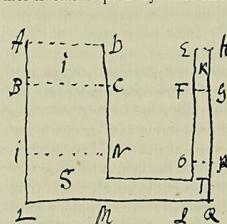


Geometrica, Mechanica, Phyzica etc.: solvantur, non quidem in eodem loco, ubi de Methodo solvendi problemata tracto, sed partim in his, partim et potissimum in priori ubi de definitionibus, axiomatibus et Theorematibus prolixius differui; Nam Methodus solvendi omnia problemata ex tribus praeceptis constat, ad quae omnia superiora, fuit meo iudicio explicata, referuntur, quae ideo prolixius de novo volebam repeteret; atque hinc facile colliges, quare ea tantum doceo, circa problematum solutionem *quae ad inveniendam solutionem demonstrationemque adjumento esse possunt* (quia haec unice Tyrone desiderant nec a quoquam haec (quantum scio) ea ratione ac a me peractum, tractatum) *Quare quoque demonstrationem nullam, quae certitudinem mathematicam habet adducam;* quia nimur tunc omnia per accuratas definitions, axiomata et Theorematata debuisse expondere; hocque in prioribus abundanter, quantum in generalibus praeceptis fieri posset, exposueram, adeoque haec omnia repetendo et specialibus exemplis applicando, ultra modum prolixius evassem; interim tamen credo me satis ostendisse, quia ratione accuratas demonstrationes sint perficienda, nam accuratioes demonstrationes non novi, quam quae ex iustis definitionibus axiomatibus et Theorematibus constant; jam vero ego definitions per ipsam generationem exhibui (quae certe omnium praefantillimae sunt definitions) non folum ipsarum definitionem, sed et axiomatum et Theorematum, quae sane quotquot authores per volvi nullib[us] offendit, adeo ut non videam, quid praetermissum, ad accuratas formandas demonstrationes. Verum quidem est me admodum errare, si existimarem haec sola ad omnia Problemata solvenda sufficere; sed hoc nullib[us] affirmavi; expresse enim pag. 18 habetur *Artis inveniendi generalia praecepta* quo Lectores colligere possint, me jam tractare folum de his quae communis sunt, circa omnia incognita determinanda, que occurrint in Mathematicis, Physicis, Mechanicis, quodque deinde speciali Artis inveniendi exhibere in animo sit, ubi a parte, quae folum Mathematicis problematis deinde quae folum Phyzicis atque sic porro mechanicis, solvendi convenienter exponam; hisce peractis tunc poterant Lectores melius judicare, num Ars mea inveniendi, absolute omnibus determinandis sufficiat. Haec autem specialia praecepta varij in locis promisi ex: gr: p: 153 et 223, in qua ultima pag: non folum specialiora, quae modo publicavi praecepta; sed etiam specialissima, si Deus vitam et commoditatem concedat, promisi; Nam mea intentio, Arrem inveniendi solam, et una cum hac totam Philosophiam quantum posibile explicare; cuius Artis inveniendi non nisi *Radices* modo exposui; Unicum hic adhuc norandum; quod licet specialia Artis inveniendi praecepta, aliquando pluris sient, hoc tamen ex perverso iudicio fieri, nam utique Artis inveniendi Generalia praecepta, quae jam exposui, multo praefantiora fore et magis ideo aetimanda (qua de re pag: 150 prolixie differui) quia specialia unice hinc derivantur; sed haec paucissimi poterant persuadere, licet verissimum Ex: gr: ponamus aliquem Heuratiandum Theorema⁴⁾ invenisse, ad curvas superficies cylindricas, planis superficiebus adaequandas, et supponamus alium longo tempore post,

rectificationem absolutam, alicujus curvae Geometricae detexisse, certe hoc ultimum inventum, ultra modum ei magis aetimabitur quam modo citatum Theorema Heurati; quod injustum admodum iudicium esset; cum hoc Theorema generalissimum infinites praestans sit hoc invento speciali cum ex eodem non solum hoc inventum speciale, sed infinita talia facile derivare licet; Tandem hoc quoque notandum, quod non opus habuissent illa specimen exhibere, ad praeceptorum meorum praestantiam ostendendam; Nam sane modo praecepta optima, applicatio corum quoque non inutilis esse poterit; adeoque quis specimen mea non debet aggredi, sed portius ostendere, quod praecepta nihil valeant, hoc si offendit poterit viatum me dabo; methodum meam nihil valere.

5. Cum dicas *quod in Problemate illo Tuborum etc: ne umbram demonstrationis reperias* hoc meo iudicio evenit, quod in re facilima explicauerit, non voluerim applicationem speciale in fine pluribus repeterem quae in fig. 40 habentur; sed generalibus saltu verbis. Quod ideo jam facturus sim; si enim verum in fig. 40 mei tractatus quod cylindri licet mole inaequales modo ejusdem materiei CD et



AB et ex aequali altitudine descendant, eodem tempore et insu ad terram tendant; et hoc demonstratum sit absolute per ea quae ad fig. 40 dixi de omnibus corporibus, verum etiam erit in specie hic in praesenti figura de aqua I et K in Cylindris ABCD et EFGH qui si descendere perget versus inferiora, quia ex eadem altitudine descendit, eodem tempore semper in aequalibus intervallis respectu Horizontis et eadem vi per visum versus inferiora semper perget descendere; ponamus jam in locis S et T motum hujus aquae fisti; aqua haec in S et T necessario

ita quiescat ut IL et AB et RQ aequalis HG juxta modo dicta, sed AB et HG

aequales ex hypothesi, et semper lapsu continuato quoque placet tales movent,

per modo demonstrata de cylindris: adeoque massa magna aquae S cum massa

parva T in aequilibrio conficit, ad aequali altitudinem IL et RQ; nec video

quid hic desit, ad hinc formandam more mathematicorum legitimam demon-

strationem.

6. Dicis: *in reliquis aliiquid amplius demonstratur, sed quod evincet nullo modo etc:* Hoc forte de quibuslibet demonstrationibus tibi videretur; si Analyticè et

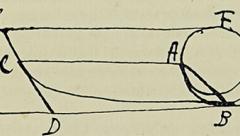
⁴⁾ Le théorème qui se trouve en tête de l'Epistola de curvarum linearum in rectas transmutatione, citée dans la Lettre N° 587, note 5. En effet, le problème de la quadrature d'une surface cylindrique revient à la rectification de sa base.

prout a priori omnia inventa esse disponerentur; sed qui Analytice res adinvenit juxta meam methodum, non difficulter deinde per Definitiones axiomata et Theoremata eadē disponere valet, adeo ut satis convincientia videantur; sed quia prius magis utile, et deinde secundum facile obtinetur, ejus imprimis eo in loco rationem habui, pro Tyronibus, quia hoc a paucis solet ostendi, alterum vero circa priora pluribus ostenderam.

7. Dicis me aliquid supponere cum Archimede circa aequilibrium inaequalium ponderum quod non accuratum, seu rigorose posfit demonstrari; praeципum quod suppono esse massae homogeneae materiae et ejusdem formae, in medio B suspenſa ex D partes AB et BC inter se aequilibriari; hoc est C non altius atcolli respectu Horizontis quam A; qua de re quidem nullam dubitandi [causam] video, quia utrobius omnia aequalia supponantur; fateor si rigorose velimus procedere, hoc demonstrandum esse, sed haecce nimis subtilia et prolixa vifa fuissent pro Tyronibus Philosophia, quibus haec folum, ut aperte dixi, destinaram; gaudeo interim non folum quod accuratam rei demonstrationem ejusdem rei brevi promitas sed quod etiam absque dubio alia egregia Tui ingenii specimina ibidem continebuntur.

