

elles et **bx** et **BX** de même. Par conséquent, les rapports **VE** : **EZ** et **ve** : **ez** sont composés des mêmes rapports; il s'en suit qu'ils sont égaux entre eux; il en est donc aussi de même des grandeurs apparentes de la petite ligne **BX** ou **bx**.

Si nous prenons ensuite les ouvertures **PD** et **pd** dans le même rapport que les distances focales **PO** et **po**, c'est-à-dire dans celui des droites **PB** et **pb**, il apparaît que la même quantité de rayons, provenant des points quelconques **B** et **b** de l'objet, entrera dans chacun des deux microscopes; il en fera, par conséquent, de même de la lumière provenant de la surface tout entière, laquelle quantité de lumière étant distribuée dans les deux instruments sur des images égales, il s'en suit que leur clarté devient la même.

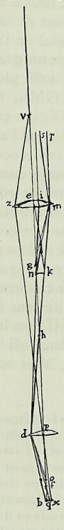
Ensuite on démontre facilement que l'angle d'aberration qui résulte de la dispersion du rayon est plus petit dans le microscope le plus court. En effet, si **BF** et **bf** représentent ces aberrations pour les rayons venant des points **N** et **n**, on conclut aisément *) qu'elles seront entre elles comme les distances **BP** et **bp**; et le rapport de ces distances est égal à celui des ouvertures ou de leurs moitiés **PD** et **pd**. Il s'en suit, si l'on trace **FD** et **fd**, que **BDF** et **bdf** deviennent des triangles semblables et que leurs angles **D** et **d** deviennent égaux. Et comme donc les rayons **ND** et **nd** sont dispersés de telle manière, par la réfraction due aux lentilles **PD** et **pd**, que **DB** et **db** portent la couleur rouge et **DF** et **df** la couleur violette, et que, par conséquent, les rayons violets **FD** et **fd** seraient réciproquement transformés en **DN** et **dn**, il arrivera que les rayons violets contenus dans les rayons **BD** et **bd** se transforment en **DM** et **dm**, de telle sorte que les angles **MDN** et **mdn** seront égaux aux angles **BDF** et **bdf** *. Or, ces deux derniers sont égaux entre eux; il en est donc de même des angles **MDN** et **mdn**. Et comme **PN** est plus grande que **pn** (en effet, ces droites sont entre elles comme les distances focales **PO** et **po**), si l'on trace **NK** et **nk** perpendiculairement à l'axe et rencontrant les droites **DM** et **dm**, on aura que **NK** est plus grande que **nk**; et, si l'on trace **NM** et **nm**, ainsi que **KE** et **ke**, l'angle **nek** sera plus petit que l'angle **NEK**, vu que **NE** et **ne** sont égales. Par conséquent, **nmk** sera aussi plus petit que **NMK**, parce que ces angles sont considérés comme égaux respectivement aux angles précédents. Or, si l'on suppose ensuite que les points **G** et **g** sont les foyers des rayons violets qui tombent parallèlement à l'axe sur les lentilles **EZ** et **ez**, de même que **N** et **n** sont les foyers des rayons rouges (car nous définissons toujours les distances focales par le concours des rayons rouges), il s'en suivra que si les rayons violets se meuvent par **GM** et **gm** ils deviendront des rayons parallèles à l'axe, comme **MR** et **mr**, et que, par conséquent, les rayons violets **DM** et **dm** ne seront pas parallèles à l'axe après la réfraction mais qu'ils seront inclinés du côté de l'axe de telle manière que les angles **RMS** et

*) C'est-à-dire, à cause de la similitude complète des systèmes formés par les points **N**, **n**, **B**, **b** et les lentilles **PD** et **pd**.

[Fig. 38.]



[Fig. 39.]



EN ad **BX**, quia æquales inter se **en** et **EN** itemque **bx** et **BX**. Ergo rationes **VE** ad **EZ**, et **ve** ad **ez** ex iisdem rationibus componuntur, eoque inter se æquales sunt; ac proinde et apparentes magnitudines lineolæ **BX**, vel **bx**.

Porro positis aperturis **PD**, **pd** in eadem ratione quæ est foci distantiarum **PO**, **po**, hoc est quæ rectarum **PB**, **pb**, apparet eandem radiorum quantitatem ex punctis singulis **B** et **b**, rei visæ, microscopio utroque hauriri; ac proinde et à tota ipsarum superficie. Quæ lux cum utrobique æqualibus in oculo imaginibus impendatur, sequitur harum claritatem æqualem fieri.

Denique angulum aberrationis à diffusione radij minorem esse in breviori microscopio facile quoque ostenditur. Si enim aberrationes istæ sint **BF**, **bf** radiorum ex **N** et **n** venientium, facile intelligitur *) eas fore inter se sicut distantia **BP**, **bp**; quam eandem rationem quoque habent aperturæ sive earum dimidiæ **PD**, **pd**. Unde junctis **FD**, **fd**, apparet triangula similia fieri **BDF**, **bdf**, eorumque angulos ad **D** et **d** æquales. Cum igitur radij **ND**, **nd**, refractione lentium **PD**, **pd** ita dissipentur, ut **DB**, **db** rubrum colorem deferant; **DF**, **df** vero violaceum, ac proinde vicissim violacei **FD**, **fd** abirent in **DN**, **dn**; fiet ut qui in radijs **BD**, **bd** violacei continentur, abeant in **DM**, **dm**, ita ut anguli **MDN**, **mdn** sint æquales angulis **BDF**, **bdf** *. Hi autem duo inter se æquales sunt, ergo etiam æquales anguli **MDN**, **mdn**. Cumque **PN** sit major quam **pn** (sunt enim inter se ut foci distantia **PO**, **po**) si ducantur axi perpendiculares **NK**, **nk**, rectis **DM**, **dm**, occurrentes, erit major **NK** quam **nk**; et junctis **NM**, **nm**, itemque **KE**, **ke**, quia æquales sunt **NE**, **ne**, erit ang.

nek minor quam **NEK**, ideoque et **nmk** minor quam **NMK**, quia hi singuli istis singulis æquales censentur. Quod si porro ponatur puncta **G**, **g** esse focos radiorum violaceorum qui axi paralleli in lentis **EZ**, **ez** incidunt, sicut rubrorum sunt foci **N** et **n**; (nam per rubrorum radiorum concursum semper foci distantias definimus) sequetur jam, si violacei per **GM**, **gm** ferantur eos axi parallelos evasuros, puta in **MR**, **mr**, ac proinde violaceos **DM**, **dm**, post refractionem non fore axi parallelos, sed ita introrsum declinatos ut anguli **RMS**, **rms** fiant æquales angulis **GMK**, **gmk**. Quia autem æquales sunt **EN**, **en**, minor

*) [Prop. VI.] *)

*) Voir la p. 475 du Tome présent.

rms deviendront égaux aux angles **GMK** et **gmk**. D'ailleurs, comme **EN** et **en** sont égales, tandis que **em** est plus petite que **EM**, comme nous le montrerons bientôt, on aura que, dans le cas de l'aberration qui provient de la forme des lentilles, **gn** sera plus petite que **GN**¹⁾, mais que dans celui de l'autre aberration ces deux longueurs seront égales. Par conséquent, l'angle **nmg** sera toujours plus petit que l'angle **NMG**. Mais l'angle **nmk** était, lui aussi, plus petit que **NMK**, par conséquent l'angle entier **gmK** est plus petit que **GMK**. Or, l'angle **rms** était égal à l'angle **gmk**, et l'angle **RMS** à l'angle **GMK**; par conséquent, **rms** est plus petit que **RMS**. Mais c'est de ces angles que dépend l'aberration à l'intérieur de l'œil comme nous l'avons démontré lorsque nous nous occupions des ouvertures des télescopes²⁾. L'aberration sera donc plus petite dans le microscope plus court que dans le plus long; ce qu'il fallait démontrer en troisième lieu.

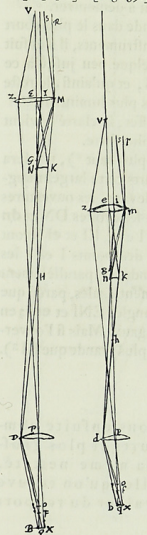
On peut ajouter que le rapport de ces deux aberrations sera à-peu-près égal à celui des droites **NK** et **nk**, c'est-à-dire à celui des distances focales **PO** et **po**, en tant que les angles **NMG** et **nmg** sont négligeables à cause de leur petitesse³⁾.

Quant à notre affirmation, d'après laquelle **em** est plus petite que **EM**, elle peut être démontrée comme suit. Supposons qu'en **H** et **h** se trouvent les points où les droites **DM** et **dm** coupent les axes. On conclut aisément de ce qui a été exposé plus haut que les angles **NDP** et **ndp** d'une part, **HDP** et **hdp** d'autre part sont égaux; et comme **dp** est plus petite que **DP**, **ph** sera aussi inférieure à **PH**. Et dans la même proportion **hn** sera inférieure à **HN**. Mais **ne** est égale à

¹⁾ Voir la Prop. VII, Part. II, p. 309. Mais il pourrait sembler que le traitement de l'aberration sphérique est incomplet, puisque l'aberration sphérique due à l'objectif n'est pas mentionnée. La cause en est que les raisonnements qui précèdent et qui amèneront pour l'aberration chromatique la relation $\angle nmK < \angle NMK$ étaient dans l'esprit de Huygens également applicables à l'aberration sphérique. Pour le comprendre on doit savoir que Huygens va traiter dès ici cette dernière aberration d'une manière absolument différente de celle qu'il avait suivie auparavant dans les „Rejecta”. Nous voulons dire qu'il va remplacer la considération des „cercles d'aberration” (voir la note 3 de la p. 315) par celle de l'„angle d'aberration” et c'est même probablement pendant la rédaction du texte présent qu'il s'est décidé à introduire cette nouvelle méthode qui lui était suggérée sans doute par la méthode analogue suivie dans le traitement de l'aberration chromatique. En effet, on trouve en marge du texte l'annotation suivante: „in theoremate de aberrationibus ex figura, dicendum non circellorum aberrationis diametros sed angulos aberrationis esse ut quadrata aperturarum.” Or, il est évident que le théorème en question n'est autre que la Prop. VIII, Part. II, p. 315 et que cette annotation indiquait l'intention de réviser cette partie de sa Dioptrique par l'introduction de la notion nouvelle. Mais il est vrai que l'annotation fut biffée plus tard.

Voyons maintenant ce que signifie, ici et dans la suite, cette notion d'„angle d'aberration” appliquée à l'aberration sphérique. Considérons à cet effet dans la Fig. 38 le rayon **BD** qui passe par le bord de la lentille **DP**. Par suite de l'aberration sphérique il ne se rendra pas, après la réfraction, au point **N**, correspondant au point **B** par rapport à cette lentille,

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



vero **em** quam **EM**, ut mox ostendemus, erit in aberratione quæ ex figura oritur, minor **gn** quam **GN**¹⁾, in altera vero aberratione hæ erunt æquales. Itaque semper angulus **nmg** minor quam **NMG**. Erat autem et **nmk** minor quam **NMK**, ergo totus **gmK** minor quam **GMK**. Atqui angulo **gmk** æqualis erat **rms**, et angulo **GMK** æqualis **RMS**. Ergo et **rms** minor quam **RMS**; ab his vero angulis pender aberratio intra oculum uti ostensum fuit cum de telescopiorum aperturis ageremus²⁾. Ergo minor hæc erit breviori huic quam longiori microscopio; quod tertio loco erat demonstrandum.

