus inæqualibus æque celeriter motis, tanto majorem motus quantitatem quodque constituat, quanto majus est. In corporibus autem æqualibus inæquali celeritate motis, quanto alterum altero est velocius: ut igitur quod propositum est demonstremus.

Esto corpus A majus quam B;

A vero quiescat & B ad ipsum

feratur celeritate BA [Fig. 8.]:

movebitur igitur A, * & aliquam

celeritatem acquirat, puta AC.

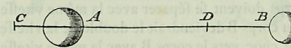
revertetur autem B celeritate AD,

ita ut tota celeritas CD, quam mutuo respectu habebunt æqualis sit celeritati AB. * Quod si igitur corpus A ipsi B æquale esset, eadem motus quantitas existere

post impulsum æque ante; etenim manifestum est eandem constitui, sive duo

p. 379. corpora ipsi B æqualia moveantur, alterum celeritate AD, alterum celeritate

[Fig. 8.]



) Lisez: EC.

* Par cette Proposition Huygens réfute l'article XXXVI de la „Pars secunda” des „Principia philosophia” de Descartes, où l'on lit en marge „Deum esse primariam motus causam: & eandem semper motus quantitatem in universo conservare” (voir la p. 61 du T. VIII, 1905, de l'édition des „Œuvres de Descartes” d'Adam et Tannery).

de forte que la vitesse totale CD, qu'ils auront l'un par rapport à l'autre, sera égale à AB*. Si donc le corps A était égal à B, il existerait après le choc la même quantité de mouvement qu'avant; puisqu'il est évident qu'elle est la même soit que deux corps égaux à B se meuvent l'un avec la vitesse AD, l'autre avec la vitesse AC, soit que B seul se meuve avec la vitesse CD ou BA. Mais le corps A est plus grand que B, donc il paraît que la quantité de mouvement est plus grande lorsque, après le choc, le corps A possède la vitesse AC, et le corps B la vitesse AD, qu'auparavant lorsque B seul avait la vitesse BA. D'autre part que la quantité de mouvement peut être diminuée se montre comme il suit. Puisque si B rencontre avec la vitesse BA le corps A en repos, ce corps A prendra la vitesse AC et qu'il restera en B la vitesse AD, il arrivera réciproquement, si A vient avec la vitesse CA et B du côté opposé avec la vitesse DA, qu'après le contact A reste sans mouvement et que B rejaille avec la vitesse AB*, d'où il suit, par ce que nous avons démontré plus haut, que la quantité de mouvement après le choc sera moindre qu'elle n'était avant.

PROPOSITION VII.

Lorsqu'un corps plus grand rencontre un corps plus petit en repos, il lui donne une vitesse moindre que le double de la sienne.

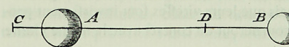
Que le corps A [Fig. 9] avec la vitesse AB rencontre le corps B en repos, je dis qu'il imprimera après le contact à B une vitesse moindre que le double de AB. En effet puisqu'après le choc les corps doivent se séparer avec la même vitesse * Prop. IV. AB*, il serait nécessaire, si la vitesse du corps B deviendrait le double de la vitesse AB, que le corps A se mût après le choc vers le corps B avec la même vitesse * Hyp. IV¹). AB, ce qui ne peut avoir lieu*. Et si la vitesse du corps B deviendrait plus que le double, il faudrait qu'après le choc le corps A poursuivit son mouvement avec une vitesse plus grande que AB, ce qui est également absurde; d'où s'en suit ce qui était proposé.

De même que pour des corps égaux il a été montré pour tous les cas de quelle manière l'un communique le mouvement à l'autre, si l'on admet que des corps

¹) Cette indication manque dans le Manuscrit.

AC, five solum B moveatur celeritate CD seu BA. atqui corpus A majus est quam B, ergo apparet majorem motus quantitatem constitui quum post impulsum corpus A fertur celeritate AC, & corpus B celeritate AD, quam antea, quum solum B haberet celeritatem BA. Rursum quod minui possit motus quantitas sic ostenditur. Etenim si occurrere B, corpori A, quiescenti, celeritate BA, acquiritur ipsi A celeritas AC, remanetque in B celeritas AD: fiet vicissim, si A adveniat celeritate CA, B vero ex adverso celeritate DA, ut A, post contactum, motus expers remaneat, B vero resiliat celeritate AB*; unde, ex iis quæ antea ostensa sunt, minor jam motus quantitas erit post concursum quam fuerat ante.

[Fig. 8.]

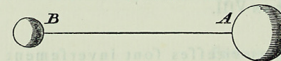


PROPOSITIO VII.

