AD

C. V. FRAN. XAVER. AINSCOM, S. I.

EPISTOLA.

1656.

Avertiſſement.

En compoſant ſon „Ἐξέτασις Cyclometriae Cl. Viri Gregorii à S. Vincentio” [1]), Huygens avait eſpéré de pouvoir, par la lucidité de ſon expoſition et la force de ſes arguments, convaincre Grégoire lui-même de l'inſuffiſance de ſa quadrature du cercle [2]).

Après la publication, en décembre 1651, il fut bientôt déſappointé par l'attitude évaſive de Grégoire, qui, nonobſtant les inſiſtances de plus et plus preſſantes de Huygens, perſiſta à réſerver ſon jugement juſqu' au jour où il répondrait à tous ſes adverſaires à la fois [3]). Un moment alors Huygens ſe trouva ſur le point de perdre patience. Ce fut lorſque dans le brouillon d'une de ſes lettres à Grégoire il lui adreſſa, entre autres, l'allocution célèbre de Cicéron „Quouſque tandem abuteris patientia noſtra !” [4]). Mais il ſe reprend et ſe contente dans la lettre qu'il

[1]) Voir l'ouvrage reproduit aux pages 315—337 du Tome XI.

[2]) Consultez le T. I aux pages 160 „Magna me spes tenet et tractandi ratione et argumentorum efficacia plenissimè tibi satisfactum fore”, 161 „Sin otium non fuit nec adhuc suppetet, intelliges tamen imposterum et ex aliorum sententiis, et ex adversarij propria ut spero confessione nihil me frustra hic movisse” et 166 „Breviter modo hanc confutationem institui, et praecipue in hoc operam dedi ut ipsi Patri Gregorio in veriorem sententiam transeundi necessitatem imponerem”.

[3]) Voir les lettres de Huygens du 26 décembre 1651, du 24 janvier et du 15 mars 1652, pp. 159, 171 et 174 du Tome I, et les réponses de Grégoire du 6 janvier, du 18 février 1652 (placée par mégarde parmi l'année 1651) et du 6 avril 1652, pp. 164, 137 et 179 du Tome I.

[4]) Voir le premier alinéa de la pièce N°. 122, p. 174—175 du T. I.

écrit de prier Grégoire emphatiquement de vouloir du moins lui indiquer en trois mots „combien de fois le rapport 53 à 203 contient le rapport 5 à 11 dans le ſens de ſa 44ième Propoſition du Livre 10" [5]).

C'eſt en effet de la réponſe à donner à cette queſtion que dépend la réduction à l'abſurde qui conſtitue la partie principale de l'„Ἐξέτασις" [6]). Une réponſe numérique aurait permis de calculer, en admettant la juſteſſe de la quadrature de Grégoire, la valeur du rapport de la circonférence du cercle au diamètre et d'en démontrer la diſcordance avec la valeur approchée bien connue de ce rapport. Au lieu de cela Grégoire renvoie [7]) à un ouvrage d'un de ſes élèves, le père de Saraſa [8]), d'où il ſuit, en effet, que le ſens que Grégoire veut donner à l'expreſſion „contenir" ſe trouve être celui même que nous avons ſuggéré dans la note 28 de la page 280 du Tome XI et d'après lequel le nombre de fois que le premier rapport „contient" le ſecond eſt exprimé par la valeur de n dans l'équation $\frac{53}{203} = \left(\frac{5}{11}\right)^n$. La réponſe ne manquait donc pas de préciſion comme on ſerait tenté de le croire au premier abord; mais elle impliquait que, même en admettant la juſteſſe de toutes les propoſitions qui avaient amené la première de ſes quadratures prétendues, Grégoire n'avait pas donné la quadrature proprement dite du cercle mais ſeulement la réduction de cette quadrature à celle de l'hyperbole ou aux logarithmes.

Trois mois plus tard, en juillet 1652, Huygens avait à Gand un entretien amical avec Grégoire qui lui laiſſa entendre que ſon livre avait été rédigé par ſes élèves, qu'il ſe pourrait bien qu'une erreur ſe fût gliſſée dans la première quadrature, la ſeule attaquée directement par Huygens; mais qu'il avait confiance dans les autres. En quittant Grégoire, Huygens était ſous l'impreſſion que la réponſe tarderait encore longtemps à paraître et qu'elle ne vaudrait pas grand' choſe [9]).

Toutefois, déjà en janvier 1653 Huygens apprit [10]) qu' une réfutation de ſon „'Εξέτασις" était prête, compoſée par un des élèves de Grégoire, le père Aynſcom. Elle ne parut qu'en 1656 [11]). En attendant, Kinner à Löwenthurn, un

[5]) Voir la p. 175 du T. I.
[6]) Comparez la p. 327 du T. XI.
[7]) Voir la p. 180 du T. I.
[8]) L'ouvrage cité dans la note 7 de la p. 156 du T. I.
[9]) Voir, ſur cette entrevue, la lettre de Huygens à Tacquet du 4 novembre 1652, p. 189 du T. I.
[10]) Voir ſa lettre à van Schooten du 17 janvier 1653, p. 219 du T. I.
[11]) Sur la cauſe du retard on peut conſulter une lettre de Grégoire à Huygens du 15 janvier 1654, p. 266 du T. I.

autre élève, prit la défenſe de ſon ancien maître. Dans ſes lettres à Huygens du 30 novembre 1652 et du 18 juillet de l'année ſuivante [12]) il conteſta que la première quadrature de Grégoire fût celle à laquelle l'auteur avait donné la préférence ſur les autres, comme Huygens l'avait prétendu [13]). Tout au contraire il conſidérait qu' avec elle l'auteur avait plutôt voulu montrer la poſſibilité de la quadrature du cercle que de l'expoſer de fait. C'était la ſeconde quadrature qui, d'après l'opinion de Grégoire lui-même, était la plus facile. Lui, Kinner, l'avait rédigée en 35 propoſitions qu'il publierait peut-être bientôt; ce qu' il fit en effet dans ſon ouvrage „Elucidatio geometrica Problematis Auſtriaci ſive Quadratura Circuli feliciter tandem detectae per R. P. Gregorium a S. Vincentio" [14]).

Auſſitôt après la réception de cette „Elucidatio" Huygens chercha à détromper Kinner en lui indiquant le lieu précis où il avait trouvé ſa quadrature en défaut [15]); mais il ne réuſſit pas à le convaincre [16]).

[12]) Voir les pp. 193 et 235 du T. I.
[13]) Voir la première page de l'„'Εξέτασις", p. 315 du T. XI.
[14]) Voir, pour le titre complet, la note 3 de la p. 252 du T. I.
[15]) Voir la lettre N°. 184 du 23 mars 1654, p. 278 du T. I.
[16]) Voir la lettre N°. 188 du 11 avril 1654, p. 282 du T. I. L'ouvrage de Kinner à Löwenthurn est très rare. Un exemplaire ſe trouve dans la bibliothèque de l'Univerſité à Prague. Par la bienveillance de la direction nous l'avons pu avoir à Amsterdam et conſtater la portée de l'erreur commiſe par Kinner, à l'exemple de Grégoire.

Soient, en effet,

$$a_1 : b_1 = a_2 : b_2 = a_3 : b_3 = \ldots\ldots = a_n : b_n,$$

et de plus:

$$a_1 : c_1 = b_1 : d_1;\ a_2 : c_2 = b_2 : d_2;\ a_3 : c_3 = b_3 : d_3; \ldots\ a_n : c_n = b_n : d_n;$$

on aura alors:

$$\Sigma a : \Sigma c = \Sigma b : \Sigma d.$$

Ce théorème eſt démontré par Archimède; il conſtitue la Prop. 2 de l'ouvrage „De Conoidibus et Sphaeroidibus", p. 29 de l'édition de Commandin (Heiberg, T. I, p. 291, où elle porte le numero 1). Grégoire et Kinner ſont remarquer qu'elle reſte valable ſi les grandeurs a, b, c, d ſont remplacées par des rapports; ce qui eſt vrai.