Cæterum eadem fere proportionem sese superabunt, quæ rectæ **NK**, **nk**, hoc est, quæ foci distantie **PO**, **po**, quantenus anguli **NMG**, **nmg**, ob parvitatem negligi possunt³⁾.

Quod autem dictum fuit minorem esse **em** quam **EM**, sic ostendetur. Sint puncta quibus rectæ **DM**, **dm** axes interfecant ad **H**, **h**. Facile itaque ex superius expositis intelligitur tam angulos **NDP**, **ndp**, quam **HDP**, **hdp** esse æquales; cumque minor sit **dp** quam **DP**, erit et **ph** minor quam **PH**. Eademque proportionem **hn** minor quam **HN**. Sed

mais il suivra la route **DHKM** pour prendre enfin la direction **MS**. Au contraire le rayon partant de **B** qui suivra l'axe du système optique, conservera la direction de cet axe, c'est-à-dire qu'en sortant de la lentille **E** il sera parallèle à la droite **RM**. Si donc on suppose que l'œil ne possède pas d'aberration sphérique, la distance entre les points où ces deux rayons atteignent la rétine sera proportionnelle à l'angle **SMR** qui n'est autre que l'angle d'aberration dont il s'agit. Toutefois, pour le calculer, on le remplace par un autre angle qui lui est égal et qu'on trouve comme il suit: considérons un rayon **SM**, on suit alors qu'il prendra, après la réfraction par la lentille **E**, la direction **MK**; de l'autre côté le rayon **RM** sera dirigé vers un point **G** situé de telle manière que **GN** représente l'aberration sphérique de ce rayon. On aura donc d'après la Prop. VI, p. 475, $\angle SMR = \angle GMK$. Il est vrai qu'en général, comme Huygens le remarque dans l'alinéa qui suit, l'angle **GMN** peut être négligé par rapport à l'angle **NMK**, lequel peut donc, comme Huygens le fera plus loin, être considéré comme l'angle de l'aberration sphérique du microscope; mais dans le cas présent il n'est pas nécessaire de recourir à cette approximation, puisque, comme il est prouvé dans le texte, $\angle gmn < \angle GMN$ et que de même $\angle nmK < \angle NMK$, **nk** étant plus petit que **NK** par suite de la similitude indiquée dans la note 1, p. 538. Consultez encore la note 1, p. 542 qui suit.

²⁾ Voir la p. 491 où il est montré successivement comment l'aberration chromatique dépend des angles **NKM**, **DKL**, **KDE** de la figure 25, le dernier de ces angles correspondant à l'angle **RMS** de la figure 38.

³⁾ Consultez sur le rapport qui existe entre les angles **NMG** et **NMK** la note 4 de la p. 555.

NE. Par conséquent, **he** est plus petite que HE. Et comme les angles **ehm** et EHM sont égaux, **em** sera plus petite que EM, ce qui restait à démontrer.

Or, comme la netteté de l'image se trouve être plus grande dans le plus court des microscopes, et que la clarté est la même dans ces deux instruments, il s'ensuit que l'ouverture de la lentille **pd** peut être augmentée quelque peu jusqu'à ce que l'angle d'aberration **rms** devienne égal à l'angle RMS, et qu'ainsi, le reste étant le même, le microscope plus court donnera des images plus lumineuses.

Il y a donc ici une progression infinie de clarté ¹⁾. En effet, la clarté devient d'autant plus grande que la petite lentille **pd** considérée est plus forte.

La largeur auprès de la pupille, dont nous avons parlé plus haut ²⁾, n'y fera pas d'obstacle; au contraire, dans les microscopes plus courts cette largeur augmentera aussi. En effet, si l'on prend d'abord, comme ci-devant, les ouvertures proportionnelles aux distances focales, et si l'on prolonge les droites DN et **dn** jusqu'à ce qu'elles coupent les lentilles EZ et **ez** aux points I et **i**, EI et **ei** seront les demi-largeurs auprès de la pupille, parce qu'à partir des points I et **i** les rayons qui ont suivi les chemins BD, DI et **bd**, **di**, tendront parallèlement vers la pupille. Mais ces longueurs EI et **ei** seront évidemment égales, parce que les distances focales NE et **ne** sont égales, ainsi que les angles ENI et **eni**; en effet, les angles DNP et **dnp**, opposés à ces derniers, sont égaux. Mais si l'ouverture **pd** devient plus large, il apparaît que **ei** deviendra aussi plus grande que EI ³⁾.

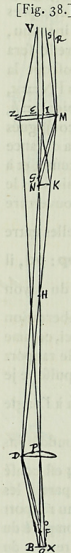
PROPOSITION XV.

Après avoir expliqué ceci nous examinerons ensuite comment on peut rendre les microscopes plus courts et plus grossissants, en conservant la même clarté et la même netteté, ainsi que la même largeur auprès de la pupille, qu'on trouve dans un microscope donné et aussi la même valeur du rapport BP:PN ⁴⁾.

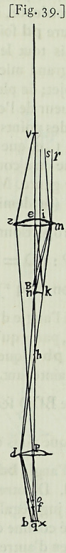
Dans cet examen nous traiterons séparément l'aberration qui résulte de la dispersion du rayon et celle qui provient de la sphéricité de la figure et en premier lieu celle provenant de la dispersion.

¹⁾ Primitivement cette phrase se terminait par les mots „quatenus unam hanc, quæ ex radij dissipatione fit aberrationem respiciam. Quia tunc rursus breviori telescopia jam invento aliud brevius reperiri poterit". Il est donc évident que dans sa première rédaction toute cette partie du texte ne visait qu'au traitement de l'aberration chromatique; ce qui explique la manière sommaire et incomplète dont l'autre aberration y fut introduite plus tard. En effet, la seule phrase qui la regarde: „erit in aberratione, quæ ex figura oritur minor **gn** quam GN, in altera vero aberratione hæ erunt æquales" (p. 541) fut ajoutée en marge à la rédaction primitive où l'on lisait comme il suit le passage en

[Fig. 38.]



[Fig. 39.]



ne est æqualis NE. Ergo **he** minor quam HE. Et quia anguli æquales **ehm**, EHM erit **em** minor quam EM, quod ostendendum supererat.

Cum autem magis distincta visio breviori hoc microscopio obtingat quam longiori, sitque claritas in utroque eadem, sequitur aperturam lentis **pd** aliquantum augeri posse, donec aberrationis angulus **rms** fiat æqualis RMS, atque ita cæteris paribus, clarius fieri brevius microscopium.

Est ergo progressus claritatis hic infinitus ¹⁾, quippe quæ eo magis augetur quo acutius ponetur lenticula **pd**.

Neque vero obstat Latitudo ad Pupillam superius explicata ²⁾. sed contra hæc quoque in brevioribus augebitur. Primum enim positis ut ante aperturis proportionalibus ad foci distantias, productisque rectis DN, **dn**, donec lentibus, EZ **ez**, occurrant in punctis I, **i**. Erunt EI, **ei**, latitudines ad pupillam dimidiæ, quia à punctis I, **i** radij ad pupillam paralleli pergunt per BD, DI et **bd**, **di**, advenientes, quas quidem EI, **ei** æquales esse constat, quia æquales sunt foci distantia NE, **ne**, itemque æquales anguli ENI, **eni**; quia nempe ipsi oppositi DNP, **dnp** sunt æquales. Quod si jam igitur latior fiat apertura **pd**, appareat et **ei** majorem fieri quam EI ³⁾.

[PROPOSITIO XV.]

His explicatis inquiremus jam porro quomodo servata eadem claritate et distinctione, itemque latitudine ad pupillam quæ est in microscopio dato, nec non ratione BP ad PN, breviora fieri possint, quæque simul res visas magis amplificent ⁴⁾.

Qua in re aberrationes quæ ex dissipatione radij, quæque ex figura spherica oriuntur, seorsim adhibebimus, et prius illam, quæ ex dissipatione.

question: „Quia autem æquales sunt GN, **gn**, major autem EM quam **em**, ut mox ostendemus, erit ang. NMG major quam **nmg**."

²⁾ Voir la p. 533.

³⁾ On trouve encore en marge: „nihil obstat quoque perfectæ visionis profunditatem." Voir le § 10 de l'Appendice X, p. 687.

⁴⁾ Voir pour l'avant-projet de ce qui se rapporte à cette proposition la première Partie du § 11 de l'Appendice IX à commencer par le dernier alinéa de la p. 645.

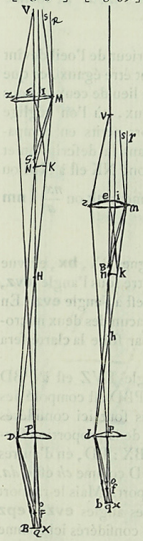
Supposons de nouveau que nous ayons affaire à deux microscopes [Fig. 38 et 39] et que tout soit comme dans le cas de la proposition précédente, à cela près que, dans le plus petit, le rapport de **pb** à la demi-ouverture **pd** soit inconnu, ainsi que la distance focale **ne** de la lentille oculaire. Mais tout le reste sera construit comme auparavant. Soit en outre dans le plus grand microscope la distance **PB** = **b**, c'est-à-dire celle de la petite lentille **P** à l'objet; de plus **PN** = **c**, **NE** = **d**, **PD** (largeur de la demi-ouverture) = **a**; **BX** (longueur de l'objet) = **h**, **NK** = **n**. Supposons toutefois que les distances **PN** et **PB** des points conjugués soient entre elles dans un rapport plus grand que de 6 ou 7 à 1, et que la distance focale **EN** soit plus grande que la distance focale **PO**, comme on a coutume, et à bon droit ¹⁾, d'arranger les choses dans les microscopes de ce genre. Mais dans le plus petit microscope prenons la distance **pb** = **f**, et **pd** (la demi-ouverture cherchée) = **x**. On aura **pn** = $\frac{cf}{b}$, puisque nous prenons proportionnelles entre elles les grandeurs **PB**, **PN**; **bp**, **pn**. Or, si l'on avait eu **BP** : **PD** = **bp** : **pd**, il apparaîtrait que l'on aurait **pd** = $\frac{fa}{b}$, et que l'angle d'aberration **bdq** ²⁾ du rayon venant du point **n** et tombant sur la lentille **p** serait égal à l'angle d'aberration **BDQ** du rayon venant du point **N** et tombant sur la lentille **P**, parce qu'ici, comme dans le cas de la proposition précédente, **NP** : **np** = **PB** : **pb** et que le rapport des distances focales **PO** : **po** a aussi la même valeur. Mais maintenant, puisque je pose la demi-ouverture **pd** = **x** et non pas = $\frac{fa}{b}$, l'angle **BDQ** sera à l'angle **bdq** comme $\frac{fa}{b}$ est à **x**. En effet, d'après la loi de l'aberration que nous considérons ici, **bq** a toujours le même rapport à **pd** ³⁾; par conséquent, l'angle **bdq** est censé croître ou diminuer proportionnellement à l'ouverture **pd**. D'autre part, si les angles **NDK** et **ndk** étaient égaux, le rapport **NK** : **nk** serait jugé égal au rapport **PN** : **pn**. Mais maintenant le rapport **NK** : **nk** sera considéré comme composé du rapport **PN** : **pn** et du rapport des angles **NDK** et **ndk**, en d'autres termes du rapport **PB** : **pb** ou **b** : **f**, et du rapport des angles **BDQ** et **bdq** ⁴⁾, lequel, comme nous l'avons dit, est égal à celui des grandeurs $\frac{fa}{b}$ et **x**. Par conséquent, le rapport

¹⁾ Comparez la note 7 de la p. 527.

