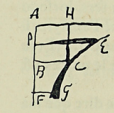
à l'autre queſtion, ſcauoir quelle ligne ſatisfait, DB devant eſtre $\frac{yy}{2x} - 2x$, ou bien $2x - \frac{yy}{2x}$, car j'ai voulu chercher l'un et l'autre, afin qu'il ne manque rien, quelque interpretation que vous puiſſiés donner à voſtre demande. Et il eſt à notre que les courbes encor icy ſont toutes differentes ſelon qu'on change les ſignes, bien qu'il arrive icy, qu'elles deviennent toutes deux ordinaires, au lieu qu'auparavant le changement des ſignes a fait venir une ordinaire pour une tranſcendante. Je dis donc que lors qu'on demande DB $= \frac{yy}{2x} - 2x$, comme vous l'aviés propoſé, l'equation de la courbe eſt $6a^6xxy^4 = a^6y^6 + r^{12}$ [5]), d'ou la dite valeur de DB viendra incontinent par le calcul ordinaire des tangentes. Mais lors qu'on demande DB $= 2x - \frac{yy}{2x}$, la courbe qui ſatisfait eſt aſſez differente de la precedante, et ſon equation eſt $2r^4xx = r^4yy + aay^4$ [6]), qui eſt moins elevée que l'autre de deux degrés. On peut varier la courbe en changeant la proportion de r à a. Ainſi j'eſpere maintenant de m'eſtre juſtifié un peu, et que vous reconoiſtrés, Monſieur, que j'ay eu quelque raiſon de m'attacher aux ſignes de la maniere que vous les aviés marqués vous même. Car ſuivant l'Analyſe toute pure (comme il eſt neceſſaire de faire quand on veut chercher des ſolutions par ſon moyen) les ſignes doivent eſtre gardés tels que le calcul les fournit, ſauf par apres à celuy qui fait la conſtruction de mener la ligne CD comme il faut, ſelon que la valeur de DB eſt affirmative ou negative. Ces petits changemens ſont quelques fois cauſe des beveues, ſur tout en des methodes, ou l'on ne s'exerce pas ſouuent, comme il m'eſt arrivé en vous ecrivant ma derniere, ou le calcul que je vous ay envoyé touchant la relation entre les eſpaces et velocités, item entre les temps et les velocités eſt bon; mais la conſequence que j'en auois tirée n'eſt pas bonne entierement. Car les temps eſtant t, eſpaces s, velocités v, la plus grande velocité a, il eſt vray comme j'ay marqué que les temps ſont comme les ſommes de $\frac{a^3}{aa-yy}$, et les eſpaces comme les ſommes de $\frac{aay}{aa-yy}$. Mais au lieu d'en tirer cette conſequence que les temps ſont comme les logarithmes de $\sqrt{(aa-yy)}$ et les eſpaces comme

---

5) La solution complète de l'équation différentielle $y\frac{dx}{dy} = \frac{y^2}{2x} - 2x$ s'écrit en effet: $6x^2y^4 = y^6 + C$.

6) La solution complète de l'équation $y\frac{dx}{dy} = 2x - \frac{y^2}{2x}$ s'écrit $2x^2 = y^2 + Cy^4$.

les logarithmes de la raiſon de $a+v$ à $a-v$, je deuois dire le contraire. Et peut-eſtre ne ſeriés vous pas faché, Monſieur, d'en voir la demonſtration. Soit ECG l'hyperbole dont le centre A, le vertex C, les aſymptotes AB, AH; et BC coſté du quarré AC ſoit l'unité ou a dont le logarithme o. L'on ſcait que l'eſpace ou parallelogramme hyperbolique (comme vous l'appellés) BG ſera le logarithme de AF, mais — BE ſera le log. de AD, ou bien BE ſera le log. de DE ou de $\frac{1}{AD}$. Donc il eſt clair que BD ou BF eſtant v [a]), alors BG ou le log. de $1+v$ ſera $\frac{1}{1}v - \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{3}v^3$ etc., et BE ou le log. de $\frac{1}{1-v}$ ſera $\frac{1}{1}v + \frac{1}{2}vv + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{4}v^4$ etc. donc BG + BE ou le log. de $\frac{1+v}{1-v}$ [b]), ſera $\frac{2}{1}v + \frac{2}{3}v^3 + \frac{2}{5}v^5$ etc., ce qui eſt le double de la ſomme de $\frac{a^3}{aa-yy}$; mais BG — BE ou le log. $1+v$ par $1-v$, c'eſt à dire le log. de $1-yy$ ſera $-\frac{2}{2}yy - \frac{2}{4}y^4 - \frac{2}{6}y^6$ etc. Ou bien le log. de $\frac{1}{\sqrt{1-yy}}$ ſera $\frac{1}{2}yy + \frac{1}{4}y^4 + \frac{1}{6}y^6$ etc. Ainſi $\sqrt{1-yy}$ eſtant en progreſſion Geometrique decroiſſante, $\frac{1}{2}yy + \frac{1}{4}y^4 + \frac{1}{6}y^6$ (c'eſt à dire la ſomme de $\frac{aay}{aa-yy}$) ſeront en progreſſion Arithmetique croiſſante. Cette methode ſervira en beaucoup d'autres rencontres; donc les velocités eſtant v, les temps ſeront les logarithmes de $\frac{1-v}{1+v}$, et les eſpaces ſeront les logarithmes de $\sqrt{1-yy}$. Ainſi ce que j'auois dit dans les Actes imprimés [7]) n'a pas beſoin de la correction que j'auois crû. Et l'equation exponentiale que je vous auois envoyée pour la relation des eſpaces et temps aura lieu, pourveu qu'on y change s en t et vice verſa.



Je m'imagine que vous jugerès maintenant que les equations exponentiales n'ont rien d'obſcur. Elles n'introduiſent point de nouuelles lignes comme il ſemble que vous l'aviés pris, mais elles expriment mieux celles dont on a beſoin, et les expriment d'une maniere au delà de la quelle il n'y a rien à pretendre. Auſſi quand j'ay dit [8]) que l'equation d'une certaine ligne eſt $\frac{x^3y}{h} = b\frac{2xy}{\cdot}$, vous voyés bien maintenant que c'eſt comme ſi j'auois dit la nature de la ligne eſtre telle que x^3y eſtant en progreſſion Geometrique, $2xy$ ou meme xy ſont en progreſſion

---

7) Voir la Lettre N°. 2632, note 10.

8) Voir la Lettre N°. 2623.

Arithmetique. On peut propoſer de ſemblables problemes en nombres, par exemple ſoit $x^x + x = 30$, alors on ſatisfera faiſant $x = 3$. Et ces problemes ne ſe peuuent conſtruire geometriquement que par les lignes dont je me ſers, lorſque les racines ne ſont pas rationelles. Et je croirois auoir perfectionné l'analyſe, ſi je pouuois touſjours reduire les quantités tranſcendantes à un tel calcul. Et je ſeray bien aiſe de ſcauoir ce qui vous en ſemblera maintenant que le proces eſt aſſéz inſtruit pour que vous puiſſiés donner arret.

Vous reconnoitrés peut-eſtre auſſi que je n'ay pas eu tant de tort de dire que ma maniere de calculer ſert pour les problemes des tangentes données. Quand j'auois vu que vos deux lignes propoſées eſtoient in poteſtate, je m'eſtois contenté d'en calculer l'une, qui venoit plus aiſement, et j'attendois pour donner l'autre d'apprendre ſi elles pouuoient ſervir. Mais je voy que vous les aviés propoſées tentandi gratia. Neantmoins j'ay eſté bien aiſe de voir ſi je vous pourrois donner ſatisfaction, depuis que j'ay vu que la premiere n'auoit pas trouué une audience favorable. Cependant je ne me vante pas d'auoir pouſſé cette methode à ſa perfection. Il s'agit ſans doute de ce qu'il y a de plus profond et de plus difficile dans la Geometrie et dans l'Analyſe. Mais je puis dire que je n'en ſuis pas fort eloigné et j'eſperois d'en venir à bout ſi j'auois le loiſir qu'il faut. Ce qu'il y a de beau entre autres, dans cette Methode, eſt qu'elle mene directement à des tranſcendantes, comme elle doit auſſi, puiſque ordinairement on y doit venir dans ces queſtions, à peu pres comme ordinairement les racines des equations ſont ſourdes. Mais lors que les courbes ordinaires peuuent ſatisfaire, les tranſcendantes memes le monſtrent. J'ay une autre maniere particuliere [9]) qui reuſſit toutes les fois que la courbe eſt ordinaire, mais je ne m'en ſers pas volontiers à cauſe de ſa prolixité. il faudroit faire des Tables pour la rendre aiſée. J'eſtime bien plus la generale, mais je ne l'ay pas encor portée à ſa perfection. Mais vous ferés las de ces bagatelles. Il eſt temps que je finiſſe en me diſant comme je puis faire avec beaucoup de zele et de ſincerité

MONSIEUR

Vôſtre tres humble et tres obeiſſant ſerviteur
LEIBNIZ.