Des relations:

$$\frac{p_1}{q_1} : \frac{r_1}{s_1} = \frac{p_2}{q_2} : \frac{r_2}{s_2} = \frac{p_3}{q_3} : \frac{r_3}{s_3} = \ldots\ldots = \frac{p_n}{q_n} : \frac{r_n}{s_n}$$

combinées avec:

$$\frac{p_1}{q_1} : \frac{t_1}{u_1} = \frac{r_1}{s_1} : \frac{v_1}{w_1};\ \frac{p_2}{q_2} : \frac{t_2}{u_2} = \frac{r_2}{s_2} : \frac{v_2}{w_2}; \ldots; \frac{p_n}{q_n} : \frac{t_n}{u_n} = \frac{r_n}{s_n} : \frac{v_n}{w_n},$$

on peut donc conclure légitimement qu'on aura:

$$\Sigma \frac{p}{q} : \Sigma \frac{t}{u} = \Sigma \frac{r}{s} : \Sigma \frac{v}{w};$$

mais dans l'application qui ſuit, le *Hoc est* ſignalé par Huygens dans la lettre N°. 184 (p. 278 du T. I), cette relation eſt traitée comme ſi elle était:

Après ce premier paſſe d'armes avec un des élèves de Grégoire, Huygens avait encore à attendre plus de deux années avant qu'il reçut, en juillet 1656, la réponſe du père Aynſcom [17]), annoncée depuis ſi longtemps. Dans cet ouvrage de 182 pages in folio, l'auteur s'efforce à réfuter tous les adverſaires des quadratures de Grégoire. Il les diviſe en deux claſſes: ceux qui ont attaqué les théorèmes ſur les proportionnalités et ceux qui, laiſſant de côté ces théorèmes ou admettant leur juſteſſe, ſe ſont occupés des propoſitions dont les quadratures dépendent plus directement. Après avoir rendu hommage dans ſa préface aux adverſaires, parmi leſquels il donne au jeune Huygens la première place, qui ſe ſont ſervis de méthodes dignes de géomètres, quoiqu' ils n'aient pas atteint leur but [18]), il répond à ceux de la première claſſe par ſon „Liber primus", qui occupe les 88 premières pages de ſon ouvrage. Puis le ſecond livre débute, dans ſa „Pars prima," par un résumé de la première quadrature de Grégoire avec des explications authentiques ſuivant les intentions de ſon auteur [19]); tandis que la „Pars ſecunda" prend à tâche de réfuter l'un après l'autre tous les adverſaires de la „ſeconde claſſe" par autant de „Reſponſiones" [20]), deſquelles nous reproduiſons

---

$$\frac{\Sigma p}{\Sigma q} : \frac{\Sigma t}{\Sigma u} = \frac{\Sigma r}{\Sigma s} : \frac{\Sigma v}{\Sigma w}.$$

Si nous ajoutons que les Σp, Σq, etc. représentent des cubatures de divers corps, générés par l'opération „ducere planum in planum", décrite p. 278 du T. XI, et que quelques unes de ces cubatures dépendent de la quadrature du cercle, on comprendra comment cette application erronée de la proposition citée d'Archimède a pu mener à une fausse quadrature du cercle.

Ces remarques suffiront pour élucider les lettres citées, échangées entre Huygens et Kinner. Comme il l'avait déjà annoncé dans sa lettre du 23 mars 1654 (voir la page 279 du T. I), Huygens, tout en poursuivant sa correspondance amicale avec Kinner, n'a pas répliqué aux objections futiles contre sa critique, contenues dans la lettre de Kinner du 11 avril 1654, p. 283 du T. I.

[17]) Voir l'ouvrage cité dans la note 6, p. 210 du T. I.

[18]) „Qua in re, solidius reliquis, versati sunt, Clariss. Dominus Christianus Hugenius, Eruditissimique viri, Adrianus Auzotius, Alexius Syluius, & R. P. Vincentius Leotaudus S. I. Geometra egregius: qui licet spe suâ falsi, & scopum quem spectabant vnicè, minime attigere, vt sequentes edocebunt libri, eâ certe in re geometrica versati sunt methodo, quae Geometras decet. vnde illorum conatus Auctori non solum non displicuit, vt multum se debere illis fateatur perlubenter: ego certè, totum huius operis argumentum, iisdem debere me, nunquam diffitebor: in quo, quid potissimum spectarim, quid à me factum sit, paucis accipe."

[19]) Voir les pages 89—104 de l'ouvrage cité.

[20]) Voir les pages 104—131 de l'ouvrage d'Aynscom. En effet, les adversaires de Grégoire se sont bornés presqu' exclusivement à attaquer sa première quadrature; soit que, comme Huygens, ils l'aient considérée comme préférée par l'auteur aux autres, soit qu' ils n'aient pas eu le courage de pénétrer plus avant.

plus loin [21]) la „Reſponſio III ad 'Ἐξέτασιν Clariſſ. D. Chriſtiani Hugenij". Enfin Aynſcom conclut par un troiſième, quatrième et cinquième Livre qui contiennent des expoſés des trois autres quadratures de Grégoire.

Inutile de dire que le père Aynſcom ne réuſſit pas à ſauver ni la première quadrature, ni les autres; toutefois une choſe reſſort très nettement de ſon expoſition. Nous voulons parler de l'emploi, par Grégoire, du terme „contenir" dans la „Demonſtratio" de ſa 44e propoſition du „Lib. 10", propoſition dont dépend ſa première quadrature. Quel eſt le ſens de ce terme dans la phraſe „qu'un rapport donné en contient un autre un certain nombre de fois"? Huygens, dans ſon „'Ἐξέτασις" [22]), examine ſucceſſivement deux interprétations diverſes. Il en rejette la première, celle que nous venons d'expoſer plus haut, en remarquant que le rapport 53 à 203 n'eſt du rapport 5 à 11 ni le carré, ni la troiſième puiſſance ou quelque puissance plus élevée", enſuite il en haſarde avec beaucoup de réſerve une autre qui amène la réduction à l'abſurde qu'il fait ſuivre. Or, il n'y a aucun doute que cette première interprétation était celle, viſée par Grégoire [23]). La circonſtance alléguée par Huygens que le nombre n qui doit ſatisfaire à la relation $\frac{53}{203} = \left(\frac{5}{11}\right)^n$ eſt néceſſairement un nombre incommenſurable n'y fait pas obſtacle, puiſque la „Prop. 129" [24]) du „Lib. 6" de l'ouvrage de Grégoire, citée par

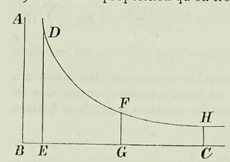
---

[21]) Voir les p. 249—261 du Tome présent.

[22]) Voir la p. 327 du T. XI.

[23]) Cela résulte entre autres de la „Prop. 34" du „Lib. 10" (p. 1117—1118) où la phrase en question est employée dans le sens bien déterminé que nous avons expliqué p. 279—280 du T. XI, au § 9.

[24]) Voici cette proposition qu'on trouve à la page 596 de l'ouvrage de Grégoire: „Sint AB, BC asymptoti hyperbolae DFH, & DE, FG, HC parallelae asymptoto: plano autem DEGF incommensurabile sit planum FGCH.



Dico rationem DE ad FG, toties multiplicare rationem FG, ad HC, quoties quantitas DEGF, continet quantitatem FGCH."

Or, écrivant $xy = k^2$ pour l'équation de l'hyperbole et posant DE $= a$, FG $= b$, HC $= c$, DEGF $=$ A, FGCH $=$ B, on a: A $= k^2 \log \frac{a}{b}$; B $= k^2 \log \frac{b}{c}$, donc $\frac{a}{b} = \left(\frac{b}{c}\right)^n$ où $n =$ A : B est en général un nombre incommensurable.

Il est vrai que le terme „continere" est employé ici et partout dans le sixième livre dans un autre sens que dans le dixième livre où se trouve la 44e proposition que nous venons de mentionner; mais on doit s'attendre dans l'ouvrage de Grégoire à ces sortes de surprises.