²⁾ Le point **q** est, par conséquent, le point d'intersection des lignes **df** et **bx**.

³⁾ Voir la p. 485, où il est montré que le diamètre **GF** (Fig. 23) du cercle d'aberration est toujours dans un rapport constant avec le diamètre **AB** de l'ouverture de la lentille. Toutefois on doit remarquer qu'au lieu cité il s'agit de l'aberration près du foyer, tandis qu'ici on a affaire à l'aberration latérale auprès d'un point arbitraire; mais il est très facile de prouver que cette extension est permise. À cet effet il suffit de considérer les points **E** et **D** de la figure

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



Ponantur bina rursus microscopia [Fig. 38 et 39], atque omnia eadem quæ propof. præcedenti, nisi quod incerta fit, in minori, ratio **pb** ad femiapertura **pd**; itemque incerta lentis ocularis foci distantia **ne**. cætera vero omnia eodem modo contruantur. Porro in majori microscopio distantia **PB** fit $\propto b$, quæ nempe lenticula **P** abest à visibili. **PN** $\propto c$; **NE** $\propto d$. femiapertura latitudo **PD** $\propto a$. **BX** longitudo rei visæ $\propto h$, **NK** $\propto n$. Ponamus autem distantias punctorum conjugatorum **PN** ad **PB** esse in ratione majori quam 6 vel 7 ad 1, et foci distantiam **EN** majorem esse foci distantia **PO**. quemadmodum hæc in hujusmodi microscopijs rectè ¹⁾ statui solent. at in minori microscopio assumatur distantia **pb** $\propto f$; femiapertura quæ sita **pd** $\propto x$. Erit autem **pn** $\propto \frac{cf}{b}$ quia proportionales ponimus **PB**, **PN**; **bp**, **pn**. Quod si fuisset ut **BP** ad **PD** ita **bp** ad **pd**, appareret futuram **pd** $\propto \frac{fa}{b}$, et angulum aberrationis **bdq** ²⁾, radij ex **n** venientis in lentem **p**, æqualem futurum angulo aberrationis **BDQ** radij ex **N** venientis in lentem **P**: quia sicut prop. præcedenti ita hic quoque ut **NP** ad **np**, ita **PB** ad **pb**, et ita quoque foci distantia **PO** ad **po**. Nunc vero quia femi-aper-turam **pd** pono $\propto x$, non autem $\propto \frac{fa}{b}$, erit ut $\frac{fa}{b}$ ad **x** ita angulus **BDQ** ad angulum **bdq**. Semper enim, ex lege aberrationis quam hic consideramus, **bq** ad **pd** eandem rationem servat ³⁾, ac proinde quoque censetur angulus **bdq** proportionaliter crescere aut minui cum apertura **pd**. Rursus si æquales essent anguli **NDK**, **ndk**, censetur esse **NK** ad **nk** ut **PN** ad **pn**, nunc vero ratio **NK** ad **nk** componi censetur ex rationibus **PN** ad **pn**, et ea quæ anguli **NDK** ad **ndk**, hoc est ex rationibus **PB** ad **pb**, seu **b** ad **f**, et anguli **BDQ** ad **bdq** ⁴⁾, quam diximus esse eandem quæ $\frac{fa}{b}$ ad **x**; ac proinde ratio **NK** ad **nk** erit quæ rectanguli **fa** ad

²⁾ de la p. 485 comme les points correspondant au point **N** respectivement pour les rayons violets et les rayons rouges et de remarquer que, si l'on n'a égard qu'à l'aberration chromatique, la situation de ces points est indépendante de la largeur **AB** de la lentille.

Comparez encore la Prop. XVI, p. 553, où la même question est traitée autrement, c'est-à-dire à l'aide du lemme 1 de la p. 551.

⁴⁾ Puisqu'on a $\angle NDK$ ou $\angle NDM = \angle BDQ$ ou $\angle BDF$, comme il a été montré à la p. 539, et de même $\angle ndk = \angle bdq$.

NK : nk sera égal à celui des rectangles fa et fx , ou bien à $a : x$. Et comme $NK = n$, on aura $nk = \frac{nx}{a}$.

Pour que, en premier lieu, l'angle d'aberration à l'intérieur de l'oeil devint égal dans les deux cas, les angles KMG et **kmg** devraient être égaux, ce que l'on peut conclure de ce qui a été dit plus haut ¹⁾. Mais au lieu de ceux-ci nous admettrons que les angles KMN et **kmn** doivent être égaux, où l'on néglige les accroissements NMG et **nmg**, attendu qu'ils sont fort petits en comparaison de ces angles eux-mêmes, comme cela apparaîtra dans la description et dans le calcul, qui suit, de notre microscope ²⁾. Comme donc NK est à NM ou NE, c'est-à-dire comme n est à d , ainsi sera approximativement nk ou $\frac{nx}{a}$ à nm

ou ne, laquelle est donc égale à $\frac{dx}{a}$.

Ensuite, comme la même longueur, celle des petites lignes BX, **bx**, est vue dans le microscope donné sous l'angle EVZ, et dans l'autre sous l'angle **evz**, l'angle PBD doit être à l'angle **pbd** comme l'angle EVZ est à l'angle **evz**. En effet, de cette façon la quantité de lumière qui entre dans chacun des deux microscopes sera proportionnelle à la grandeur apparente; et par suite la clarté sera pour chacun d'eux la même.

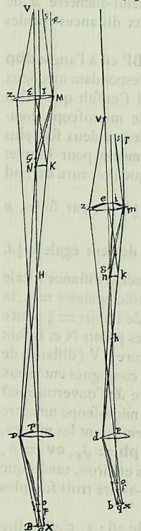
Par conséquent, en permutant, on aura aussi que l'angle EVZ est à PBD comme **evz** est à **pbd**. Or, le rapport des angles EVZ et PBD est composé des rapports EVZ : EPZ (ou BPX) et BPX : PBD; lesquels sont ici considérés comme égaux respectivement à PE : EV, ou bien (à cause de la proportion formée par les trois grandeurs PN, PE et PV) PN : NE et BX : PD, en d'autres termes à $c : d$ et $h : a$; l'angle EVZ sera donc à l'angle PBD comme ch est à da . C'est pourquoi l'angle **evz** aura à l'angle **pbd** ce même rapport. Mais le rapport de l'angle **evz** à l'angle **pbd** est composé des rapports des angles **evz** et **epz** (ou **bpx**) et des angles **bpx** et **pbd**, lesquels rapports sont considérés ici comme égaux respectivement à **pe : ev**, ou **pn : ne**, et **bx : pd**, en d'autres termes à $\frac{cf}{b} : \frac{dx}{a}$ et $h : x$; il s'en suit que le rapport composé de $\frac{cf}{b} : \frac{dx}{a}$ et de $h : x$, en d'autres termes le rapport $\frac{cfh}{b} : \frac{dxx}{a}$, sera égal au rapport $ch : da$. On en tire

$$xx = \frac{aaf}{b} \text{ et } x = a\sqrt{\frac{f}{b}}.$$

On trouve donc ici, comme chez les télescopes ³⁾, que lorsque la clarté reste la même ainsi que l'aberration provenant de la dispersion, les ouvertures des len-

¹⁾ Voir la p. 539 où il est montré que les angles GMK et **gmK** sont égaux aux angles RMS et **rms** dont dépend l'aberration.

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



rectang. fx seu quæ a ad x , cumque NK sit $\propto n$, erit **nk** $\propto \frac{nx}{a}$.

Jam quo aberrationis angulus utrobique intra oculum æqualis fiat, debent esse æquales anguli KMG, **kmg**; ut ex superioribus intelligi potest ¹⁾. Sed pro his ponemus æquales esse debere angulos KMN, **kmn**, neglectis accessionibus angulorum NMG, **nmg**; quia minimi sunt illorum respectu, ut apparebit in descriptione et calculo sequenti microscopij nostri ²⁾. Sicut igitur NK ad NM seu NE, hoc est sicut n ad d , ita censetur esse **nk**, hoc est $\frac{nx}{a}$ ad nm seu ne, quæ itaque $\propto \frac{dx}{a}$.

Jam porro quia eadem longitudo lineolarum BX, **bx**, in dato quidem microscopio spectatur angulo EVZ, in altero autem percipitur angulo **evz**; debet esse ut angulus EVZ ad **evz** ita PBD ad **pbd**; sic enim lux hausta utroque microscopio erit ut apparens magnitudo; ac proinde eadem utrique claritas.

Itaque permutando etiam erit angulus EVZ ad PBD ut **evz** ad **pbd**. anguli autem EVZ ad PBD ratio componitur ex rationibus EVZ ad EPZ sive BPX, et BPX ad PBD; quæ censentur hic eadem ac PE ad EV, sive (ob proportionales PN, PE, PV) PN ad NE, et BX ad PD. hoc est, eadem quæ c ad d , et h ad a ; ac proinde erit angulus EVZ ad PBD ut ch ad da . quare et angulus **evz** ad **pbd** hanc eandem habebit rationem. Atqui ratio anguli **evz** ad **pbd**, componitur ex rationibus ang. **evz** ad **epz**, sive **bpx**, et **bpx** ad **pbd**; quæ censentur hic eadem ac **pe** ad **ev**, sive **pn** ad **ne**, et **bx** ad **pd**. hoc est eadem quæ $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dx}{a}$, et h

ad x . ac proinde ratio composita ex $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dx}{a}$ et h ad x , hoc est ratio $\frac{cfh}{b}$ ad $\frac{dxx}{a}$, erit

eadem quæ ch ad da . Unde fit $xx \propto \frac{aaf}{b}$; et $x \propto a\sqrt{\frac{f}{b}}$.

Invenitur itaque hic, sicut in Telecopijs ³⁾, ut si maneat eadem claritas eademque aberratio ex dissipatione, prodeant aperturæ lentium quæ rei visæ obvertuntur,

²⁾ Voir la Prop. XVI, p. 553. Ajoutons qu'on lisait primitivement au lieu de la dernière partie de cette phrase: „ac tantum ut 1 ad 31 circiter in nostro microscopio quod paulo post describemus.”

³⁾ Comparez l'alinéa qui commence par les dernières lignes de la p. 487.

tilles qui se trouvent du côté de l'objet sont proportionnelles aux racines carrées des distances focales, car comme $\sqrt{b}$ est à $\sqrt{f}$ ainsi le demi-diamètre a de l'ouverture est ici à x . Or, b et f sont proportionnelles aux distances focales PO et po.

Ensuite comme, d'après ce que nous avons dit, l'angle DBP est à l'angle dbp dans un rapport égal à celui des grandeurs apparentes correspondant aux deux microscopes, c'est-à-dire à celui des angles ZVE et zve, il s'ensuit que si l'on veut que le grossissement soit deux fois plus grand dans le microscope composé des lentilles e et p que dans l'autre, l'angle dbp doit être deux fois plus grand que l'angle DBP, afin que la clarté demeure la même pour l'un et pour l'autre. Il en résulte encore, puisque $BP:PD = b:a$, que l'on aura $bp:pd$

(c'est-à-dire $f:a\sqrt{\frac{f}{b}} = b:2a$). On aura donc $f = \frac{1}{2}b$ et, par suite, x (ou $\sqrt{\frac{aaf}{b}} = \frac{1}{2}a$. Et la distance focale ne, qui était $\frac{dx}{a}$, devient égale à $\frac{1}{2}d$.