9) Allusion à la méthode mentionnée dans la Lettre N°. 2627 et esquissée plus amplement aux pages 295 et 296 de l'article: „De Geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum" publié dans les „Acta" du mois de juin 1686.

PS. Je vous envoyeray tout ce que jay promis [10]) lors que je ſeray un peu plus en eſtat de mediter à des choſes que je n'ay plus preſentes dans l'eſprit.

a) BD ∞ BF ∞ *v* [Chriſtiaan Huygens].
b) Log. rationis $1 + v$ ad $1 - v$, quae eſt ratio DE ad FG [Chriſtiaan Huygens].

N° 2640.

D. PAPIN à CHRISTIAAN HUYGENS.

6 DÉCEMBRE 1690.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle à été publiée par E. Gerland [1]*).*
Elle est la réponse au No. 2617.
Chr. Huygens y répondit le 2 novembre 1691.

a) MONSIEUR

J'ay lu et relu vos deux traittez, et autant que j'en puis juger, on ne peut pouſſer ces matieres plus loing en ce que Vous en avez traitté: mais il eſt vray, comme Vous le remarquez auſſi, qu'il ij a encor bien des choſes que Vous n'avez pas touchées: mais il faut eſperer que Vous pourrez le faire dans la ſuitte. J'ay trouvé que voſtre remarque de la page 17e [2]) touchant les ondes particulieres de chaque

10) Nouvelle allusion à la pièce N°. 2628, qui n'a jamais été envoyée.

1) Leibnizens und Huygens Briefwechsel mit Papin, p. 161.
2) Il s'agit du principe célèbre de Huygens, conçu dans les termes suivants: „Il y a encore à considerer dans l'émanation de ces ondes, que chaque particule de la matière, dans laquelle une onde s'etend, ne doit pas communiquer son mouvement seulement à la particule prochaine, qui est dans la ligne droite tirée du point lumineux; mais qu'elle en donne necessairement à toutes les autres qui la touchent, et qui s'opposent à son mouvement. De sorte qu'il faut qu'autour de chaque particule il se fasse une onde dont cette particule soit le centre".

particule de matiere Etherée, eſtoit fort neceſſaire pour expliquer la refraction et demonſtrer la proportion des ſinus qu'elle obſerve: car la raiſon de Mr. Deſcartes dans ſa Dioptrique ne m'a jamais ſatisfait, et les conſequences curieuſes que fournit voſtre Hypotheſe pour prouver que la refraction ne ſe fait pas ſimplement à la ſuperficie mais qu'elle cauſe vne courbure continuelle dans les rayons qui s'eſpendent dans l'air [3]): ces conſequences, disje, eſtoient auſſi fort neceſſaires pour expliquer les differentes refractions des rayons qui demeurent dans l'air ſans paſſer dans vn autre milieu. J'ay auſſi admiré, Mons.r, combien voſtre Hypotheſe pour la double refraction du criſtall d'Iſlande ſatisfait parfaitement à tant de phænomenes que Vous avez obſervez avec tant de curioſité et de ſubtilité, tant dans les ſuperficies naturelles du criſtall que dans les coupes faittes à deſſein par d'autres plans. J'avoue pourtant que j'ay de la peine à concevoir comment cette Hypotheſe peut eſtre veritable: car enfin vos demonſtrations pour la refraction en general ſuppoſent vne parfaitte homogeneité dans le milieu ou ſe fait la refraction en ſorte que toutes ſes parties ſoient de nature a rallentir egalement la propagation de la lumiere: mais il me ſemble que le criſtall d'Iſlande tel que Vous le repreſentez ne ſçauroit avoir cette homogeneité: car 1°. pour expliquer la refraction reguliere il faut ſe repreſenter ce criſtall comme vne portion d'Ether ou il ij a quelques parties criſtallines entremeſlées qui ij retardent le mouvement de la lumiere mais la compoſition interieure de ce criſtal, telle que Vous la repreſentez dans la ſuitte nous donne lieu de croire que ces parties criſtallines ne ſont pas diſtribuées comme il faut pour faire egalement de reſiſtance dans toutes les parties de ce corps: car ces petits ſphæroides ſi egaux et arrangez ſi regulierement les vns ſur les autres doivent, ce ſemble, reſiſter beaucoup plus aux parties donde de lumiere qui paſſent proche de leur centre, qu'à celles qui paſſent vers leur circumference ou ils ont moins d'eſpaiſſeur: à moins de les ſuppoſer plus petits que le moindre point de lumiere ſenſible: et non obſtant cela il ſembleroit touſjours que la facilité qu'ils ont à laiſſer paſſer la lumiere plus viſte vers vn ſens que vers l'autre, devroit produire ſon effect dans la refraction reguliere et rendre auſſi ſes ondes ſpheroides: 2°. je trouve auſſi vne difficulté à l'egard de la refraction irreguliere, c'eſt que cette propagation de lumiere ſe faiſant dans les parties criſtallines qui ſont de nature à rallentir le mouvement, comm'il paroiſt par la refraction reguliere, il ſemble que lad.e propagation devroit donc eſtre encor plus lente que la reguliere, et cependant c'eſt tout le contraire: puis qu'elle remplit tout le ſpheroide tandis que la refraction reguliere n'emplit que la ſphære qui y eſt inſcritte. Je ne vois pas bien comment

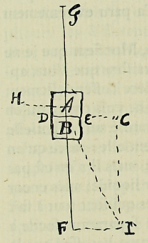
[3]) Allusion à divers passages du quatrième chapitre, intitulé: „De la refraction de l'air", pp. 42-48 du Traité de la lumière.

on pourroit expliquer cela; mais cependant, Monſieur, il faut avouer que la conformité de tant de phænomenes avec la Theorie c'eſt quelque choſe de bien fort pour perſuader la verité des Hypotheſes, et pour faire croire qu'il ij aura moien d'oſter les difficultez qui ij paroiſſent dabord, auſſi bien que pour expliquer l'experience ſurprenante que Vous rapportez pag. 80[4]). Voſtre maniere pour trouver les figures qui ſervent à la reflexion et refraction m'a paru extremement commode.

Pour venir à preſent à la cauſe de la dureté je Vous avoue, Monſieur que je ne puis encor entrer dans voſtre ſentiment: Je gouſte fort les raiſons que Vous apportez contre Monſieur Deſcartes pour prouver que ſi la matiere à eſſentiellement quelque dureté cette dureté doibt eſtre invincible: mais je ne puis croire qu'on puiſſe, ſans s'eloigner des principes naturels, luy attribuer la dureté auſſi eſſentielle que l'eſtendue: car enfin je luy attribue l'eſtendue comme eſſentielle: parce qu'en effet il m'eſt impoſſible de concevoir la matiere ſans eſtendue; mais il n'en eſt pas de meſme de la dureté: car non ſeulement je puis la concevoir liquide; mais encor la diſtinction reelle que je conçois clairement entre des parties qui ſont tout à fait les vnes hors des autres, ſemble inferer neceſſairement vne ſeparation facile à moins que quelque cauſe exterieure l'empeſche: n'ij ayant aucune neceſſité que le mouvement qui convient à l'une doive auſſi convenir à l'autre: et encor vn coup, il me ſemble que de poſer vne telle neceſſité c'eſt poſer vn principe qui n'eſt pas naturel. J'avoue pourtant, Monſieur, que l'experience fait voir qu'il ij a de la dureté dans le monde, et quil eſt difficile d'expliquer cette dureté à moins de ſuppoſer quelque dureté premiere qui ſoit la cauſe des autres: mais je ne crois pour-