Aynſcom [25]), équivaut pleinement à l'introduction des expoſants incommenſurables. Toutefois elle change entièrement la portée de la prétendue quadrature, qui, comme nous l'avons déjà remarqué, ne donnerait autre choſe que la réduction de la quadrature du cercle à la détermination d'un nombre qui n'eſt exprimable qu' à l'aide des logarithmes [26]). Sous ce point de vue Huygens a raiſon de rejeter cette première interprétation comme ne menant pas à une quadrature proprement dite.

Dès que Huygens eut reçu l'ouvrage d'Aynſcom il prépara ſa réplique. Il l'annonce à De Roberval [27]) et à Wallis [28]) duquel il se propoſe de citer dans cette réplique l'opinion, conforme à la ſienne, exprimée par Wallis dans la préface de ſon „Arithmetica Infinitorum". Le 25 ſeptembre il envoie le manuſcrit à l'imprimeur Elſevier [29]). Au commencement d'octobre 1656 l'impreſſion eſt achevée [30]).

Aynſcom, qui reçut un exemplaire par l'intermédiaire du père Seghers [31]), n'a jamais répondu, nonobſtant un rappel que Huygens lui fit parvenir en 1659 par le même père [32]).

Et il n'y a pas de doute que le terme „toties multiplicare" du livre 6 équivaut au „toties continere per multiplicationem", ou simplement „toties continere", du livre 10.

Ajoutons que de Sarasa, dans l'ouvrage mentionné plus haut, comme aussi Tacquet dans sa lettre à Huygens du 2 décembre 1652, p. 194—197 du T. I, ont compris de cette manière l'intention de Grégoire. Tous les deux, Sarasa à la p. 7 de son ouvrage, citent à ce propos cette même „Prop. 129". Et Wallis doit avoir exprimé la même opinion dans une lettre dont nous ne connaissons que la réponse de Huygens qui est du 13 juin 1653 (voir la p. 332 du T. I).

Consultez d'ailleurs sur les difficultés de l'interprétation des propositions de Grégoire la note 28, p. 257 du Tome présent.

25) En bas de la p. 100 de son ouvrage,

26) On aurait $\frac{53}{203} = \left(\frac{5}{11}\right)^{n}$ et $\frac{5}{11} = \left(\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{2\pi + 3\sqrt{3}}\right)^{n}$; donc $\log\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{2\pi + 3\sqrt{3}} = \left(\log\frac{5}{11}\right)^{2} : \log\frac{53}{203}$. Nous laissons de côté l'explication par trop forcée donnée par Aynscom des intentions de Grégoire dans le „Scolium" de la „Prop. 40", sur lequel on pourra consulter la note 20, p. 254 du Tome présent. D'ailleurs cette explication ne mène à aucune construction ou calcul saisissable, et Huygens n'y a fait que justice dans les dernières pages de sa Lettre à Aynscom, p. 276—277 du Tome présent.

27) Voir la Lettre N°. 315, du 20 juillet 1656, p. 457 du T. I.

28) Voir la Lettre N°. 316, du 21 juillet 1656, à la p. 459 du T. I.

29) Toutefois l'ouvrage fut publié chez Vlacq; comparez les p. 490 et 491 du T. I.

30) Voir les lettres d'envoi à Seghers, van Schooten et van Gutschoven, pp. 502, 503 et 511 du T. I.

31) Voir la p. 502 du T. I.

32) Voir la p. 484 du T. II.

Ainſi la pouſſière ſoulevée par la quadrature du cercle de Grégoire St. Vincent, les attaques de Merſenne [33]), Sylvius [34]), Maybaum [35]), Léotaud [36]), Auzout [37]) et Huygens et les réponſes de de Saraſa, Kinner à Löwenthurn et Aynſcom, retombait enfin au repos, et toute cette polémique, qui a occupé le monde ſavant pendant plus de dix années, aurait laiſſé bien peu de traces, ne fût-ce que tout ce qui regarde un homme comme Huygens ne ceſſera jamais d'inſpirer un certain intérêt.

---

33) Voir l'ouvrage cité dans la note 5, p. 132 du T. I.

34) Voir l'ouvrage cité dans la note 1, p. 278 du T. I.

35) Voir l'ouvrage cité dans la note 5, p. 409 du T. I.

36) Voir les ouvrages cités dans la note 1, p. 266 et 267 du T. I.

37) Sous le pseudonyme A. A. dans l'ouvrage cité dans la note 4 p. 458 du T. I.

TROISIÈME RÉPONSE [1]).

A L' 'ΕΞΕΤΑΣΙΣ DU TRÈS-SAVANT SEIGNEUR CHRÉTIEN HUYGENS [1]).

1. Après avoir expliqué ce qui ſemblait appartenir à la première Quadrature [2]) je n'ai pas voulu, très-ſavant Seigneur, que cette mienne étude manquât à Vous, ou fût exigée par d'autres, auxquels le ſilence de l'auteur pût ſembler une confeſſion tacite d'erreur: et quoique, après ce qui a été dit par moi dans les pages précédentes, la réfutation de ce que vous écrivez longuement dans tout votre examen de la Cyclométrie ſoit facile, j'ai à deſſein voulu la différer juſqu' ici afin de ſoumetre aux yeux de mes lecteurs, ſans interruption, toute votre 'Εξέτασις et en même temps ma réponſe.

2. En premier lieu donc vous dites pag. 25 [3]): *Il* (*Grégoire de Saint Vincent*) *propoſa quatre modes pour carrer le Cercle, et même en appliqua auſſi à la quadrature de l'Hyperbole un, au ſujet duquel, par pluſieurs indices, on peut conclure qu'il fut eſtimé par lui-même meilleur que les autres. Un de ces indices eſt justement qu'il démontra par ce même mode deux quadratures de figures différentes, un autre que ce mode eſt beaucoup plus évident que les trois autres et par cela même devrait paraître beaucoup moins ſujet à erreur; puis encore juſqu' à certain point en ce qu' il le produiſit en premier lieu; enfin le plus fort indice conſiſte en ceci que, dans ce qu' il dit dans la préface au lecteur laquelle précède l'ouvrage entier, là où il expoſe brièvement l'hiſtoire et le progrès de ſon invention, il ne mentionne aucun mode en dehors de ce ſeul. Il eſt vrai qu'il a pu avoir une autre raiſon de paſſer ſous ſilence les trois quadratures ſuivantes, nommément qu'il ſavait que des mêmes principes toutes les quatre étaient déduites et démontrées.*

Vous vous trompez, très ſavant Seigneur, et vos conjectures s'écartent auſſi loin que poſſible de la vérité; la ſeule et unique raiſon de mettre en avant celle que l'Auteur appliqua en même temps au cercle et à l'hyperbole fut la propoſition 50 [4])

[1]) La pièce est empruntée aux p. 120—124 de l'ouvrage d'Aynscom, cité dans la note 6, p. 210 du T. I. Pour faciliter les renvois, que nous aurons à faire, nous l'avons diviſée en paragraphes.

RESPONSIO III [1]).

AD 'ΕΞΕΤΑΣΙΝ CLARISS. D. CHRISTIANI HUGENIJ.

1. Explanatis iis, quae ad primam quadraturam pertinere videbantur [2]), nolui ſtudium hoc meum, aut deeſſe Tibi Clariſſ. Domine, aut ab aliis requiri, quibus Auctoris ſilentium, tacita videri poſſet erroris confeſſio: & quamuis ex iis, quae in praecedentibus à me dicta ſunt, facilis ſit eorum refutatio, quae toto cyclometriae examine perſcribis, ſtudio tamen in hunc locum differre placuit, vt totam ſimul 'εξέτασιν tuam, vna cum reſponſo, non interruptim oculis obiicerem.