Supposons donc un microscope tel que le nôtre, dans lequel la distance focale PO de la petite lentille est de $\frac{7}{8}$ pouce, celle EN de la lentille oculaire = 2, la distance NP = 7 pouces, et par conséquent la distance PB de l'objet = $\frac{3}{8}$ pouce d'après la proposition XX, Part. I, Liv. I^{er}), attendu que les points N et B sont conjugués entre eux par rapport à la lentille P. On a encore EV (distance de l'oeil à la lentille E) = $\frac{1}{8}$, parce que les points P et V sont conjugués entre eux par rapport à cette lentille. De même PD, le demi-diamètre de l'ouverture, est égal à $\frac{1}{8}$. Ceci étant supposé, on construira à l'aide de ce microscope un autre grossissant les objets deux fois plus, la clarté et la netteté demeurant les mêmes, pour lequel on aura po = $\frac{1}{8}$, en = 1, la distance np = $\frac{1}{8}$, pb = $\frac{1}{8}$, ev = $\frac{1}{8}$, pd = $\frac{1}{8}$, et dont la longueur totale vb est donc de $4\frac{1}{2}$ pouces environ, tandis que VB, la longueur du nôtre, est de $12\frac{1}{2}$ pouces environ, c'est-à-dire trois fois plus grande.

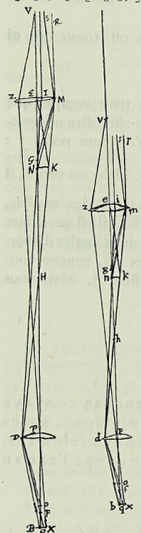
Or, dans notre microscope le grossissement linéaire est de 36:1, c'est-à-dire que, d'après ce que nous avons dit à la proposition. XII²⁾, la largeur de l'objet paraîtra dans cette mesure plus grande que lorsqu'on le considérerait à l'oeil nu à une distance de 8 pouces; parce que, comme cela a été démontré à l'endroit cité, ce rapport est composé du rapport PN:NE et de celui de la longueur de 8 pouces à PB, c'est-à-dire, des rapports 7:2 et 8: $\frac{3}{8}$, lesquels produisent le rapport 36:1.

Cependant nous démontrerons que la largeur auprès de la pupille, dont nous avons parlé plus haut³⁾, est la même chez les deux microscopes. En effet, dans le plus grand on a NP (ou c):PD (ou a) = NE (ou d):EI; EI, la largeur

¹⁾ Lisez plutôt: „sunt autem ut b ad f ita foci distantia PO ad po.”

²⁾ Voir la p. 99.

[Fig. 38.] [Fig. 39.]



in subduplicata ratione foci distantiarum. nam ut $\sqrt{bad}\sqrt{f}$, ita hic aperturae semidiameter a ad x . Sunt autem b et f foci distantia PO et po¹⁾.

Porro quoniam, sicut magnitudines apparentes in utroque microscopio, hoc est sicut angulus ZVE ad zve, ita diximus esse angulum DBP ad dbp, sequitur si multiplicatio duplo major postuletur in microscopio ex lentibus e et p composito quam in altero; debere angulum dbp duplo majorem esse quam DBP, ut eadem in utroque servetur claritas. Ac proinde cum BP sit ad PD, ut b ad a , fore

bp ad pd, hoc est f ad $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ ut b ad $2a$. Unde fit $f \propto \frac{1}{2}b$,

atque hinc x sive $\sqrt{\frac{aaf}{b}} \propto \frac{1}{2}a$. Et foci distantia ne, quae erat $\frac{dx}{a}$, $\propto \frac{1}{2}d$.

Sic, posito microscopio quale est nostrum, in quo lenticularum foci distantia PO est $\frac{7}{8}$ partium qualium pollex est 1, lentis ocularis foci distantia EN $\propto 2$, distantia NP $\propto 7$; ac proinde distantia rei visae PB $\propto \frac{3}{8}$, ex propof. [XX, Part. I, Lib. I]²⁾, quia nempe ad lentem P conjugata sunt puncta N et B. Item EV $\propto \frac{1}{8}$, distantia nempe oculi a lente E, quia ad eam conjugata sunt puncta P et V. Item semidiameter aperturae PD $\propto \frac{1}{8}$. His inquam positis, fiet hinc aliud duplo magis res visas ampliandi microscopium servata eadem claritate ac distinctione, in quo po erit $\frac{1}{8}$; en $\propto 1$; distantia np $\propto \frac{1}{8}$; pb $\propto \frac{1}{8}$; ev $\propto \frac{1}{8}$; pd $\propto \frac{1}{8}$. Cujus itaque longitudo tota vb circiter $4\frac{1}{2}$ pollicum cum nostri longitudo VB sit circiter $12\frac{1}{2}$ poll. eoque fere triplo major.

Est autem in nostro amplificatio ratione diametri, ea quae 36 ad 1, ut nempe secundum ea, quae propof. [XII]³⁾ diximus, tanto auctior appareat rei visae latitudo quam si ab octo pollicum distantia nudo oculo spectaretur; quoniam, ut ibi ostensum fuit, proportio haec componitur ex rationibus PN ad NE, et ea quae longitudinis 8 poll. ad PB, hoc est, ex rationibus 7 ad 2 et 8 ad $\frac{3}{8}$, quae efficiunt rationem 36 ad 1.

Latitudo autem ad pupillam, de qua in superioribus⁴⁾, in utroque microscopio eadem esse probatur. Quia cum in majore sit ut NP $\propto c$ ad PD $\propto a$ ita

³⁾ Voir la p. 529.

⁴⁾ Voir la p. 533.

auprès de la pupille, fera donc égale à $\frac{ad}{c}$. Et de même, dans le plus petit, puisqu'on trouve que np (ou $\frac{cf}{b}$) : pd (ou $a\sqrt{\frac{f}{b}}$) = ne (ou $d\sqrt{\frac{f}{b}}$) : ei , on trouve que ei a également la valeur $\frac{ad}{c}$.

Ces considérations seront justes s'il est permis de ne tenir compte que de l'aberration résultant de la dispersion, et il y aura pour ainsi dire une progression infinie à des microscopes plus puissants, puisqu'on peut poser f : $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ comme b est à une autre grandeur quelconque ¹⁾. Mais, en vérité, il faut examiner si l'autre aberration, celle qui provient de la forme des lentilles, ne peut pas déranger plus ou moins ces conclusions. À cet effet, il est nécessaire que nous commençons par soumettre au calcul chacun des deux angles d'aberration dans notre microscope dont nous venons de parler et où, comme nous le savons, ni l'une ni l'autre aberration n'est encore nuisible ²⁾. Mais nous voulons d'abord démontrer le lemme suivant :

Lemme 1 ³⁾.

Soit NPB [Fig. 40] l'axe, O le foyer d'une lentille convexe PD; SD un rayon parallèle à l'axe, lequel envoie donc, après avoir été dispersé par la réfraction, un rayon rouge selon DO; supposons en outre que le rayon violet extrême coupe l'axe au

¹⁾ C'est-à-dire f : $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ comme b à ka , où la grandeur arbitraire ka remplace le terme $2a$ de la proportion qu'on trouve à la p. 549. D'ailleurs la dernière partie de cette phrase fut ajoutée après coup et probablement un peu à la hâte. Elle remplace les mots qui suivent : „quoniam ratio amplificationis seu $\sqrt{b}$ ad $\sqrt{f}$ quam hic posuimus ut 2 ad 1 potest quantumlibet major poni”; mais ces mots, qu'on trouve en marge, et qui furent biffés, remplaçaient déjà à leur tour une rédaction plus primitive, biffée de même, qui était comme il suit : „quoniam rursus ex illo $4\frac{1}{2}$ poll. aliud triplo brevius eodem modo reperitur quodque duplo magis etiam ampliet res visas, nec in caeteris omnibus quicquam deperdat.”

Ajoutons que dans la note 4 de la p. 554 on trouvera indiquée une autre cause qui empêche la progression infinie, dont il est question, c'est-à-dire : l'accroissement, dans les microscopes plus courts, de l'angle NMG, qui a été négligé dans le raisonnement qui précède.

²⁾ Primitivement le texte faisait suivre le calcul que voici, qui fut biffé et remplacé par celui

NE ∞d ad EI, erit EI latitudo ad pupillam $\infty \frac{ad}{c}$. at in minore similiter, quia ut np , hoc est $\frac{cf}{b}$, ad pd , hoc est $a\sqrt{\frac{f}{b}}$, ita $ne \infty d\sqrt{\frac{f}{b}}$, ad ei , invenitur et hæc $\infty \frac{ad}{c}$.

Hæc itaque sic se habebunt si tantum aberrationis ejus quæ ex dissipatione ratio ineunda sit. eritque progressio velut infinita ad majores microscopiorum effectus obtinendos, quoniam poni poterat f ad $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ ut b ad aliam quamlibet ¹⁾. Sed verò examinandum est, an non altera aberratio quæ ex figura oboritur aliquid turbare possit. Quem in finem oportet ut utriusque aberrationis angulum in nostro illo quod diximus microscopio, ubi neutram adhuc nocere scimus, primum calculo investigemus ²⁾. Præmittimus vero Lemma hujusmodi.

Lemma 1 ³⁾.

Sit lentis convexæ PD [Fig. 40] axis NPB. focus in O, radius axi parallelus SD, qui itaque ex refractione dissipatus mittit radium rubrum in DO, sed violaceum extremum ponamus convenire cum axe in R. Quod si jam a puncto in axe N, fera-

qu'on trouve à la Prop. XVI qui suit : „Est ibi, ut jam diximus $PO \infty \frac{7}{6}$, $PB \infty \frac{5}{6}$, quæ superat PO tantum $\frac{1}{3}$ circiter. quamobrem aberratio FB ex dissipatione radij ND, recte censebitur $\frac{1}{30}$ PB, sicut aberratio radij axi paralleli esset $\frac{1}{30}$ BO; et BQ $\frac{1}{30}$ PD. Sed PD est $\frac{1}{30}$ poll. ergo BQ $\infty \frac{1}{1000}$. Cumque sit ut $PB \infty \frac{5}{6}$, ad PN $\infty \frac{7}{6}$, ita BQ $\infty \frac{1}{1000}$ ad NK, erit NK $\infty \frac{1}{1000}$. Sicut autem NM sive NE $\infty 2$, ad NK $\infty \frac{1}{1000}$, ita est radius tabularum 100000 ad 450 tangentem ang. $15\frac{1}{2}$ scrup. primorum. Ergo NMK angulus aberrationis ex dissipatione in microscopio nostro fit $15\frac{1}{2}$. Idemque erit in breviori illo pollicum $4\frac{1}{2}$, et omnibus deinceps diminutis, quia hæc conditio æqualis aberrationis in investigatione posita fuit.”