[4]) Lisez: 89. Dans cette page, en effet, et dans les suivantes, Huygens donne la description complète et distincte des phénomènes de polarisation qu'un rayon de la lumière présente lorsque, après avoir traversé un premier cristal d'Islande, il passe par un second. Il remarque que 1°. dans tous les cas où les sections principales des deux cristaux sont parallèles, chacun des deux rayons sortis du premier cristal conserve le même caractère dans le second et ne fournit dans celui-ci qu'un seul rayon, savoir, le rayon ordinaire un rayon ordinaire et le rayon extraordinaire un rayon extraordinaire, que, 2°. dans le cas où les sections principales sont perpendiculaires l'une à l'autre, les deux rayons restent encore simples dans le second cristal, mais présentent avec le premier cas cette différence, que le rayon ordinaire du premier cristal devient extra-ordinaire dans le second et réciproquement. Dans tous les autres cas, chacun des deux rayons sortis du premier cristal se dédouble dans le second en un rayon ordinaire et un rayon extra-ordinaire. Avant de donner la description de ce „phénomene merveilleux" Huygens remarque: „Bien que je n'en aie pas pû trouver jusqu'icy la cause, je ne veux pas laisser pour cela de l'indiquer, afin de donner occasion à d'autres de la chercher." Ce ne fut que 121 ans plus tard que les recherches de Huygens furent reprises et poursuivies par Malus qui réussit à trouver la cause de ces phénomènes.

tant pas que cela ſoit impoſſible: ſuppoſant, par exemple le meſme corps que Vous m'avez propoſé, fait des deux parties A, B et environné d'vne liqueur qui le preſſe en tout ſens, je dis que ſi on pouſſe la partie A vers C il faudra que la partie B ſoit auſſi affectée par cette nouvelle impreſſion: ce qui eſt vne marque de leur vnion.



Pour prouver cela, M.r, je Vous ſupplie de conſiderer que A et B ne ſont pas dans vn repos abſolu; mais ils ſont continuellement dans le meſme eſtat que s'ils ſe chocquoient avec vne certain viteſſe: car ſi tout d'un coup on oſtoit B, par exemple, avec la liqueur qui le preſſe de F vers G, au meſme inſtant la partie A iroit vers F et ij parviendroit dans le temps 1″, par exemple, tout auſſi bien que ſi dans la 1″ precedente il fuſt venu de G en A: je dis de meſme que B iroit vers G ſi on oſtoit A. Ces parties donc ſi preſſees comme nous les ſuppoſons ſont au meſme eſtat qu'elles ſeroient dans l'inſtant du choc ſi l'une venoit de F en B et l'autre de G en A avec egale viteſſe, et qu'elles n'euſſent point d'elaſticité pour cauſer aucune reflexion. Il faut donc voir a preſent ce qui arriveroit ſi, dans ce meſme inſtant du choc, quelqu'autre force dont la viteſſe ſeroit AH, par exemple, venoit pouſſer la partie A vers C. il eſt clair que dans cet inſtant la direction ny la viteſſe de A ne ſeroit plus AF, mais ce ſeroit la diagonale du rectangle BI ſuppoſant FI égale à AH. ou du moins ce ſeroit vne ligne parallele et egale à BI. Or il eſt clair que le reſultat d'un tel choc ne ſera point que A prenne ſa direction vers C en gliſſant par le plan DE, mais comme il aura ſa direction vers I avec plus de force que B ne luy fait de reſiſtance il faudra neceſſairement que B change du moins de ſituation pour le laiſſer paſſer: et ces deux parties enſemble feront quelque converſion comme il arrive quand on pouſſe vn corps par vne ligne qui ne paſſe pas par ſon centre de gravité: mais il ne s'enſuivra pas qu'apres cette converſion ces deux parties doivent encor ſe ſeparer: car en meſme temps que la converſion commence la preſſion de la liqueur ou ils ſont continue touſjours de les preſſer l'vne vers l'autre ce qui fait qu'á chaque inſtant elles ſont au meſme eſtat que ſi elles ſe chocquoient ſuivant la nouvelle ſituation quelles acquierent et ainſi cet effort continuel qu'elles font l'une vers l'autre, fait que la force HA qui tend a faire gliſſer A par le plan DE ne ſçauroit en venir à bout a moins que la force HA ſurpaſſaſt la force FA en ſorte que B ne puſt ſuivre le mouvement de A: car alors A gliſſeroit en effet et ſe ſepareroit de B; mais ce ne ſeroit touſjours point ſans changer vn peu la ſituation de B. Voila, Mons.r, comment il me ſembla qu'on peut expliquer la dureté par la preſſion extérieure des liqueurs qui environnent, ſans qu'il ſoit beſoing d'avoir recours a vne dureté eſſentielle: je Vous ſupplie d'avoir la bonté de me donner encor quelque eclairciſſement ſur cela.

Vn peu avant que d'avoir receu l'honneur de voſtre derniere, ces M.rs de

Lipſik m'avoient envoyé les *Acta* ou j'avois veu dans le mois de May vn ecrit de Mons.r Leibnits contre moy [5]), que Vous aurez ſans doute remarqué: Voſtre livre, Monſieur, et voſtre derniere lettre m'ont eſté fort vtiles pour ij faire reſponſe [6]): j'ay par ce moien prevenu les railleries que Vous m'avertiſſez fort bien que Ms.rs Leibnits ou Bernoulli auroient pu faire ſur le trop grand effect que j'ay attribué à la machine de Monſieur Perrault [7]): et le tour que je donne à cette affaire ſera ſans doute trouvé bien meilleur venant ainſi de moy meſme que ſi je n'ij avois eu recours qu'apres ij eſtre contraint par les objections qu'on m'auroit faittes. Je reſpons auſſi dans la meſme piece à l'autre objection, que Vous avez daigné me faire et que j'avois preveue, ſur l'equilibre qui ſe trouveroit ſi la balle D peſoit 200 livres [8]): mais je ne groſſiray pas à preſent ce pacquet en ij joignant cet ecrit: car je m'aſſeure que ces M.rs de Leipſik l'inſereront bien toſt dans les *Acta* [9]) s'ils ne l'ont deſjá fait, et qu'ainſi Vous le verrez lá plus commodement. Je Vous ſupplie tres humblement, Monſieur, d'avoir la bonté de me dire ce que Vous en penſez: et ſi je n'ay pas eu raiſon de dire que Mons.r Leibnits (*pag.* 231. *Act. Erud. An.* 1690) donne vn argument qui eſt manifeſtement refuté dans la page 145 de voſtre livre [10]).

---

5) G. G. L. De causa gravitatis, et defensio sententiae suae de veris naturae legibus contra Cartesianos. L'article était dirigé contre l'article de Papin, cité dans la Lettre N°. 2595, note 8.
6) Dans l'article cité dans la Lettre N°. 2617, note 9.
7) Consultez la note 7 de la Lettre N°. 2595 et la Lettre N°. 2617.
8) Il résulte du de l'article cité par Papin (Acta Eruditorum 1691 page 12 et 13) que celui-ci n'a nullement saisi le sens et la portée des objections qui lui avaient été faites par Huygens.
9) L'article parut dans les Acta de janvier 1691.
10) Allusion au passage suivant de l'article de Papin, cité dans les notes précédentes: „Per dictae materiae" (la matière qui, suivant la théorie de Huygens, est la cause de la gravité) „velocitatem explicat celeberrimus Autor" (Huygens) gravium in descensu accelerationem: moxque pag. 148 (lisez: pag. 145) ostendit, a mediocri velocitate eundem effectum non posse expectari, sicque manifestissime refellit Cl. L. argumentum (in Act. Erud. A. 1690, p. 231) ex tubo fig. 3 desumptum". Ajoutons qu'il s'agit de la question si la valeur constante de l'accélération pendant la chûte des corps, indépendamment de la vitesse déjà acquise, pouvait s'expliquer, oui ou non, dans l'admission d'une vitesse très grande de la matière fluide qui est censée être la cause de la pesanteur. Papin, dans l'article cité dans la Lettre N°. 2595, note 8, avait mis en avant la nécessité de cette grande vitesse. Leibniz, au contraire, la niait; mais on doit avouer que ses arguments sont peu concluants et ne témoignent par d'une entière intelligence de la théorie de Huygens. Ainsi, l'expérience sur laquelle il s'appuie, celle du tube tournant rempli de mercure et contenant en outre un globe d'une matière moins dense, a-t-elle une grande ressemblance avec l'expérience de Descartes, rapportée par Huygens à la page 133 de son „Discours de la pesanteur" et récusée expressément par lui comme n'ayant aucun rapport avec sa propre théorie de la cause de la gravité.
Huygens lui-même s'exprime d'ailleurs très clairement sur la question en litige au lieu cité par Papin. En effet, on y lit: „Mais pour revenir à la Pesanteur; l'extreme vitesse de la matière qui la cause, sert encore à expliquer comment les corps pesants, en tombant, accelerent

