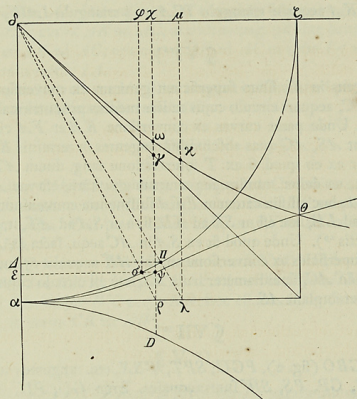


Fig. 5.

Constructio curvae $\delta\Theta$

$$\begin{aligned} x &= \delta\chi = \chi\gamma = \psi\epsilon, \\ y &= \omega\chi = \sigma\epsilon, \\ \sigma\delta &= a, \\ \rho\delta &= \sqrt{aa + xx}, \\ \sqrt{aa + xx} : a &= x : y^{22}). \end{aligned}$$

sera représentée par l'aire de la courbe $\delta\omega\chi\mu$, et la somme de leurs rayons, multipliée par la même quantité, par le rectangle $\alpha\phi\mu$. D'un autre côté, il s'ensuit facilement du théorème qui se trouve en tête de ce paragraphe que le rapport de l'ordonnée VZ (fig. 2) et de l'arc AV de la chaînette, pour un angle $WSX = \alpha\delta\Pi$ donné, est égal à celui de la somme de ces sinus à la somme de leurs rayons.

Ajoutons que si Christiaan Huygens, en vue de l'application qu'il va faire dans le § IX, s'est borné dans sa conclusion au cas $\alpha\delta\Pi = 45^\circ$, la phrase de l'anagramme: *data harum curvarum quadratura catenae puncta quolibet invenire possum* nous démontre qu'il n'a pas manqué la conclusion plus générale que nous venons de formuler. Pour y arriver, on n'a qu'à changer les derniers mots qui précèdent cette note dans le texte comme il suit: (*puta arcus $\alpha\Pi$*) *ad totidem radios, sit ut spatium $\delta\omega\chi\mu$ ad $\square \alpha\mu$* .

²²⁾ Cette équation est identique avec la seconde de celles qui sont mentionnées dans l'anagramme. La quadrature d'ailleurs peut s'effectuer facilement et Huygens n'a pas manqué de s'en apercevoir plus tard, comme on le verra dans la suite de cette correspondance. On a, en effet, pour la courbe $\delta\omega\Theta$ (fig. 5).

§ VIII²³⁾.

Summa finium compl. pro tangentibus aequaliter crescentibus (puta arcus $\alpha\zeta$) est ad totidem radios ut spat. $\alpha\Theta\zeta\delta$ ad $\square \alpha\zeta$, nam ipsi finis compl. accipiuntur in rectis aequaliter distantibus respectivis, ita nempe ipsi $\sigma\phi$ aequalis $\psi\chi$ in recta $\rho\chi$.

Constructio curvae $\alpha\Theta$

$$\begin{aligned} \rho\delta : \rho\delta &= \rho\chi : \psi\chi \text{ quae itaque aequalis } \sigma\phi \\ \sqrt{aa + xx} : a &= a : y, \\ ayy + xxy &= a^4, \\ yy &= \frac{a^4}{aa + xx} \text{ curva } \alpha\Theta. \end{aligned}$$

Si itaque αD sit hyperbola aequilatera et sint proportionales $D\chi$, $\rho\chi$, $\psi\chi$ erit punctum ψ in curva $\alpha\Theta$; nam qu. $D\chi =$ qu. $\delta\chi +$ qu. $\rho\chi$.

§ IX²⁴⁾.

Ex finibus qui conveniunt tangentibus Tabularum, inveniuntur finis qui conveniunt tangentibus proximis aequaliter crescentibus.

$$\int y dx = \int \frac{x}{\sqrt{aa + xx}} = a \sqrt{aa + xx} - aa.$$

Appliquant ensuite le théorème démontré dans le texte de ce § VII et posant $x = a \operatorname{tg} q$, où $q = \angle \alpha\delta\Pi$ représente l'angle de la tangente de la chaînette avec la ligne horizontale, on trouve:

AL (fig. 4): arc $AK = a \sqrt{aa + xx} - aa : dx = \sec q - 1 : \operatorname{tg} q = \operatorname{cosec} q - \cot q : 1$.

Comme on le verra dans la dernière note de cet article, Huygens a fait usage de ce résultat pour corriger la valeur du rapport de l'ordonnée à l'arc de la chaînette pour $q = 45^\circ$.

²³⁾ Construction de la courbe $xyy = a^4 - ayy$ de l'anagramme, dont la quadrature fait connaître le rapport de l'abscisse LK (fig. 4) à l'arc AK de la chaînette pour un angle donné de la tangente KS avec la ligne horizontale. Le paragraphe est emprunté à la page 61 recto. Plus tard Huygens, comme nous verrons dans la suite de cette correspondance, a su réduire la quadrature de cette courbe au calcul de la somme des sécantes dont les angles croissent par intervalles égaux et petits depuis zéro jusqu'à l'angle q de la tangente KS (fig. 4) avec la ligne horizontale,

c'est-à-dire au calcul de l'intégrale $\int_0^q \sec q \, dq$. Toutefois, la réduction à la quadrature de

l'hyperbole, quoique possible, lui a échappé.

²⁴⁾ Calcul des nombres 10000, 8809, 4134 de l'anagramme, proportionnels à l'arc AK (fig. 4), à l'abscisse LK et à l'ordonnée AL , pour les cas $\angle KTI = 45^\circ$. Ce paragraphe est emprunté à la page 61, verso. Plus tard, Huygens y a ajouté la suscription: *Dimensio p. approxim spatii $\alpha\delta\zeta\delta$ pag. praec. nam spatium $\delta\delta\zeta$ quadrabile est.*

Idemque in sinibus complementis.

	sinus	$\frac{1}{2}r$	50000
12500 ²⁵⁾	12406	1	99228
25000	24253	2	97014
37500	35113	3	93636
50000	44722	4	89442
62500	53001	5	84799
75000	60000	6	80000
87500	65850	7	75257
100000	35356 dimidium 70711	$\frac{1}{2}$ 8ae	35356
	330701		704732

$$800000 : 330701 : 704732 = 1000000 : 41338 : 88091^{26)}$$

²⁵⁾ La première de ces colonnes contient les tangentes croissantes par intervalles égaux depuis zéro jusqu'à la valeur de la tangente de 45°; la valeur du rayon étant supposée égale à 10000. La seconde contient les sinus et la dernière les cosinus correspondants. Les divisions par 2, que l'on rencontre en haut et en bas de ces colonnes, s'expliquent par l'emploi de la formule approximative

$$(\frac{1}{2}y_0 + y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_n) \times A$$

que l'on obtient en remplaçant l'aire d'une courbe par une somme de trapèzes. Dans la colonne des sinus $y_0 = 0$, dans celle des cosinus $y_0 = 100000$. Le nombre 800000 représente la somme des rayons.

L'approximation obtenue de cette manière est assez grossière. Aussi Huygens ne s'en est pas contenté, comme la note suivante le montrera.

²⁶⁾ Plus tard Huygens ajouta la remarque: „Haec melius page 90 et 91. Hic nimis pauca rectangula 8 cum illic sint 40 et aptiori methodo inventa". En effet, aux pages citées, c'est-à-dire aux pages 95 recto et verso de la pagination générale du livre G, on rencontre un calcul, dans lequel le nombre des divisions est porté de 8 à 40. De plus, ce calcul se fonde sur l'emploi de l'équation $y = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ de la courbe en question, dont les ordonnées successives sont calculées au moyen de logarithmes à sept décimales. De cette manière, le nombre 88135, 5 est obtenu, dont toutefois Huygens ne s'est pas encore contenté, ainsi qu'il résulte du petit calcul suivant, qui a fourni le nombre 88137 mentionné dans la note 6 de la pièce N°. 2624 et par lequel Huygens remplaça le nombre 88091 du texte.

Voici ce calcul:

ex 5	880156	
	diff. ac	0904
ex 10	881060	230 videntur fere quadruplae sequentium.
ex 20	881290	065
ex 40	881355	
	16 add. $\frac{1}{4}$	65
	881371.	Haec ergo erit accuratior magnitudo spatii BqDA
	pag. 88 (Jauch de la figure 5).	

N° 2626.

CHRISTIAAN HUYGENS.

7 AVRIL 1691.

Appendice III au N°. 2623.