8. Dicitur: *Proferitis quidem te summan curam non adhibuisse etc: quomodo quaeſo methodi utilitas hinc eluceat.* Hoc ego puto exinde clarum; 1) Quia mea methodus eadem est quae Mathematicorum, quae solum procedit per continuas definitiones, axiomata, Theoremata. 2) Quia nullas alias intellectus operationes scio, quam generationes concepire hoc est Definitiones formare; Elementa generationum inter se conferre hoc est Axiomata formare ac denique varias generationes inter se conjungere h. e. Theoremata formare, quarum non datur. Adeoque vel nihil hac methodo detergetur, vel omne quicquid intellectus Humanus scire potest. 3) Quia porro hac methodo pulchra analysis et synthesis conjunguntur (vid. pag. 96). 4) Quia ulterius hinc legitimè hanc methodum applicando necessario quicquid sciri potest cognoscatur quod pag. 116 ni fallor evidenter ostendit a verbis *Verum tamen existimo utque ad verba desideratur explicabilis effectus.* 5) Quia denique totus tractatus exemplum hujus methodi est; quod non difficulter perspicient, qui interiora ejus rimare volent, nam ubique uniformi hac methodo procedo, a principio utque ad finem; quanquam fatetur, quod praefantia hujus methodi suo tempore, dum magis circa specialiora versabo, magis in oculos incurrit; Nam generalia nunquam tanti aestimantur, quam specialia, licet priora infinites praetantiora posterioribus prout in Remedio Impedimenti 2di fatis indicavi et supra annos. 4 idem exemplo claro ostendit.

9 Circa verba *Ita in illo-arcus impensa.* Concedo haec Tibi et Tui similibus statim obvium esse, quae hic consideranda veniunt; sed non aequa Tyronibus et pro his, imprimis hanc operam hanc in me suscepit haec explicandi et si profecto nullatenus mea mens unquam fuerit Tua praefantia et nunquam fatis laudanda



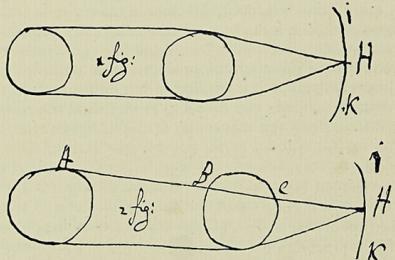
inventa, ullo modo deprehendi, nec credo hoc, de me poteris illa ratione suspicari, quod similem intentionem habuerim aut unquam habiturus sim. Hoc tamen liberè fateor me nunquam existimasse, quod Tibi proposueris, a priori determinare curvam, quae tempora globorum per quolibet arcus descendentium, aequalia semper efficeret, et in hac disquisitione determinaſte ex infinitis curvis folani effe Cycloidem, quae hoc efficiat; sed contra Ego existimavi; quod quia Tibi notum erat ex Gallilaeo, globos per subtentas AB in circulo FAB, aequali tempore decurrere; itidem quod in cycloide ECB Tangentes CD sint parallelæ subtentis AB in circulo FAB; hinc Te anſam simpliciter, inquirendi, quid cyclois circa haec praefatet, et inde determinasse egregiam Cycloidis proprietatem; si vero in mea opinione fallor; Fateor quod hanc Tuam disquisitionem a priori unicam curvam determinandi hujus proprietatis perlitter aliquando videmer; Ego sane idem tentavi, quia in ea opinione sum, quod curva aliqua ex Geometricis Carteffij hanc quoque proprietatem habeat; sed calculi prolixitas nimis ut idem non potu ad finem perducere, ut ideo nondum sciam, num curva Geometrica hujus proprietatis datur nec ne; si eandem disquisitionem potero ad finem perducere, aliquando videbis, quare hoc quoque in circulo et alijs infinitis curvis difficile sit detectu, si non forte Tibi jam dum causa hujus rei, optime perspecta.

10. Ad verba: *Quod pag. 85 etc. perfekte vero nequam haec annotanda habeo.* Non credo quod existimabis haec quae aduersi mihi ignota esse, interim tamen hinc non obstantibus vocati haec Geometrica determinata, quia sane non video quare filii aut instrumenti unico duetu designatur, potius geometricum dici debet, quam quod inventio, determinata tamen, et tot punctorum, ut se invicem tangent peragitur; cum utrumque mechanicum sit; deinde omnes curvas etiam mechanicas unico duetu describere docui (per evolutionem nimurum) et potuissim certe quoque talen curvam producere quae unico duetu describitur (per evolutionem feliciter) et quae angulum in data ratione fecaret; sed scio quod Geometricis etiam hic obiectio non defuistet, et mea certe non refert quid velint Geometrica dicere, modo ego aequa certe ac illi problemata determinent. Dividatur angulus in tres aequales partes ope hyperbolae exactissimo instrumento descripta: Ego eundem dividam in tres aequales partes ope curvae meae, ibidem adhibitrae, et videamus utrum noster rem hanc magis accurate et facile determinavit; quod ex sensibili praxi mechanica flatim cognoscetur. Verum potissimum haec contra Cartesium quoque scripsi, qui revera curvas has ob hanc praecepit caufam Geometricas dixerat, et deinde quia obſervavi ob hoc folum (quia Geometrae nolunt similia prout Ego desidero geometricæ determinata dicere) factum ut

curvae tales quasi penitus ab ipsis negliguntur; Cum Ego e contra tanti has curvas aestimo, ut certus sum si circuli quadratura daretur, ejus quadraturam necessariò per talen curvam determinari quam Ego secundo loco pag. 81 formare docui; imo infinitorum spatiorum quadratura absolute non datur absque similibus curvis; Si vero haec Geometris displiceat, certe libentissime ipsorum subscriptam opinioni, modo has curvas è agro geometrico non penitus eliminent, prout haec tenus fere omnes fecerit, ad quod Authoritas Cartesij multum praevaluuit, quae itaque, quia in detrimentum augmenti Veritatis se extendebat, mihi aliquo modo refringenda vise fuit; fed dubito num aliiquid sufficit, si non Mathematici similia quae nulla alia ratione possint determinari et per meas curvas solas ubi ordinatim applicatae omnes Geometricè determinantur, faltem possint determinari, velint Geometricæ determinata dicere.

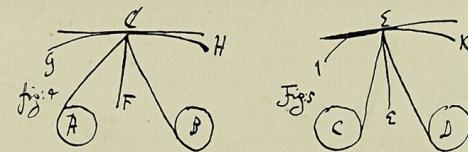
11. *Ceterum de Curvis illis-usque evolutione describuntur* Utique evolutos quoque pro centris habeo et credidisse, me (licet brevibus, sed satis clare) pag. 71, hoc, indicasse; Curvae itaque omnes Tuae, quae evolutione describili, tua methodo, apud me curvae sunt, quae unicum centrum habent et Circulo analogice respondent, qui unicum centrum seu punctum in medio habet; Eadem ratione deinde progredior et prout in Geometricis curvae dantur quae duo, tria &c. puncta pro centris habent; Ego curvas duas, tres &c. loco centrorum assūmo, et hinc per evolutionem novas et novas curvas describo. Qui haec bene introspiciet videbit quod Geometria hinc in immensum augeatur. Ad quod nescio an ullus adhuc cogitavit, cum reipsa videam quod Tu ipse, qui adeo prope huic speculacioni fuit, haec videris nondum adhuc bene caepisse.

12. *Rogarem de curva illa-circuli arcus fiant* Certe si mentem meam bene assecutus fuisses, ullo modo arcus circuli hinc fieri judicasses, cum certè haec curva in totum effentia a Circulo differat, nec ulla sui parte, quam minima etiam sit, cum



circulo conveniat; nam curvae pars IHK quam absque dubio circuli arcum existimes non describitur prout in fig. 1a prima expressum; sed prout in figura 2da, ea ratione nimirum ut filum AH transeat circulum BC, non tangat prout vis; Sed aliud quid hic maximè notandum, et quod fortè Tibi offendiculo fuit; magnus nimirum error, a sculptore figurarum hic commisus, id quod jam, prout supra dixi Lipsias et D. Bloeck quoque insinuavi, quo in 2da editione hoc corrigitur; filum nimirum DEF in fig. 13 pag: 72 debet penitus abesse, et figura ea ratione expressa esse, prout in praesenti hac figura representatur, nam filum circa circulos BC et DE quoties placet circumvolutum concipitur, haec si aliquando meditaberis; quodque in descriptione curvae AFG fila circulos debent tranfire, videbis curvam hinc in se redeuentem describi quae nullatenus quicquam cum circulo commune quid habet, atque sic absque dubio mentem meam optime capies.