Je m'eſtimerois bien heureux, Monſieur, ſi je pouvois aller recevoir les inſtructions de voſtre propre bouche ſans Vous donner la peine d'ecrire: et je ne deſeſpere pas de le faire non obſtant la guerre: car quoyque les temps miſerables ſoient fort contraires aux Muſes, ils ne le ſont pourtant pas aux ouvriers comme moy qui ont beaucoup travaillé pour remedier à la miſere, et pour tirer des aliments ſains et agreables de choſes qu'on rejette d'ordinaire comme inutiles. Vous pouvez, s'il Vous plaiſt, voir ce que j'ay ecrit ſur cela depuis la 1.e juſques à la 12.e page du traitté anglois [11]) que j'eus l'honneur de Vous preſenter en paſſant à la Haye [12]): je me ſuis encor depuis ce temps perfectionné ſur cette matiere auſſi bien que ſur la conſervation des fruits dans le vuide: de ſorte qui ſi j'eſtois dans vne grande ville et que les Magiſtrats vouluſſent ſeulement authoriſer ce que je propoſerois, je ne doute point que je feiſſe bien mes affaires en ſervant fort vtilement le Public. D'autre coſté l'Academie a agi avec moy d'une maniere à faire voir clairement qu'ils voudroient me reduire à dependre de la miſericorde de mes collegues, ce qui eſt bien different de ce qu'on m'avoit ecrit à Londres: j'ay donc eu recours à S. A. S. et je ne ſcay pas quelle ſatisfaction je pourray obtenir tant à cauſe qu'effectivement je ſuis icy fort peu vtile, comme je Vous l'ay autre fois mandé [13]) que parce que pluſieurs de M.rs nos Profeſſeurs ont de proches parents et alliez dans le conſeil. Ainſi je vois grande apparence que cela reuſſira à me faire ſortir d'icij: je le feray pourtant de la meilleure grace qu'il me ſera poſſible: mais je ne vois point de ſi bon moien pour cela que ſi j'avois quelque vocation pour vne Academie ou pour quelque ville maritime: dans ce dernier cas on pourroit prendre le pretexte d'une nouvelle invention que j'ay pour vivre ſoubs l'eau et dont on voudroit taſcher de tirer advantage, ce qui ne ſe peut faire dans le pays de Heſſe: ainſi je pourrois

tousjours leur mouvement quand mesme ils l'ont desja acquis à un fort grand degré de vitesse. Car celuy de la matière fluide, surpassant encore de beaucoup la celerité d'un boulet de canon, par exemple, qui retombe de l'air, apres y avoir esté tiré perpendiculairement, ce boulet, jusqu'à la fin de sa chûte, ressent à fort peu près la même pression de cette matière, et partant sa celerité en est continuellement augmenté. Au lieu que, si la matière n'avoit qu'un mouvement médiocre, la balle apres en avoir acquis autant, n'accelereroit plus sa chûte, par ce qu'autrement elle serait obligée de pousser cette même matière, à succéder dans sa place avec plus de vitesse qu'elle n'auroit pour cela par son propre mouvement."

„L'on peut enfin trouver icy la raison du principe que Galilée a pris pour demontrer la proportion de l'acceleration des corps qui tombent; qui est que leur vitesse s'augmente également en des temps égaux. Car les corps estant poussez successivement par les parties de la matiere qui tache de monter en leur place, et qui, comme on vient de voir, agissent continuellement sur eux avec la même force, du moins dans les chûtes qui tombent sous nostre experience; c'en est une suite nécessaire que l'accroissement des vitesses soit proportionel à celuy des temps."

[11]) A continuation of the new Digester of Bones, together with some improvements and new uses of the airpump. London, 1687, in-4°.

[12]) Voir la Lettre N°. 2595, note 10.

[13]) Voir la Lettre N°. 2595.

ſortir d'icij dvne maniere qui ſeroit honorable pour tout le monde: et je ne demanderois rien à ceux qui m'auroient appellé ſinon qu'ils daignaſſent authoriſer ce que j'entreprendrois pour l'utilité publique. Je prens donc la liberté, Monſieur, de Vous ſupplier tres humblement de voir ſi la choſe eſt faiſable, et en ce cas d'avoir la bonté de me le faire ſçavoir: parce que j'attens bien toſt reſponſe du Prince et ſuivant cette reſponſe il faudra que je prenne mes meſures. Au reſte, Monſieur, ce que je dis de la maniere de vivre ſoubs l'eau n'eſt pas vne chymere controuvée exprès: car, outre ce que j'ay publié dans les *Acta* de l'annee derniere [14]) touchant la maniere de conſerver la flame ſoubs l'eau, j'entreprendrois au peril de ma vie de faire le vaiſſeau de Drebell [15]) de ſi bon ſervice qu'on pourroit s'en ſervir pour les plus longues navigations avec plus de viteſſe et moins de danger que d'un vaiſſeau ordinaire: et on pourroit entrer dans les ports ennemis ſans eſtre apperceu, et ij couler à fonds tous les vaiſſeaux qui ij ſeroient. Je ſçay que fort ſouvent en faiſant de ſemblables propoſitions on s'expoſe à paſſer pour ignorant ou pour fourbe: mais je me mets à l'abry de cela en choiſiſſant vn introducteur auſſi eclairé que Vous ſur ces ſortes de matieres, et de qui la reputation eſt ſi bien etablie par tout: et enfin tout ce que je demande à preſent ne ſçauroit faire que du bien à ceux qui me feroient l'honneur de m'appeller: puiſque du moins ils augmenteroient le nombre de leur ſujets ſans rien debourcer: ſi ce n'eſt que dans la ſuitte eſtant eclairez de vos lumieres ils jugeaſſent à propos de me faire travailler à quelque choſe pour leur propre ſervice et vtilité. J'eſpere donc, Monſieur, que l'honneur de voſtre bienveillance qui m'a autrefois ſi heureuſement introduit dans le monde [16]) m'ij pourra encor ſoutenir dans le pas gliſſant ou je me vois. c'eſt dont je Vous ſupplie tres humblement eſtant avec vn tres profond reſpect,

MONSIEUR

Votre treſhumble et treſobeiſſant ſerviteur
D. PAPIN.

. de Marbourg ce 26e v. s. Novemb. 1690.

[a]) Reſpondu le 2 Nov. 1691. [Chriſtiaan Huygens]

[14]) Les „Acta" de septembre 1689, où l'on trouve l'article intitulé: „Excerpta ex litteris Dn. Dion. Papini ad... de Instrumentis ad flammam sub aqua conservandam."

[15]) Voir, sur Drebbel et son vaisseau, la Lettre N°. 1259, note 12.

[16]) Voir la pièce N°. 2008, note 11 et la Lettre N°. 2040.

N° 2641.

J. Ludolff [1]) à Christiaan Huygens.

9 décembre 1690.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Vir Generoſe, Excellentiſſime & Celeberrime
Patrone ſumme colende!

Huc acceſſi ſtudij mei Mathematici promovendi cauſâ, in Patria obſervans, Mathematum cultum praeprimis in Hollandia florere, difficulter vero habemus copiam horum, quae hîc copioſé hac in re geruntur; accedit m. quod nobiliſſima Mathematum ſcientia rariſſimos apud nos inveniat Patronos & Fautores non ſine maximo hujus ampliſſimi ſtudij detrimento. Celeberrimum tuum Nomen, Vir Generoſe, innotuit mihi, non credo, quod mihi quicquam felicius hîc contingere poſſit, quam ſi mihi detur licentia perſonam ipſam coram venerari, ejuſdemque alloquio & patrocinio frui, id quod ſi mihi permittas benigne, ſtudium meum pro meis facultatibus Tibi erit obſtrictiſſimum; ſi, quid velis, mihi ſignificare placeat, expectabo id ipſum in hoſpitio meo Tibi vicino in t' hoogſtraet over de Papenſtraet bij den heer Raeſt. Valeas et Faveas

Tui excellentiſſimi Nominis Cultori
Jobo Ludolffo,
Math: P. P. & Senatori in Patria.