La pièce se trouve à Leyden, coll. Huygens¹⁾.
Elle a été publiée par P. J. Uytlenbroek²⁾.

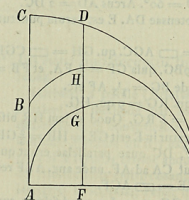
Ad pag. 364. A. 1682. Act. Eruditorum Lipsienfium³⁾ vide et pag. 93⁴⁾ lib. G. 7 Apr. 1691.

Cum Parisijs ad me venisset D. T. five Tschirnhaus, A°. 1678⁵⁾, ut puto, ostendi ipsi obiter figuras quae libro meo de Luce continentur, ubi in fine est⁶⁾ haec prior, Tab. 19⁷⁾. Inde est quod in eandem hanc contemplationem

¹⁾ Feuille détachée.

²⁾ Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae, etc. Fasc. II, p. 40.

³⁾ Il s'agit de la construction fautive de la catacaustique du cercle décrite par von Tschirnhaus dans l'article cité dans la Lettre N°. 2274, note 4. Voici cette construction telle que von Tschirnhaus l'a formulée:



„Sit data quarta pars Quadrantis CDE describatur Semicirculus AGE; hoc facto, ducatur linea quaecunque, veluti FD, parallela ad AC; tunc pars DG, intercepta intra quadrantem CDE et semicirculum AGE, secetur bifariam in puncto H; et sic praetendit Autor quod punctum hoc H sit aliquod ex infinitis, quae constituunt curvam BHE a radiis reflexis formatam; ex quo sequitur, quod focus B debeat esse in loco medio radii AC".

La courbe obtenue de cette manière possède en effet une ressemblance superficielle avec la vraie catacaustique du cercle dont Huygens avait montré le dessin à von Tschirnhaus et qui n'est autre, comme on sait, que l'épicycloïde générée par le roulement du cercle décrit

sur BC, comme diamètre, sur le cercle dont AB est le rayon et A le centre.
⁴⁾ Il s'agit, comme on verra dans la note 10 de cette pièce, de la page 93 du livre G, la page 97 verso de la pagination générale.
⁵⁾ La première entrevue entre Chr. Huygens et von Tschirnhaus eut lieu en 1675. Consultez la Lettre N°. 2199, note 2.
⁶⁾ Voir les pages 123 et 124 de l'édition originale, où la nature épicycloïdale de la courbe est indiquée dans le texte et même dans la figure par la présence du cercle décrit sur AC comme diamètre.
⁷⁾ C'est-à-dire la figure de von Tschirnhaus qui, en effet, est empruntée à la „Tabula XIX" des „Acta" de 1682.

meum incidit⁸⁾. Quod vel hinc patet, quod hanc ipsam curvam EHB⁹⁾, cum haec scriberet nondum cognoverat. Falsam enim constructionem hic exhibet, quippe quae cum vera a me tradita non convenit, ut calculo examinavi in casu uno, cum nempe BF, FC¹⁰⁾ aequales ponuntur. Vid. pag. 93. lib. G.

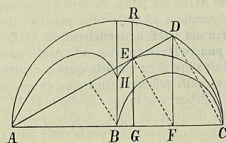
Atque hinc colligo neque methodum generalem quam hic jactat¹¹⁾ ipsi cognitam

⁸⁾ Il est intéressant de rapprocher de ce passage la lettre de von Tschirnhaus à Leibniz datée du 7 avril 1681 (Gerhardt, Der Briefwechsel von Leibniz, p. 414). Dans cette lettre, après avoir mentionné sa découverte prétendue de la catacaustique du cercle, von Tschirnhaus s'informe chez Leibniz si Huygens a trouvé quelque chose sur le même sujet. *Vellem scire, num talia ab aliquo Mathematicorum hactenus determinata, praecipue a Dr. Hugens, cujus Dioptrica nunc lucem forte vidit.* Comme il est difficile de douter de l'assertion si positive de Huygens qu'il avait montré à von Tschirnhaus la figure de la catacaustique, on se demande, si c'est la mémoire ou la bonne foi qui faisait défaut à celui-ci, lorsqu'il écrivit ces mots.

⁹⁾ Voir la figure de la note 3.

¹⁰⁾ Ces lettres se rapportent à une figure qui se trouve à la page 97 du livre des Adversaria G, que nous reproduisons ici, avec la démonstration sur la même page de la non-identité des deux courbes.

Pour comprendre cette démonstration, il suffit de remarquer que la construction du point E, par laquelle elle commence, est conforme à celle indiquée dans le „Traité de la lumière“, au lieu cité dans la note 6.



Arcus CD = 60°. Arcus AD = 2 DC.
DE = $\frac{1}{2}$ subtensae DA. E est verum punctum curvae.

qu. GR = □ AGC. qu. GH = □ CGB.
sed AG = 9 BG, quia GF = $\frac{1}{2}$ FA, et FB = $\frac{1}{2}$ FA, unde BG = $\frac{1}{2}$ AF etc.

Ergo qu. RG = 9 qu. HG.

Ergo HG = $\frac{1}{3}$ RG. Quod si jam HR bifariam secta dicatur in E erit GE = HR = $\frac{2}{3}$ GR. Jungatur EF. DC quae parallelae erunt quia DA ad AE ut CA ad AF. unde ang. AEF rectus, et qu. GE = □ AGF.

Ergo □ AGF = $\frac{2}{3}$ qu. GR seu □ AGC. Ergo GF ad GC ut 4 ad 9 quod falsum, sunt enim ut 3 ad 7.

¹¹⁾ La construction manquée de la catacaustique est précédée dans l'article cité dans la note 3, par les phrases suivantes:

„Interim quia non sufficit, si quis observaverit saltem hinc lineas curvas“ (les catacaustiques) „sic formari, nisi et scientificè determinetur, cujus sint naturae: Methodum exhibet Generalem ope cujus curvae tales formatae ex intersectionibus radiorum reflexorum Geometrice possint determinari; et ut exemplum exhibeat Methodi hujus Generalis, in specie ostendit descriptionem Curvae illius, quae formatur a radiis solaribus in speculo ordinario sphaerico, hac ratione“: (suit la construction indiquée dans la note 3).

Consultez encore sur la méthode générale de von Tschirnhaus la note suivante.

fuisse, cum in exemplum ejus hanc erroneam curvae descriptionem adferat. Neque video qua ratione, nisi circini experimento, quo deceptus fuit, in hanc lineam incidit¹²⁾; quo quid in geometria turpius. Sed hic nosse eodem modo profusus, in tangentibus curvarum filarium, post aliquot annos in errorem incidit¹³⁾.

Atque ita levi verisimilitudine adductus non veretur magnifice asserere quorum nullam demonstrationem habet, quaeque instituto examine falsa esse deprehenduntur.

Caeterum cum initio anni 1690 diatribam meam de Luce edidisset, ille continuo exemplar ejus nactus, (sive id ipsum quod ad scriptores Actorum Lipsiensium miseram commendatum D^o. Vegellino¹⁴⁾, sive etiam a typographis folia ante editionem acceperit) animadversa veriori descriptione curvae hujus, eam quasi a se profectam mensis Februarii actis inferi curavit¹⁵⁾, cum alijs ad hujusmodi curvas spectantibus; meae vero diatribae mentionem in ipsidem Actis fieri impedit, ut puto, usque in mensis Octobrem¹⁶⁾ ejusdem anni 1690, cum tamen initio Januarii in lucem prodijisset; quo nempe longius plagij suspicionem removeret.

Ait vero Bernoulium nuper invenisse hanc curvam ad sex dimensiones ascendere, quam ipse olim calculo collegerit esse tantum dimensionum quatuor, in quo se falsum fatetur, erroremque suum nunc emendat; utque novo invento eum com-

¹²⁾ Les mots: quo deceptus fuit in hanc lineam incidit manquent dans le texte d'Uylenbroek.

Gerhardt a publié (Briefwechsel, S. 428—436) un manuscrit de von Tschirnhaus qui contient la méthode par laquelle il prétend avoir trouvé l'équation fautive de la catacaustique et la construction (GH = HD, voir la figure de la note 3) qui s'en déduit. La méthode générale qu'il y expose est correcte et même ingénieuse, mais il reste au moins douteux si le résultat erroné auquel il arrive a été obtenu en effet, comme il le prétend, au moyen des éliminations embarrassantes auxquelles sa méthode le conduit, ou s'il est plutôt, comme Huygens le suppose, l'effet d'une conjecture hasardée, dont il veut faire passer le résultat comme ayant été obtenu par une méthode plus légitime.