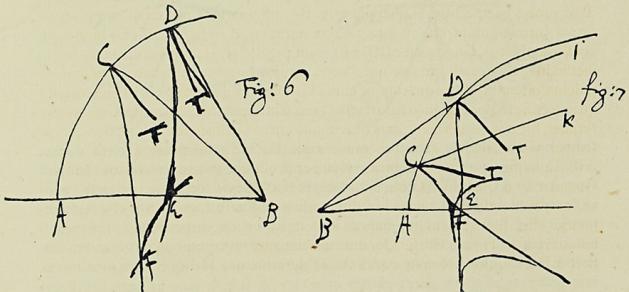
13. *Tangentium inventionem tuam-efferre videris* Quoad me, credo quod aliquis haecce me ex aequo amplius extulisse non putabit, qui considerabit fere nihil utilius in univerfa mathesi, quam Tangentium inventionem. Hic facilissimum methodum exhiberi quae haec tenus incognita; tamque universali Theoremate, ac ullum in Geometria habetur; quod certe latius se extendit ac ibidem quoque exposui; nam



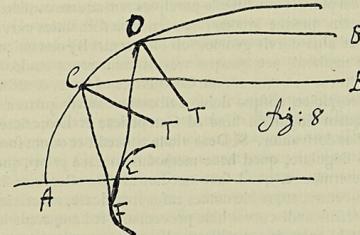
casus hos non ibidem recensui, prout vides fila hic circumvoluta circa curvas ABCD in fig. 4 et 5; Tangens tamen per eandem regulam, bisectione nimirum Angulorum ACB et CED determinatur, ubi notandum quod in fig. 5 eadem curva in se rediens describitur quae in fig. 3 modo exhibita fuit, in 4ta vero fig. exhibetur spiralis Elliptica quae in infinitum crescit, si nimirum centra ABCD sint circuli aut curvae in se redeuentes. Quod autem demonstrationem non exhibuerim, hoc partim factum, quia hoc absque multarum figurarum ope adeoque nimia prolixitate, non poteram effectum dare; partim quia tam levia non tanti axiomatica suffissent; partim quia hoc ad alium magis appropriatum locum pertinet; partim tandem (quod Tibi tamquam sincero Amico confidenter aperio) quia dum in eo eram, ut omnia publicanda transmitterem ac semper reviderem quantum tunc per multa

negotia possibile; aliqua mihi suspicio orta, me forte alicubi errasse⁵⁾) adeoque integrum Theorema nolui producere, sed eo utique quoisque videbatur expers erroris, ideoque demonstrationem quoque omisi, haecque omnia alio tempori reservans, ubi haec attente considerare licet; Scio enim quam rigorosri quandoque dentur censores; qui non considerant quod simili attemptam mentem requirant. Mihi autem tale otium raro conceditur; quod facilime sit talia corrigerre ab inventore alicuius Theorematis ubi praemissa ex quibus elici debet conclusio, certae sunt; quae tandem quoque consideranti quod hunc errorem siquidem aliquis commissus facile ipsi quoque detegere volerem, nam dantur variae Tangentium methodi, quae consentire debent cum mea; sed calculus in hisce tam prolixus ut raro similia exsequendi tempus habeam.

14. Illud porro mirum et incredibile mihi vixum per evolutionem. Sed si Nobilissimus Vir velit perpendere, quod unaqueque evolutio (prout ex. gr. Tua ubi Curvae unicum centrum habent) si methodus rectificandi curvas, et Ego jam assument tria, quatuor centra atque sic in infinitum procedendo, infinitas novas evolutionum species concipio; abfque dubio intelligit; quod hinc infinitas novas rectifications curvarum exurgant, de quo nullus Geometra aliquid publicavit; sed ut specialius me explicem; curvas assument, ubi duo centra faltim; sic enim facile percipies, qua ratione circa tria, quatuor &c. centra procedam; jam vero curvae quae duo centra habent trium sunt generum; primo ubi sunt puncta qualis est Ellipsis; 2da ubi punctum et curva; tertio ubi duas curvae loco centrorum existunt. Primus casus nobis non inservit ad rectificationem, quapropter 2dum et



⁵⁾ On peut consulter à ce sujet la Lettre N°. 2459 et les autres pièces qui se rapportent à la polémique entre von Tschirnhaus et Fatio.



tertium consideremus. Assumatur itaque primo loco duorum centrorum; punctum et curva, jam sit in fig. 6 et 7 curva ACD; assumatur punctum B loco centri et ducantur continuo rectae BD, BC in omnia puncta curvae ACD; ab his ductae denoue concipiuntur lineae rectae DE et CF ea conditione ut anguli FCB et EDB et fig: 7 Ang: IDE et KCF bifariam dividantur per rectas TC, TD, que Tangentibus curvarum in punctis C et D ad angulos rectos occurunt jam facile vides, infinitas intersectiones rectarum DE et CF, curvam formare EF; que alterum centrum conficitur hujus curvae; Unde ACD evoluta erit ope puncti B et curvae EF, opeque curvae ACD, si Geometrica fit, curva EF rectificabitur⁶⁾; quod Tibi probe perfectum, et quia punctum B triplici ratione poterit assumi prout in fig: 6 intra figuram est, in fig: 7 extra figuram, et in fig: 8, infinito intervallo abesse conjicitur, Unde rectae BD et BC sunt parallelae. Habetis utique tres novas methodos rectificandi curvas, quae certe nullibi publicatae extant; Unde prout pulchre ostendisti; Data quacunque curva Geometrica datur alia curva Geometrica quae rectificari potest; Quod Ego semper tanquam singulare augmentum Geometriae respxi, hic potero affirmare, data quacunque curva Geometrica dantur tres curvae semper Geometricae, quae poterant rectificari; methodo plane diversa a Tua; prout quoque ope methodi in fig: 8 jam ante aliquot annos⁷⁾ rectificavi curvam Geometricam quae in speculo istorio à radijs reflexis oritur, ut noſti; sed audi multo præfantiora; Concipe tertium easum hoc esse loco B in 6 et 7 fig: non puncta esse, sed quacunque curvas loco unius centri; procedendo prout modo infinitu loco curvae EF semper alterum centrum invenietur; quarum curvarum B et EF evolutione semper curva ACD describetur; Habes itaque duas novas

⁶⁾ En effet: arc FE + ED + BD = FC + BC.

⁷⁾ En 1682; consultez la Lettre N°. 2274.

methodos vel etiam plures (quod facile percipies rem attente considerando) curvas rectificandi haec tenus quoque ignotas; ope quarum data unica curva Geometrica (assumptis alijs et alijs curvis geometricis loco centri B) non unica saltem prout accidit ope tuae methodi, nec quoque tres tantum, prout modo insinuavi, sed infinitae semper novae et novas curvae Geometricae dantur, et rectificabiles; Qui haec bene introspicet, abique dubio aestimabit hanc singularē Geometricae promotionem; quam singularia hinc ad Catoptricas et Dioptricas, imo omnes matheſeos ſcientias derivantur. Si Deus vitam concedit et orium ſuo loco videbis; fed hoc quoque singularē, quod haec methodus doceat a priori, quot centra data curva habeat, determinare, quod ſane neccum ab illo oſtenſum; ſi jam deberem progredi ad tria centra, atque hic omnes caſus ſpecificare, mirareris quot numero novae methodi rectificandi curvas hinc proveniant: fed non credo id illa ratione neceſſarium. Facile enim ingeniosissimus Vir haec et plura, quam multis hic expōnere non poſſem, conſiciet.