Mijn Heer
Mijn Heer Christiaen Hugens van Selem

Dabam Hagae Comitis
d. 9 Dec. 1690.

[1]) Job (ou Hiob) Ludolff, neveu du célèbre orientaliste de même nom. Il naquit à Erfurt, le 27 février 1649, étudia à Erfurt et à Jena, voyagea en Danemarck et en Suède, s'appliqua aux mathématiques, devint professeur à Erfurt en 1683, en 1694 docteur en droit, et occupa diverses charges dans la municipalité d'Erfurt. De 1710 jusqu'au 5 février 1711, date de sa mort, il y fut bourgmestre. Vers la fin de sa vie, il s'occupa beaucoup de la quadrature du cercle.

N° 2642.

Christiaan Huygens à J. Hudde.

14 décembre 1690.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

Huddenio.

Mijn Heer

Die UEd. deſen behandigen ſal, is Orgeliſt alhier in de Franſche Kerck ende is genaemt Blankenburg [1]) ende mij over veele jaeren wel bekent, dewelcke vernomen hebbende dat het orgel is komen te vaceeren in de Weſterkerck tot Amſterdam, ende mij verſoekende dat indien ick konde hem eenighe recommandatie ſoude procureeren aen de Heeren van de Regering aldaer, ten eynde hij die plaetſe mochte verkrijgen, ſoo hebbe ick niet konnen weygeren hem deſe adreſſe aen UEd. mede te geven, als wetende dat UEds. faveur hem in deſen van groot effect kan ſijn. Aengaende ſijn wetenſchap en bequaemheydt kan ick ſeggen, daer van ſoo door de getuygeniſſe van goede kenners, als door mijn eijgen ondervindinghe genoechſaem verſeeckert te ſijn, alſoo ick mede voor een liefhebber paſſeere, en mij door natuyrlijcke genegentheyt ſoo in de Practijcke als in de Theorie van de muſieck van over langh al veel geoeffent hebbe. Doch van deze bequaemheydt moet hij doen blijcken, als hij neffens ſijn competiteurs ter proeve ſal werden geſtelt, naer 't welcke ick alleenlijck verſoeck dat hij naer verdienſten van ſijn konſt magh geconſidereert werden. Eer ick laetſtmael van Amſterdam vertrock hadde ick het ontſtelde Horologie [2]) in ſoo goeden ſtaet als het andere doen brengen; gelyck ick aen de Heer van de Blocquery dienaengaende raport deede, ende aen UEd. mede ſoude gedaen hebbe, indien UEd. indiſpoſitie het niet verhindert hadde, dewijl ick dan voorts vergenoeght was met den Horologiemaecker Meybos als mede met Mr. van Laer tot adjunct van Mr. de Graef, ſoo verſeeckerde mij ſeer beleefdelijck wel gem.de Heer van de Blocquery, alles voorts op ſich te neemen, ende beneffens UEds. te ſullen bevorderen al 't geen ſoo tot het aennemen der voors. perſonen, als tot haer ſpoedigh vertreck en de noodige praeparatien in 't Schip Brandenburgh ſoude van nooden ſijn. Ick heb M.r de Graef gerecommandeert van aen mij te ſchrijven voor ſijn vertreck [3]);

[1]) Quirinus van Blankenburg, né à Gouda en 1654. Il fut organiste de l'église wallonne et ensuite de la nouvelle église à la Haye, et est connu comme l'auteur d'un ouvrage: „Elementa Musica of Nieuw licht tot het welverstaen van de musiec" etc. Il mourut en 1759.
[2]) Voir la Lettre N°. 2638.
[3]) Voir la Lettre N°. 2645.

doch heb noch niets van hem vernomen. Ondertuſſchen ſal ick UEd. bidden, deeſe taeck, gelijck tot hiertoe gedaen heeft, gunſtighlijck te willen helpen bevorderen blijvende

MIJN HEER

UEd. ſeer oodtmoedigen Dienaer
CHR. HUYGENS.

Haghe den 14. December.

N° 2643.

CHRISTIAAN HUYGENS à G. W. LEIBNIZ.

19 DÉCEMBRE 1690.

La lettre se trouve a Hannover, Bibliothèque royale.
La minute se trouve à Leiden, coll. Huygens[1]*.*
La lettre a été publiée par P. J. Uylenbroek[2] *et C. I. Gerhardt*[3]*.*
Elle est la réponse aux Nos. 2636 et 2639.
Leibniz y répondit par la lettre du 6 février 1691.

A la Haye ce 19 Decembre 1690.

MONSIEUR

A cauſe d'un voiage de quelques jours, que j'ay eſté obligé de faire à Amſterdam[4], pour avoir ſoin de l'embarquement de mes Pendules dans les vaiſſeaux qui vont aux Indes, je n'ay pu repondre plus toſt à deux lettres que j'ay eu l'honneur de recevoir de voſtre part.

J'eſtime beaucoup voſtre ſolution pour ma ſeconde ligne courbe, et ſi vous avez une methode qui reuſſiſſe touſjours, quand ce ne ſeroit que lorſque la courbe eſt

[1]) Un brouillon de cette lettre se trouve aux pages 73 recto et verso du livre G des Adversaria. Il diffère assez notablement de la lettre même, surtout dans l'ordre des sujets traités. Toutefois le brouillon ne contient presque rien qui ne se retrouve sous une forme ou autre dans la lettre envoyée. Nous nous bornerons donc à marquer dans les notes les endroits où la différence des deux pièces est la plus sensible. La minute, écrite sur une feuille isolée, ne diffère pas sensiblement du texte donné par Gerhardt, d'après le manuscrit de Hannover.

[2]) Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae, etc. Fasc. I, p. 55.

[3]) Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 68 et Briefwechsel von G. W. Leibniz, p. 625.

[4]) Voir les Lettres Nos. 2638 et 2642.

ordinaire, vous augmenterez la Geometrie d'une invention fort conſiderable en la donnant au public. Mais j'ay touſjours de la peine à croire que la regle univerſelle ſe puiſſe trouver, ſur tout quand les termes algebraiques de la conſtruction donnée pour la Tangente ſont beaucoup deguiſez par la ſubſtitution des valeurs[5]). Et il faudroit encore une preuve, où il y euſt plus de difficultè que dans ma dite courbe. Mais je ne veux pas vous en donner la peine, ſi vous ne le ſouhaitez vous meſme. Il me ſemble que dans cette courbe, par un calcul retrograde[6]) on peut connoiſtre l'equation d'où les termes de la conſtruction ont eſtè produits: et ſur tout cela n'eſt pas difficile dans ce cas, où vous avez trouvè l'équation de 6 dimenſions, ſcavoir où la ſoutangente eſtoit donnée $\frac{yy}{2x} - 2x$. Je me ſers icy de voſtre correction pour les ſignes + et −[7]), et j'avoue que dans toutes les deux courbes je les devois avoir mis comme vous dites, parce qu'en ſuivant ſimplement l'operation de la Regle[8]), les termes viennent de cette façon. Mais comme j'ay accoutumè de m'en ſervir avec des ſignes contraires au numerateur, en avertiſſant de quel coſtè la tangente doit eſtre priſe, cela a eſtè cauſe de ce renverſement. J'ay autrefois ecrit la demonſtration et origine de cette Regle des Tangentes, et Mrs. de l'Academie de Paris ont fait imprimer ce petit traité[9]) depuis peù avec quelques autres, tant de moy que de quelques uns d'entre eux. Il y a là auſſi de moy une nouvelle demonſtration pour l'équilibre de la Balance, la quelle je ſeray bien aiſe que vous voyez; celle d'Archimede m'ayant touſjours paru defectueuſe, ainſi qu'à bien d'autres; mais on ne peut rien avoir de ce qu'on imprime en France.