¹³⁾ Allusion à la construction erronée de la tangente aux courbes à propriétés focales que von Tschirnhaus avait exposée dans sa „Medicina Mentis“. Consultez, sur cette construction et la polémique à laquelle elle a donné lieu, la correspondance de 1687. La dernière pièce qui s'y rapporte est notre N^o. 2486.

¹⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2564.

¹⁵⁾ Voir l'article: *Methodus curvas determinandi, quae formantur a radiis reflexis, quorum incidentes ut paralleli considerantur, per D. T.*

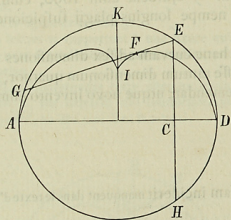
Dans cet article von Tschirnhaus commence par communiquer sans démonstration une formule générale pouvant servir à calculer la distance FE entre le point de réflexion E et le point correspondant F de la catacaustique d'une courbe quelconque, dont l'équation est

Ouvres. T. IX.

penfét, facillimam ejus lineae constructionem adferre se ait¹⁷⁾ quae est illa ex libro meo neque tamen de errore suo lectorem admonet. Vellem autem scire quis ille olim fuerit calculus quo quatuor dimensiones istas reperit, credo falsam illam curvam A°. 1682. editam ad quatuor revocavit, cum pro vera ipsam posuisset?

Porro et mense Aprili anno 1690, in actis Liptienfibus¹⁸⁾ rursus de curva hac egit, ostenditque Epicycloidem esse, quod procul dubio quoque ex mea diatriba hausit, postquam nempe vidit priorem dolum non caruisse successu. Unde porro ex Newtoni opere¹⁹⁾ planum erat hanc curvam similis curvae (non autem fuimet-ipsius) evolutione describi quod ante multos annos Parisijs demonstravi²⁰⁾ universali ratione, eaque demonstratio coram Academiae focijs lecta fuit et in Collectiones relata die....

Primus autem qui de Epicycloide ostenderit geometricas curvas esse, et spatia



donnée. Cette formule est exacte, quoique inutilement compliquée. Il l'applique aux cas de l'hyperbole équilatère, du cercle et de la conique générale pour des rayons parallèles à l'axe.

Dans celui du cercle, sa formule conduit assez facilement à la relation $FE = \frac{1}{2} y = \frac{1}{2} EC$. Huygens, pour trouver le même point F, faisait l'arc EG égal au double de l'arc ED et $GF = \frac{2}{3} FE$. Il est facile de voir que les deux constructions reviennent au même et que von Tschirnhaus, en élaborant sa nouvelle méthode différente de celle mentionnée dans la note 12, s'est laissé inspirer

bien probablement par le résultat de Huygens, qu'il connaissait d'avance. Aussi Huygens, d'après la liste de ses notes marginales, mentionnée dans la note 1 de notre N°. 2540, écrivit-il, en haut de la page 72 de son exemplaire des Acta de 1690: „Hanc constructionem ex meo libro de Luce sumit”.

¹⁶⁾ Voir la Lettre N°. 2623, note 12.

¹⁷⁾ Voir la page 71 de l'article cité dans la note 15.

¹⁸⁾ Voir l'article intitulé: *Curva geometrica, quae seipsam sui evolutione describit, aliasque insignes proprietates obtinet, inventa a D. T.*

¹⁹⁾ Allusion à la propositio L, Sectio X, Liber primus des Principia: *Facere ut corpus pendulum oscilletur in cycloide data*. Dans cette proposition, sur laquelle on peut consulter encore la Lettre N°. 2465, note 5, Newton démontre que la développée d'une hypocycloïde quelconque est une hypocycloïde semblable, et il était bien facile à prévoir que ce théorème resterait valable pour les épicycloïdes, notamment pour la catacaustique du cercle, dont von Tschirnhaus connaissait la nature épicycloïdale, soit qu'il l'eût reconnue, comme il le prétend dans l'article cité, par lui-même, ou bien, comme il est plus probable, par la lecture du Traité de la lumière.

²⁰⁾ En décembre 1678 et janvier 1679. Voir la Lettre N°. 2145, note 6.

earum mensurari posse, fuit Presbyter quidam Normannus, nomine de Vaumefle, cujus ea de re literas aliquot ad me datas²¹⁾ adferro.

Si antequam meus liber de Luce prodijt, errorem suum in curva describenda cognovisset D. T. jam ante quoque ipsum correxisset; nec totis 8 annis omnium reprehensioni expositum reliquisset. An Bernoulius fortasse eum animadvertit? Sed nihil invenio in Actis Liptienfibus quo id appareat.

Affeverare ausim D. T. nullam hactenus demonstrationem habere legitimam descriptionis curvarum de qua pag. 71²²⁾ anni 1690.

²¹⁾ Voir les Lettres Nos. 2145, 2149 et 2182.

²²⁾ Il faut lire probablement page 73. Huygens cite l'article de von Tschirnhaus, intitulé: *Methodus curvas determinandi, quae formantur a radiis reflexis, quorum incidentes ut paralleli considerantur*, per D. T.

A la page 73 de cet article on lit le passage suivant, auquel Huygens probablement fait allusion:

Tandem notandum est, nullatenus opus esse, ut radii incidentes paralleli semper supponantur. Licet enim a quolibet puncto ad libitum assumto venire concipiantur, aut puncti loco quaevis curva assumatur, illi tamen qui haec, quae modo explicavi, nec non quae in *Medicina mentis* de curvarum formatione dicta sunt, bene intellexerit, neque hic aqua haerebit. Eadem via assumta refractionum mensura, determinabuntur Curvae, quae, a radiis refractis, corpora curva pellucida transeuntibus, generantur.

Von Tschirnhaus poursuit:

Quam innumera autem opticae perficientia inventa, eaque prorsus nova, hinc deduci possint, quamvis scientiae illi, hoc seculo ab ingeniosissimis viris admodum excultae, vix quidquam adjici posse videatur, periti harum rerum facile conficiunt.

Dans la liste des notes marginales que Huygens a inscrites dans son exemplaire des Acta Eruditorum (voir la pièce N°. 2540, note 1) on rencontre encore la suivante, écrite en marge du passage que nous venons de citer: *vellem unum adferret.*

N^o 2627.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

13 OCTOBRE 1690.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle a été publiée par P. J. Uytendbroeck¹⁾ et par C. I. Gerhardt²⁾.
Elle est la réponse aux Nos. 2611 et 2623.
Chr. Huygens y répondit par le No. 2633.

Mr. Pendant que je vous prépare une lettre assez ample³⁾, tant pour m'acquitter de mon devoir, et pour vous remercier de l'honneur que vous m'avez fait en m'envoyant votre excellent ouvrage, que pour profiter de vos instructions sur plusieurs points que vous avez touchés; voici une troisième lettre, qui m'arrive aujourd'hui, et qui me fait prendre la plume d'abord pour satisfaire par avance à une partie de ce que je dois, et pour vous dire, qu'il y a environ deux semaines, que le paquet adressé par M. van der Heck s'est trouvé, et m'a été rendu enfin. Ceux qui l'avoient reçu en mon absence, ne s'en étant pas souvenus à mon retour, que lors que je l'ay fait demander.

Je conçois fort aisément, Monsieur, que vous avez une Méthode équivalente à celle de mon calcul des différences. Car ce que j'appelle dx ou dy , vous le pouvez désigner par quelque autre lettre, ainsi rien ne vous empêche d'exprimer les choses à votre manière. Cependant je m'imagine qu'il y a certaines vues qui ne viennent pas aussi aisément que par mon expression, et c'est à peu près comme si au lieu des racines et puissances on vouloit toujours substituer des lettres, et au lieu de xx , ou x^3 , prendre m , ou n , après avoir déclaré que ce doivent être les puissances de la grandeur x . Jugés Mons. combien cela embarrasseroit. Il en est de même de dx ou de ddx , et les différences ne sont pas moins des affections des grandeurs indéterminées dans leur lieu, que les puissances sont des affections d'une grandeur prise à part. Il me semble donc qu'il est plus naturel de les désigner en sorte qu'elles fassent connoître immédiatement la grandeur dont elles sont les affections. Et cela paroît sur tout convenable, quand il y a plusieurs lettres, et plusieurs degrés de différences à combiner, comme il m'est arrivé quelques fois, car il y a alors à observer une certaine loi d'homogènes toute particulière, et la seule vue de

¹⁾ Chr. Hugenii Exercitationes Mathematicae etc. Fasc. I, p. 32.

²⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. II, p. 49, et Briefwechsel von G. W. Leibniz, p. 600.

³⁾ Voir l'Appendice à cette lettre, N^o 2628

couvre ce qu'on ne demerloit pas si aisément par des notes vagues, comme sont des simples lettres. Je voy que M. Newton se sert des minuscules pour les différences⁴⁾, mais quand on vient aux différences des différences, et au delà, comme il peut arriver, il faudra encor changer, de sorte qu'il me semble qu'on fait mieux de se servir d'une expression qui s'étend à tout. Cependant quand on est accoutumé à une méthode on a raison de ne la pas changer aisément, quoique on conseilleroit peut être à d'autres, qui n'en ont encor aucune, de se servir de celle qui paroît la plus naturelle. Aussi sans quelque chose d'approchant de mon expression, je ne scay si on s'aviserait d'exprimer les courbes transcendentes comme la Cycloïde ou la quadratrice, par des équations entre x et y abscisse et ordonnée, ou il n'entre aucune inconnue que ces grandeurs ou leur affections⁵⁾. Mais peut être qu'il y a aussi quelques avantages dans votre expression qui me sont encor inconnus, et je seray ravi d'en être instruit, étant plus porté à profiter de vos lumières, qu'à vouloir contester avec vous.

Je croy d'avoir trouvé les deux lignes que vous m'avez proposées dans votre lettre de Voorbourg. Appellant AB , x , CB , y et DB devant être $\frac{2xxy - aax}{3aa - 2xy}$ je trouve $\frac{x^3y}{h} = \frac{2xxy}{3aa - 2xy}$ ou $2xy$ est l'exposant de la grandeur $b^7)$. C'est une équation transcendente, ou les inconnues entrent dans l'exposant; h est une grandeur arbitraire, qui fait varier la courbe infinies fois; a est l'unité, et le logarithme de l'unité icy est 0; et b est une grandeur dont le logarithme est l'unité. J'ay parlé quelques fois dans les Actes de Leipzig

⁴⁾ Newton emploie cette notation dans le Lemma II, si bien connu, de la Sectio II, Liber secundus des Principia, où il expose le principe de sa méthode des fluxions.

⁵⁾ Voir, sur ce passage, la Lettre N^o 2601.

⁶⁾ C'est ici le commencement du malentendu sur le signe de la soustangente dont nous avons parlé dans la note 3 de la pièce N^o 2612. En effet, la solution de Leibniz, que l'on écrirait maintenant: $x^3y = C \cdot e^{\frac{2xy}{3a^2 - 2xy}}$ se rapporte à l'équation différentielle: $\frac{dx}{dy} (\text{subt.}) = \frac{2x^2y - a^2x}{3a^2 - 2xy}$

tandis que le problème que Huygens avait en vue aurait conduit à l'équation:

$y \frac{dx}{dy} = \frac{2x^2y - a^2x}{3a^2 - 2xy}$, dont la courbe $xy^2 - a^2y + x^3 = 0$, étudiée par Huygens dans la pièce citée, représente une solution particulière.

⁷⁾ Les mots en italiques ont été ajoutés par Leibniz de sa propre main à la suite de l'équation répétée en marge de la lettre, laquelle est écrite d'une autre main que celle de Leibniz.

de ces equations à expofans inconnus, et quand je les puis obtenir, je les prefere à celles qui ne fe forment que par le moyen des fommes ou differences⁸⁾. Auffi peuvent elles eftre toujours reduites aux equations differentielles, mais non pas vice verfa. Je voudrois bien ſçavoir fi les lignes que vous m'avez propofées peuvent avoir quelque uſage.

En confiderant votre chiffre de la ligne de la chaine pendante, j'y trouve quelque rapport à mon calcul, mais auffi quelque difference. Car au lieu de l'equation $xxxy = a^4 - aayy$, je voy dans mon calcul reduit à certains termes, $xxxy = a^4 + aayy$, qui fert à arriver à la ligne de queſtion, et quoique cette ligne ſoit du nombre des tranſcendantes, je ne laiſſe pas (ſuppoſita ejus conſtructione) d'en pouvoir donner⁹⁾ non ſeulement les touchantes, mais encor la dimension de la courbe, la ſurface du ſolide de ſa rotation et la dimension de l'eſpace compris de la courbe et de l'axe; et le calcul m'offre tout cela comme de ſoy même. De la maniere que vous en parlés, Monſieur, je ne doute point que vous n'ayiez tout cela, et quelque choſe de plus. Mais comme je me haſte a preſent à vous repondre, je ne m'y arreſteray pas preſentement.

Je n'ay pas non plus que vous, Monſieur, raiſon d'eſtre trop content de Mr. D. T. car il m'eſt arrivé plus d'une ſoy qu'il a oublié d'avoir vu aupres de moy des echantillons des choſes qu'il a données par apres. Je m'eſtois aviſé de forger des courbes indeterminées, deſignées par une expreſſion generale, comme $a + bx + cy + dxx + exy + fyy$ etc. = 0 et de determiner par ce moyen ſ'il eſt poſſible de trouver des quadratrices ordinaires des courbes données, c'eſt à dire ſ'il y a moyen de trouver une quadrature generale de la courbe donnée pour toutes ſes portions. J'en avois dit quelque choſe à M. Tſchirnhaus, et je fus ſurpris de voir pluſieurs années apres, qu'il en parloit comme de ſon invention dans les Actes de Leipzig¹⁰⁾. Par malheur il pouſſa ſa methode trop loin, il ſ'imagina de pouvoir demonſtrer par là encor les impoſſibilités des quadratures particulieres. Mais je luy donnay une inſtance, qui l'obligea à chercher des faux fuyans aſſés eſtranges, et qui n'auroient paſſé ſervi, ſi j'avois voulu le pouſſer¹¹⁾. J'avois auffi certaines notions

⁸⁾ Leibniz veut dire qu'il prefere ces Equations à celles où l'on fait entrer des intégrales, comme dans celle qu'il avoit indiquée pour la cycloïde dans ſa lettre N°. 2601, et aux equations differentielles.

⁹⁾ La ſolution de Leibniz parut dans les Acta de juin 1691 ſous le titre: *De linea in quam flexile se pondere proprio curvat, ejusque usu insigni ad inveniendas quotcunque medias proportionales et Logarithmos.*

¹⁰⁾ Il ſ'agit de l'article dans les Acta d'octobre 1683, cité dans la Lettre N°. 2324, note 19.

¹¹⁾ On peut conſulter ſur cette polémique les articles ſuivants de Leibniz, inſérés dans les Acta Eruditorum, ſavoir: *De dimensionibus figurarum inveniendis* (mai 1684), *Additio ad ſchedam in*

philophiques, que j'ay remarquées depuis dans ſa Medicina Mentis. Conſiderant, par exemple, autrefois la demonſtration pretendue de M. Des Cartes ſur l'exiſtence de Dieu, qui a eſté inventée premierement par S. Anſelme, je voyois que l'argument eſt effectivement demonſtratif, quand on accorde que Dieu eſt poſſible. Cela me fit remarquer, qu'on ne ſcauroit ſe fier ſur une demonſtration lors qu'on n'eſt pas aſſuré de la poſſibilité du ſujet. Car ſ'il implique contradiction ce qu'on demonſtrera de lui, pourra eſtre vray et faux en meſme temps. Cela me donna occaſion de faire cette diſtinction entre les definitions reelles et nominelles, que les nominelles ſe contentent de nous donner moyen de diſcerner ou reconnoître la choſe definie, ſi elle ſe rencontroit; mais les reelles doivent faire connoître de plus, qu'elle eſt poſſible. Et je jugeay auffi que c'eſtoit là le moyen de diſcerner les idées vraies et fauſſes; ne demeurant pas d'accord du principe de M. Des Cartes, que nous avons l'idée des choſes dont nous parlons, lors que nous nous entendons. Sur cette reflexion, qu'il faut tacher de connoître les poſſibilités de notions, Mr. D. T. a baſti une partie de ſa Medicina Mentis. Je luy envoyay auffi des remarques apres la publication de ſon ouvrage, où je luy fis voir, que ſa regle de determiner les tangentes par les foyers ne pouvoit reuſſir que rarement, dont je luy donnay un exemple. Je remarquay auffi que ſon denombrement des lignes courbes de chaque degré ne va pas bien. Je me mis à chercher une meilleure regle pour determiner les tangentes par les foyers et filets et je la trouvay; mais pour la publication, j'ay eſté prevenu par Mr. Facio Duillier¹²⁾, dont je ne ſuis pas fort fâché; car il me ſemble, qu'il a bien du merite. Je vous diray pourtant ma maniere: j'avois trouvé et demonſtré ce principe general, que tout mobile ayant pluſieurs directions à la fois, doit aller dans la ligne de direction du centre de gravité commun d'autant de mobiles qu'il y a de directions, ſi on ſ'imaginoit le mobile unique multiplié autant de fois pour faire reuſſir entierement, et en meſme temps chacune; et que la viſteſſe du mobile dans cette direction compoſée doit eſtre à celle du centre de gravité de la ſiſtion, comme le nombre des directions eſt à l'unité. Cela poſé, je conſideray que le ſtile, qui tend les filets, peut eſtre conçu comme ayant autant de directions (egales en viſteſſe entre elles) qu'il y a de filets.