15. Sed miror quomodo ita methodo tuae confidas-reſtare exiſtimas. Ego hic e contra non miror quod omnes aliter ſentiant; Sed quoad me cauſas hujus rei ſatis novi, nam eas breviter contraxi pag: 213 quia 1° innumeris praefudicijſ circa haec praecoccupati ſunt, 2° ſtatim ſpecialia in physiciſ aggredientur; Tertio in hiſce ſpecialibus nulla alia effeta, quam quea admiranda ſunt confidant; qui in hoc ſtatu; ijs certe physica difficultima ſcientiarum abſque dubio videbitur; prout contra. Ego eodem in loco oſtentandi, nullam ſcienſiam physica facilorem eſſe; Si quis itaque aliquid singularē in physiciſ vult praefare; Primo non debet ea aggredi, niſi priuſquam clare in conſciencia convictus tam ratione, quam experientia hanc ſcientiam omnium eſſe facilimam; Hoc ſi verum eſt, prout quilibet ſcire poterit, modo ex conſciencia velit loqui, certum eſt, quod primaria impedimenta, quea non a parte rei, ſed a noſtra ſola imaginatione proveniunt, abſtine. Haec autem impedimenta praecipua ni fallor, in ſectione Tertia auferre docui; ſecondo bona methodo debet inſtruſtus eſſe detergendi incognitas veritates a priori non autem meliorem novi, quam quea per perfectas Definitiones Axiomata et Theorematata procedit. Hinc enim quicquid humanitus ſciri poterit, innotescit prout pag. 116 oſtentandi; talem autem methodum in ſectione fecunda multe explicavi; Tertio ſcire debet methodum experientias legitimo modo inſtituere; quod ſane ego nec in Verulamio nec ullibi fateor adhuc prout explicatum habetur pag. 64 et 65 et prout aliquando in hiſce magis ad ſpecialia defendam ubi incredibilem alij harum regularum uifum reiſpa perſpicien, quia itaque multa alia quam haec tria ſaltem ad difficultima quaque in Phyſiciſ ſuperanda opus eſſe video; haecque quantum Praeceptis Generalibus fieri poterit conatus fuſi explicare, non video quare aliquid impervium, inexploratumque erit impoſterum ijs, qui hiſce ſtriſte inhaerebunt.

16. Adeo ut jam magnetis-reſtare exiſtimo. Sanè qui tam ſpecialia volunt aggredi, priuſquam multo alia prius in Phyſiciſ detepta ſint, illis tecum judico (prout jam quoque inſinuavi) ſumma reſtaturam diſſicultatem, ſed hoc ijs non acciderit,

qui ea obſervant quea modo juxta annotationem 15 indicavi. Nam quoad ſuccinum Si quis circa Generalia Phyſices determinaverit primum, in quibuslibet fere corporibus dari atmosphaeram certorum effluviorum; quod ſi corpora haec fricentur haec effluvia concitatori motu agitantur, item quea diſſertatio inter effluvia corporum durorum et pellucidorum et ſimili alia Generalia; huic attractio fuccini deinde non diſſicilis explicatu erit; fed ejusmodi ſpecialia non magnam habent utilitatem: Eadem ratione aliquando in Praeceptis ſpecialioribus Artis inveniendi non omnia particulae explicabo, (hoc enim impoſſible) fed viam eo pervenienti oſtentand. Generalia autem omnia quibus datis caetera omnia innoſcenſe exhibeo. Si ex: gr: in Magnete, oſtentand qua ratione experientiae inſtituenda juxta ea quea pag. 64 et 65 dixi ut eis natura determinetur; Unde conſtitut, quod proprietates ejus faciliſſime poſſent explicari, ſi generalia circa cognitionem metallorum primo determinarentur; deinde ſi experimenta poſſent fieri prope pulm, cum magnete, quea ex eodem loco efforta, hujus loci conſtitutio probe conſideranda juxta leges bonae methodi; Porro deberent duo loca determinari per certas experientias, quae in aequatore occurruunt et nondum detepta ſunt, et ſic ſimilia alia oſtentand; quanquam de magnete tot experimenta cognita ſunt, ut, modo omnes certae effent, tertia pars ſufficeret, ad ejus proprietates explicandas meoq[ue] iudicio abſque particulis ullis ſtriatis⁷⁾. Fluxus et refluxus maris non diſſiculer detergerebatur, ſi Lunae motus, Terrae motus, maris motus generalis et principaliter ſpecialis in Fretis et ſimilibus locis experiments juſtis, juxta reg: pag: 64 et 65 inſtitutis nobis perpeſta effent; Lucis ſympotoma haec mihi optime perpeſta eſſe videntur, non quidem omnia, nec quoque quatenus corpora pellucida tranſit (hic enim varia mihi adhuc determinanda videntur, licet hic plurima quoque optime detepta ſint) ſed quatenus in ſe conſideratur; Verum meo iudicio ſimilia (expicio lucem) non tam cito debent examinari juxta meam Methodum, ſuperrunt enim magni momenti Veritates cognoscendae priuſquam ad ſimilia deſcendere conſeuſum et ſi demum hac ratione procedamus, tunc non ſolum haec ſuperato facilia videbuntur ſed et reliqua multo his adhuc ſpecialiora pari deinceps facilitate cognoscemus: licet itaque fateor quod ego in Phyſiciſ non ſum traſtaturus niſi Generalia; Eouſque tamen deſcendam, ut horum quea intra Terram crefcent veluti metallorum et mineralium etc: ſed imprimis vegetabilium et Animalium Generationem a priori et experiments determinabo, ubi certe tam singulares exhibeo experientias quea nullib[us] adhuc extant, nec forte adhuc per aliquot ſecula extabant, nam omnes nimis ad ſpecialia properant, quea paucam habent utilitatem, cum mea inventa objec̄ta perquam generalia respiciant Ex: gr: omnium Volucrum, Piscium, Reptilium generationem, non unius alteriusve avis, pifcis naturam etc: et ob id immensam utilitatem habent; nam Ego talia

⁷⁾ D'après la théorie de Descartes. Voir la Lettre N°. 2454, note 10.

experimenta facio, ut unicum mihi viam aperiat ad infinita excogitanda, et si unicum utile ferè infinita utilia hic resulant, prout aliquando similia videbis, ubi Nova Agricultura (non tritici sicut omniū vegetabilium) Nova Medicina (quae prouis alia continet, quam ea quae hactenus publicavi sub titulo Medicinæ corporis) Nova Chymia, Nova Oeconomia, Nova Mechanica, ubi certe non inuiles speculations, sed experimenta quae sensibiliter rei veritatem ante oculos ponunt; Tunc apparet, quae differunt sit, si ea a Philosopho tractantur, qui bona sit methodo instruētus et ab Empirico sic ex: gr: videbis in Chymia vulgaris methodo instruētus et ab Empirico sic ex: gr: videbis in Chymia vulgaris omnia praeparata circa vegetabilia non esse nisi corruptiones et falsifications talium; Nihil stultus esse ordinaria agricultura, nec hic aliquid esse quod Philosopher sapit, nisi Aratris inventionem etc: sed haec absque dubio Tibi quoque nimis confidenter dicta videbuntur; Verum opto ut Deus vitam et commoditatem mihi suppeditet, mea cogitatio in hunc ordinem redigendi prout in idea habeo; hoc est ut Artis invenientia specialia praecepta possim exhibere et tandem specialissima ubi de solo homine tractabitur; quia omnia non erunt nisi Medicinæ Mensis et Corporis continuatio specialior et specialissima; Haec inquam si perficere potero credo quod posteri non dicent, haec confidens a me dicta esse quam par est.

17. *Nec alter eam superare posse quam ab experimentis incipiendo (hoc autem et Tibi probari video).* Non alieta nisi juxta meam Methodum solvendi omnia problemata et reg: pag: 64 et 65, alias aetas inutilibus confunditur, prout multis jam facere probe scio, cum contra ego semper paucis sumptibus et facili nego per quam utilia dereo, sicuti singulis annis, innumera incognita detegi et detexi, et quae forte non adeo cito detergerentur, si aliam viam sequamur.