Si corpus majus minori quiescenti occurrat, minorem ei velocitatem dat quam duplam suæ.

Occurrat corpus A [Fig. 9] celeritate AB, minori quiescenti B: dico ipsi B minorem imprimi celeritatem quam sit dupla AB. Quia enim post impulsum eadem celeritate AB a se invicem discedere debent corpora*, * Prop. IV. necesse esset si dupla fieret celeritas corporis B celeritatis AB, ut A, post impulsum, eadem celeritate AB corpus B insequeretur, quod fieri non potest*: * Hyp. IV¹). si vero major quam dupla, oporteret ut A, post impulsum, majori celeritate quam AB moveri pergeret; quod similiter absurdum est; quare constat propositum.

[Fig. 9.]



Sicuti de corporibus æqualibus ostensum fuit in univ. quæ ratione alterum alteri motum transferat, eo concessio quod æqualia æquali celeritate sibi impacta²)

²) Huygens a remplacé dans le Manuscrit le mot „collisa”, qu'il biffa, par les mots „sibi impacta”.

égaux, se rencontrant avec des vitesses égales, rejaillissent aussi également, de même quand il s'agit de corps inégaux, on peut déterminer tous les cas, dont il existe plusieurs, en posant ce qui suit: savoir que si deux corps inégaux se meuvent à une rencontre mutuelle, mais que leurs vitesses sont inversement proportionnelles à leurs grandeurs, ils retourneront du contact avec la même vitesse avec laquelle ils étaient venus.

Comme, quand A [Fig. 10] soit triple de B, mais la vitesse BC, avec laquelle B se meut, triple de celle AC de A; alors après le contact en C, chacun des deux corps retournera avec la même vitesse qu'il avait auparavant. D'ailleurs puisque ceci (quoique nullement contraire à la raison et tout-à-fait conforme à l'expérience) n'est pas aussi évident que ce qui a été admis pour les corps égaux, nous tâcherons de le confirmer par une démonstration.

Il est certain que lorsque deux corps graves se meuvent en bas dans un mouvement naturellement accéléré, le rapport des espaces parcourus est égal au carré du rapport des vitesses maximales qu'ils ont acquises. En effet, ceci a été démontré par Galilée dans le troisième dialogue „De motu”¹⁾ et observé dans des expériences innombrables et très exquises: comme aussi que la vitesse acquise par un corps tombant est capable de le restituer à la même hauteur d'où il est descendu²⁾. De plus, des démonstrations de ces deux propositions sont exposées dans ce que nous avons écrit sur l'horloge³⁾. Or, partant de là, le dit théorème pourra être démontré.

PROPOSITION VIII.

Lorsque deux corps, dont les vitesses sont inversement proportionnelles à leurs grandeurs, se rencontrent de côtés opposés, chacun d'eux rejaillira avec la même vitesse avec laquelle il s'est approché.

Soient A et B [Fig. 11] deux corps qui se rencontrent, et dont le premier est plus grand que le second, et que la grandeur de A soit à celle de B comme la vitesse

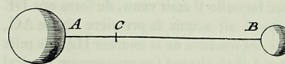
¹⁾ Voir l'ouvrage de 1638 cité dans la note 1 de la p. 31 de notre T. I. On trouve le théorème en question à la p. 210 du Vol. VIII (1898) de l'édition nationale des „Opere di Galilei” où l'on lit: „Patet etiam hinc, eandem spatiorum rationem esse duplam rationis maximorum graduum velocitatis”.

²⁾ Voir les p. 206—207 du Vol. VIII cité dans la note précédente.

³⁾ Voir les Prop. III et IV de l'„Horologium oscillatorium” p. 25—29 de l'édition originale de 1673 de l'ouvrage cité dans la note 1 de la p. 257 de notre T. VII. Remarquons que la

æqualiter quoque reflit. Ita, in diversæ magnitudinis corporibus, omnes casus determinari possunt; qui quidem plurimi existunt, hoc quod sequitur posito. Nimirum, si inæqualia duo corpora ad occursum mutuum ferantur, celeritates autem magnitudinibus contrariâ ratione respondeant, quod tum singula a contactu, eadem quâ venere celeritate, retrorsum agantur.

[Fig. 10.]



Veluti si A [Fig. 10] sit triplum ad B: celeritas autem BC, quâ movetur B sit tripla celeritatis AC quâ movetur A; quod factu concursu in C, corpus utrumque, eadem quâ prius ferebatur celeritate, revertatur. Cæterum, quia hoc non æque evidens est (licet a ratione non alienum, experimentisque apprimè consentiens) atque illud quod circa æqualia corpora assumptum fuit, demonstratione ipsam confirmare conabimur.