2. Primum igitur pag. 25 [3]). *quatuor*, inquis, *modos propoſuit* (*Auctor*) *quadrandi circulum; vnum vero eorum, etiam quadraturae hyperboles applicauit: quem caeteris potiorem ab ipſo exiſtimari, ex multis indiciis colligere licet; vnum eſt hoc ipſum, quod duas diuerſarum figurarum quadraturas, per eundem hunc demonſtrarit: alterum, quod euidentior hic ſit modus quam reliqui tres, ideoque minus errori obnoxius videri debuerit: & denique hoc maximum eſt, quod in iis quae ad lectorem in principio totius operis praefatur, vbi ſuae inuentionis hiſtoriam & progreſſum paucis expoſuit, nullius modi praeter hunc vnum meminerit; potuit& aliam rationem habuiſſe tres poſteriores quadraturas illic ſilentio praetereundi; eam videlicet, quod quatuor, omnes ſciret ex iisdem principiis deductas, & demonſtratas eſſe.*

Falleris Clariſſime Domine, & coniecturae illae tuae, quam longiſſimè à vero diſtant; ſola & vnica ratio praeponendi illam, quam circulo ſimul & hyperbolae applicuit Auctor fuit propoſitio 50 [4]). quae, cum cylindrum ad aliud corpus non

[2]) Il s'agit du résumé de la première quadrature de Grégoire, lequel occupe la „Pars prima" du „Lib. II", p. 89—104 de l'ouvrage d'Aynscom. Comparez la p. 244 de l'„Avertissement" qui précède ici.

[3]) Voir la p. 315 du T. XI.

[4]) Dans cette proposition et la suivante Grégoire démontre que le volume du cylindre droit ayant pour base la figure CDIH de la p. 278 du Tome XI et pour hauteur AB est égal au volume du solide qu'on obtient en soumettant à l'opération „ducere planum in planum" les aires GNIH, OPIH. Consultez, quant à la portée de ce théorème sur la première quadrature de Grégoire, les § 1—3 de l'„Aperçu" de cette quadrature, p. 277 du T. XI.

laquelle puisqu'elle réduit d'une manière admirable le cylindre à un corps non cylindrique et ainsi est fondamentale à toutes les quadratures et ne pouvait être insérée parmi les autres sans troubler l'ordre, obligea de donner la première place à cette quadrature. De plus, c'est une très grave erreur que toutes les quadratures ont été déduites et démontrées par les mêmes principes, car en dehors de la réduction du cylindre circulaire au solide produit par deux paraboles, placées à la renverse l'une par rapport à l'autre [5]), la première quadrature n'a rien de commun avec les autres. Le raisonnement dans les deux cas et la comparaison des solides et des rapports diffèrent du tout au tout; dans la première quadrature on ne fait aucun usage des proportionnalités; les autres ne peuvent être effectuées sans leur moyen; dans la première l'argumentation est conduite d'une manière nouvelle par la multiplication égale des rapports partiels [6]), dans les autres aucune mention n'est faite de multiplication.

3. Vous continuez ensuite: [7]) *Mais il m'a semblé que l'une ou l'autre de ces considérations suffisait pour persuader, qu'il y aurait une seule discussion valable pour toutes laquelle, détruisant la première quadrature, entraînerait les autres à sa suite. Car si nous avons montré qu'il y a erreur dans celle qui est la moins obscure, je ne vois pas pour quelle raison un meilleur succès se laisserait espérer pour les trois suivantes, qui se trouvent enveloppées des plus grandes ténèbres et que l'Auteur lui-même semble mettre au-dessous de cette seule première.*

Une double erreur est contenue dans ce peu de lignes; la première consiste en ce que vous estimez qu'une seule discussion suffit à toutes: or, comment une seule discussion pourrait-elle suffire à toutes, lorsque les trois dernières n'ont rien de commun avec la première? A supposer que votre 'εξέτασις, ce qu'elle a fait moins que toute autre chose, ait renversé la première, certainement elle ne se rapporte pas plus aux autres qu' à la dimension Archimédienne; si vous voulez l'essayer, vous corrigerez sur-le-champ votre jugement. L'autre erreur réside en ceci que vous croyez que la première quadrature a moins d'obscurité tandis que les suivantes sont couvertes des plus denses brouillards. Mais l'Auteur en juge tout autrement, moi, en les développant chacune pour soi, j'ai éprouvé toute autre chose. La première a certainement plus de complications et d'obscurité que les trois autres ensemble; dans ces dernières le raisonnement est très-clair et la réduction des solides facile, dans la première la nouvelle manière de comparer au moyen des rapports partiels également multipliés est compliquée, et la réduction des solides multiple, variée et très-difficile.

4. Pag. 26 [8]). *Cependant je ne puis laisser de dire au moins ceci, que le très-savant auteur n'a pas appliqué avec assez de bonheur quelques inventions en matière de proportionnalités aux quadratures et que, dans mon opinion, c'est là la cause de son erreur. C'est ce que j'avais observé tout premièrement dans la proposition 39 du livre 10 &c.*

Ici, de nouveau, se présente une grave erreur: car ni dans 39, ni dans toute la

cylindricum, admirabili reducat modo, adeoque quadraturis omnibus esset fundamentalis, neque sine ordinis perturbatione, aliis inseri posset, primum huic quadraturae locum dedit. Porro quadraturas omnes ex iisdem principiis deductas, & demonstratas esse, error est longè grauissimus: nam praeter reductionem cylindri circularis, ad solidum ex ductu subalterno parabolarum ortum [5]), nil prima cum caeteris commune habet: ratiocinatio in vtrisque, & solidorum, rationumque comparatio, toto differunt caelo. in hâc, nullus proportionalitatum vsus; illae, absque earum ope perfici non possunt: in hac, per rationes partiales aequemultiplicatas [6]), nouo modo instituitur argumentatio, in illis, nulla multiplicationis mentio.

3. Pergis deinde [7]): *sed mihi vel alterutra harum considerationum sufficere visa est, vt persuaderet, vnam pro omnibus fore discussionem, quae quadraturam primariam infirmatura esset, reliquarum agmen ducentem: si enim erratum in ea ostenderimus, quae minus obscuritatis habet, non video quâ ratione melior successus expectandus sit in tribus sequentibus, quae maximâ caligine inuoluuntur, quasque auctor ipse vel vni illi posthabere videtur.*

Duplex hic in tam paucis lineis error interuenit; prior in hoc consistit; quod vnam omnibus sufficere discussionem existimes: quî enim discussio vna, sufficere possit omnibus, cum tribus reliquis nil cum prima sit commune? esto (quo nihil minus factum) primam euerterit 'εξέτασις tua, ad reliquas certè non magis illa, quam ad Archimedaeam pertinet dimensionem. experire si placet, & ilico iudicium ipse tuum corriges. alter in eo est, quod primam minus habere obscuritatis, sequentes autem maximâ inuolui putes caligine. at longè aliud de illis censet Auctor, aliud ego dum singulas explano, expertus sum. prima certè plus & tricarum & obscuritatis habet, quam reliquae simul omnes. in his & clarissima est ratiocinatio & reductio solidorum facilis; in illa nouus per rationes partiales aequemultiplicatas comparandi modus, intricatus est, & solidorum reductio multiplex, varia, ac perdifficilis.

4. Pag. 26 [8]). *vnum tamen praetermittere nequeo quin dicam, Clariss. virum non satis feliciter quaedam inuenta in materia proportionalitatum ad quadraturam applicasse; atque hinc meâ opinione ipsi exstitisse erroris causam. primum omnium id in propos. 39. lib. 10. obseruaueram &c.*

Grauis hîc rursum occurrit error: neque enim in 39, neque in tota prima qua-

[5]) C'est-à-dire en appliquant l'opération „ducere planum in planum", décrite au § 4, p. 278 du T. XI, à deux paraboles situées comme les paraboles ANZ et BPY de la figure de cette page 278.

[6]) Voir les §§ 7 et 9 à la p. 279 du T. XI en tenant compte de l'équivalence des termes „toties continere" et „toties multiplicare", sur laquelle on peut consulter la note 24, p. 246 du Tome présent.

[7]) Voir les p. 315—317 du T. XI.