Actis proxime antecedentis Maji pag. 233 editam, de dimensionibus curvilinearum (déc. 1684), *De geometria recondita et analyſi indiviſibilium atque infinitorum* (juin 1686), la reſponse de von Tſchirnhaus, contenue dans l'article: *Additamentum ad methodum quadrandi curvilinearum figurarum, aut earum impoſſibilitatem demonſtrandi per finitam ſeriem* (sept. 1687), et la correspondance privée de Leibniz et von Tſchirnhaus de l'année 1683 (Gerhardt, Briefwechsel, p. 453—475).

¹²⁾ Voir la pièce N°. 2460.

Car comme il les tire il en est tiré. Ainsi sa direction composée, qui doit être dans la perpendiculaire à la courbe, passe par le centre de gravité d'autant de points, qu'il y a de filets; qui sont les intersections d'un cercle (décrit du point de la courbe) avec les filets. Mais il est temps de finir, et de me dire, comme je le puis et dois, avec toute la sincérité et toute la reconnaissance possible

MONSIEUR

Votre très humble et très obéissant serviteur
LEIBNIZ.

P.S. Ne continuerez vous pas, Monsieur, de nous donner quelque chose de temps en temps du grand nombre des belles pensées que vous avez? Ne fait on pas quelques découvertes en Hollande ou en Angleterre? Mons. Hudde ne songe-t-il plus aux sciences? Mons. Arnaud ¹³⁾ est il en Hollande?

a Hanover ce $\frac{3}{13}$ d'octobre 1690.

¹³⁾ Antoine Arnauld, le célèbre janséniste. Il se trouvait alors à Bruxelles, où il mourut à l'âge de quatre-vingt trois ans, le 8 août 1694.

N^o 2628.

G. W. LEIBNIZ à CHRISTIAAN HUYGENS.

OCTOBRE 1690.

Appendice au No. 1627.

*La minute se trouve à Hanover, Bibliothèque royale.
Elle a été publiée par C. I. Gerhard¹⁾.*

Hannovre 1690.

Je suis bien marri de n'avoir sçu la nouvelle obligation que je vous avois après tant d'anciennes, que par votre lettre de Voorbourg du 24 d'Aoust²⁾, je me suis d'abord informé où pouvoit être devenu votre paquet, et enfin on me l'a apporté il y a quelques semaines; je vous en dois remercier de toutes les manières. Vos présents me sont précieux, et je puis dire, que celui que vous me fîtes à Paris de votre excellent ouvrage sur les pendules a été un des plus grands motifs des progrès que j'aye peut-être faits depuis dans ces sortes de sciences³⁾. Car m'efforçant de vouloir entendre des pensées qui passoient de beaucoup les connoissances que j'avois alors en ces matières, je m'estois enfin mis en état de vous imiter en quelque chose. Après cela vous pouvez juger quel état je dois faire de ce qui vient de votre part, puisque cela me porte toujours des lumières. Et rien n'en avoit plus besoin que la lumière même. Quand votre traité sur ce sujet ne me seroit venu que par les voyes ordinaires des libraires, je ne l'aurois pas moins considéré comme une grace que vous m'aurez faite, le bien que vous avez fait à tous, touchant plus particulièrement ceux qui en peuvent profiter d'avantage par le goût qu'ils prennent à la matière. Maintenant que vous m'envoyez vous mêmes⁴⁾ votre ouvrage si attendu depuis tant d'années, cette distinction favorable m'oblige encor plus étroitement, et me fait joindre la reconnaissance que je vous en dois, à celle qui m'est commune avec tout le genre humain, dont vous augmentés le véritable trésor par vos découvertes importantes, quoique le nombre de ceux qui en puissent connoître le prix soit médiocre. Je me sçay bon gré d'en être: *ille se profecissciat, cui ista valde placuerint*. Si j'avois l'âge et le loisir du temps de mon séjour

¹⁾ Leibnizens Mathematische Schriften, Bd. VI, p. 187, et Briefwechsel von G. W. Leibniz, p. 606.

La lettre n'a jamais été envoyée, mais elle peut être considérée comme une réponse à la Lettre N^o. 2561. Selon Gerhard, les manuscrits de Leibniz contiennent plusieurs autres projets, différents de celui que nous reproduisons.

²⁾ Voir la Lettre N^o. 2611.

³⁾ Consultez la Lettre N^o. 1919, note 12.

⁴⁾ Voir la Lettre N^o. 2561, note 4.

à Paris, j'espererois qu'il me pourroit servir en Physique comme v^{otre} premier present me fit avancer en Geometrie. Mais je suis distrait par des occupations bien differentes qui semblent me demander tout entier. Et ce n'est que par échappades que je puis m'en écarter quelques fois, cependant le plaisir et l'utilité qu'il y a à communiquer avec vous me fait profiter de l'occasion. J'ay lû v^{otre} ouvrage avec la plus grande avidité du monde⁵⁾; je l'avois fait chercher à Hambourg il y a déjà quelques mois, mais on me manda, que quelque peu d'exemplaires qui y estoient venus estoient déjà disparus.

L'usage que vous faites des ondes pour expliquer les effets de la lumiere m'a surpris, et rien n'est plus heureux que cette facilité, avec laquelle cette ligne qui touche toutes les ondes particulieres et compose l'onde generale satisfait aux loix de reflexion et de refraction connues par l'experience. Mais quand j'ai vu que la supposition des ondes spheroidales vous sert avec la même facilité à résoudre les phenomenes de la refraction disdiacastique du crystal d'Irlande, j'ay passé de l'estime à l'admiration. Le bon Pere Pardies⁶⁾ parloit aussi d'ondes, mais il estoit bien éloigné de ces considerations comme vous avés remarqué vous même p. 18. où vous dites qu'on le pourra voir si son écrit a esté conservé. Mais sans chercher cet écrit on le pourra juger par un petit livre de dioptrique du Pere Ango⁷⁾

⁵⁾ Voici encore comment Leibniz s'est exprimé sur le Traité de la lumière et le Discours de la Pesanteur dans une lettre à Magliabecchi, conseiller et bibliothécaire du grand-duc de Toscane, datée d'octobre 26, 1690: (Dutens, Gotfridi Guilelmi Leibnitii Opera Omnia, T. V, p. 89). A celeberrimo *Hugenio* donatum accepi exemplar novi, planeque excellentis operis de *Lumine*, quo mihi videtur *Cartesii* lumina prorsus extinxisse in hoc argumento. Pulcherrime enim explicuit veras Refractionis causas, legesque. In praefatione pariter ut in cursu operis, quorundam inventorum meorum, pro sua humanitate, meminit, quod et *Newtonus* fecit in suo *Principiorum Naturae Mathematicorum* praestantissimo volumine: ita quanto quisque est doctrina excellentior, tanto plus sinceritatis, atque humanitatis ostendit."

Remarquons qu'en réalité le nom de Leibniz n'est mentionné dans l'ouvrage de Huygens qu'une seule fois, savoir dans la préface du Traité de la lumière à l'égard „du problème de la figure des verres pour assembler les rayons, lorsqu'une des surfaces est donnée" (Consultez à ce sujet l'article de Leibniz cité dans la note 9 de la lettre N^o. 2561).