Or, il est évident que Huygens au moment de finir ce calcul n'a pas été satisfait de la supposition que l'aberration FB du rayon ND pouvait être égalisée à celle d'un rayon parallèle à l'axe passant par le même point D. Et cette remarque faite, il lui était facile de trouver le lemme qui va suivre et qui, en effet, n'est qu'une conséquence presque immédiate de la Prop. VI de la p. 475. D'ailleurs, comme on va le voir, l'emploi de ce lemme apportera une modification assez sensible au résultat du calcul.

³⁾ Consultez sur l'origine de ce lemme la note qui précède.

point R. Or, si du point N, situé sur l'axe, part le rayon ND qui tombe sur cette même lentille et qui, dispersé par la réfraction, envoie son rayon rouge au point B et son rayon violet extrême au point F, je dis qu'on pourra considérer l'angle BDF comme égal à l'angle ODR; et la différence sera d'autant plus faible que les surfaces de la lentille se couperont en D sous un plus petit angle et que les points B et O seront moins éloignés l'un de l'autre.

En effet, comme le rayon rouge, contenu dans le rayon incident SD, continue sa route suivant DO, tandis que le rayon rouge, contenu dans le rayon ND, prend le chemin DB, l'angle BDO fera, d'après la proposition VI ¹⁾, à-peu-près égal à l'angle SDN. De la même façon, comme le rayon violet, contenu dans SD, continue sa route suivant DR, et le rayon violet, contenu dans ND, suivant DF, l'angle FDR fera, d'après la même proposition VI, estimé égal à l'angle SDN. Par conséquent, les angles BDO et FDR sont aussi considérés comme égaux entre eux, et lorsqu'on en retranche la partie commune FDO, les parties restantes BDF et ODR seront pareillement égales, et cela d'autant plus exactement que l'angle en D sous lequel les deux surfaces de la lentille seront inclinées l'une par rapport à l'autre sera plus petit, que les rayons SD et ND tomberont plus normalement sur ces surfaces, et que ces rayons intercepteront entre eux un plus petit angle SDN, comme on le comprendra d'après ce que nous avons dit ²⁾ à propos de la proposition VI. Or, il est évident que SDN est d'autant plus petit que le point B est moins distant du point O; en effet, alors PN est d'autant plus grande, parce que BO, BP et BN forment une proportion d'après la proposition XX ³⁾.

PROPOSITION XVI.

Calculer dans notre microscope l'angle de l'aberration provenant de la dispersion, et examiner quelle peut être sa grandeur dans les télescopes et dans les microscopes, sans que cette aberration soit nuisible ⁴⁾.

Nous effectuerons maintenant de la façon suivante le calcul dont nous avons parlé ⁵⁾. La distance focale de la lentille P [Fig. 41], dont nous négligeons l'épaisseur, était $PO = \frac{1}{10}$ pouce ⁶⁾. Mais PD était égale à $\frac{1}{20}$ pouce. Joignons les

¹⁾ Voir la p. 475.

[Fig. 40.] tur in lentem eandem radius ND, qui ex refractione diffipatus, mittat radium rubrum in B, violaceum extremum in F. dico angulum BDF æqualem cenferi posse angulo ODR, tantoque propius quanto inclinatio superficierum lentis in D erit minore angulo, quantoque minus distabunt puncta B, O.

Cum enim radius ruber qui inest incidenti radio SD, eat in DO; ruber vero qui in radio ND eat in DB, erit ex propof. [VI] ¹⁾ angulus BDO proxime æqualis SDN. Similiterque cum radius violaceus qui inerat in SD, abeat in DR; itemque violaceus qui in ND, abeat in DF; censebitur ex eadem prop. VI ang. FDR æqualis SDN: Itaque æquales inter se censebuntur et BDO, FDR, et ablato communi FDO, erunt similiter æquales BDF, ODR. ac tanto propius quanto et angulus inclinationis superficierum lentis in D erit minoris anguli, et rectiores radij SD, ND in superficies illas incident, radijque ipsi minorem interceptient ang. SDN, ut ex ijs intelligitur quæ ad prop. [VI] supra dicta fuerunt ²⁾. patet autem tanto minorem esse SDN quanto punctum B minus distat ab O, tanto enim major PN, quia proportionales sunt BO, BP, BN ex prop. [XX] ³⁾.

[PROPOSITIO XVI.]

[Angulum aberrationis ex diffipatione in nostro microscopio, et quantus in Telescopijs et Microscopijs nocere non possit, per calculum inquirere.] ⁴⁾

Jam calculum quem diximus ⁵⁾ sic prosequemur. Erat lentis P [Fig. 41], cujus crassitudinem pro nulla habemus, foci distantia $PO \propto \frac{1}{10}$ poll. ⁶⁾ PD vero

²⁾ Voir le dernier alinéa de la p. 479.

³⁾ Voir la p. 99.

⁴⁾ Cet énoncé manque dans le texte. Il fut intercalé par de Volder et Fullenius à la p. 245 de l'édition de 1703; et nous croyons bien faire de nous conformer à cet exemple, ici et dans la suite, parce que, à partir d'ici, la division en propositions est complètement omise dans le manuscrit de Huygens. Voir pour des traitements antérieurs de la même question le § 6 de l'Appendice IX à commencer à la p. 636 sous la raie et le § 12 (p. 651) du même Appendice.

⁵⁾ Voir les dernières lignes du deuxième alinéa de la p. 551.

⁶⁾ Il s'agit toujours du microscope qui fut décrit au troisième alinéa de la p. 549.

points D et O. Il est déjà établi que si un rayon tombe parallèlement à l'axe sur la lentille au point D, ce rayon doit être dispersé par un angle $OD\beta$ égal à $\frac{1}{50}$ de l'angle DOP, comme nous l'avons dit en parlant de la dispersion du rayon ¹⁾. Soit $O\beta$ perpendiculaire à l'axe et puisse $D\beta$ couper cet axe en J. Par conséquent, $O\beta$ sera estimée égale à $\frac{1}{50}$ PD, mais PD était égale à $\frac{1}{50}$ pouce. $O\beta$ sera donc égale à $\frac{1}{1000}$, et OD ou OP, qui était égale à $\frac{1}{70}$, sera à $O\beta$ comme 700 est à 1. Mais, d'après le lemme précédent, le rayon incident ND serait dispersé par un angle égal à $OD\beta$ et cet angle ferait BDQ , attendu que ND envoie, par supposition, un rayon rouge selon DB. Par conséquent, $\angle BDQ = \angle OD\beta$. Mais comme d'autre part le rayon incident BD est dispersé par un angle NDK égal à BDQ pour la raison donnée plus haut ²⁾, c'est-à-dire égal à l'angle $OD\beta$, on aura aussi DN (ou PN) : NK = DO (ou PO) : $O\beta$, c'est-à-dire = 700 : 1. Mais EN : NP = 2 : 7 = 200 : 700. Par conséquent, EN (ou MK) : NK = 200 : 1, c'est-à-dire comme 100000, le rayon de la table, est à 500, c'est-à-dire à la tangente de $17' 12''$ ³⁾; et par conséquent l'angle NMK de cette aberration fera dans notre microscope à peu près égal à $17' 12''$ ⁴⁾.

Cet angle fera de la même grandeur dans le microscope plus court, c'est-à-dire dans celui de $4\frac{1}{2}$ pouces ⁵⁾, et pareillement dans tous les microscopes plus petits construits successivement, parce que cette condition d'une aberration égale a été présumée dans notre investigation ⁶⁾. Or, si à l'angle NMK nous ajoutons l'angle NMG, que nous avons négligé auparavant à cause de sa petitesse, l'angle d'aberration deviendra ici de $17' 42''$ environ ⁷⁾.

¹⁾ Voir la p. 485.

²⁾ Voir la p. 539.

³⁾ Plutôt $17' 10''$.

⁴⁾ Plus généralement, si l'on pose, comme plus haut à la p. 545, $PB = b$, $PN = c$, $NE = d$, $PD = a$, et de plus $O\delta = \eta$, $OP = e$, on trouvera d'après ces calculs $\angle NMK = \frac{ac}{de} \eta$, où η représente l'aberration chromatique longitudinale hors du foyer, laquelle est supposée égale $\frac{1}{50}$.

Calculons encore l'angle GMN qui a été négligé. On trouvera successivement $El = \frac{ad}{c}$,

$IM = \frac{c+d}{c} NK = \frac{\eta a(c+d)}{e}$, $EM = \frac{ad}{c} + \frac{\eta a(c+d)}{e}$, $\angle GMN = \frac{\eta a}{c} + \frac{\eta a(c+d)}{de} =$

$= \left[\frac{de}{c^2} + \eta + \frac{\eta d}{c} \right] \angle KMN$; c'est-à-dire si η a la même valeur pour les deux lentilles, ce qui est toujours supposé par Huygens, qui, de même que Newton, ne semble jamais s'être posé la question si la dispersion ne pourrait différer pour des verres de matières différentes; consultez à ce sujet la note 9, p. 243 du T. VII. Or, dans le microscope en question on a

[Fig. 41.]



¹⁾ Jungatur DO. Constat jam, si radius axi parallelus desuper in D incidat, eum spargi debere angulo $OD\beta$, qui fit $\frac{1}{50}$ anguli DOP, uti diximus cum radij dissipationem exponeremus ¹⁾. Sit $O\beta$ axi perpendicularis quem secet $D\beta$ in J. igitur $O\beta$ censetur $\propto \frac{1}{50}$ PD. sed PD erat $\frac{1}{50}$ poll. Ergo $O\beta \propto \frac{1}{1000}$, et OD seu OP, que erat $\frac{1}{70}$, erit ad $O\beta$, ut 700 ad 1. Sed per lemma præmissum, radius incidens ND dissiparetur angulo qui esset æqualis $OD\beta$, isque angulus esset BDQ , quandoquidem ND ponitur mittere radium rubrum per DB. Itaque ang. $BDQ \propto OD\beta$. Quia vero vicissim radius incidens BD dissipatur angulo NDK , æquali BDQ ex causa in superioribus explicata ²⁾, hoc est angulo $OD\beta$; erit et DN, seu PN, ad NK, ut DO seu PO ad $O\beta$, hoc est ut 700 ad 1. Sed EN est ad NP ut 2 ad 7, five ut 200 ad 700. Ergo EN seu MK ad NK ut 200 ad 1, hoc est ut radius tab. 100000 ad 500 tangentem $17' 12''$ ³⁾; ac proinde angulus aberrationis hujus NMK erit in nostro microscopio proximè $17' 12''$ ⁴⁾.

Idemque erit in breviori illo pollicum $4\frac{1}{2}$ ⁵⁾, et in omnibus deinceps diminutis, quia hæc conditio aberrationis æqualis in investigatione posita fuit ⁶⁾. Quod si angulo NMK addamus ang. NMG, quem ibi ob parvitatem negleximus, fiet hic ang. aberrationis $17' 42''$ circiter ⁷⁾.

$$b = \frac{7}{9}, c = 7, d = 2, a = \frac{1}{20}, e = \frac{7}{10} \text{ et, par conséquent, } \angle GMN =$$

$= \frac{19}{350} \angle KMN = \frac{19}{70000} = 56''$; mais dans les microscopes plus courts, construits d'après les indications des Prop. XIV, p. 535 et XV, p. 543, le rapport $\angle GMN : \angle KMN$ s'accroît de plus en plus. Ainsi dans le cas de la Prop. XIV on a: $d' = ka$, $e' = ke$, $d' = d$, $e' = ke$, $b' = kb$ et dans celui de la Prop. XV: $d' = ka$, $e' = ke$, $d' = kd$, $e' = ke$, $b' = kb$, où $k < 1$. On trouve dans les deux cas $\angle G'M'N' = \left[\frac{d}{k^2} + \eta + \frac{\eta d}{ke} \right] \angle K'M'N'$ où toutefois dans le premier cas $K'M'N' = k \angle KMN$ de sorte que la valeur absolue de l'angle $G'M'N'$ n'est pas plus grande dans le microscope plus court. Mais dans le deuxième cas $\angle K'M'N' = \angle KMN$.