[8]) Voir la p. 317 du T. XI.

première quadrature il n'eſt fait uſage d'aucune proportionnalité, puiſque c'eſt toute autre choſe de comparer des rapports entre eux ſelon l'égale multiplication de leurs rapports, par leſquels ils ſont conſtitués ſelon la huitième propoſition du livre 10 [9]), que d'argumenter par proportionnalités: liſez la propoſition 39, expliquée ſelon l'intention de l'Auteur [10]) et comparez la avec la propoſition 3 du livre ſuivant [11]) dont la démonſtration eſt conduite par proportionnalités, et auſſitôt apparaîtra une différence énorme: et, en effet, comment l'Auteur a-t-il pu appliquer moins heureuſement à la Quadrature quelques inventions en matière de proportionnalités lors que ni dans la propoſ. 12 [12]) ou 39 [13]), ni dans 40 ou 44, ni dans 51 ou 52 ou 53, dans leſquelles toute la première quadrature eſt contenue, il ne cite ou n'emploie aucune propoſition empruntée au livre des proportionnalités [14]). Donc ce n'eſt pas de là qu' une cauſe d'erreur a pu exiſter pour l'auteur.

5. Pag. 27 [15]). *je ramènerai la queſtion à ceci que, à moins qu' il ne déclare impoſſible de conduire ſa quadrature à bonne fin et de trouver par elle réellement une figure rectiligne égale au cercle, je lui montrerai de quelle manière cela pourrait enſuite être obtenu très facilement. Après cela en ſuivant ſes propres pas je démontrerai, que, par la voie dans laquelle il nous a précédé juſqu' ici, on ne peut parvenir nullement à ce qu'il déſire.*

Sur la manière que vous promettez de donner par laquelle l'auteur pourrait dans la ſuite trouver très facilement une figure rectiligne égale au cercle nous verrons tantôt lorſque nous ferons arrivés juſque-là. Qu'en ſuivant ſes pas on peut arriver au but propoſé ſera démontré dans ce livre-ci et dans les ſuivants [16]).

Ce qui ſuit juſqu' à la page 32 [17]) ne contient rien d'autre que quelques propoſitions de l'Auteur.

6. Pag. 32 [17]). *Cela poſé, il faut ſavoir que pour le ſavant auteur tout eſpoir et toute baſe de la quadrature à effectuer ſont fondées en ceci qu'il eſtime facile de trouver le rapport du ſolide HY [18]) au ſolide XV (lequel rapport j'ai déjà dit être la ſeule*

---

[9]) Comparez la note 8, p. 317 du T. XI où la même „Prop. 8" est citée. D'ailleurs nous la reproduirons plus loin dans la note 28, p. 257.

[10]) Consultez, sur cette proposition 39, le § 10 de la p. 280 du T. XI et la note 8, p. 317 du même Tome. Ici il s'agit de l'explication que Aynscom a donnée de cette proposition à la p. 97 du „Lib. II" de son ouvrage. D'après cette explication, pour autant qu'on peut la comprendre, Grégoire n'aurait voulu affirmer le „toties continere" que pour les rapports „constituants". Inutile de dire qu' alors elle perdrait tout l'intérêt que Grégoire y attache dans sa quadrature du cercle.

[11]) C'est-à-dire la „Prop. 3" du „Lib. III", p. 136 de l'ouvrage d'Aynscom (celui de Grégoire ne contient pas plus de dix livres), dans laquelle en effet, la conception du „toties continere" ne joue aucun rôle.

[12]) Voici cette „Prop. 12", p. 1105 de l'ouvrage de Grégoire: „Sint quatuor ordines quinque proportionalium A, B, C, D, E, & F, G, H, I, K: deinde L, M, N, O, P, & Q, R, S, T,

dratura, vllus proportionalitatum vſus. quippe longè aliud eſt, rationes inter ſe comparare, ſecundum aequemultiplicationem illarum rationum, ex quibus iuxta octauam eiuſdem lib. 10. conſtituuntur [9]), aliud per proportionalitates argumentari: lege propoſ. 39. iuxta Auctoris mentem explicatam [10]), illamque confer cum propoſ. 3. ſequentis libri [11]), cuius demonſtratio per proportionalitates inſtituitur; & ilico diſcrimen ingens apparebit: & vero quì Auctor potuit inuenta quaedam in materia proportionalitatum infelicius ad quadraturam applicaſſe, cum nec in propoſ. 12 [12]). aut 39 [13]). nec in 40 aut 44. nec in 51. aut. 52. aut 53. quibus tota prima continetur quadratura, vllam citet aut vllâ vtatur propoſitione ex libro de proportionalitatibus [14]) petitâ? non igitur inde exſtitiſſe Auctori potuit erroris cauſa.

5. Pag. 27 [15]). *eo rem deducam, vt ſi quidem non impoſſibile dicet quadraturam ſuam ad exitum perducere, & per eam reapſe inuenire rectilineum circulo aequale, oſtendam quì id facillimè impoſterum aſſequatur: deinde veſtigia ipſius inſiſtens demonſtrabo, quibus hactenus nobis praeceſſit, iis nequaquam ad optatum finem perueniri poſſe.*

De modo quem daturum te polliceris quo facillimè impoſterum Auctor rectilineum circulo inuenire poſſit aequale, mox videbo, vbi ad illum deuenero. porro veſtigia illius inſiſtendo ad optatum finem deueniri poſſe hic, & ſequentes edocebunt libri [16]).

Quae ſequuntur vſque ad pag. 32. [17]) nil aliud continent, praeter aliquot Auctoris propoſitiones.

6. Pag. 32 [17]). *his ſic conſtitutis, ſciendum eſt omnem ſpem & fundamentum perficiendae quadraturae, Clariſſ. viro in eo poſitum eſſe, quod exiſtimet rationem ſolidi HY [18]) ad ſolidum XV (quam vnicam tantum deſiderari iam monui) facilè*

V, habentium vltimas quantitates E, K, P, V aequales inter se. Dico rationem quantitatum AF ad LQ, toties continere rationem quantitatum CH ad NS, quoties ratio quantitatum CH ad NS, continet rationem quantitatum DI ad OT."

Remarquons que d'après les propositions qui précèdent, dont nous en citerons deux dans la note 28, p. 257, les notations AF, LQ, etc. désignent A + F, L + Q, etc. Le théorème est donc faux, si du moins on attache aux mots leur signification ordinaire. Consultez là-dessus la note 28 citée.

[13]) Cette proposition et les cinq autres qui suivent ont toutes été mentionnées aux p. 277—280 du T. XI.

[14]) Il s'agit du „Liber octavus. De Proportionalitatibus Geometricis", qui occupe les p. 865—954 de l'ouvrage de Grégoire.

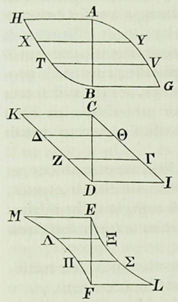
[15]) Voir la p. 319 du T. XI.

[16]) Il s'agit des „Lib. III, IV et V" de l'ouvrage d'Aynscom qui traitent les trois autres quadratures de Grégoire.

[17]) Voir la p. 325 du T. XI.

[18]) Voir la figure de la page 254.

choſe qui reſte à déſirer) dès que l'on connaît les deux rapports ſuivants, ſavoir celui du ſolide MΞ au ſolide ΛΣ, et celui du ſolide KΘ au ſolide ΔΓ. Car alors on pourra argumenter comme il ſuit. Connu eſt le rapport du ſolide MΞ au ſolide ΛΣ, de même celui du ſolide KΘ au ſolide ΔΓ; donc eſt connu auſſi combien de fois le premier rapport contient le dernier, or, autant de fois que celui-là contient celui-ci, autant de fois ce dernier, c'eſt-à-dire le rapport du ſolide KΘ au ſolide ΔΓ contient le rapport du ſolide HY à XV, donc auſſi ce dernier rapport ſera connu.