⁶⁾ Sur Ignace Gaston Pardies, voir la Lettre N^o. 1327, note 4.
Déjà en 1672, dans sa seconde lettre à Newton, citée dans la note 5 de notre N^o. 1905, Pardies s'était exprimé sur une théorie ondulatoire de la lumière dans les termes suivants: „Item in ea Hypothesi, qua lumen ponitur progredi per certas quasdam materiae subtilis Undulationes, ut explicat subtilissimus Hookius, possunt explicari colores per quandam diffusionem radiorum ultra foramen ipso contagio ipsaque materiae continuatione. Certe ego talem adhibeo hypothesin in *Disertatione de motu undulatorio* quae est sexta pars meorum Mechanicorum."

⁷⁾ Pierre Ango, jésuite, professeur de mathématique à Caen. Il ne paraît être connu que par son ouvrage: *L'optique Divisée en trois Livres*, où l'on démontre tout ce qui regarde, 1. la propagation & les propriétés de la lumière, 2. La vision, 3. La figure & la disposition des verres, par le P. P. Ango de la compagnie de Jesus. Paris, chez Estienne Michallet. 1682. in-12^o.

Jésuite, qui avoue d'avoir eu les papiers du P. Pardies entre les mains, et d'en avoir puisé la consideration des ondes. Mais lors qu'il pretend d'en tirer la regle des sinus pour la refraction (car c'estoit là, où je l'attendois), il se trompe fort, ou plustost il se moque de nous en forgeant une demonstration apparente qui suppose adroitement ce qui est en question. Je voudrois que vous eussiez voulu nous donner au moins vos conjectures sur les couleurs et je voudrois sçavoir aussi quelle est v^{otre} pensée de l'attraction que M. Newton reconnoît après le P. Grimaldi⁸⁾ dans la lumiere à la p. 231 de ses Principes⁹⁾, item quelles sont les experiences nouvelles sur les couleurs que M. Newton vous a communiquées, si vous trouvés à propos d'en faire part. Le crystal d'Irlande n'a-t-il rien fourni de particulier sur les couleurs?

Après avoir bien considéré le livre de M. Newton que j'ay vu à Rome pour la première fois, j'ay admiré comme de raison quantité de belles choses qu'il y donne. Cependant je ne comprends pas comment il conçoit la pesanteur, ou attraction. Il semble que selon luy ce n'est qu'une certaine vertu incorporelle et inexplicable, au lieu que vous l'expliqués tres plaufiblement par les loix de la mecanique. Quand je faisois mes raisonnemens sur la Circulation harmonique¹⁰⁾, c'est à dire, reciproque aux distances, qui me faisoit rencontrer la regle de Kepler (du tems proportionel aux aires), je voyois ce privilege excellent de cette espece de circulation: qu'elle est seule capable de se conserver dans un milieu qui circule de même, et d'accorder ensemble durablement le mouvement du solide et du fluide ambiant. Et c'estoit là la raison Physique que je pretendois donner un jour de cette circulation, les corps y ayant esté déterminés pour mieux s'accorder ensemble. Car la circulation harmonique seule a cela de propre que le corps qui circule ainsi, garde precisément la force de sa direction ou impression precedente tout comme s'il estoit mu dans le vuide par la seule impetuosité jointe à la pesanteur. Et le même corps aussi est mu dans l'ether comme s'il y nageoit tranquillement sans avoir aucune impetuosité propre, ny aucun reste des impressions precedentes, et ne faisoit qu'obeir absolument à l'ether qui l'environne, quant à la circulation (le mouve-

⁸⁾ Voir la Lettre N^o. 568, note 8. Grimaldi décrit la première expérience sur la diffraction dans son ouvrage:

Physico-Mathesis de Lumine, Coloribus et Iride, aliisque adnexis, Libri II, Opus pothumum. Bononiae, 1666. in-4^o.

⁹⁾ Newton conclut de l'expérience de Grimaldi que la lumière, passant près du bord d'un corps, souffre une attraction qui courbe sa trajectoire et que, par conséquent aussi, la refraction d'un rayon de lumière par un corps diaphane commence déjà à quelque distance au dehors de la surface réfringente.

¹⁰⁾ Voir la Lettre N^o. 2561, note 8.

ment paracentrique mis à part), car comme j'avois montré dans les Actes de Leipzig, p. 89 au mois de Février 1689, la circulation D_1M_2 ou D_2M_3 ¹¹⁾ étant harmonique, et M_2L parallèle à $\odot M_2$, rencontrant la direction précédente M_1M_2 prolongée en L , alors M_1M_2 est égale à M_2L (ou à GM_1 ¹²⁾ le graveur a oublié la lettre G entre T_2 et M_2 marquée dans ma description) et par conséquent la direction nouvelle M_2M_3 est composée tant de la direction précédente M_2L jointe à l'impression nouvelle de la pesanteur, c'est à dire à $L.M_2$, que de la velocity de circular de l'ether ambiant D_1M_2 ¹³⁾ en progression harmonique jointe à la velocity paracentrique déjà acquise M_2D_1 ¹⁴⁾ en progression quelconque. Mais quelque autre circulation qu'on suppose hors l'harmonique, le corps gardant l'impression précédente M_2L ne pourra pas observer la loi de la circulation D_1M_2 que le tourbillon ou l'ether ambiant luy voudra preferir, ce qui fera naître un mouvement composé de ces deux impressions. C'est pourquoy les corps circulans tant liquides que solides après bien des combats et contestations ont été enfin réduits à cette seule espece, où ils s'accordent avec ceux qui les environnent, et où chacun ne va que comme seul ou comme dans le vuide. Cependant je ne m'estois pas avisé de rejeter avec M. Newton l'action de l'ether environnant. Et encor à present je ne suis pas encor bien persuadé qu'il soit superflu. Car bien que M. Newton satisfasse quand on ne considere qu'une seule planete ou satelite, neantmoins il ne sçauroit rendre raison par la seule trajection jointe à la pesanteur, pour quoy toutes les planetes d'un même systéme vont à peu pres le même chemin et dans le même sens. C'est ce que nous ne remarquons pas seulement dans les planetes du soleil, mais encor dans celles de Jupiter et dans celles de Saturne. C'est une marque bien evidente, qu'il y a quelque raison commune qui les y a déterminées, et quelle autre raison pourroit-on apporter plus probablement, que celle d'une espece de tourbillon ou matiere commune, qui les emporte? Car de recourir à la disposition de l'auteur de la nature, cela n'est pas assez philosophique, quand il y a moyen d'assigner des causes prochaines; et il est encor moins raisonnable d'attribuer à un hazard heureux cet accord des planetes d'un même systéme, qui se trouve dans tous ces trois systémes, c'est à dire dans tous ceux qui nous sont connus. Il m'eronne aussi que M. Newton n'a pas songé à rendre quelque raison de la loi de la pesanteur, où le mouvement Elliptique m'avoit aussi mené. Vous

¹¹⁾ Voir la figure de la note 8 de la Lettre N°. 2561, qui représente la partie essentielle de la figure des Acta, augmentée de la ligne M_2G omise par le graveur.

¹²⁾ Lisez GM_2 . En effet, l'article cité dans la lettre N°. 2561, note 8, contient à la page 89, au N°. 15, la preuve de l'égalité des lignes M_1M_2 et GM_2 .

¹³⁾ Lisez: D_2M_2 .

¹⁴⁾ Lisez: M_2D_2 .