18. *Deinde Hypotheses quadam communijcendo &c:* quod utique probo si haec hypotheses ex generalibus legibus universis, secundum quas omnia fiunt, ubiunque fiant necessario fiunt.

19. *Sed ita quoque peragnus labor &c: felicitate aliqua.* Concedo totum si specialia in Physis determinanda, nam nulla aetas hic sufficiat, ad omnia in lucem deducenda; sed si generalia, hoc est proprietates corporum a priori determinandæ, deducenda; et reg: pag: 64 et 65 absque ut illa felicitate opus sit, quamquam instituendo juxta reg: pag: 64 et 65 absque aucta felicitate opus sit, quamquam si talis quoque alicui offeratur, hic illam non sciet aestimare quanti sit, quam qui boni methodo instruētus, quamquam certe mihi quedam nota sunt, quae non in lucem deducentur ab illo, quaecunque felicitas illi obtergerit; Quod Cartesius optime noverat, unde dicit quaedam sint investiganda magna solertia, quae nunquam se casu offert; crede mihi in Cartesio multa extant, quae vix puri Cartesiani percipient, vixque ab illo alio nisi quis eo cognitionis pervenerit.

20. *Porro in his quae scire yellem-Terram esse peritaram.* Id quod absolute infinitum est, solum non potest perire, nam interitus ejus si fieret, non posset fieri

nisi à re externa; jam vero actu infinitum nullum externum habet; hinc e contra sequitur omnia finita interitu esse obnoxia; conservatio illorum etenim dependet ab [eo] quod vires propriae cum externis in aequilibrio sint adeoque si externae fortiores sicuti (quod infinitis de causis accidere potest) aequilibrium tollitur, hoc est res finita defruitur, et idem de Terra non solum, sed de Sole et absolute omnibus corporibus universi verum, quod etiam experientia sufficienter confirmat, nonne videmus stellas fixas extingui et antequam extinguntur varias colluctationes fieri prout ex: gr: jam in stella Ceti quae hoc anno fere stella primæ magnitudinis evasit, absque dubio sequenti Autumno adeo imminuta erit, ut visu non percipiatur aut forte penitus extinguetur; Optime quoque Aristoteli respondebatur quod Terra non ab aeterno esset, nam alias qui montes semper ac semper pluvij et alia ratione, immittuntur, nec novae montes exurgere videamus, eam jam debere necessario absolute rotundam esse; sed Cartesius aliud quid respontet, dicit siquidem, si mundus ab aeterno alia ac alia Terra in ejus locum de novo generata esset; sed non est quod timeas, stella non tam cito moritur ac Homo prout nunc videamus in stella Ceti, nec quoque de Terra, id tam cito augurandum, tam ob multas rationes quam imprimis quod satellitem habet; excipio saltem si Deus extremo postu iudicio Mundi Machinae ruinam intimabit, quod utique ut scis, extra nostram controverfiam cadit.

21. *Quod infinitum stellarum etc:* Hoc certe non recordor me ullibi statuisse, nam pag. 44 et 45 infinitum idem mihi est ac indefinitum, hac de re alias non possum mentem, nisi in Physica mea aperire. pag. vero 150 hoc non absolute affirmo; dico enim siquidem infinitæ.

22. *Quod pag. 51 usque affumpſisse videris.* Quod corpus semel motum in motu permanebat in plano si nulla corpora obstant statuo, adeoque id assumpſi pag. 99. Sed neq[ue] ejus causam à manu provenire, seu quod corpus semel à manu incutiatum ad motum, si corpora non obstant, hoc est si in vacuo esset, moveretur absque fine, prout vult Cartesius, in plano utique ut dixi res succedit; sed hoc non procedit a manu; sed ab alijs corporibus, qui hocce postquam ē manu, continuo pellunt, usque dum corpora externa hunc motum tollunt; sed ut hoc intelligatur, permulta ex mea Physica debemur recensere, ubi ē rationibus et experientijs clarissimis ni fallor haec res confirmabitur.

23. *Denique extensio usque impossibile exsistans.* Quod extensionem absque motu cum Cartesio concipis; Ego e contra cum motu, nihil hoc contra me, nam potest esse quod extensionem abstrahere concipias, iridem motum adeoque licet utrius nostri conceptus diversi sint, veri tamen erunt; sed non Physice, adeoque certè conceptio non fallit in [ſe] spectata. Scis enim quod in pag. 131 et 132 tres diversos conceptus de extensione exhibuerim, qui non debent confundi; in Physica mea de motu similia proferam ubi certa, adhuc majora haberemus præjudicia; sed omnium maximè de quiete.

24. Non possum certè ex ijs quae profers de speculo meo Cauſtico colligere,

num effecta illius legeris quae in Actis Eruditorum publicavi⁸⁾; quae utique Tibi et multis admiranda videbuntur; quae Ego existimo hinc provenire quod 1° excessivae magnitudinis sit, cum fere tres ulnas Lipfientes contineat; deinde quod focum certa ratione in respectu magnitudinis removerim quod plurimum circa talia specula notandum, ac tandem quod nitidissimam polituram habeat, exactaque sit figurae sphaericæ; quod craftities laminæ cupreæ non excedit illam quae hic annotata _____. Tecum tamen sentio quod si speculum ex mixta illa dura et candida quam novi sit, et in reliquo omnia sint paria cum meo speculo, magnitudo scilicet; foci remotio, politura &c: Quod meum absque dubio superabit perfectione; Hic ex occasione aperiam; quod polituram vitrorum circularium cuiuscunque sint magnitudinis ex voto ad ultimam perfectionem reduxerim, exiguo labore et brevissimo tempore similia parare scio, et certe longe ducentos pedes superassim, si omnia ad manus fuissent quae desideravi, nec alijs rebus perficiendis occupatus fuissent; saltem jam perfecti 12 et 25 pedum quae nitidissimam polituram et perfectissima Telescopio constituant; Cum illo 12 pedum jam hoc tempore Saturnum, qui nobis admodum vicinus optimè cum ejus annulo et Satellite quem detexisti; Si cum tuo ducentorum pedum aliquid rari in Caelo observes, quae eo id mihi communices; Hic satys loci habeo in meo Territorio ad observationes rite instituendas: Sed hac de re alias. Domi Campani Microscopij excellentiam non existimo in insigni politura, inferioris sphaerulae solum existere; sed in alia re, quam ni fallor detexi: possum enim exiguo negotio perquam excellenta microscopia parare, quae omnia effecta praefant Campanici Microscopij, imo multo majora eriam quae ibi recenter; Sed quia rem hanc examinandi omnino modè prout decet tempus nondum habui, de hisce plura loqui superpedeo.

Haec omnia jam sunt, quae Temporis brevitatis et multitudi diversarum occupationum vix permisere ut in ordinem redigere potuerim, quae si forte satisfaciant, non interim abngeo in meo tractatu plurima esse quae confidentius dicta videntur; satis enim scio quam multa nobis admodum probabilita videantur, antequam ipsam praxin condamus, hincque quandoque tales difficultates exsurgere, quas ne quidem ulla ratione in principio suspicati essent. Et ideo me nihil unquam affirmare, nisi ad minimum, simile quid ipsa praxis me edocuit; Imò praeterea optimè scio, quod hunc Traictatum ad eam perfectionem non potuerim reducere, prout in idea habeo, et mihi proposueram omnia mea non publicare, nisi ad hanc perfectionis ideam accedant; Verum quia praevideo posse fieri, ut mea studia publico aliquid communicandi penitus abruptenatur, judicavi è re fore, publico hoc in tempore significare, licet nondum omnia ad omnino modam perfectionem reduxerim, modo talia sint, quo judicare valeant, num capax sim, si mihi commoditas paretur, publico cum fructu inserviendi; si nullum hinc remedium expectandum sit impostrum

⁸⁾ Voir la Lettre N°. 2444, note 3.



mihi foli studebo, absque ut aliquid publicem; Ex hisce autem colliges, quam gratae mihi fuere literæ Tuae, et quod nihil in hisce se obtulerit, quod mihi potuerit displicere prout tale quid suspicatus es in literis ad D. de Gendt⁹⁾; Hoc fanem magna in me effet perfectio¹⁰⁾, si tam levibus animis meus turbaretur, quamque si in me animadverterem flatim corrigerem, mihi enim circa haec non blandior; ad quod remedia secura in manibus meis Dei gratia habeo, Eftote perfecti; sicut Pater Vester perfectus est praecepit meum est Ethices praeceptum, et si fecirem meliora praecepta, quae me in perfectiore statum quam jam possideo interne, possent redigere, nihil quantum possibile intermitterem, ut mihi eandem compararem; sum ex integro

Tuus Totus

E. W. D. TSCHIRNHAUS.

Dresdae die 12 Maj Anno 1687.