Ici vous vous écartez tout à fait du ſens de l'auteur; car quoique le fondement de la quadrature à effectuer ſoit ſitué en ceci que l'on faſſe connaître le rapport du ſolide HY au ſolide XV, jamais l'auteur n'a eſtimé qu'il fût facile à trouver lorſque ſont connus les rapports du ſolide MΞ au ſolide ΔΣ et du ſolide KΘ au ſolide ΔΓ; car il les avait déjà fait connaître auparavant par la propoſ. 43 [19]); d'où il ſuit qu'il ne s'eſt pas auſſi ſervi de l'argumentation que vous dites, mais de celle que j'ai produite dans le Scholium à la propoſition 40 [20]) laquelle du tout au tout diffère de la vôtre; de plus, vouloir admettre comme généralement connu un troiſième rapport lorſque de deux rapports connus le premier contient par multiplication le ſecond autant de fois que celui-ci contient par multiplication le troiſième eſt la même choſe que de vouloir produire entre deux données un nombre quelconque de moyennes proportionnelles [21]): or, il ſerait inſenſé de confondre la quadrature avec le méſolabe ou de ſuppoſer celui-ci pour accomplir celle-là; l'auteur n'a donc pas eſpéré rendre connu un troiſième rapport au moyen de deux rapports connus dont le premier contient autant de fois le ſecond, que ce ſecond le troiſième [22]).

7. Ibid. [23]) *Si donc je lui aurai indiqué quel eſt le rapport du ſolide MΞ au ſolide ΛΣ, et auſſi quel eſt le rapport du ſolide KΘ au ſolide ΔΓ, et que même alors il ne puiſſe dire quel est le rapport du ſolide HY au ſolide XV, il devra avouer qu'il a tenté en vain la quadrature tant du Cercle que de l'Hyperbole.*

[19]) Comparez le § 8, p. 279 du T. XI.

[20]) Voir, sur la „Prop. 40" du „Lib. 10", le § 10, p. 280 du T. XI. Aux p. 98—103 de son ouvrage Aynscom fait suivre cette propoſition par une explication „iuxta auctoris mentem" et par un „Scholium" prolixe et diffus. Il y prétend que l'assertion de Grégoire: que le rapport des solides MΞ et ΛΣ (voir la figure de la page présente) doit contenir autant de fois le rapport des solides KΘ et ΔΓ que celui-ci contient le rapport des solides HY et XV, ne s'applique pas aux rapports „totaux" des solides entiers, mais seulement aux rapports „partiels", qui constituent ces rapports totaux, c'est-à-dire, aux rapports des tranches infiniment petites, pour lesquels, en effet, l'assertion est vraie. Ensuite pour représenter ces rapports

inueniri poſſe, ſi cognitae ſint duae rationes nimirum ratio ſolidi MΞ ad ſol. ΛΣ & ratio ſol. KΘ ad ſol ΔΓ. ſic enim tunc argumentabitur: nota eſt ratio ſolidi MΞ *ad ſol. ΛΣ, item ratio ſolidi KΘ ad ſol. ΔΓ, ergo notum quoque, quoties illa ratio hanc continet; quoties autem illa hanc continet, toties haec ipſa continet rationem ſolidi HY aa ſol. XV, ergo & haec nota erit.*

Plane hic ab Auctoris mente deuias; licet enim fundamentum perficiendae quadraturae in ea poſitum ſit, vt nota reddatur ratio ſolidi HY ad ſol. XV, nunquam tamen exiſtimauit Auctor illam facilè inueniri poſſe, ſi cognitae forent duae rationes, nimirum ſolidi MΞ ad ſol. ΛΣ & ſol. KΘ ad ſol. ΔΓ; has enim antea notas fecerat propoſ. 43 [19]). vnde nec illam quam profers argumentationem inſtituet, ſed eam, quam in ſcholio ad propos. 40. attuli [20]), quae toto caelo à tua differt: porro ex datis vel notis duabus rationibus, quarum prima toties per multiplicationem continet ſecundam, quoties haec per multiplicationem continet tertiam, velle tertiam vniuerſaliter notam facere, idem eſt atque inter duas datas, quotcumque medias proportionales velle exhibere [21]): ſtultum autem foret quadraturam meſelabio commiſcere, aut hoc ad illam perficiendam ſupponere. non igitur ex duabus notis rationibus, quarum prima toties multiplicat ſecundam, quoties haec multiplicat tertiam, ſperauit Auctor hanc notam reddere [22]).

7. Ibid. [23]) *ſi igitur indicauero ipſi, quae ſit ratio ſolidi MΞ ad ſol. ΛΣ, item quae ſit ſolidi KΘ ad ſol. ΔΓ, & ne tum quidem dicere poſſit, quam rationem habeat ſolidum HY ad ſol. XV, fateatur ſanè ſe fruſtra vtramque quadraturam tentaſſe, tum circuli tum hyperboles.*

partiels il a recours aux aires hyperboliques que nous avons mentionnées dans la note 24, p. 245 du Tome présent; mais il finit par commettre la faute même contre laquelle il avertit le lecteur au début, en appliquant à des sommes ce qu' il n'a démontré que pour leurs parties. De plus, il fait la supposition erronée que le rapport des aires hyperboliques DEGF et GFHC (voir la figure de la note 24 que nous venons de citer) sera rationnel quand il en est ainsi des rapports des longueurs DE, FG et HC. Et, nonobstant tout cela, il n'arrive à aucune conclusion bien définie, qui permettrait de déduire le troisième rapport des deux autres par la construction ou par le calcul.

[21]) Soient $a:b$, $c:d$, $e:f$ les trois rapports en question. Si alors on a $a:b=(c:d)^n$ et en même temps $c:d=(e:f)^n$, où n est un nombre commensurable, la détermination du rapport $e:f$ se réduit, en effet, au mésolabe, c'est-à-dire, à la construction d'un certain nombre de proportionnelles entre deux segments donnés, pourvu du moins qu'il soit possible de trouver le nombre n au moyen de la première relation, où les rapports $a:b$ et $c:d$ sont supposés connus.

Pour le montrer posons $e:f=g:d=(c:d)^{\lambda:\mu}$. On a alors $g=d^{\frac{\mu-\lambda}{\mu}}c^{\frac{\lambda}{\mu}}$; donc le segment g est la $\lambda^{\text{ième}}$ des $\mu-1$ proportionelles à interpoler entre d et c.

[22]) Ici la confusion, créée non sans intention, à ce qu' il nous semble, est à son comble. En vérité, si l'on nie que Grégoire ait voulu indiquer comment on pouvait déterminer le troisième rapport à l'aide des deux autres, alors sa première quadrature s'évanouit entièrement; puisqu' il ne donne aucun autre moyen pour parvenir à ce troisième rapport dont sa quadrature du cercle dépend.

[23]) Voir le quatrième alinéa de la p. 325 du T. XI.

Vous auriez pu, croyez moi, vous épargner ce labeur, car le rapport du ſolide ΜΞ au ſolide ΛΣ et de même du ſolide ΚΘ au ſolide ΔΓ lui était connu et il l'avait démontré tant à Rome qu'en Belgique à d'autres, plusieurs années avant que vous n'aviez vu le jour: liſez la propoſ. 43, livre 10, qui fait connaître les deux rapports; vous n'aviez donc nullement beſoin de les indiquer à un Auteur, duquel même vous les aviez pris.

Si [24]*), au contraire, lorſque ces deux rapports ſont donnés, il aurait pu trouver enſuite celui du ſolide ΗΥ au ſolide ΧV, alors il peut croire avoir réellement carré le Cercle.*

C'eſt ici cette manière de réduire très facilement le cercle à un carré, que vous avez promiſe à la page 27 [15]) de donner à l'Auteur. Je vous prie, très-ſavant Seigneur, d'où avez vous pris que la quadrature est effectuée lorſque le rapport du ſolide HY au ſolide XV eſt connu? Certainement d'aucun autre que de l'Auteur et même ſi vous le vouliez, vous ne pourriez le nier: mais comment alors l'enſeignez vous, comme s'il l'ignorait, à celui même duquel vous l'avez appris? Je voudrais qu'en écrivant de telles choſes vous vous fuſſiez rappelé ce que et à qui vous écriviez.