dites fort bien, Monsieur, pag. 161¹⁵⁾ qu'elle merite qu'on en cherche la raison. Je seray bien aise d'avoir votre jugement sur ce que j'avois pensé là dessus, et que j'avois gardé pour une autre fois, quand j'avois donné mes premieres pensées dans les Actes comme j'ay déclaré sur la fin. En voicy deux voyes, vous jugerés laquelle vous semble preferable, et si on les peut concilier: concevant donc la pesanteur comme une force attractive qui a ces rayons à la façon de la lumiere, il arrive que cette attraction garde precisément la même proportion que l'illumination. Car il a été démontré par d'autres que les illuminations des objets sont en raison reciproque doublée des distances du point lumineux, d'autant que les illuminations en chaque endroit des surfaces spheriques sont en raison reciproque des dites surfaces spheriques par lesquelles la même quantité de lumiere passe. Or les surfaces spheriques sont comme les quarrés des distances. Vous jugerés, Monsieur, si on pourroit concevoir, que ces rayons viennent de l'effort de la matiere qui tache de s'eloigner du centre. J'ay pensé encor à une autre façon qui ne reussit pas-moins, et qui semble avoir plus de rapport à votre explication de la pesanteur par la force centrifuge de la circulation de l'ether, qui m'a toujours paru fort plausible. Je me fers d'une hypothese qui me paroît fort raisonnable. C'est qu'il y a la même quantité de puissance dans chaque orbite ou circonference circulaire concentrique de cette matiere circulante; ce qui fait aussi qu'elles se contrebalancent mieux et que chaque orbe conserve la sienne. Or j'estime la puissance ou force par la quantité de l'effect, par exemple la force d'élever une livre à un pied est le quart de la force capable d'élever une livre à quatre pieds, à quoy on n'a besoin que du double de la vitesse; d'où il s'enfuit que les forces absolues sont comme les quarrés des vitesses. Prenons donc par exemple deux orbes ou circonférences concentriques; comme les circonférences sont proportionnelles aux rayons ou distances du centre, les quantités des matieres de chaque orbe fluide le sont aussi; or si les puissances de deux orbes sont égales, il faut que les quarrés de leur velocities soyent reciproques à leur matieres, et par conséquent aux distances; ou bien les velocities des orbes seront en raison reciproque soubdoublée des distances du centre. D'où suivent deux corollaires importans, tous deux verifiés par les observations. Le premier est, que les quarrés des temps periodiques sont comme les cubes des distances. Car les temps periodiques sont en raison composée de la directe des orbes ou distances et de la reciproque des velocities; et les velocities sont en raison soubdoublée des distances; donc les temps periodiques sont en raison composée de la simple des

¹⁵⁾ Lisez: 160. Il s'agit du passage suivant: „Je n'avois pas pensé non plus à cette diminution réglée de la pesanteur, sçavoir qu'elle estoit en raison reciproque des quarrés des distances du centre: qui est une nouvelle & fort remarquable propriété de la pesanteur, dont il vaut bien la peine de chercher la raison.”

distances et de la soubdoublée des distances; c'est à dire les quarrés des temps periodiques sont comme les cubes des distances. Et c'est justement ce que Kepler a observé dans les planetes du soleil, et ce que les découvertes des satelites de Jupiter et de Saturne ont confirmé merveilleusement, suivant ce que j'avois vu remarqué par M. Cassini. L'autre Corollaire est celui dont nous avons besoin pour la pesanteur, sçavoir que les tendances centrifuges sont en raison doublée reciproque des distances. Car les tendances centrifuges des circulations sont en raison composée de la directe des quarrés des velocités et de la reciproque des rayons ou distances. Or icy les quarrés des velocités sont aussi en raison reciproque des distances, donc les tendances centrifuges sont en raison reciproque doublée des distances justement comme les pesanteurs doivent estre. Voila à peu près ce que j'avois réservé à un autre discours ¹⁶⁾, lorsque je donnois mes essais au public, mais il y a de l'avantage à vous faire part des pensées qu'on a, puisque c'est le moyen de les rectifier. C'est pourquoy je vous supplie de me faire part de votre jugement la dessus. Après ces heureux accords vous ne vous étonnerés peutestre pas, Monsieur, si j'ay quelque penchant à retenir les tourbillons et peutestre ne sont-ils pas si coupables, que M. Newton les fait. Et de la maniere que je les conçois, les trajections mêmes servent à confirmer les orbes fluides deferans. Vous dirés peutestre d'abord, Monsieur que l'hypothese de quarrés des vitesses reciproques aux distances ne s'accorde pas avec la circulation harmonique. Mais la réponse est aisée: la circulation harmonique se rencontre dans chaque corps à part, comparant les distances differentes qu'il a, mais la circulation harmonique en puissance (où les quarrés des velocités sont reciproques aux distances) se rencontre en comparant des differens corps, soit qu'ils décrivent une ligne circulaire, ou qu'on prenne leur moyen mouvement (cest à dire le resultat equivalent en abrégé au composé des mouvemens dans les distances differentes) pour l'orbe circulaire qu'ils décrivent. Cependant je distingue l'ether qui fait la pesanteur (et peutestre aussi la direction ou le parallélisme des axes) de celui qui defere les planetes, qui est bien plus grossier.

Je ne suis pas encor tout à fait content des loix Elastiques qu'on donne, car il semble que l'experience ne s'accorde pas assés avec la regle, que les extensions des cordes (par exemple) sont comme les forces qui les tendent. C'est pourquoy j'en desire sçavoir vôtre sentiment. Quant à la resistance du milieu je crois d'avoir

¹⁶⁾ Ce discours n'a jamais paru. La pièce manuscrite intitulée: *Tentamen de physicis motuum coelestium rationibus*, dans laquelle Gerhardt croyait reconnaître ce discours et qu'il publia pour cette raison comme Appendice à cette lettre (Briefwechsel, p. 611), ne reproduit aucunement les raisonnements que Leibniz avance dans cette partie de sa lettre. En effet, loin de constituer le discours en question, elle ne fait que l'annoncer dans la phrase finale: „Caeteras horum motuum... rationes... alias uberius exponemus”.

remarqué que les theoremes de M. Newton ¹⁷⁾ au moins quelques uns que j'avois examinés s'accordoient avec les miens ¹⁸⁾. Ce qu'il appelle la resistance en raison doublée des velocités (en cas des temps égaux) n'est autre que celle, que j'appelle la resistance respectiue, qui m'est en raison composée des velocités et des elemens de l'espace, sans considerer si les temps sont pris égaux ou non, de sorte que je crois que je ne me suis point éloigné encor de ce que vous en avés donné; mais il me faudroit du temps pour y mediter.

N° 2629.

W. VAN LITH à CHRISTIAAN HUYGENS.

16 OCTOBRE 1690.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Wel Geb. Heer

Na dat soo hier als te hoof alle behoortijcke solemnitijten waeren gepleeght, hebbe ick voorleden maendagh de stuken vant proces ¹⁾ na stijl, aen den Wel Ed. hoove van Gelderland overgefonden, daer op de heer Advocaet Johan Op ten Oort die voor desen over het incidenteel proces d'heeren oock heeft gediend schrijft dat hij de Citatie aen partijen binnen den geprefigeerden termijn sal besorgen om daer mede de saeck in staet van wijse te brengen, hoopende op eenen goeden uitslag, en dat seer nodigh soude wesen dat den Wel Geb: Heer van Zijlichem eenige brieven van recomandatie tot acceleratie van d. expeditie ten hooghste nodigh sijn, en op dat sulcx op sijn pas mochte geschieden ben ick jn secreteffe met d'heer Griffier Johan van Eck ²⁾, die soo ick gelooff d'heer van Zijlichem wel sal kennen, tot Arnhem sijnde, afgesproocken, mijn te sullen waerschouwen als

¹⁷⁾ Voir la Lettre N°. 2561, note 7.

¹⁸⁾ Consultez la Lettre N°. 2561, note 6 et la Lettre N°. 2632.

¹⁾ Voir la Lettre N°. 2631, note 2.

²⁾ Johan van Eck, substitut du greffier de la Cour de Gueldre depuis le 6 septembre 1686. Il fut nommé greffier le 18 mai 1693, et mourut en 1706.

het tijt is, om de Expeditie te bevorderen die daer en boven soo mondelingh als gisteren met eenen brief mijn heeft beloofd in dese saeck alles te fullen doen, wat men van een eerlijck man soude kunnen vorderen en dat ick U: wel geb: al t'samen daer van soude kunnen verseecken, te meer om dat ick sijn Ed: een kort sommier van de saeck hebbende verhaelt, oordeelde niet duijsterlijck, dat ons door het Gericht van Zuylichem ongelijck was gedaen, waer mede afbreeke en u wel Geb: al t'same bevolen hebbende in de hoede des aller hoogste blijve

Wel Geb: Heer

u WelGeb: verpl: Dienaer
W: V: LITH.

Bommel den 16 octb. 1690.

N^o 2630.

J. DE GRAAFF à CHRISTIAAN HUYGENS.

18 OCTOBRE 1690.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse à une lettre du 13 octobre, que nous ne connaissons pas¹⁾.*

Erentfeste en wijse hr.