Constat sane, quoties corpora duo gravia deorsum feruntur motu naturaliter accelerato, duplicatam esse rationem spatiorum ab ipsis peractorum rationis maximorum graduum celeritatis ipsis acquisitæ. Hoc enim a Galilæo demonstratum est, dialogo de motu tertio¹⁾, & experimentis innumeris exquisitissimisque deprehensum: uti hoc quoque, quod celeritas cadenti corpori acquisita, possit ipsum ad eandem, unde descendit, altitudinem restituere²⁾. Quorum etiam utriusque demonstrationes, in iis quæ de horologio scripsimus exhibentur³⁾. Hinc autem dictum theorema jam demonstrari poterit. |

PROPOSITIO VIII.

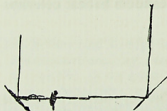
Si corpora duo sibi ex adverso occurrant, quorum magnitudinibus celeritates contrariâ ratione respondeant, utrumque eadem quâ accessit celeritate reflit.

Occurrant sibi corpora A & B [Fig. 11], quorum illud quam hoc majus sit, & quam rationem habet magnitudo A, ad magnitudinem B, eandem habeat celeritas

phrase présente se retrouve dans le Manuscrit de 1656 ou d'un peu plus tôt, mentionné p. 10 de l'„Avertissement” qui précède, mais écrite en marge, tandis que l'état de ce Manuscrit prouve clairement qu'elle y fut ajoutée après coup à une époque inconnue. Comparez le deuxième alinéa de la note 1 de la p. 30.

BC du corps B à celle AC du corps A: il faut prouver que, après le contact mutuel, chacun d'eux retourne avec la vitesse avec laquelle il est venu, savoir, A avec la vitesse CA, B avec la vitesse CB. Or, il est certain que si A est réfléchi avec la vitesse CA, B fera aussi réfléchi avec la vitesse CB, parce que sans cela la vitesse relative de séparation ne ferait pas la même que celle du rapprochement*. Si donc le corps A ne retourne pas avec la vitesse CA, qu'il rejaillisse, en premier lieu, si cela est possible, avec une vitesse moindre CD; par suite B rejaillira avec une vitesse CE plus grande que celle avec laquelle il était venu, de sorte que DE est égal à AB*. Supposons que le corps A ait acquis sa première vitesse AC, avec laquelle il se mouvait vers le contact, en tombant de la hauteur HA, de telle manière qu'après être descendu jusqu'en A il ait changé son mouvement vertical en un mouvement horizontal de la vitesse AC; et que pareillement le corps B ait acquis la vitesse BC en tombant de la hauteur KB¹⁾; ces hauteurs sont donc dans la raison doublée des vitesses, c'est-à-dire: comme le carré AC est au carré CB, ainsi HA à KB. Mais si ensuite, après le choc, les corps A et B changent leurs mouvements horizontaux, dont les vitesses sont mesurées par CD et CE, en des mouvements perpendiculaires vers le haut: on fait que le corps A arrivera à la hauteur AL, de sorte que AL est à AH comme le carré CD au carré CA. Car si tel est le rapport de AL à AH, il est certain qu'un corps tombant de la hauteur LA acquerra la vitesse CD; d'où réciproquement s'il a la vitesse CD, il pourra atteindre la hauteur AL, en vertu de ce qui a été posé plus haut²⁾; mais le corps B, en changeant sa vitesse CE en un mouvement vertical vers le haut, parviendra à la hauteur BM, de manière que MB est à KB comme le carré CE au carré CB. Joignons HK, LM, qui nécessairement se couperont, p. e. en P³⁾; et soit chacun de ces segments divisé dans la même raison en N et en O, de sorte que, comme les grandeurs B et A, c'est-à-dire comme AC à CB, ainsi soit HN à NK et de même LO à OM. Par suite, lorsque le centre de gravité du corps A est situé en H, et le centre de gravité du corps B en K, le centre de leur gravité composée fera au point N. Mais après qu'ils sont tombés de H et de K et

¹⁾ Voici une petite figure, empruntée au Manuscrit mentionné dans la note 3 de la p. 52, qui montre le mécanisme imaginé par Huygens pour convertir des vitesses verticales en des vitesses horizontales et réciproquement, savoir deux paires élastiques placées sous un angle de 45° avec l'horizon.



²⁾ Huygens remplaça dans le Manuscrit le mot „descendenti” par „decidenti”.