Je dirai [25]*) maintenant quels ſont ces rapports. Quant au premier, ſavoir celui du ſolide ΜΞ au ſolide ΛΣ, je dis qu'il eſt le même que celui des nombres* 53 *à* 203*, tandis que l'autre, le rapport du ſolide ΚΘ au ſolide ΔΓ eſt celui de* 5 *à* 11 *et de ces deux rapports je donnerai plus loin la démonſtration &c. Par conſéquent, il lui incombera maintenant de définir combien de fois le premier rapport contient le ſecond, c'est-à-dire combien de fois le rapport de* 53 *à* 203 *contient le rapport* 5 *à* 11*. Mais d'abord comment va-t-il expliquer ici le terme contenir? &c.*

Je n'ai aucune objection à ce que le rapport du ſolide ΜΞ au ſolide ΛΣ eſt le même que celui des nombres 53 à 203 et l'autre du ſolide ΚΘ au ſolide ΔΓ celui de 5 à 11, pourvu que l'un et l'autre ſoient bien démontrés: mais combien de fois le premier rapport contient par multiplication le ſecond ſe trouve défini dans le ſcholium de la propoſition 40 d'après les ſeuls principes de l'Auteur: mais dans quel ſens le mot *continere* doit être expliqué c'est ce qu' on peut voir dans le ſcholium et les propoſitions 39.40 précédemment expliquées, d'où il ſuit que c'eſt contre la vérité, ce qui eſt prétendu à la page 37 [26]), que dans l'opus Geometricum il n'eſt pas donné aucune autre explication du mot *continere* en dehors des deux produites par vous; et je m'étonne en vérité que cette interprétation n'a pas été aperçue par vous, parce qu'elle pouvait facilement être compriſe de la propoſition 12 [27]); laquelle repoſe ſur la huitième, ſurtout en y ajoutant l'explication du Père Saraſa au corollaire 9 [28]) des confirmations de la quadrature, livre qui n'a pas

[24]) Voir le cinquième alinéa de la p. 325 du T. XI.

[25]) Voir les p. 325 et 327 du T. XI, à commencer par l'avant-dernier alinéa de la p. 325.

[26]) Voir le deuxième alinéa de la p. 329 du T. XI.

Superſedere, mihi crede, labori iſti poteras; rationem enim ſolidi ΜΞ ad ſol. ΛΣ, item ſolidi ΚΘ ad ſol. ΔΓ, notam habuit, aliiſque & Romae & in Belgio demonſtrauit Auctor, pluribus annis antea, quam tu vita & luce fruereris: lege propoſ. 43. lib. 10. quae utramque rationem notam facit; nil igitur opus erat illam Auctori indicare, ex quo ſolo notitiam illius hauſiſti.

Sin [24]*) vero datis iſtis duabus rationibus, inuenire poſt hac potuerit rationem ſolidi ΗΥ ad ſol. ΧV, tum ſe credat circulum reuera quadraſſe.*

Hic ille modus eſt circulum facillimè ad quadrum reducendi, quem pag. 27. [15]) daturum te auctori pollicitus es: Quaeſo te Clariſſ. Domine, vnde habes, notâ ratione ſolidi HY ad ſol. XV, quadraturam abſolui? non aliundè certè quam ex Auctore, neque id, ſi velis, diffiteri potes: vt quid igitur, acſi hunc ignoraret is à quo ſolo didiciſti, quadraturae modum preſcribis? cum illa ſcriberes, optaſſem meminiſſe te, quid, & cui ſcriberes.

Dicam [25]*) autem nunc ipſas rationes: & primam quidem, hoc eſt rationem ſolidi ΜΞ ad ſol. ΛΣ, aio eſſe eandem quae numeri* 53 *ad* 203*. alteram vero rationem ſolidi ΚΘ ad ſol. ΔΓ, eam quae* 5 *ad* 11*. atque horum vtrumque infra ſum demonſtratus &c. conſequenter hoc nunc definiendum ei incumbet, quoties ratio harum prima, contineat ſecundam, hoc eſt quoties ratio* 53 *ad* 203*, contineat rationem* 5 *ad* 11*. ſed enim quo ſenſu verbum continere hîc explicaturus eſt?* &c.

Rationem ſolidi ΜΞ ad ſol. ΛΣ eandem eſſe quae numeri 53. ad 203. & alteram ſolidi ΚΘ ad ſol. ΔΓ, eam quae 5. ad 11. nil habeo quod opponam, cum vtrumque rectè demonſtratum ſit: quoties autem ratio prima per multiplicationem contineat ſecundam, definitum eſt in ſcol. ad propoſ. 40. ex ſolis Auctoris principiis: quo autem ſenſu verbum *continere* explicaturus ſit, vide idem ſcholium & propoſ. 39. 40. ante explicatas. vnde à vero alienum eſt, quod pag. 37. aſſeritur [26]), aliam interpretationem verbi *continere*, praeter duas à Te allatas, nullam in oper. Geom. exhiberi. & vero miror, interpretationem illam à Te perceptam non eſſe, cum ex prop. 12. [27]) quae octauae innititur, facile intelligi potuerit, additâ praeſertim explicatione P. Saraſſae coroll. 9. [28]) confirmationum quadraturae, qui liber deeſſe

[27]) Voir la note 12; puisque la proposition est erronée, il était difficile d'en déduire le sens véritable du terme „continere".

[28]) Dans le corollaire en question (p. 32 de son ouvrage) de Sarasa s'efforce de sauver la „Prop. 12" mentionnée en expliquant les étranges sous-entendus qu'on doit supposer pour comprendre la portée des propositions de Grégoire. En effet, ces sous-entendus sont bien propres à déconcerter celui qui consulte l'ouvrage de Grégoire. Ainsi l'addition des rapports représente chez lui deux opérations différentes qu'il discute amplement dans le „Scholion" à la „Prop. 6" du „Lib. 10" (p. 1102—1103 de son ouvrage). De cette façon il lui arrive de formuler des propositions étonnantes telle que la „Prop. 8", p. 1104 du même „Lib. 10", que nous citons, avec sa démonstration, comme échantillon. Disons d'abord que A, B, C, D sont des segments de droites de longueurs arbitraires et que AB signifie la somme des segments A et B.

Voici donc cette proposition: „Sint iam rationes AB ad CD, termini tam antecedens quàm pu vous manquer, vu un ſi grand voiſinage des lieux et qu' il a paru deux années avant le vôtre [29]).

8. Pag. 37 [30]). *il n'a donc pas enſeigné la manière de déterminer combien de fois le rapport du ſolide ΜΞ au ſolide ΛΣ contienne le rapport du ſolide ΚΘ au ſolide ΔΓ et par conſéquent ne pourrait pas non plus déterminer combien de fois ce rapport contient le rapport du ſolide ΗΥ au ſolide ΧV. D'où il paraît que ce rapport, même alors que les deux premiers ſont donnés, ne peut être connu au moyen de ce que le très-ſavant auteur a trouvé, et que par conſéquent il a eſpéré en vain de pouvoir effectuer de cette manière la quadrature du cercle.*

Ici eſt commiſe une erreur capitale, qui montre auſſi que vous n'entendez pas la doctrine de l'auteur, car ſoit que vous preniez le mot *continere* dans le ſens voulu par l'auteur et par moi précédemment expliqué, ſoit que vous y voyiez un *continere par multiplication* il a abondamment enſeigné les deux modes de détermination comme il eſt démontré dans le ſcholium de la propoſition 40. du livre 10 de l'opus Geometricum [31]), d'où ce troiſième rapport pouvait devenir connu par les inventions de l'auteur, de ſorte qu'il n'a pas eſpéré en vain d'effectuer par cette voie la quadrature du cercle.