⁵⁾ Consultez, sur les dimensions de ce microscope, la p. 549.

⁶⁾ Primitivement Huygens faisait suivre ici les phrases, biffées depuis: „Addendus quidem esset ang. NMG, sed is non excedit hic $30''$, eoque propter parvitatem negleximus, cum non æquet $1''$.” En vérité on trouve, d'après les calculs de la note 4, pour le microscope de $12\frac{1}{2}$ pouces, $\angle NMG = 56''$, et pour celui de $4\frac{1}{2}$ pouces, $\angle NMG = 91''$.

⁷⁾ En vérité $18' 8''$ pour le microscope étalon de $12\frac{1}{2}$ pouces et $18' 43''$ pour le plus court.

Lemme 2¹⁾.

Soit NPB [Fig. 42] l'axe de la lentille convexe PD. Supposons le foyer en O. SD représente un rayon parallèle à l'axe qui, après la réfraction, se meut selon DH, faisant l'aberration OH. Or, supposons que d'un point N situé sur l'axe parte un rayon ND vers cette même lentille, lequel, après avoir été réfracté, coupe l'axe au point F, et soit B le point conjugué avec N, et FB, par conséquent, l'aberration du rayon ND. Je dis que HO fera à FB à-peu-près comme PO² est à PB², et cela d'autant plus exactement que la distance NP fera plus grande en comparaison de la distance PO²⁾.

En effet, prenons PV sur l'axe égale à PO, et soit HL perpendiculaire à l'axe. Posons PO (ou PV) = c , PD = a , NP = d , HO = n . Alors, comme NV, NP, PO et PB forment une proportion d'après la prop. XX³⁾, on aura $PB = \frac{dc}{d-c}$. Mais comme l'angle LDH est estimé égal à l'angle SDN d'après la proposition VI⁴⁾, c'est-à-dire égal à l'angle DNP, on aura approximativement que NP = d est à PD = a , comme DL (qui est censée égale à PH, c'est-à-dire à $c-n$) est à LH qui aura la valeur $\frac{ac-an}{d}$. Et parce que PD : LH = PF : FH, DP — LH, c'est-à-dire $\frac{da-ac+an}{d}$, fera à DP = a , comme PH = $c-n$ est à PF qui aura la valeur $\frac{dc-dn}{d-c+n}$, en soustrayant cette dernière de PB = $\frac{dc}{d-c}$, on obtient FB = $\frac{ddn}{dd-2dc+cc+dn-cn}$, grandeur qui est à HO = n , comme dd est à $dd-2dc+cc+dn-cn$; or, ce rapport peut être censé égal au rapport de dd à $dd-2dc+cc$ puisque la quantité n est fort petite par rapport aux autres. Mais comme dd est à $dd-2dc+cc$, c'est-à-dire, comme NP² est à NV², ainsi est PB² à PO²; parce que, comme nous l'avons dit, NV est à NP, comme PO est à PB. Par conséquent, FB fera à HO à fort peu près comme PB² est à PO², et cela d'autant plus exactement que l'angle SDN fera plus petit, comme cela ressort de ce que

¹⁾ Voir, sur la question de la validité de ce Lemme, la note 7 de la p. 556.

²⁾ En vérité le rapport HO : FB est donné par la dernière formule de la note 7 de la p. 556. Ajoutons qu'une démonstration du lemme, analogue à celle qui va suivre, se trouve au § 19 de l'Appendice IX, p. 661. Elle doit dater de 1692.

³⁾ Voir la p. 99. La proposition qu'on y trouve conduit à la proportion NV : NP = NP : NB,

[Lemma 2.]¹⁾

Sit lentis convexæ PD [Fig. 42] axis NPB. Focus in O. Radius axi parallelus SD, qui refractus eat per DH, faciens aberrationem OH, a puncto autem in axe, N, feratur ad lentem eandem radius ND, qui refractus conveniat cum axe in F, sitque

B punctum conjugatum ipsi N, adeoque radij ND aberratio FB. Dico HO ad FB fore proximè ut quadratum PO ad quadratum PB tantoque magis quanto distantia NP ad PO comparata major erit²⁾.



Sumatur enim PV in axe æqualis PO, sitque HL axi perpend. Et PO five PV sit $\propto c$; PD $\propto a$; NP $\propto d$; HO $\propto n$. Jam quia proportionales sunt NV, NP; PO, PB ex prop. [XX]³⁾, erit $PB \propto \frac{dc}{d-c}$. Quia vero

angulus LDH æqualis censetur SDN ex propof. [VI]⁴⁾, hoc est angulo DNP, erit proxime ut NP $\propto d$, ad PD $\propto a$, ita DL quæ censetur æqualis PH, hoc est $c-n$, ad LH, quæ erit $\frac{ac-an}{d}$. Et quia PD ad LH

ut PF ad FH, erit DP minus LH, hoc est $\frac{da-ac+an}{d}$ ad DP $\propto a$, ut

PH $\propto c-n$ ad PF, quæ erit $\frac{dc-dn}{d-c+n}$ quæ subtracta a PB $\propto \frac{dc}{d-c}$ fit

FB $\propto \frac{ddn}{dd-2dc+cc+dn-cn}$ quæ ad HO $\propto n$, ut dd ad $dd-2dc+cc+dn-cn$; hæc autem ratio eadem censeri potest quæ dd ad $dd-2dc+cc$, quia quantitas n minima est cæterarum respectu. Sicut autem dd ad $dd-2dc+cc$, hoc est ut quadratum NP ad quadratum NV ita est quadratum PB ad quadratum PO; quia diximus esse ut NV, NP, ita PO ad PB; Ergo erit FB ad HO proxime ut quadratum PB ad quadratum PO, ac tanto quidem magis quanto angulus SDN minor erit,

donc celle du texte se déduit aisément. Elle n'est valable que si l'on néglige l'épaisseur de la lentille; mais on voit facilement qu'on n'a besoin ici que d'une première approximation.

⁴⁾ Voir la p. 475. Inutile de dire que c'est ici que le raisonnement est en défaut. En effet, l'égalité des angles LDH et SDN n'est pas absolue et leur différence est du même ordre de grandeur que le petit angle BDF, d'où il s'ensuit que la valeur de BF à laquelle on arrive ne sera pas exacte. D'ailleurs Huygens lui-même n'a pas manqué de remarquer que c'est ici le point faible de sa démonstration; voir à ce propos le § 19 de l'Appendice IX à la p. 662, où il montre d'une manière ingénieuse, par un exemple, que la supposition de l'égalité de ces angles peut induire en erreur.

nous avons annoté à la proposition VI¹⁾); en d'autres termes d'autant plus exactement que le rapport NP : PO a une plus grande valeur. La proposition est donc démontrée²⁾).

[Fig. 42.] De cette proposition on tire le



Lemme 3³⁾.

Lorsqu'on trace les droites DO et DB, les angles HDO et FDB seront égaux⁴⁾.

En effet, supposons que DO coupe HL en I, et que FE, perpendiculaire à l'axe, rencontre la droite DB en E. Le rapport BF : HO est composé des rapports BF : FE, FE : HI et HI : HO. C'est-à-dire des rapports BP : PD, FE : HI et PD : PO, ou bien des rapports FE : HI et BP : PO. Or, le rapport BF : OH est égal à BP² : PO², d'après ce que nous avons démontré plus haut⁵⁾. Il résulte de tout ceci que le rapport FE : HI est égal au rapport BP : PO, ou FP : PH, parce que FB et HO sont fort petites; ou bien au rapport FD : HD. L'angle FDE est donc censé égal à l'angle HDI à cause de la petitesse des angles DFP et DHP.

PROPOSITION XVII.

Calculer l'angle d'aberration sphérique dans notre microscope⁶⁾.

Nous venons maintenant au calcul dans lequel nous nous proposons de tenir compte de l'épaisseur de la petite lentille P, représentée par TP dans la figure précédente⁷⁾. Or, cette petite lentille possède dans notre microscope une surface plane, savoir la surface inférieure. Et comme la distance focale PO est de $\frac{7}{16}$ pouce, et qu'elle peut être estimée égale au diamètre de courbure de la surface convexe TD⁸⁾, on aura que comme PO, ou $\frac{7}{16}$, est à PD, ou $\frac{1}{16}$, ainsi cette dernière

¹⁾ Voir le dernier alinéa de la p. 479.

²⁾ Ce qui va suivre à propos du Lemme 3 a été ajouté plus tard. Primitivement on y trouvait, biffé depuis, un calcul, fondé sur l'emploi du Lemme 2, de l'angle d'aberration sphérique du même microscope étalon dont l'angle d'aberration chromatique avait été calculé à la proposition XVI, p. 553. Mais nous croyons pouvoir supprimer ce calcul puisqu'il ne diffère de celui qui appartient à la Prop. XVII, p. 561, que par l'usage du Lemme 2, au lieu du Lemme 3, ce qui naturellement conduit au même résultat.

³⁾ Ce lemme est donc le résultat d'une pensée qui est venue à Huygens après l'achèvement du calcul mentionné dans la note précédente. Alors il s'est aperçu qu'on pouvait donner au lemme 2 une forme plus élégante, et plus commode pour le calcul de l'angle d'aberration, par laquelle il se rapprochait singulièrement du lemme 1, qui se rapporte à l'aberration chro-

ur patet ex ijs quæ ad propof. [VI] annotavimus¹⁾); hoc est quanto major ratio NP ad PO. Itaque patet propositum²⁾).

Hinc vero sequitur,

[Lemma 3.]³⁾

Ductis DO, DB, angulos æquales fore HDO, FDB⁴⁾.

Ponatur enim DO secare HL in I, et FE axi perpendicularem occurrere rectæ DB in E. Quia ergo ratio BF ad HO componitur ex rationibus BF ad FE, et FE ad HI et HI ad HO. Hoc est ex rationibus BP ad PD, et FE ad HI, et PD ad PO; hoc est, ex rationibus FE ad HI et BP ad PO. Ratio autem eadem BF ad OH est ea quæ quadrati BP ad quadratum PO, ex ante demonstratis⁵⁾; necesse est rationem FE ad HI eandem esse quæ BP ad PO, five quæ FP ad PH, quia FB et HO sunt minimæ; five quæ FD ad HD. Unde angulus FDE censetur æqualis HDI propter parvitatem angulorum DFP, DHP.

[Fig. 41.]

[PROPOSITIO XVII.]