Pour ce qui eſt de voſtre courbe de quatre dimenſions, dont l'equation eſt $2r^4xx \propto r^4yy + aay^4$, ou ce qui eſt la meſme choſe, $2aaxx = aayy + y^4$, elle ſatisfait parfaitement, je l'avouë, à ma ſoutangente donnée $-\frac{yy}{2x} + 2x$. Et pourtant ce n'eſt pas là l'equation de ma courbe dont j'avois tirè ces termes, ce qui peut-eſtre vous ſurprendra[10]). Mon equation eſtoit $2aaxx = aayy - y^4$, qui donne tout une autre courbe que la voſtre[11]). Il ſembleroit d'abord qu'il y auroit une meſme conſtruction de tangente pour deux courbes differentes, mais a y prendre

[5]) Consultez, sur ces déguisements, la note 10 de la lettre N°. 2611, et l'Appendice N°. 2612.

[6]) Voir, sur ce calcul rétrograde, l'Appendice N°. 2644 de cette lettre, aux §§ I et II.

[7]) Voir la pièce N°. 2612, note 3.

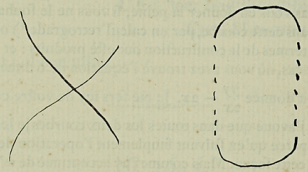
[8]) Il s'agit de la règle, telle qu'elle avait été formulée p. e. par de Sluse dans l'article cité dans la Lettre N°. 1924, note 1.

[9]) Voir la Lettre N°. 2435, note 1.

[10]) Le brouillon ajoute en marge: „il y a là matiere pour une profonde speculation". Voir la Lettre N°. 2639, note 3.

[11]) Voir, sur ces deux courbes et leurs équations, les §§ III et IV de l'Appendice à cette lettre.

bien garde, on voit que les conſtructions different auſſi, par ce que dans la voſtre la quantité $-yy+4xx$ eſt touſjours affirmative, et que dans la miene elle eſt touſjours negative [12]). Voſtre ligne a la figure d'une croix ainſi et la miene celle de deux demi-ovales poſées à certaine diſtance



Celle-cy ſe peut quadrer [13]), ce que je ne ſcay s'il convient auſſi à la voſtre. Je voudrois bien eſſaier dans toutes deux ce que pourroit faire Mr. D. T. par la methode qu'il pretend d'avoir [14]).

Touchant la courbe exponentiale que vous avez trouvée pour ma premiere ſoutangente donnée $\frac{2xxy-aax}{3aa-2xy}$, je vous prie de me dire ſi vous pouvez repreſenter la forme de cette courbe en y marquant des points ou par quelque maniere que ce ſoit, ou ſi cela vous ſert ſeulement à pouvoir decider qu'il n'y a point de courbe ordinaire qui y convienne, ni de tranſcendante non exponentiale, comme ſont les cycloides, quadratrices, etc.

J'ay dit que voſtre equation $2r^4xx \propto r^4yy + aay^4$ ne differe pas de $2aaxx \propto aayy + y^4$. Et cela paroit parce qu'elle ſe reduit à $\frac{2r^4xx}{aa} \propto \frac{r^4yy}{aa} + y^4$, et que $\frac{r^4}{aa}$ eſt une quantité donnée. Par conſequent cette courbe ne ſe peut point varier, comme vous avez creu, en changeant la proportion de a à r; non plus que la la parabole ſe varie en prenant le parametre plus ou moins grand. Par la meſme

[12]) Voir, sur la portée de cette remarque et sur les particularités de ces figures, la note 10 de l'Appendice N°. 2644 à cette lettre.

[13]) Cette quadrature à été reproduite dans l'Appendice N°. 2612, de la lettre N°. 2611. Elle repose sur la réduction de l'équation $y^4 - 8aayy + 16aaxx = 0$ à la forme: $y = \sqrt{2aa+2ax} + \sqrt{2aa-2ax} = y' + y''$, où $y' = \sqrt{2aa+2ax}$ et $y'' = \sqrt{2aa-2ax}$ représentent les paraboles AF et BG de la figure de l'Appendice cité.

[14]) Allusion à l'article cité dans la Lettre N°. 2324, note 19. Consultez encore la Lettre N°. 2627, note 11.

raiſon voſtre equation de 6 dimenſions $6a^5xxy^4 \propto a^6y^6 + r^{12}$ revient à $6xxy^4 \propto y^6 + a^6$, et la courbe eſt de meſme invariable.

Il y a plus d'un an que j'ay receu 2 lettres de M. Fatio [15]), dans les quelles il propoſe une Regle renverſée des Tangentes, mais comme elle paroiſſoit d'une longue diſcuſſion, et que d'ailleurs je ne pouvois croire qu'elle fuſt parfaite [16]), j'ay eſté juſqu'icy ſans l'examiner: ce que j'ay maintenant envie de faire, mais je n'ay pas ces lettres dans cette ville.

Je ne ſcay pas pourquoy vous voulez que j'aye prononcè trop ſeverement contre les courbes exponentiales, puis que je n'ay pretendu les rejetter qu'en cas qu'elles ne ſoient de nulle utilité. Car ſi elles vous ſervent d'exprimer d'autres courbes dont on a beſoin, et ſi par leur moien vous trouvez les eſpaces des chutes par un medium reſiſtens lors que les temps ſont donnez, et que de plus elles vous aident à trouver les courbes par la proprietè des tangentes, je les eſtimeray grandement, car je n'aime rien tant que les nouveautez qui tendent à l'accroiſſement des ſciences. Il s'agit de ſcavoir s'il eſt bien ſeur qu'on en peut tirer tous ces avantages; ce que voulant me prouver vous ſuppoſez que j'entens parfaitement tout voſtre calcul des equations Exponentiales et Logarithmiques, ce qui n'eſt point; et ainſi vous inſtruiſez le proces (pour demeurer dans les termes de voſtre ſimilitude) devant un juge qui n'entend pas bien voſtre langue. Je n'oſe pas auſſi vous demander plus d'eclairciſſement, voiant bien que cela ſeroit trop long pour des lettres. Je ſouhaiterois de vous pouvoir entretenir *coram* ſur ces matieres, et je ne deſeſpere pas qu'à cette occaſion, que les Princes d'Allemagne vont venir icy à l'arrivée du Roy d'Angleterre, Mr. le Duc de Hanovre ne s'y rende auſſi, et vous, Monſieur, à la ſuite de Son Alteſſe, dont certainement j'aurois bien de la joye.

Les Acta de Leipſich ne nous vienent icy que de deux en deux mois; ainſi je n'ay pas encore vu ceux de Novembre, où vous dites qu'on a fait une bevue à l'egard de ma progreſſion pour la quadrature de l'Hyperbole [17]). Cependant comme cela me fait tort, vous m'obligerez ſi vous pouvez faire en ſorte qu'il ſoit redreſſé. Voſtre excuſe au reſte eſt merveilleuſe, quand vous m'aſſurez de n'avoir aucune part à ce meſentendu. J'adjoute icy à propos de cette quadrature que je ne vois pas que voſtre progreſſion [18]) $v + \frac{1}{3}v^3 + \frac{1}{5}v^5$ &c. reſponde à la

[15]) Nous ne connaissons d'autre lettre de Fatio sur la „règle renversée des tangentes" que la Lettre N°. 2465 du 24 juin 1687. La seconde était probablement celle dont il est question dans la Lettre N°. 2523, note 2.

[16]) Consultez la note 12 de la Lettre N°. 2465 et la lettre de Huygens à de l'Hospital du 23 juillet 1693.

[17]) Voir les notes 12 et 13 de la Lettre N°. 2636.

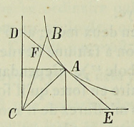
[18]) Il s'agit de la quadrature de l'aire BG + BE dont il est question dans la Lettre N°. 2639.

mienne [19]), parce que vous ne vous ſervez pas, comme moy, de la tangente du ſecteur hyperbolique pour en faire v lors que le demi axe eſt 1. L'application que vous en faites aux chutes des corps eſt encore bien obſcure, et vous devez l'avouer vous meſme, apres les corrections reiterées que vous avez apportées à ce raiſonnement. Et quant aux reſiſtences de l'air, s'il eſt vray que vous les ayez conſiderées comme eſtant en proportion double des viteſſes il faut au moins changer l'inſcription de l'article 5 [20]) de voſtre derniere mettant *proportione quadratorum velocitatis*.