Heri interfui Convivio ubi ultra Viginti Nobiles, sed cogitationes admodum ab hisce diversa exstebant; Hacc hisce in ¹¹⁾ aria jam non nisi matutinis horis nec quoque semper talibus vacare licet, ¹¹⁾ uaeo erroribus meis codones meo constanti amore

Nobilissimo Clarissimo Viro
Dno CHRISTIANO HUGENIO, seigneur de Zulichem
Prefent
a la Haije.

⁹⁾ Nous ne connaissons pas cette lettre.

¹⁰⁾ Von Tschirnhaus, évidemment, veut dire: imperfectio.

¹¹⁾ Une déchirure a enlevé les mots laissés en blanc.

N^o 2458.

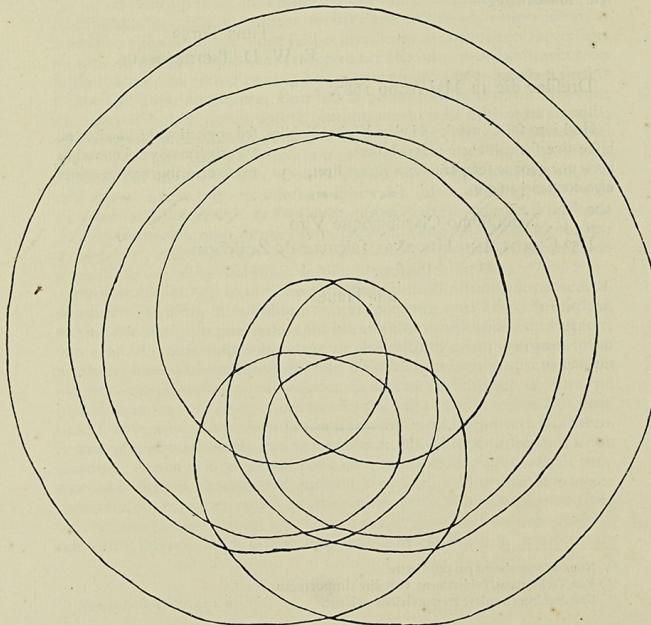
E. W. von TSCHIRNHAUS à CHRISTIAAN HUYGENS.

12 MAI 1687.

Appendice au N^o. 2457¹⁾.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Genuinus Situs Curvae cujusdam Geometricae.



Pour Mr. HUGENS DE ZULICHEM.

¹⁾ La figure, avec l'inscription tracée de la main de von Tschirnhaus, accompagne comme une feuille détachée la Lettre N^o. 2457.

N^o 2459.

CHRISTIAAN HUYGENS à P. VAN GENT.

18 MAI 1687.

La minute et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
P. van Gent y répondit par le N^o. 2466.Doctissimo Viro Do. J: GENTIO CHRISTIANUS HUGENIUS
S.

Putabam equidem jam diu a D. no Hamelio responsum accepisse Nobilissimum Virum²⁾, nec non a caeris quibus exemplaria libri sui nuper editi Lutetiam Parisiorum miserat. At ecce heri demum hoc quod hic vides epistolum ab eo ipso ad me deferunt³⁾, cuius operā illa in Galliam pervenere, a quo et apographum literarum Dn. de la Chapelle accepi, quo quid libris suis factum sit D. Tschirnhaus cognoscer. Cur autem tam fero haec omnia, non mihi compertum neque adhuc intellexi quoniam Eruditorum in Gallia de opere isto fit judicium⁴⁾. Unum quiddam ibi habetur Geometrici argumenti de curvarum quarundam tangentibus, quod a Geneveni quodam viro ingenii haud vulgaris reprehendi ex libello Gallico, qui *Bibliothèque Universelle* inscribitur⁵⁾, credo jam didiceris ac fortasse ipse quoque D. de Tschirnhaus. Qui utinam non tam propere, ac ne quidem invenigata demonstratione, Problema hoc in lucem misser; aut faltem non usque adeo de eo fibi granularis effet. Est enim confractio quam dedit manifesto falsa. Veram autem quae et elegantissima est et brevissima, ea ipsum fugit. Sed ego ob hujusmodi errata praefectione nimia admissa, nihil minus bene de ingenio atque excellenti studio auctoris sentire me profiteor ac tantum ut in posterum cautior sit desidero. De ijs vero quae commentationes iſtas evolventi scrupulum moverunt responsum ejus adhuc expēcto⁶⁾ atque videre aveo. Vale.

Dabam Hagae 18 Maj 1687.

¹⁾ C'est-à-dire E. W. von Tschirnhaus, à la prière duquel (voir les Lettres Nos. 2443 et 2452) Christiaan Huygens avait envoyé à quelques personnes à Paris des exemplaires de la Medicina Mentis et Corporis.

²⁾ Nous ne connaissons pas cette lettre.

³⁾ La publication du Journal des Scavans fut interrompue du 1^{er} janvier au 17 novembre 1687. Un article sur le livre de von Tschirnhaus parut dans le numéro du 12 janvier 1688.

⁴⁾ Voir l'Appendice I.

⁵⁾ Christiaan Huygens n'avait pas encore reçu la lettre de von Tschirnhaus du 12 mai 1687, notre N^o. 2457.

Oeuvres. T. IX.

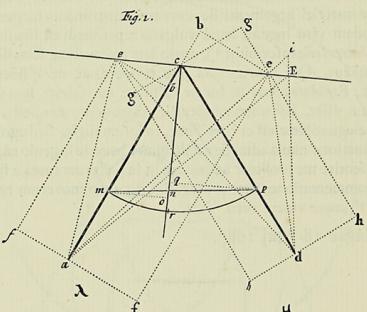
N^o 2460.
N. FATIO DE DUILIER.
MARS 1687.

Appendice I au N^o. 2459.

La pièce a été imprimée dans le *Bibliothèque Universelle et Historique*¹⁾.

Reflexions de Mr. N. FATIO DE DUILIER sur une méthode de trouver les tangentes de certaines lignes courbes, laquelle vient d'être publiée dans un Livre intitulé *Medicina Mentis*²⁾.

L'Auteur de la *Medecine de l'Âme* propose, dans son Traité³⁾, une méthode qui n'est pas entièrement exacte pour trouver les tangentes de diverses lignes courbes, qui se décrivent par des fils. Sans doute il a jugé que cette méthode étoit bonne,



¹⁾ Article II du numéro d'avril 1687.

Il nous a paru indispensable de reproduire ici en entier l'article de Fatio, parce qu'il en est question dans plusieurs des lettres de l'année 1687. Nous y ajoutons, pour la même raison, sous le N^o. 2461, deux extraits de la „*Medicina mentis*“.

²⁾ Sur la part que Huygens a eu dans l'invention de la méthode exposée dans cette pièce, et à la rédaction de la pièce elle-même, consultez la Lettre N^o. 2467, note 2 et l'Appendice II, N^o. 2469.