Il [32]) *ne me reſte maintenant que de rendre manifeſte ce que j'ai poſé dans ce qui précède, en diſant que je démontrerais que le ſolide ΜΞ eſt au ſolide ΛΣ comme* 53 *à* 203, *et de même que le ſolide ΚΘ aurait au ſolide ΔΓ le même rapport que* 5 *à* 11. *Mais comme pour démontrer le premier il eſt néceſſaire que nous ſachions quel eſt le rapport de l'onglet parabolique à ſon cylindre de même baſe et de même hauteur; à cet effet faiſant connaître ce rapport, nous allons augmenter le traité que le très-Savant Auteur donne ſur cet onglet, dans la partie 5 du livre 9, d'un Théorème excellent, lequel je m'étonne que l'Auteur n'a pas trouvé lui-même parce qu'il ſe déduit facilement des choſes qu'il avait déjà démontrées, ainſi qu'il paraîtra bientôt.*

Vous vous trompez, très-Savant Seigneur, l'Auteur a vu et inventé ce Théorème il y a déjà trente ans et plus, mais comme celui-ci pouvait à tel point ſans peine aucune ſe déduire de ce qu'il avait démontré, il ne l'a jugé digne que d'un corollaire et non pas d'une propoſition. Voyez le corollaire [33]) de la propoſition 99 du livre 9 de l'opus Geometricum où vous liſez ces mots: *De là eſt manifeſte*

---

consequens diuisi, & antecedens quidem in A & B, consequens verò in C & D. Dico rationem AB ad CD, eandem esse cum ratione A ad C, B ad C, item A ad D, B ad D.

Demonstratio. Ratio A ad C, addita rationi B ad C, aequalis est rationi AB ad C (per 114 de proport.). Item ratio A ad D, addita rationi B ad D, aequalis est rationi AB ad D. Itaque cùm ratio AB ad C, vnà cum ratione AB ad D, aequalis sit rationi AB ad CD per praec. patet rationem AB ad CD, aequari rationibus A ad C, B ad C, vnà cum rationibus A ad D, & B ad D".

Quant à la proposition précédente, sur laquelle la démonstration s'appuie, elle est comme il suit:

Tibi non poterat, in tanta locorum vicinitate, cum duobus annis ante tuum prodierit [29]).

8. Pag. 37. [30]) *non docuit igitur modum determinandi, quoties ratio ſolidi ΜΞ ad ſol. ΛΣ, contineat rationem ſol. ΚΘ ad ſol. ΔΓ, ac proinde nec determinari poterit, quoties haec ratio contineat rationem ſolidi ΗΥ ad ſolidum ΧV: quare liquet hanc rationem ne duabus quidem prioribus datis, per inuenta Clariſſ. viri cognoſci poſſe, adeoque fruſtra ipſum ſperaſſe hoc modo perficere circuli quadraturam.*

Hic error commiſſus eſt palmaris, qui etiam in Auctoris doctrina peregrinum Te oſtendit: ſiue enim verbum *continere* ſumas in ſenſu ab Auctore intento & ante à me explicato, ſiue per illud intelligas *continentiam per multiplicationem*, vtrumque determinandi modum, abunde docuit vt oſtenſum in ſchol. ad propoſ. 40. lib. 10. oper. Geom. [31]) vnde tertia illa ratio per inuenta Auctoris nota fieri potuit, adeoque non fruſtra hâc viâ ſperauit circuli quadraturam perficere.

Reſtat [32]) *nunc tantum vt manifeſta faciam, quae in praecedentibus poſita fuere. dixi enim me demonſtraturum, quod ſolidum ΜΞ eſſet ad ſol. ΛΣ, vt* 53 *ad* 203, *item quod ſolidum ΚΘ, rationem haberet ad ſolidum ΔΓ, quam* 5 *ad* 11. *quoniam autem ad horum primi demonſtrationem neceſſarium eſt, vt notum habeamus, quae ſit ratio vngulae parabolicae ad cylindrum ſuum, idcirco hanc rationem declarantes, tractatum Clar. viri quem de eadem vngula propoſuit, vno egregio Theoremate auctiorem reddemus; quod miror ipſum non inueniſſe, cum ex iis quae iam oſtenderat facili negotio deducatur.*

Falleris Clariſſ. Domine, Theorema illud & vidit & inuenit Auctor iam à triginta & quod excedit, annis: ſed quia tam nullo negotio ex iis quae demonſtrarat deduci poterat, corollario illud, non propoſitione dignatus eſt. Inſpice corollarium [33]) propoſ. 99. lib. 9. oper. Geom. in quo haec verba leges: *Hinc manifeſta eſt ratio dignoſcendi proportionem inter vngulam parabolicam & cylindrum, qui*

„Propositio VII. Sit rationis A ad BC consequens divisum in B & C. Dico rationem A ad totam BC, eandem esse cum ratione A ad B, & A ad C".

[29]) L'ouvrage de Sarasa, cité p. 156, note 7 du T. I, parut à Anvers en 1649; il porte en haut des pages la suscription „Confirmationes quadraturae".

[30]) Voir le second alinéa de la p. 329 du T. XI.

[31]) Il s'agit toujours du „Scholium", ajouté par Aynscom à la „Prop. 40" du „Lib. 10", laquelle dans l'ouvrage de Grégoire n'est pas pourvu d'un „Scolium". Consultez la note 20, p. 254 du Tome présent.

[32]) Voir la p. 329 du T. XI à commencer par le troisième alinéa.

[33]) Voici le „Corollarium" en question qu'on trouve à la p. 1034 de l'ouvrage de Grégoire: „Hinc manifesta est ratio dignoscendi proportionem inter vngulam parabolicam, & cylindrum parabolicum qui vngulam continet, vel inter vngulam & residuum quod cum vngula parabolica cylindrum perficit. ex libro etenim quem praemisimus de parabola methodus colligi potest reducendi cylindrum parabolicum ad parallelepipedum illi aequale; cum verò hac praesenti propositione praxis demonstrata sit etiam vngulam ad parallelepipedum reducendi, quod eidem sit aequale: qui horum parallelepipedorum rationem cognouerit, etiam proportiones cognitas habebit, quae sunt inter cylindrum parabolicum eiusque vngulam".

la manière de reconnaître le rapport entre l'onglet parabolique et le cylindre qui contient l'onglet, ou entre l'onglet et le reste du cylindre, etc. et je m'étonne grandement que vous ne l'avez pas lu, ou, si vous l'avez lu, de l'avoir dissimulé.

Du reste, avec tout votre examen de la Cyclométrie vous n'avez fait autre chose que de montrer que de deux rapports connus dont le premier multiplie le second autant de fois que ce dernier multiplie un troisième, ce troisième, par les inventions que l'Auteur a appliquées à la première quadrature, ne devient pas connu. Mais l'Auteur procède par une voie tout à fait différente et par conséquent n'a nullement eu l'intention de faire connaître de deux rapports également multipliés un troisième, parce que la solution de ceci dépend du mésolabe. Il est donc manifeste que votre ἐξέτασις non seulement ne renverse pas la première quadrature de l'Auteur mais même ne la touche pas.

Cependant digne de louange est votre effort, *par lequel vous avez avec plus de diligence que de succès tenté une chose ardue* [34]). Ce n'est pas de peu d'importance que parmi tant d'excellents géomètres de ce siècle, vous, entre les premiers, vous vous avez choisi cette tâche. Qu' une autre fois cette étude, si vous avez le loisir de vous y appliquer, oblige l'Auteur et moi d'un nouveau bénéfice.

vngulam continet; vel inter vngulam & residuum cylindri &c. atque hoc miror valdè, aut non legisse Te aut si legeris dissimulasse.

Caeterum cum toto Cyclometriae examine nil aliud egeris, quam ostendere quod ex notis duabus rationibus, quarum prima toties multiplicat secundam, quoties haec multiplicat tertiam, per auctoris inuenta, quae primae adhibuit quadraturae, tertia non innotescat, Auctor vero toto caelo diuersâ incedat viâ, adeoque ex duabus notis rationibus aequimultiplicatis, nullo modo intenderit tertiam notam facere, quia illius solutio dependet à meselabio, manifestum est 'εξέτασιν tuam, non solum primam Auctoris quadraturam non euertere, sed illam ne quidem impetere.

Laude tamen dignus est conatus tuus, *quo licet maiori diligentia quam successu rem arduam tentaueris* [34]), non exiguum est tot inter eximios hoc aeuo geometras, Te primos inter, hanc Tibi prouinciam delegisse. quod rursus studium, adhibere si vacet, & Auctorem & me nouo affeceris beneficio.

[34]) Allusion à la phrase qui suit, employée par Huygens dans la préface de l'ouvrage jumeau qui contient l''Εξέτασις: „intellexi tandem, majori subtilitate quàm successu rem arduam tentatam fuisse". Voir la p. 287 du T. XI.