J'ay le livre de Mr. Guericke où il raporte ſes experiences de l'ambre. S'il vous en a communiqué encore d'autres, je ſeray bien aiſe d'y participer. Pluſieurs des miennes [21]) ont eſté faites en vue de certaines hypotheſes, que je me ſuis imaginées pour expliquer cette admirable attraction et ſes divers phenomenes, mais je ne ſuis pas encor venu à bout de cette ſpeculation. Je vous demande pardon de vous avoir derobé du temps par une ſi longue lettre et de croire que je ſuis [22]) etc.

---

[19]) Celle du „Discours de la pesanteur" dont nous avons traité dans les notes 7 et 13 de la lettre N°. 2632 et qui en effet se rapporte à une autre partie de l'hyperbole. Voici d'ailleurs la leçon du passage qui va suivre, telle qu'elle se trouve dans le brouillon: „Ce qu'il apporte pour montrer que par son équation exponentiale il peut trouver les espaces des chutes quand les temps sont donnez, et comment la progression de $v + \frac{1}{3}v^2 + \frac{1}{5}v^5$ etc. provient de son calcul, est tres obscur. Je n'y vois cependant pas que vous vous serviez de la tangente AF du secteur hyperbolique ACB (je mets icy la figure qui est dans mon livre pag. 175) pour en faire v dans la progression lors que AD est l'unité."



[20]) Voir sur cet article qui porte l'inscription: „Si motus a gravitate acceleratus a medio uniformi retardetur proportione velocitatis", la note 9 de la Lettre N°. 2632.

[21]) Dans les livres des Adversaria de Huygens on ne trouve que de rares traces d'expériences électriques. La plus ancienne, datée du 27 avril 1672, est la description du procédé de fabriquer des boules de soufre. Un allemand, dont Huygens ne cite pas le nom, mais „qui l'avait appris de M. Otto Gericke" lui montra la manière de fondre du soufre concassé dans un matras de verre, que l'on brisait après refroidissement pour en retirer la boule.

[22]) Le brouillon contient encore la phrase suivante, qui ne se retrouve pas dans la lettre: „comment avoir la somme de quelque progression harmonique comme $\frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{13} + \frac{1}{17}$ etc., qu'il dit se pouvoir trouver compendio aliquo". Cette phrase fait allusion au passage suivant, que l'on rencontre dans l'article de Leibniz dans les Acta de février 1682, cité dans la note 13 de la Lettre N°. 2636.

„Itaque cum Circulus sit $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17}$ etc. $- \frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11} - \frac{1}{15} - \frac{1}{19}$ etc., posteriorem seriem partialem, a priori subtrahendo, erit magnitudo Circuli, differentia duarum serierum progressionis harmonicae. Et quoniam quotcunque terminorum numero finitorum progressionis harmonicae summa, compendio aliquo inveniri potest, hinc appropinquationes compendiosae, (si post Ludolphinam illis esset opus) duci possent."

N° 2644.

Christiaan Huygens.

[DÉCEMBRE 1690].

Appendice [1]) *au No.* 2643.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens

§ 1 [2]).

$$\begin{array}{l} -y^z + nxxy^v \ [3]) \\ \hline +zy^z - vnxxy^v \ [4]) \\ \hline 2nxy^v \end{array} \text{ div. par } y^v$$

$$\frac{zy^{z-v} - vnxx}{2nx}$$

$$\frac{vnxx}{2nx} = \frac{4xx}{2x} \qquad \frac{yy}{2x} = \frac{zy^{z-4}}{2nx}$$

$$vn = 4n \qquad nyy = zy^{z-4} \qquad nyy = zyy$$

$$v = 4 \qquad 2 = z - 4 \qquad n = z$$

$$6 = z$$

$0 = -y^6 + 6xxy^4 \mp r^6$ $\mp r^6$ additur quia aliud posset dividi aequatio per y^4 [5]).

---

[1]) Nous reproduisons dans cet Appendice, que nous avons divisé en paragraphes, plusieurs endroits, empruntés aux pages 71 verso et 72 recto du livre des Adversaria G, qui se rapportent à la Lettre N°. 2643 et qui peuvent servir à l'expliquer.

[2]) Ce paragraphe contient la détermination de la courbe dont la soustangente est donnée par l'équation $s = \frac{yy}{2x} - 2x = \frac{yy - 4xx}{2x}$, c'est-à-dire l'intégration de l'équation $y\frac{dx}{dy} = \frac{yy}{2x} - 2x$.

[3]) L'équation de la courbe cherchée est representée ici par $-y^z + nxxy^v = 0$, où les nombres z, n, v sont laissés indeterminés.

[4]) Valeur de la soustangente calculée au moyen de la règle (avec renversement pourtant du signe), que nous avons mentionnée dans la note 3 de l'Appendice N°. 2612.

[5]) En effet, cette addition ne change pas la valeur de la soustangente. Consultez encore la note 3 de la Lettre N°. 2639.

§ II [6]).

$+ y^z - \pi aay^v + \vartheta aaxx = 0$ ſuppoſita aequ. curvae

$\frac{- zy^z + v\pi aay^v}{2\vartheta aax} = s$ ſed hic nullus terminus in numeratore ubi x extet.

at erit ſi pro $- zy^z$ ponatur ejus valor.

$- zy^z = - z\pi aay^v + z\vartheta aaxx$

adde $+ v\pi aay^v$

$\frac{v - z.\pi aay^v + z\vartheta aaxx}{2\vartheta aax}$

$\frac{v - z.\pi y^v + z\vartheta xx}{2\vartheta x}$

$\frac{z\vartheta xx}{2\vartheta x} = \frac{4xx}{2x}$ $\quad \frac{v - z.\pi y^v}{2\vartheta x} = - \frac{yy}{2x}$ $\quad \frac{v - z.\pi}{\vartheta} = - 1$

$z = 4$ $\quad \frac{v - z.\pi y^v}{\vartheta} = - yy$ $\quad \frac{z - 2.\pi = \vartheta}{2\pi = \vartheta}$

$y^v = yy$

$v = 2$

$y^4 - \pi aayy + 2\pi aaxx = 0$

$y^4 - aayy + 2aaxx = 0$ mea curva [7])

§ III [8]).

$- y^z - \pi aay^v + \vartheta aaxx = 0$

$\frac{zy^z + v\pi aay^v}{2\vartheta aax}$

[6]) Détermination de la courbe dans le cas où la soustangente est donnée par l'équation $s = - \frac{yy}{2x} + 2x = \frac{- yy + 4xx}{2x}$.

[7]) En effet, cette courbe est identique avec celle qui avait servi à Huygens à composer le problème qu'il avait posé à Leibniz (voir le § I de la pièce N°. 2612). Pour s'en convaincre on n'a qu'a remplacer dans l'équation $y^4 - aayy + 2aaxx = 0$ la valeur arbitraire aa par $8aa$.

[8]) La courbe trouvée ci-dessus ne pouvant pas s'identifier avec celle donnée par Leibniz, Huygens en cherche la raison. A cet effet, il reprend le calcul du paragraphe précédent, en changeant seulement le signe du terme y^z et il arrive au résultat qu'un tel changement n'en entraîne aucun dans l'expression définitive de la soustangente. On voit facilement d'ailleurs que l'identification des deux solutions, celle de Huygens et celle de Leibniz, aurait pû être obtenue en remplaçant la valeur arbitraire aa par $- aa$; mais ce remplacement implique, comme Huygens ne manquait par de le découvrir, un changement radical dans la forme de la courbe.

pro zy^z valor .... $- z\pi aay^v + z\vartheta aaxx$

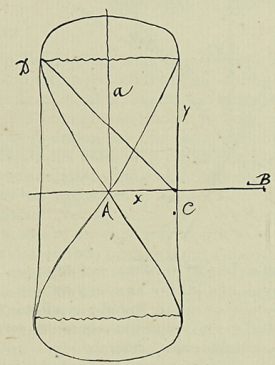
$+ v\pi aay^v$

$s = \frac{v - z.\pi aay^v + z\vartheta aaxx}{2\vartheta aax}$

Ergo eadem aequatio ad conſtructionem, ſive ponatur $- y^z$ ſeu $+ y^z$ pro primo termino aequationis.

§ IV [9]).

curva mea.



reliqua pars meae.

AB $= a$ aequalis diagonali CD, tunc AC eſt maxima x. ſive cum AC qu. aequatur $\frac{1}{8}$ AB qu.