³⁾ Voir la pièce N^o. 2461.

faute d'examiner assez une pensée, qui paraît vraie par induction, & qui semble dans la pratique ne s'éloigner pas beaucoup de la vérité: mais qui néanmoins ne répond nullement à l'exactitude géométrique, excepté dans quelques cas particuliers, & lors que les lignes décrites par les fils sont plus simples.

Supposons que *a* & *d*, dans la première figure, soient les foiers d'une ligne courbe qui passe par le point *c*, & qui se décrive par le moyen d'un fil, dont les deux extrémités soient attachées aux foiers *a* & *d*. Je suppose ici que les extrémités du fil sont attachées à ces foiers, afin que la ligne courbe soit du nombre de celles que Mr. de T. considère; mais autrement ce que je vais démontrer s'étend à des lignes courbes, qui se peuvent décrire par un fil, dont une extrémité est attachée au fil, & l'autre à un des foiers; & même il s'étend à des lignes courbes, qui ne se peuvent point décrire par des fils, selon la manière de Mr. de T., à moins d'en employer une infinité de retors. Soit à le nombre qui exprime la multitude des fils en *a*, *c*, & *d* le nombre qui exprime la multitude des fils en *cd*. Ainsi la ligne *ac* multipliée par *λ*, plus la ligne *cd* multipliée par *μ*, est égale à toute la longueur du fil qui est donnée; & en général la nature de la courbe est telle, que de tout autre de ses points tirant une ligne au foier *a*, & une autre ligne au foier *d*, la première multipliée par *λ*, plus la seconde multipliée par *μ*, font toujours une même somme.

Pour trouver la perpendiculaire sur la courbe au point *c* par exemple, je prends sur les lignes *ca* & *cd* des longueurs égales *cm* & *cp*, & ayant mené la soutendante *mp* je la divise au point *n*, de manière que *mn* soit à *np* reciprocement comme le nombre *μ* au nombre *λ*; & je dis que la ligne *cn* est la perpendiculaire demandée. La ligne *ce*, que je suppose perpendiculaire sur *cn* sera donc la tangente de la ligne courbe au point *c*.

En effet quelque point que l'on prenne sur *ce*, par exemple le point *e*, que je suppose d'abord placé du côté de *a*, il se trouve hors de la courbe, comme je le vai prouver.

Sont menées des points *m* & *p* les lignes *mo*, *pq*, perpendiculaires sur *cn*, & du point *e* la ligne *eb* perpendiculaire sur *ca*; de plus soit menée *eh* parallèle à *cd*, & sur *eh* les perpendiculaires *eg*, *dh*; enfin soit menée *ef* parallèle à *ca*, & sur *ef* la perpendiculaire *af*.

A cause des triangles semblables *cm* est à *om* comme *ce* est à *cb*; & *cp* ou *cm* est à *pq* comme *cc* est à *eg*; donc *om* est à *pq* comme *cb* est à *eg*. Or par la construction *om* est à *pq* comme le nombre *μ* au nombre *λ*; donc *cb* est à *eg* comme le nombre *μ* au nombre *λ*, & par conséquent *λ cb* est égal à *μ eg*; c'est à dire que la ligne *cb* multipliée par le nombre *λ* est égale à la ligne *eg* multipliée par le nombre *μ*.

λ ab, plus *λ bc*, plus *μ cd* est la longueur du fil égale à *λ fe* plus *μ eg* plus *μ gh*, égale encore à *λ fe* plus *μ eh*. Tirant à présent du point *e* aux foiers *a* & *d* les lignes *ea*, *ed*, lesquelles représentent la situation qu'auroient les fils s'ils atteignoient le point *e*, on a *λ ae* plus *μ ed* pour la somme des fils qui atteindroient le

point e , laquelle somme est plus grande que $\lambda f e$ plus $\mu c h$ ⁴⁾ qui est la véritable longueur du fil: ce qui marque que le point e n'est pas dans la ligne courbe proposée.

Le point e , qui est du côté de d , n'est pas non plus dans la courbe, comme il paraît par la démonstration suivante. Soit menée du point e la ligne $e b$ perpendiculaire sur $c a$; de plus soit menée $e h$ la parallèle à $c d$ & sur $e h$ les perpendiculaires $e g, d h$; enfin soit menée $e f$ parallèle à $c a$, & sur $e f$ perpendiculaire $a f$.

A cause des triangles semblables, il se trouve, comme ci dessus, que λb est égal à $\mu e g$. A présent $\lambda a b$ moins $\lambda b c$ plus $\mu c d$ est la longueur du fil, égale à $\lambda a b$ moins $\mu e g$ plus $\mu c d$ égale encore à $\lambda f e$ plus $\mu e h$. Mais tirant du point e aux foyers a, d les lignes $e a, e d$, qui représentent la situation qu'auroient les fils s'ils atteignoient le point e , la somme des fils se trouveroit être $\lambda a e$, plus $\mu e d$, plus grande sans contredit que leur véritable somme $\lambda f e$ plus $\mu e h$. Ainsi le point e n'est pas non plus dans la ligne courbe proposée.

Il n'y a donc aucun point de cette ligne courbe, excepté c , qui tombe sur la ligne $e c$. J'ajoute qu'aucun point de la courbe ne tombe, à l'égard de la ligne $e c$, du côté opposé à celui où se trouve le point n . Car soit i , s'il est possible, un tel point de la ligne courbe, & du point i soient tirées aux deux foyers a, d les lignes $i c, i E d$, qui coupent la ligne $e c$ dans les points $c^5)$ & E , & soient ensuite tirées les lignes $e d$ & $E a$. Si λ est plus grand que $\mu, \lambda a e$ plus λi plus $\mu i d$ sera plus grand que $\lambda a e$ plus $\mu e d$, qui excède la longueur du fil⁶⁾ comme il a été démontré, ou qui lui est égal si le point i tombe en c : ainsi la ligne courbe ne passe pas par le point i . Mais si λ est plus grand que $\mu, \mu d E$, plus $\mu E i$ plus $\lambda i a$ sera plus grand que $\mu d E$, plus $\lambda a e$, qui excède la longueur du fil, ou du moins qui lui est égal; & par conséquent la ligne courbe proposée ne passe pas non plus par le point i .

La méthode de Mr. T. se réduit à diviser l'arc $m p$ décrit du centre r en r , de manière que l'arc $m r$, soit à l'arc $r p$ réciproquement comme le nombre des fils en $c d$ au nombre des fils en $c a$,⁷⁾ & la ligne menée par les points c, r doit être, selon lui, perpendiculaire sur la courbe. Mais j'ai démontré que la véritable perpendiculaire divise la corde $m p$ en n , suivant cette même raison reciproque: ce qui peut faire juger que la méthode de Mr. de T. approche en quelque sorte

⁴⁾ Lisez: $\mu e h$.

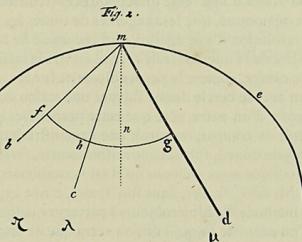
⁵⁾ Lisez: e .

⁶⁾ A la page 278 du livre F des Adversaria de Huygens on rencontre la remarque suivante, qui se rapporte évidemment à ce passage:

Ad demonstrationem Fatio in Bibliothèque universelle. 100 id + ia potest esse minor quam 100 cd + ea propter angulum obtusum i. Sed tunc 100 id + ia non potest esse minor quam 100 Ed + Ea, quae majora vel saltem aquatia ac + cd (lisez ac + 100 cd).

⁷⁾ Il est vrai que von Tschirnhaus n'a pas formulé explicitement le théorème que Fatio lui attribue ici; mais la construction que Fatio indique n'est en effet qu'une conséquence logique de celle employée par Tschirnhaus dans la figure 19 de la pièce N°. 2469. Voir là-dessus la Lettre N°. 2468, au paragraphe N°. 3 et l'annotation c) de Huygens.

de la vérité, quoi qu'elle ne s'accorde pas avec ce que j'ai démontré ci-dessus. Cela paroira davantage, si on la compare avec soin au théorème suivant, duquel j'ai la démonstration⁸⁾). Je substitue ce théorème à celui que Mr. de T. donne touchant les tangentes de toutes les lignes qui sont décrites à sa maniere; & il est certain que la construction que mon théorème fournit, pour déterminer ces tangentes, est plus simple & plus générale que celle de cet Auteur, outre qu'elle est exacte.