[Angulum aberrationis ex figura in nostro microscopio per calculum investigare.]⁶⁾

Hinc ad calculum accedimus in quo jam crassitudo lenticulæ P consideranda est, quæ sit TP, in figura superiori⁷⁾. Habet autem lentícula hæc in nostro microscopio superficiem alteram planam quæ deorsum conversa est. Cumque foci distantia PO sit $\frac{7}{16}$ pollicis eademque æqualis centri possit diametro convexitatis superficiæ TD⁸⁾; erit ut PO, five $\frac{7}{16}$ ad PD $\propto \frac{1}{16}$, ita hæc ad TP, quæ fiet $\frac{1}{16}$. Hujus vero $\frac{1}{16}$

matique. En effet, le lemme 3 serait juste s'il en était ainsi du lemme 2, ce qui malheureusement n'est pas le cas.

⁴⁾ En exprimant de deux manières différentes le rapport des triangles FDB et HDO on trouve facilement :

$$\frac{\angle FDB}{\angle HDO} = \frac{DO^2}{DB^2} \times \frac{FB}{HO} = \frac{PO^2}{PB^2} \times \frac{FB}{HO} = \frac{NV^2}{NP^2} \times \frac{FB}{HO} = \frac{(d-c)^2}{d^2} \times \frac{FB}{HO},$$

d'où il résulte, à l'aide de la dernière formule de la note 7 de la p. 556, qu'en négligeant le carré du rapport $c : d$ on aura en vérité :

$$\angle FDB = \left(1 - \frac{(33R_1 - 7R_2)(R_1 + R_2)}{27R_1^2 + 6R_1R_2 + 7R_2^2} c\right) \angle HDO.$$

⁵⁾ Voir le „Lemme 2“, p. 559.

⁶⁾ Cet énoncé est emprunté à la p. 249 de l'édition de 1703. Comparez la note 4 de la p. 553. Voir pour des traitements antérieurs de la même question les §§ 6 et 13 de l'Appendice IX, pp. 634 et 652.

⁷⁾ Il s'agit de la Fig. 41 de la p. 556. On la trouve reproduite ici à côté.

⁸⁾ Voir la Prop. XIV, Part. I, Liv. I, p. 81.

fera à TP, laquelle aura donc la valeur $\frac{7}{235}$. Mais les $\frac{7}{2}$ de cette dernière longueur sont égales à l'aberration O β qui appartient au rayon parallèle à l'axe tombant sur la lentille au point D, parce que la surface plane de la petite lentille est tournée de l'autre côté ¹⁾. Par conséquent O β = $\frac{7}{235}$, ou = $\frac{1}{33.5}$. Mais comme JP ou OP, est à PD, c'est-à-dire comme $\frac{7}{2}$ est à $\frac{1}{2}$, ou 14 à 1, ainsi est JO à O β . Il s'ensuit que O β acquiert la valeur $\frac{7}{33.5}$, et l'on a DO (ou PO) : O β =

[Fig. 41.]

= $\frac{7}{33.5} : \frac{7}{33.5} = 2352 : 1$. Mais d'après le Lemme 3 le rayon incident ND ferait un angle d'aberration BDQ égal à l'angle OD β ; réciproquement le rayon BD fera donc un angle d'aberration NDK égal à BDQ ²⁾, ou OD β . Par conséquent, comme DO, ou PO, est à O β , c'est-à-dire comme 2352 est à 1, ainsi fera DN, ou PN, à NK. Mais comme 2 est à 7, ou comme 672 est à 2352, ainsi est EN à NP ³⁾. On trouve donc, par la règle de la proportion dérangée ⁴⁾, le rapport EN : NK, ou MK : NK, = 672 : 1, c'est-à-dire égal au rapport du rayon 100000 des Tables à 149, tangente de l'angle 5' 8" qui est l'angle NMK ⁵⁾.

Tel est donc dans notre microscope l'angle d'aberration sphérique ⁶⁾. Que la vue en peut supporter sans inconvénient un plus grand, cela résulte de ce que, lorsqu'on retourne la petite lentille PD de sorte que

¹⁾ Comparez la p. 287.

²⁾ D'après la Prop. VI, p. 475.

³⁾ A cause de l'arrangement du microscope étalon, tel qu'on le trouve décrit à la p. 549.

⁴⁾ Voir la note 22 de la p. 304 du T. XI.

⁵⁾ Plus généralement, en appliquant aux longueurs PN, NE, PD, PO les notations de la note 4, p. 554, et en posant de plus O β = $a'e^{-1}$, PT, $\angle$ BDQ = $(1+\zeta)$ OD β , on trouve successivement PT = $a'e^{-1}$ (même dans le cas où la lentille PD ne serait par planconvexe; voir la note 4 de la p. 277), O β = $a'a'e^{-1}$, O β = $a'a'e^{-1}$, $\angle$ OD β = $a'a'e^{-1}$, $\angle$ BDQ = $(1+\zeta)a'a'e^{-1}$, NK = $(1+\zeta)a'a'e^{-1}$ et enfin $\angle$ NMK = $(1+\zeta)a'a'e^{-1}d^{-1}$, où $(1+\zeta)$ représente la correction à apporter d'après la note 4 de la p. 561 à cause de la fausseté du lemme 3. Dans le cas présent où, suivant les notations de cette dernière note, on aura $R_2 = \infty$, $c = PO =$

$\frac{7}{10}$, $d = NP = 7$, la valeur de ζ est égale à $\frac{1}{10}$. On aurait donc en réalité NMK = 5' 39".

⁶⁾ Consultez la note 1 de la p. 540, où il a été montré que le véritable angle d'aberration égale l'angle GMK. Ce n'est donc qu'en négligeant l'angle GMN, qui résulte de l'aberration sphérique de l'oculaire, que Huygens arrive à identifier l'angle NMK avec l'angle de l'aberration sphérique.

Quant au rapport de ces deux angles on a :

$$\frac{\angle GMN}{\angle NMK} = \frac{\angle GNM}{\angle MNK} = \frac{GN \times EM}{EN \times NK} = \frac{e_2 \cdot EM^3}{EN^2 \times NK},$$

où e_2 représente le facteur ζ dans le cas d'une lentille planconvexe) avec lequel on doit

équivalent aberrationi O β quam facit radius axi parallelus in D incidens, quia lenticulae plana superficies in partem alteram obversa est ¹⁾. Ergo O β $\propto \frac{7}{235}$ sive $\frac{7}{33.5}$. Sicut autem JP feu OP ad PD, hoc est, sicut $\frac{7}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, sive ut 14 ad 1, ita est JO ad O β . Ergo fit O β $\propto \frac{7}{33.5}$; et DO feu PO ad O β ut $\frac{7}{2}$ ad $\frac{1}{2}$, sive ut 2352 ad 1. Sed per Lemma [3] radius incidens ND faceret angulum aberrationis BDQ æqualem OD β : ac proinde vicissim radius BD faciet angulum aberrationis NDK æqualem BDQ ²⁾ feu OD β . Ergo ut DO, feu PO, ad O β , hoc est, ut 2352 ad 1, ita erit DN, feu PN, ad NK. Sed ut 2 ad 7, sive ut 672 ad 2352, ita est EN ad NP ³⁾. Ergo ex æquo ⁴⁾ EN ad NK, feu MK ad NK, ut 672 ad 1, hoc est ut in Tabulis semidiameter 100000 ad 149, tangentem anguli 5' 8", qui est angulus NMK ⁵⁾.

Hic igitur in microscopio nostro est angulus aberrationis ex figura ⁶⁾. Quo majorem ferri posse absque visionis incommodo inde apparet, quod inverla lenticula PD, ut pars convexa deorsum spectet, quadruplo fere major fit iste aber-

multiplier l'épaisseur de la lentille EM, calculée d'après la formule de la note 4, p. 277, citée déjà dans la note précédente. Or, pour trouver EM on doit prolonger DN jusqu'au point I où cette droite coupe la lentille EM. Alors EM = EI + IM = $\frac{EN}{NP} \times DP + \frac{EP}{NP} \times NK$, où le deuxième terme dépend de l'aberration sphérique et sera, en général, plus petit que le premier. En effet, dans le microscope étalon, mentionné à la p. 549, on aura $\frac{EP}{NP} \times NK = \frac{9}{7} \times (1+\zeta) \times \frac{1}{336} = \frac{3}{784} (1+\zeta)$ et $\frac{EN}{NP} \times DP = \frac{2}{7} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{70}$. Si donc nous substituons EM < 2EI, il en résulte :

$$(1) \quad \frac{\angle GMN}{\angle NMK} < \frac{8e_2 \cdot EN \times DP^3}{NP^3 \times NK} = \frac{8e_2 a^3}{(1+\zeta)^3 e^4},$$

ce qui amène dans le cas de ce microscope :

$$\frac{\angle GMN}{\angle NMK} < \frac{16e_2}{70000(1+\zeta)},$$

et c'est là, en effet, une petite fraction.

Si, au contraire de ce que nous avons supposé, on aurait EI < IM, on pourrait en conclure EM < 2IM et on trouverait :

$$(2) \quad \frac{\angle GMN}{\angle NMK} < \frac{8e_2 \cdot EP^3 \times NK^2}{NP^3 \times EN^2} = \frac{8e_2^2 e_0 (1+\zeta)^2 (c+d)^3 a^6}{c^2 d^2 e^6},$$

dont la valeur sera petite, si $\frac{a}{c}$, c'est-à-dire si l'angle DOP sera suffisamment petit.

Il est donc clair qu'une condition suffisante pour que l'angle GMN puisse être négligé est celle que les seconds membres des inégalités (1) et (2) représentent tous les deux de petites fractions.

Ajoutons qu'en représentant ces seconds membres par p et q on peut obtenir la valeur approximative du rapport $\angle GMN : \angle NMK$ à l'aide de l'expression $\frac{1}{8} (p + \sqrt{p^2 + 4q})^3$; ainsi donc, dans le cas où les valeurs de ces deux membres sont très différentes, il est permis de diviser le plus grand à-peu-près par 8.

son côté convexe est dirigé vers le bas, cet angle d'aberration devient environ quatre fois plus grand, parce qu'alors l'aberration du rayon qui tomberait parallèlement à l'axe sur la lentille au point D est égale à $\frac{2}{3}$ fois l'épaisseur PT d'après la proposition IV, Part. II¹⁾, aberration qui dans le cas considéré n'était que de $\frac{1}{3}$ PT, c'est-à-dire seulement d'un quart à peu près de la valeur trouvée en dernier lieu. Il s'ensuit que l'angle d'aberration NMK lui aussi se trouve être alors à peu près quatre fois plus grand que celui pour lequel nous venons de trouver la valeur de 5'. Mais, la lentille étant ainsi retournée, on observe à peine quelque affaiblissement de la vision distincte. L'angle de cette aberration peut donc être porté jusqu'à 20 minutes à peu près; quoique l'angle de l'aberration provenant de la dissipation, qui était de 18' environ²⁾, s'y ajoute. En effet, on comprend aisément que dans tous les cas cette dernière aberration s'ajoute à la précédente³⁾.

Or si, dans le microscope plus court, long de $4\frac{1}{2}$ pouces⁴⁾, nous cherchons de la même manière l'angle de l'aberration sphérique, nous trouverons que cet angle-là est également de 20' à peu près⁵⁾. Par conséquent, cet angle sera lui aussi à peine assez grand pour nuire; de sorte que l'effet obtenu avec un microscope de ce genre sera excellent. Mais si nous construisons, d'après la formule de la règle trouvée plus haut⁶⁾, des microscopes encore plus courts et plus grossissants, cet angle d'aberration croîtra toujours; et cette cause empêche donc que, en nous basant sur cette règle, nous ne puissions augmenter indéfiniment la puissance des microscopes. Toutefois, ce qui semblera peut-être merveilleux, nous démontrons qu'il existe une autre règle⁷⁾, qui permet d'obtenir un tel progrès à l'infini. À cet effet nous commençons par établir un Lemme de la forme suivante:

Lemme 4⁸⁾.