$y^4 - aayy + 2aaxx = 0$ mea curva

$yy = \sqrt{\frac{1}{4}a^4 - 2aaxx} + \frac{1}{2}aa$

$yy = a\sqrt{\frac{1}{4}aa - 2xx} + \frac{1}{2}aa$

xx non major quam $\frac{1}{8}aa$

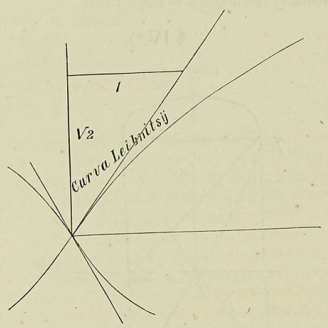
in mea curva ſemper aa major quam $8xx$, aut ſi haec aequales, tunc $yy = \frac{1}{2}aa$.

[9]) Cette partie contient une comparaison entre les deux courbes, celle de Huygens et celle de Leibniz, aux équations: $\pm y^4 - aayy + 2aaxx = 0$.

Item yy ſemper major $\frac{1}{2}\ aa$ et $\frac{1}{2}\ aa$ major $4xx$. ſemper yy major quam $4xx$. Unde tangens ſemper eodem verſus quo x ſumenda [10]).

Leibnitſii curva.

$$-y^4 - aayy + 2aaxx = 0.$$



$$yy = \sqrt{\tfrac{1}{4}a^4 + 2aaxx} - \tfrac{1}{2}aa$$
$$yy = a\sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2xx} - \tfrac{1}{2}aa$$
$$yy = \tfrac{3}{2}aa - \tfrac{1}{2}aa \text{ hoc eſt } y = a \text{ ſi } a = x.$$

mutatis $+x$ in $-x$ vel $+y$ in $-y$ manent aequationes eaedem. Ideoque curvae quadrifariam exeunt e principio unde ſumitur x.

Curva utraque eandem aequationem tangentis praebet ſunt tamen conſtructiones diverſae uti et ipſae curvae propter $+y^4$ et $-y^4$. In hac ſemper $2xx$ major quam yy, unde et in tangente, $4xx$ major yy, unde s in contrarium x ſumenda, idque ſemper.

[10]) Ce raisonnement ne s'applique qu'aux deux lunules ou demi ovales indiquées dans la figure par *curva mea* et *reliqua pars meae*. En effet, quelque étrange que cela nous puisse sembler, accoutumés comme nous sommes aux conceptions modernes, il est certain que Huygens a commencé par méconnaître la continuité de cette partie de la courbe avec celle exprimée par $yy = -a\sqrt{\frac{1}{4}aa - 2xx} + \frac{1}{2}aa$. Bientôt il va reconnaître cette erreur, comme cela résulte de sa lettre à Leibniz du 23 février 1691, et c'est alors qu'il doit avoir ajouté dans la figure, que nous avons reproduite ici et dans celle du § I de la pièce N°. 2612, la partie de la courbe qui manque dans la figure du texte de la lettre N°. 2643.

N° 2645.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

20 DÉCEMBRE 1690.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens. Chr. Huygens y répondit par le No. 2651.

Actum in 't Schip Brandenburg. op de koop-
vaderſrhee den 20 december.

Erentfeſte en zeer diſcrete hr.

MIJN HEER

Nadat ik alhier in Texel op het ſchip Brandenburgh den 17e deſer lopende maant ben komen te arriveren zoo heb ik met den eerſte gepooght om het hockie voor de horologies in de cajuijt af te ſchieten, niet vergetend aan de Timmerman te belaſten dat het aan alle de zijden wel dicht moet gecallefatert werden ſullende daar voor ook wel ſorgh dragen zoo veel als het mogelijck is, dat er geen ſtoff can door komen. wegens het obſerveren van de gangh der horologies aan lant, daar toe is geen apparentie, alzoo wij ſoo verre van lant Leggen, dat de ſlach van het geſchut (volgens het ſeggen van de Loots) alleen bij ſtil weer ſal konnen gehoort werden, ſullende evenwel, zodra als de horologies ſullen opgehangen zijn, daar toe ſoeke te komen, dat wij de gangh van de horologies door oprechtingh van twee draden in de meridiaan aan lant mogen obſerveren, zoo niet ſullen dan de andere manier [1]) volgens inhout van uEdl. inſtructie opvolgen.

de cas met het loot daar het horologie A ten huijſen van mijn Erw. vader ingehangen heeft, heb ik vergeten aan uEdl. achtb.r over te ſenden, zijnde ſulx door alte haaſtige vertrek toegekomen, twijffel echter niet of het ſal uEdl. al rede zijn behandigt alzoo ik voor mijn vertrek zulx aan vader had verſocht; hier mede blijven

Ed. zeer ootmoedige dienaar
JOANNES DE GRAAFF.

Te Beſtellen Aan
Wel Ede. Hr. CHRIST. HUYGENS, hr. van ZUYLICHEM
tot
's Gravenhaagh.

[1]) Sans doute la méthode, mentionnée au § VIII de la pièce N°. 2423, et qui consiste à observer le temps du lever ou du coucher du soleil. Comparez les Lettres Nos. 2647 et 2653.

N° 2646.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

21 DÉCEMBRE 1690.

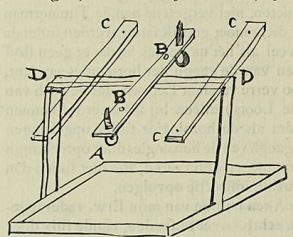
La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle fait suite au No. 2645.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2651.

Actum in 't Schip Brandenburg
in Texel legend. den 21 decemb. 1690.

Erentfeste en zeer difcrete hr.

MIJN HR.

In mijn vorige heb ik gefecht wegens het opmaken van een hockie voor de horologies, die omne bij al claar is, zijnde de 2 takken tegen een clamp die vaste



gehecht is aen de folderingh van de cajuijt wel hecht en fterk met de fchroeven en fpijckers vaft gemaakt, mitfgaders de 2 anderen tacken, zijnde tuffchen yder een clamp gevoeght, zodat het cruys onbewegelyck is, en horizontaal hanght als uyt defe nevenftaande figuur [1]) te fien is, AA is in een clamp gefchroeft, gehecht tegen de folderingh, BB zijnde gaten waar in tot meerder vaftigheit, noch fpijkers geklinkt zijn, DD de 2 andere tacken, om ze onbewegelijck te maken, hebbe daar op de clampen CC, CC met fpijckers tegen de folderingh vaft gemaakt fodat het onbewegelyck is, vorders had ik gedacht de zon van middagh te crygen, maar de fchipper fecht dat het te hard wayt om met de fchuyt na Land te roeyen, en nadien er geen tyt dient verloren te gaan, zoo is't nodigh dat men ondertuffchen door de zons hooghte de voor of achteringh van de horologien foek te bekomen. hiermede

UE zeer ootmoedige dienaar
JOANNES DE GRAAFF.

Te Beftellen Aan de
E. hr. CRIST. HUYGENS heer VAN ZELEM
Tot 's Gravenhaagh.

[1]) Comparez la figure à la page 56 de ce Volume.

N° 2647.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

23 DÉCEMBRE 1690.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle fait suite au No. 2646.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2651.

Erentfeste en zeer difcrete hr.

Mijn Heer

de Tegenwoordige toeftant ontrent de nodige obfervatien daar in heb ik noch niets connen doen uyt oorfaken van het geftadighe hard weer, zodat er geen vaartuygh aan boort heeft connen komen als alleen nu van defe morgen is compjes jacht aanboort gekomen met de Equipagie meefter Barent focques dien ik kenbaar maakte dat het nodigh was een groff fchut aan Lant te ftellen, opdat men het geluijt van het gefchut aan 't fchip zoude mogen horen als men doende was door twe opgerechte draden de fon in de meridiaan waar te nemen, 't welk ditto Equipagiemeefter aan de E. heer van dam foude bekent maken: ik heb ook zoeken de zon in't op of ondergaan te krijgen, maar door betogen Lucht niet konnen daar toe komen: zijnd dit alletgeen ik uEdl. a: voor 't tegenwoordige can fchrijven.

UE: ootmoedige en feer Gehoorzame dr.
JOANNES DE GRAAFF.

Actum int fchip Brandenburg
den 23 decemb.

Te Beftellen aan de
E. hr. CRISTIAAN HUIJGENS hr. van ZELEM
Tot
s GravenHaagh.