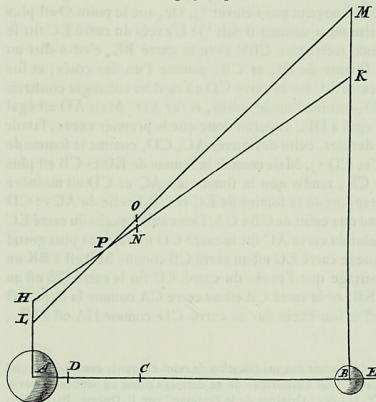
³⁾ Voir le troisième alinéa de la p. 53.

⁴⁾ La phrase précédente, à commencer par les mots „quæ necessario”, fut insérée de la main de Huygens dans le Manuscrit.

D'ailleurs, puisqu'elle se retrouve dans le Manuscrit d'environ 1656, mentionné dans la note 3 de la p. 52, il ne s'agit que de la correction d'une inadvertance du copiste.

corporis B, quæ sit BC, ad celeritatem corporis A, quæ sit AC. ostendendum est, post contactum mutuum, utrumque eadem quæ venit celeritate reverti, nempe A, celeritate CA, B vero, celeritate CB: constat autem, si A reflectatur celeritate CA, etiam B reflecti celeritate CB, quia alioqui non eadem esset mutuo respectu celeritas recedendi, quæ fuit appropinquandi*. Si igitur corpus A non revertitur celeritate CA, refluit primò, si fieri potest, celeritate minori CD; ergo B refluit celeritate CE, majori quam quæ advenerat, ita ut DE, sit æqualis AB*.

[Fig. 11.]



HA, ut nimirum postquam descenderit usque in A, motum perpendicularem mutaverit in horizontalem cujus celeritas AC; corpus autem B acquisivisse similiter celeritatem BC, cadendo ex altitudine KB¹⁾; sunt igitur hæ altitudines in celeritatum ratione duplicatâ, hoc est, sicut quadratum AC ad quadratum CB, ita HA ad KB. Quod si deinde, post occursum, corpora A & B motus suos Horizontales, quorum celeritates metiuntur CD, CE, convertant in motus perpendiculares sursum; constat corpus A perventurum ad altitudinem AL, ita ut sit AL ad AH, sicut quadratum CD, ad quadratum CA. Quando enim hujusmodi rationem habet AL ad AH, certum est corpori decidenti²⁾ ex altitudine LA, acquiri velocitatem CD; unde & vicissim, velocitatem habens CD, attingere poterit altitudinem AL, per ea quæ superius posita fuere³⁾; corpus autem B convertendo celeritatem CE in motum perpendicularem sursum, perveniet ad altitudinem BM, ut sit MB ad KB sicut quadratum CE ad quadratum CB. Jungantur HK, LM quæ necessario se mutuo fecerunt, puta in P⁴⁾; & dividantur utraque similiter in N & O, ut, sicut magnitudo B ad A, hoc est, sicut AC ad CB, ita sit HN ad NK, itemque LO ad OM.

* Prop. IV.

* Prop. IV.

p. 382.

qu'après leur contact mutuel ils se font élevés jusqu'en L et en M, le centre de leur gravité composée fera en O, ce qui ne peut arriver parce que, comme nous le montrerons bientôt, le point O est plus haut que N; car en mécanique c'est un axiome très certain que par un mouvement des corps qui résulte de leur gravité le centre commun de leur gravité ne peut pas s'élever¹⁾). Or, que le point O est plus haut que le point N se démontre comme il suit²⁾): L'excès du carré EC sur le carré BC est égal * à deux rectangles CBE avec le carré BE, c'est-à-dire au rectangle construit sur la somme de EC et CB, comme l'un des côtés, et sur BE. De même, l'excès du carré AC sur le carré CD est égal au rectangle construit sur la somme de AC et CD, comme l'un des côtés, et sur AD. Mais AD est égal à BE, parce que AB est égal à DE. Il paraît donc que le premier excès, savoir des carrés EC, CB, est au dernier, celui des carrés AC, CD, comme la somme de EC et CB à celle de AC et CD³⁾). Mais comme la somme de EC et CB est plus grande que le double de CB, tandis que la somme de AC et CD est moindre que le double de AC, le rapport de la somme de EC et CB à celle de AC et CD fera certainement plus grand que celui de CB à CA. Donc aussi l'excès du carré EC sur le carré CB aura à celui du carré AC sur le carré CD un rapport plus grand que BC à CA. Mais puisque le carré EC est au carré CB comme MB est à BK en longueur, on aura par partage que l'excès du carré EC sur le carré CB est au carré CB comme MK à KB; or le carré CB est au carré CA comme la ligne KB à HA: et le carré CA est à son excès sur le carré CD comme HA est à HL,

* Eucl. I. 11 Prop. IV³⁾.