Si sur une lentille convexe tombent des rayons parallèles à l'axe ou émanant d'un point situé sur l'axe et éloigné de la

¹⁾ Voir la p. 285.

²⁾ Voir la p. 555.

³⁾ En marge on trouve encore, mais biffée, la démonstration inachevée qui suit: „Si enim radius ND" [Fig. 41, p. 556] „facit aberrationem ex figura BF, fiet ut ex altera aberratione dissipetur angulus quodam ex. gr. FDO, cumque ruber color ponatur ire per DF, violaceus ibit per DO; unde et violaceus qui inest in radio BD ex B manante, interior feretur rectæ DK atque ita ut cum recta DN faciat angulum ipsi BDO æqualem. Itaque et NK"

⁴⁾ Voir la p. 549.

⁵⁾ Puisque dans ce microscope $a = \frac{1}{40}$, $b = \frac{7}{36}$, $c = \frac{7}{40}$, $d = 1$, $e = \frac{7}{40}$, $e_1 = \frac{7}{60}$, on trouvera, d'après les calculs indiqués dans la note 5 de la p. 562, $\angle NMK = (1 + \frac{1}{168}) \times \frac{1}{168} = (1 + \frac{1}{168}) \times$

rationis angulus; quia tunc aberratio radij qui parallelus axi incideret in D æquat $\frac{2}{3}$ crassitudinis PT, ex propof. [IV, Part. II]¹⁾ quæ aberratio hic erat tantum $\frac{1}{3}$ PT, hoc est fere pars quarta tantum istius. Unde et angulus aberrationis NMK fere quadruplus tunc invenitur ejus qui nunc inventus est 5'. Atqui sic inversâ lenticulâ, vix percipitur aliquid distinctæ visioni decedere. Itaque 20 circiter scrupulorum primorum ferri potest angulus istius aberrationis; accedente licet angulo aberrationis quæ ex dissipatione, qui erat fere 18'²⁾. Semper enim hanc aberrationem alteri superaddi facile intelligi potest³⁾.

Quod si in breviori illo $4\frac{1}{2}$ pollicum microscopio⁴⁾, quæramus eodem modo angulum aberrationis quæ ex figura, inveniemus eum quoque 20' circiter⁵⁾; qui proinde vix quoque nocere poterit; ut proinde eximius futurus sit ejusmodi perspicilli effectus. Si vero breviora etiam, ac magis amplificancia moliamur ex præscripto Regulæ superius inventæ⁶⁾ crescet semper iste aberrationis angulus. adeoque hæc causâ impedit quo minus Regulam istam sequentes, infinito progressu microscopiorum virtutem augere possimus. Sed quod mirum fortasse videbitur, aliam suppetere ostendemus Regulam⁷⁾, per quam ejusmodi progressus concedatur. Præmittimus autem Lemma ejusmodi.

Lemma [4]⁸⁾.

Si in lentem convexam radij incident axi paralleli, vel a puncto in axe ultra focum distante manantes, efficiant ij

$\times 20'28''$ où $\xi = \frac{1}{10}$, ce qui amène, en vérité, $\angle NMK = 22'31''$. Quant aux seconds membres des inégalités (1) et (2) de la note 6 de la p. 562, on trouvera que, par la substitution $d' = ka$, $b' = k^2b$, $c' = k^2c$, $d' = kd$, $e' = k^2e$, où $k = \frac{1}{2}$, le premier sera doublé, en comparaison avec le microscope étalon, et le deuxième multiplié avec 29 à-peu-près; ce qui n'empêche pas que le premier ne soit encore presque trois fois plus grand que le deuxième, de manière qu'on aura:

$$\frac{\angle GMK}{\angle NMK} < \frac{329}{70006(1+\xi)} < \frac{1}{241}.$$

⁶⁾ Il s'agit toujours de la règle de la Prop. XV, p. 549, d'après laquelle, si l'on a dans le microscope donné PD (Fig. 38, p. 535) $= a$, PB $= b$, PN $= c$, NE $= d$, PO $= e$, on aura dans le microscope réduit: $pd = ka$, $pb = k^2b$, $pn = k^2c$, $ne = kd$, $po = k^2e$, et, par conséquent (voir la note 5 de la p. 562) $\angle nmk = (1 + \xi) e_1 k^{-2} a^3 c e^{-3} d^{-1}$; ce qui entraîne $\angle nmk = k^{-1} \cdot \angle NMK$.

Ajoutons que, d'après la Prop. XII (voir la p. 529), k^{-1} représente la proportion dans laquelle le grossissement est augmenté dans le nouveau microscope.

⁷⁾ Voir la Prop. XVIII, p. 569.

⁸⁾ On rencontre à la p. 84 du Manuscrit H une leçon antérieure de ce Lemme et de sa démonstration. Cette leçon, qui doit dater d'août 1692, d'après le lieu qu'elle occupe, diffère

lentille à une distance plus grande que la distance focale, ils formeront après la réfraction des angles d'aberration sphérique à peu près proportionnels à la troisième puissance des distances des points d'incidence à l'axe.

Nous démontrerons ce Lemme d'abord pour les rayons parallèles.

Soit PB [Fig. 43] l'axe, G le foyer d'une lentille PS, c'est-à-dire, celui des rayons parallèles à l'axe et situés fort près de lui. L'épaisseur de la lentille soit négligée, puisque la distance entière PS est supposée fort petite en comparaison de PB. Supposons de plus que le rayon parallèle qui tombe sur la lentille au point D se meuve ensuite selon DH, faisant l'aberration GH, mais que celui qui tombe parallèlement sur la lentille au point S se meuve selon SI, faisant l'aberration GI. Lorsqu'on trace les droites DG et SG, les angles d'aberration dont nous voulons parler sont GSI et GDH. Je dis que ces angles sont entre eux à peu près comme les troisièmes puissances de SP et de DP.

En effet, soit GC perpendiculaire à l'axe et puissent les droites DH et SI prolongées couper cette perpendiculaire aux points K et C. Les angles GSC et KDG sont donc censés être entre eux dans le rapport CG : GK, attendu que DP et SP sont fort petites par rapport à PG. Or, le rapport CG : KG est égal à celui composé des rapports CG : GI, GI : GH et GH : GK, dont le premier, CG : GI, est égal à SP : PI ou à SP : PG, parce que IG est fort petite par rapport à PG. D'autre part le deuxième rapport GI : GH est égal au rapport $PS^2 : PD^2$, d'après la prop. VII, part. II¹⁾. Et le troisième rapport GH : GK est égal à HP : PD, c'est-à-dire à GP : PD, parce que HG est fort petite par rapport à GP. Par conséquent, le rapport CG : KG sera composé des rapports SP : PG, PG : PD et $PS^2 : PD^2$. Mais de ceux-ci les deux premiers forment le rapport SP : PD. Le rapport composé des trois rapports en question sera donc égal à $SP^3 : PD^3$. Ainsi nous avons démontré que le rapport CG : KG, ou bien celui des angles d'aberration CSG et KDG, est à peu près égal à $SP^3 : PD^3$, c'est-à-dire au cube du rapport SP : PD.

Supposons maintenant que les rayons incidents tombent sur la lentille aux points D et S viennent d'un point auquel le point B est conjugué, et que BF représente l'aberration du rayon tombant sur la lentille au point D, tandis que BL est l'aberration du rayon qui tombe sur la lentille au point S. Puisque, d'après le lemme 2²⁾, on a donc que PG^2 est à PB^2 comme GH est à BF, et de même comme IG à LB, on obtiendra, par permutation et conversion, $IG : GH = LB : BF$. Mais nous avions $IG : GH = SP^2 : DP^2$, donc aussi $LB : BF = SP^2 : DP^2$. En partant de là on démontrera de la même manière qu'on l'a

si peu de la leçon présente qu'il ne nous a pas semblé nécessaire de la reproduire. Remarquons seulement qu'elle s'arrête à la ligne 2 d'en haut de la p. 569 après avoir ajouté aux mots „distantiarum SP, PD” la formule consacrée: „qu. er. dem.”

refracti angulos aberrationis ex Figura, qui proximè triplicatam rationem habeant ejus, quam distantiae punctorum incidentiae ab axe.

Primo vero de parallelis ostendemus.

Sit lentis PS [Fig. 43] axis PB, focus G, radiorum nempe axi parallelorum ab eoque minimo distantium. Lentis crassitudo pro nulla habeatur, quia tota PS valde exigua intelligitur ad PB comparata. Porro radius parallelus qui in D punctum incidit feratur in DH, faciens aberrationem GH. qui vero in S incidit parallelus feratur in SI, faciens aberrationem GI. Junctis igitur DG, SG, erunt anguli aberrationis quos hic intelligimus GSI, GDH. Quos dico proximè triplicatam rationem habere ejus quæ SP ad DP.

Sit enim GC ad axem perpendicularis, cui occurrant productæ DH, SI in K et C. Censentur igitur anguli GSC, KDG eam habere rationem quæ CG ad GK, cum DP, SP sint minimæ respectu PG. Est autem ratio CG ad KG eadem compositæ ex rationibus CG ad GI, et GI ad GH, et GH ad GK. quarum prima ratio CG ad GI, eadem est quæ SP ad PI, vel quæ SP ad PG, quia IG minima est respectu PG. Item ratio altera GI ad GH est eadem quæ quadrati PS ad qu. PD, per prop. [VII, Part. II]¹⁾. Et tertia GH ad GK eadem quæ HP ad PD, hoc est, quæ GP ad PD, quia HG est minima respectu GP. Itaque ratio CG ad KG, componetur ex rationibus SP ad PG, et PG ad PD, et quadrati PS ad quadratum PD. Sed harum priores duæ efficiunt rationem SP ad PD. Ergo ex tribus composita erit eadem quæ cubi SP ad cubum PD. Itaque ostensum est rationem CG ad KG, sive anguli aberrationis CSG ad KDG, proximè esse eam quæ cubi SP ad cubum PD, hoc est triplicatam rationis SP ad PD.

Ponamus jam radios incidentes in D et S, venire à puncto cui conjugatum sit punctum B, atque esse radij in D cadentis aberrationem BF; ejus vero qui in S cadit, aberrationem BL. Cum igitur ex lemme [2]²⁾ sit ut quadratum PG ad quadratum PB, ita GH ad BF; atque ita quoque IG ad LB, erit permutando, et convertendo, ut IG ad GH ita LB ad BF. Sed IG erat ad GH ut quadratum SP ad quadratum DP, ergo et LB ad BF ut quadratum SP ad quadratum DP³⁾.

¹⁾ Voir la p. 309 du Tome présent.

²⁾ Voir la p. 559; mais consultez la note 7 de la p. 556, où il est montré quel est le véritable rapport de GH à BF. Toutefois le lemme présent est exact comme nous le montrerons dans la note qui suit.

³⁾ La proportion $LB : BF = SP^2 : DP^2$, d'où la démonstration dépend, peut aussi se déduire de la dernière formule de la note 2 de la p. 396. En effet, en appliquant cette formule au calcul