Mijn Heer

Uijt uE. a: Laaste schrijvens van den 13 deser, heb ik gesien, de maniere om de slauwe gangh van B wegh te nemen en daarvan het pendulum zoo ver te doen doorslaan als die van A, gelijck ik nu achtervolgens de secondevijser heb een keer achterwaarts ontfloten, waardoor d^e. pendulum ook al zoo ver doorslaat, als d^e. A; maar als de ontluijtingh geschiede, en de minuutwijser voortgingh. zoo hoorde geen clank in de ontluijtingh, 't welck mij vreemt voortquam, duurende dit soo langh als het horologie ontrent 3 uren hadde geëen (de kettingh van het begin geheel op de snick gewonden geweest sijnde) darom, als het geschieden, dat uE. a: eens de reijs hier na toe nam, wel van noden was, onse woonplaats mede aan te doen, om het manquement daar van te suppleren en met een dan te sien de

¹⁾ Voir la note *a* de la Lettre N^o. 2622.

wijse en maniere om de horologies uijt en in malkandere te nemen; fullende daardoor de schroom, die ik hebbe ommer eenigh ongemak aan te brengen, geheel verdwijnen.

Wel is waar dat de Rethour schepen op 4 na behouden zijn gearriveert, maar als 2 comp.^s cruysers (Java en Sylvesteijn) die haar geconvoijeert hebben, wederom op dese noch achter blijvende schepen gemandeerd wierden te cruysen, zoo kan ik uE. a: van de stand der aanstaande befendingh van schepen niets naders communiceren; doch alsoo ditto cruysers nu weder contramande hebben ontfangen, en de Timmermans Baas na Texel gefonden is, om te sien of se fonder daar van daan te komen connen wat gerepareert worden, zoo twijffel ik niet of dese fullen op sijn spoedigste afgevaardicht worden ende de reys ondernemen; nochtans weet ik niet, wanneer de E: Comp.^{ie} mij sal gelieven aan te nemen en een horologiemaker, hoe wel er maar bequame tijt ooghschijnlijck overigh is, omse met een van dese twee schepen te versenden, daar en boven laat het sich aan sien als of er van dese toekomende winter geen schepen meer fullen gaan, en betuigende nochtans mijn goede intentie, en niet anders wenshende als uE: achtb. te betonen dat ik eer met er daat als met woorden, ben

uE: geftr: feer onderdanigen dienaar

JAN DE GRAAFF.

Actum Amstelodami

Den 18 octob.

Aan de Ed.^{le} CHRIS. HUYGENS

Heer van Zelhem
tot Voorburgh.

N^o 2631.

CHRISTIAAN HUYGENS à CONSTANTYN HUYGENS, frère.

1^{er} NOVEMBRE 1690.*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Const. Huygens y répondit par le No. 2635.*

Hofwijck ce 1 nov. 90.

Puis qu'on nous assure que devant la fin de ce mois le Roy fera en ce pais, je me ferois presque passé de vous écrire la presente, toutefois parce que des accidents impourvus font quelque fois changer les resolutions les plus fermement prises, a fin de ne rien hasarder dans une affaire, dont je suis obligé d'avoir soin pour le bien de la famille, je n'ay pas voulu manquer de vous envoyer la lettre cy jointe du Sr. van Lith ¹⁾, qui vous fera voir ou nous en sommes avec ce vilain proces contre Schoock ²⁾, que nous avions perdu a la Banque de Zuylichem, et dont on a appellé a la Cour de Gueldre, comme je crois que mad.^e vostre femme vous aura fait sçavoir. Nostre procureur et l'avocat Op ten Oort, comme vous voiez, demandent quelques lettres de vous a messieurs nos Juges, et je ne doute pas qu'elles ne soient tres necessaires, a moins que nous ne veuillons nous laisser condamner. J'ecris cependant a van Lith qu'il ne pousse point cette affaire, mais qu'il tache de la faire delaier en attendant vostre arrivée en Hollande, et si vous estes fort peur de

¹⁾ La Lettre N^o. 2629.²⁾ Johannes Schoock, ministre protestant à Opijnen, se disait détenteur, depuis le 20 mars 1682, d'une obligation, par laquelle Corsten Pellen à Zuylichem s'était engagé à payer une rente annuelle de 156 florins et 5 sous, rachetable au prix de 2500 florins. L'obligation avait été contractée, le 7 mai 1646, avec Constantyn Huygens, père; celui-ci l'avait cédée à Godefridus Buschman, ministre protestant à Driel. La veuve de ce dernier l'aurait transférée sur Schoock. Comme garantie de la dette de Pellen, Constantyn Huygens avait obtenu droit d'hypothèque sur deux arpents de verger et champs de houblon sous Zuylichem. Or, il se trouva que ces champs avaient été engagés antérieurement, en 1643, comme garantie d'une dette en faveur de la veuve de Hendrick Cuysten, laquelle parvint à prendre possession des deux arpents de terre. Schoock, probablement sur l'instigation de Jan van Genderen (voir la Lettre N^o. 920, note 7), depuis quelque temps en mauvais termes avec la famille Huygens (voir les Lettres Nos. 1437 et 1442), intenta un procès en dommage et intérêts contre les héritiers Huygens. Ceux-ci prétendirent que le transfert de l'obligation sur Schoock n'avait été que fictif, dans le seul but de pouvoir les attaquer. Le tribunal de Zuylichem avait condamné, le 14 juin 1690, les héritiers Huygens à payer au demandeur la somme de 2500 florins. La cause fut portée en appel devant la Cour de Gueldre, laquelle, par sentence du 9 décembre 1691, décida que le tribunal de Zuylichem avait „mal jugé” et débouta Schoock de sa demande.

Nous devons ces renseignements à M. J. F. Bijleveld, archiviste de l'Etat dans la province de Gueldre.

devoir venir bientôt, ces lettres de recommandation pourroient estre differees jusques là, mais a moins de cela, je vous prie de ne rien negliger. Il semble que ce mr. van Eck nous est bien affectionné, et qu'il a quelque pouvoir. C'est pourquoy il seroit bon de s'adresser a luy pour le prier de continuer dans cette bonne volonté. Vous verrez qui sont les autres dont vous puissiez requierir la faveur, et leur pourrez mander hardiment que ces beaux juges de Bommel nous ont fait la plus haute injustice qu'on puisse s'imaginer, en laissant Schoock dans la possession du bien hypothéqué, et nous condamnant pourtant de paier tout ce a quoy il pretendoit que Mon Pere s'est obligé.

Il y a fort longtemps que nous n'avons eu de lettres de là par le vent contraire au retour des paquetboot, qu'on dit estre tous du costé de decà. Mais depuis deux jours le vent est à l'Est, de sorte qu'ils seront parti sans doute. L'on souhaite fort d'apprendre s'il est vray que Mr. d'Oye ³⁾ a quitté le service et quelle en peut estre la cause.

Vous voiez peut estre quelque fois monsr. Justel, car pendant l'absence du Roy vous aurez eu tout loisir de cultiver cette connoissance. Je vous prie, de luy dire qu'une lettre ⁴⁾ par la quelle il me recommançoit un de ses amis m'a esté rendue cet esté passé, mais que celui pour qui il l'avoit écrite n'a point paru. Je quite demain ma demeure de campagne pour me retirer a la Haye dans mes chambres garnies comme je fis l'hyver passé. J'auray bien de la joye de vous y voir et de plaisir de vous entendre raconter tout ce que vous avez vu dans l'Expedition d'Irlande.

Cette lettre estant demeurée a la Haye jusqu'aujourd'uy 3 Nov. j'y adjoute la nouvelle de ce qui vient d'arriver au Voorhout où le Gefchuthuys ⁵⁾ vient d'estre ruiné par quelque quantité de poudre ou le feu s'est mis. On dit que ce n'a esté que deux tonneaux pleins de grenades chargees, telles qu'on jette a la main; cependant cela a fait un furieux coup, et a enlevé les toits et les vitres de plusieurs maisons voisines, et entre autres chez le frere de S. Annelandt, ou l'on n'a pas esté peu alarmé. Plusieurs personnes ont esté bleesées et plus que les autres un nommé van der Smalen frere de mon Procureur, qui devoit oter la poudre de ces grenades, et qui est cause du malheur par son imprudence. J'estois icy au Noordende dans ma chambre ou je ne sçavois ce que je devois juger lors que le coup se fit entendre, car ce fut un bruit qui continua quelque temps, de sorte que je m'imaginay que quelque maison tomboit dans le voisinage. Tout le peuple a esté dans la rue et y est encore en partie. J'ay esté au cabinet de ma foeur de St. Annelandt ou les vitres sont cassées, mais rien du tout de ses porcelaines. On a fait saigner mad.^e d'Oye et sa foeur a qui le feu a enfoncé les vitres pendant qu'elle se coiffait.

³⁾ Mattheus Hoeuft; voir la Lettre N^o. 2159, note 17.⁴⁾ La Lettre N^o. 2593.⁵⁾ Dépôt de canons.