¹⁾ Cet axiome peut être considéré comme une modification de celui-ci: que le centre de gravité se place aussi bas que possible. Sur l'histoire de ce dernier axiome on peut consulter le Chap. XV (p. 1—151 du T. II) des „Origines de la Statique” par P. Duhem, Paris, Hermann, 1906, où il figure sous le nom de „Principe de Torricelli”. Huygens l'avait déjà utilisé vers 1648 dans ses recherches sur la chaînette qui „ne fait point une parabole” (voir les pp. 28 et 40 de notre T. I et les trois derniers alinéas de la note 2 qui commence à la p. 37 du T. XI). De plus, il en avait fait en 1650 la base du premier Livre (p. 93—119 du T. XI) de son merveilleux traité sur l'équilibre des corps flottants, publié par nous pour la première fois; consultez encore les pp. 84 et 92 du même Tome XI.

Ces deux dernières applications de l'axiome concernent la Statique. Or, la modification de Huygens lui permet de l'appliquer à un problème de dynamique; ce qui en élargit de beaucoup la portée. Voir encore les p. 21—24 de l'Avertissement qui précède.

²⁾ En termes algébriques il s'agit de prouver qu'on a toujours:

$$\frac{q(p-e)^2 + p(q+e)^2}{p+q} > \frac{qp^2 + pq^2}{p+q},$$

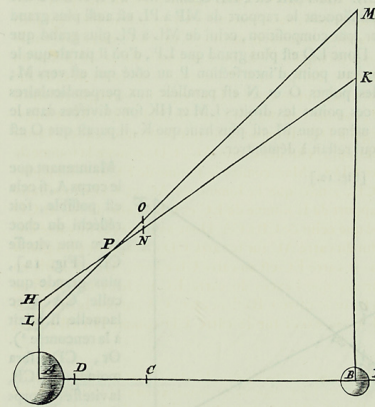
où $p = AC$, $q = BC$, $e = AD = BE$.

³⁾ „Si recta linea secta sit utcumque: Quadratum, quod à tota describitur, æquale est & illis, quæ à segmentis describuntur, quadratis, & ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo” (Clavius, Euclidis elementorum libri XV, Francofurti, Ex Officina Typographica Nicolai Hoffmanni, 1607, p. 172).

⁴⁾ Le Manuscrit avait „AD, DC”, ce qui fut corrigé de la main de Huygens.

Itaque cum corporis A, centrum gravitatis positum est in H, & corporis B centrum gravitatis in K, compositæ ipsorum gravitatis centrum est in puncto N.

[Fig. 11.]



Postquam vero ex H & K deciderunt, ac post mutuum occursum rursus in altum sese sultulere usque in L & M, centrum compositæ ex ipsis gravitatis erit in O: quod fieri non potest; quoniam, ut mox ostendemus, altius est punctum O quam N: certissimum enim in mechanicis est axioma, motu corporum qui a gravitate ipsorum proficiscitur, centrum commune gravitatis ipsorum non posse attolli⁴⁾). Quod autem punctum O sit altius quam N, sic ostenditur⁵⁾). Excessus quadrati EC supra quadratum BC, æqualis est * duobus rectangulis CBE, cum quadrato BE, hoc est, * Eucl. I. 11 rectangulo quod fit ex duabus EC, CB tanquam unâ, & BE. Similiter excessus quadrati AC, supra quadratum CD, æquatur rectangulo sub duabus AC & CD tanquam unâ, & AD. Est autem AD æqualis BE, quum sit AB æqualis DE. Itaque patet illum excessum, nempe quadratorum EC, CB, ad hunc excessum quadratorum AC, CD, sese habere; sicut utraque simul EC, CB ad utramque simul AC, CD⁶⁾). Quum autem majores sint duæ EC & CB quam dupla CB; at duæ simul AC, CD minores quam dupla AC, major utriusque erit ratio duarum simul EC, CB, ad utramque simul AC, CD, quam CB ad CA, ergo & excessus quadrati EC, supra quadratum CB, ad excessum quadrati AC supra quadratum CD majorem habet rationem quam BC ad CA. Quia vero, sicut quadratum EC ad quadratum CB, ita est MB ad BK longitudine; erit dividendo, ut excessus quadrati EC, supra quadratum CB, ad quadratum CB ita MK ad KB: sicut autem quadratum CB ad quadratum CA, ita est KB linea ad HA: utque quadratum CA ad excessum suum supra quadratum CD, ita HA ad HL, erat enim

p. 383.

* Eucl. I. 11 Prop. IV³⁾.