Soit m , dans la deuxième figure, un point d'une ligne courbe $a m e$ décrite par quelque nombre de fils que ce soit, comme $m b, m c, m d$, attachez ou roulez autour des foyers b, c, d . Ces foyers peuvent être en si grand nombre que l'on voudra & dans toutes sortes de situations imaginables, sur le plan $a m e$.

La nature de la ligne courbe $a m e$ est telle à l'égard de chacun de ses points, comme m , que la ligne $m b$ multipliée par le nombre x quel qu'il soit, plus la ligne $m c$ multipliée par le nombre λ , plus la ligne $m d$ multipliée par le nombre μ font ensemble une somme connue.

Du centre m je décris un arc de cercle $f h g$, qui coupe dans les points f, h, g les fils $m b, m c, m d$, c'est à dire les lignes menées du point m aux foyers. Je suppose que dans tous ces points f, h, g il y ait des poids qui soient entre eux comme les

⁸⁾ Voir, pour une démonstration simple et suffisamment générale de ce théorème, la pièce N°. 2469. Cette démonstration, en effet, quoique bornée au cas de trois foyers, mais pris dans une situation quelconque, est facilement généralisable pour un nombre quelconque de ces points, comme Fatio l'a fait d'ailleurs dans sa réplique à von Tschirnhaus (Bibliothèque Universelle et historique de l'année, 1689, Tome XIII, p. 58—61). C'est donc à tort que M. Cantor dans ses Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, T. III, p. 149 (éd. 1898) assure, sur la foi de M. Weissenborn, que la construction de Fatio ne serait pas valable dans le cas général.

nombres λ & μ propres à chaque fil; & je dis que la ligne $m n$ qui passe par le point m & par le point n , commun centre de pesanteur, de tous les poids $f h g$, est perpendiculaire à la courbe proposée.

Ainsi qu'elle que soit la multitude des foies d'une courbe, comme $a m e$, & quels que puissent être les nombres, ou si on veut les lignes droites λ , μ &c. (parce que les lignes droites sont plus commodes que les nombres, pour exprimer toutes sortes de proportions) le problème de mener la tangente au point donné m de la courbe, est plan, ou plutôt d'une seule dimension & extrêmement facile à résoudre.

En effet on peut démontrer, que les tangentes de toutes les lignes géométriques se trouvent par la résolution d'une égalité, ou l'inconnue ne monte qu'à une seule dimension⁹⁾. Et je tire de là une nouvelle preuve contre la méthode de Mr. de T. Si cette méthode étoit exacte, comme la perpendiculaire sur la courbe de la première figure diviseroit un arc de cercle donné suivant une raison donnée, & que cependant on démontreroit d'un autre côté que cette perpendiculaire se trouve par le moyen de la règle & du compas, on auroit une démonstration que le problème de diviser un arc de cercle donné, suivant une raison donnée, seroit un des plus simples de la Géométrie, quoi que nous sachions qu'il est véritablement fort composé.

Je fais bien que M. de T. se ferte, dans son Traité, d'une expression qui pourroit faire croire que sa méthode se réduit toujours à partager quelques arcs par le milieu. Mais pour peu qu'on examine ce qu'il dit, on verra que de simples *bisections* d'arcs ne lui suffisent pas; ce qui paraît fort clairement, si on suppose que le fil $c a$ ait cinq doubles dans la première figure, & que le fil $c d$ soit simple; ou, ce qui est le même, si on suppose que les nombres λ & μ soient 5. & 1.

Il est donc sûr que cet illustre Auteur s'est trompé; mais c'est dans une chose extrêmement délicate, & peut-être en confondant des lignes, qu'il est aisé de confondre ensemble dans le calcul, favor des arcs de cercle avec leurs sinus. Ainsi il y auroit beaucoup d'injustice à juger, à cause de cette erreur, d'une manière moins favorable de sa pénétration dans les Mathématiques. Les fautes de calcul & d'inadéquation nous sont fort pardonnables, & nous n'en faisons que trop souvent, pour peu que nous nous hâtions en des recherches difficiles. Elles ne deviennent capitales que quand on s'opiniâtre à les soutenir, après qu'on a eu le temps de les reconnoître.

⁹⁾ Allusion à la méthode pour les tangentes, mentionnée dans la Lettre N°. 1912, ou à la méthode algébrique de Fatio, dont il parle encore dans la lettre à Huygens du 24 juin 1687 (voir le N°. 2465, note 9), et qui d'ailleurs n'en pourra pas avoir différé beaucoup.

N° 2461.

E. W. von TSCHIRNHAUS.

1687.

Appendice II au No. 2459.

Extrait de la Medicina Menitis.

(1^e Extrait p. 68, 69).

Affumant puncta in 5. fig. unicum A. in 6. fig. duo A & B. in 7. fig. tria CAB.
in 8. fig. quatuor C, A, B & D &c. five in eadem recta existant five non; five æquali

Fig. 6.

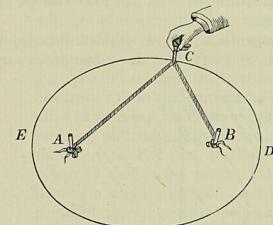


Fig. 5.

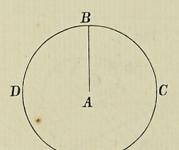
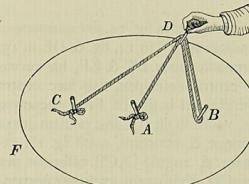


Fig. 7.



distant intervallo five inæquali, perinde est. Affumatur jam in 5 fig. filum A B, alligatum in A, & continuetur in B; in 6. fig. filum alligatum in A, per C continuetur in B, ubi denud alligetur; in 7. fig. filum in A alligatum continuetur in D, dehinc in B, postea rufus in D, & iterum dehinc in C, ubi etiam alligetur; in 8. fig. continuetur ex A per E. B. E. C. E. usque in D, atque ita in infinitum: concipiuntur jam styllo quopiam in 5. fig. in B; in 6. fig. in C; in 7. fig. in D, ac in 8. fig. in E. &c. omnia fila æqualiter in rectas extendi & ita incepito stylis moru, eoque continuato, quo usque fieri potest, curva BCD, CDE,

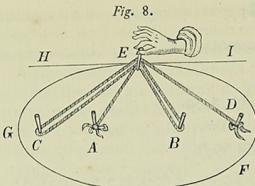


Fig. 8.

DEF, EFG &c. delineantur. Hinc jam facilè patet, semper in posterioribus contineri, quæ in prioribus. Si enim in fig. 8. supponamus duo puncta coincidere, curva 7. fig. describeretur, & si in 7. fig. rursus duo puncta coincident, curva 6. fig. describeretur; si vero in hac fig. duo quoque coincidunt puncta, circulus delineabitur.

(2^e Extrait p. 73—75).

Tangentes statim ex ipsa descriptione, sine ullius calculi ad eas inveniendas, usu, determinari. Quâ de re hæc pauca præcipere placet. Sit 1. descripta curva,

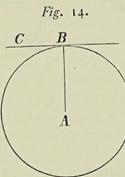


Fig. 14.

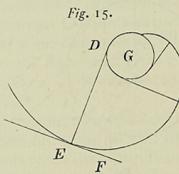


Fig. 15.

quæ unicum habeat centrum; hoc five sit punctum A, uti in fig. 14, sive quæcumque curva G in fig. 15. Si jam ad extremitates radiorum, AB in 14. fig. & DE in 15. fig. has curvas describentium, erigantur perpendiculares BC & EF, haec curvas fig. has curvas describentium, erigantur perpendiculares BC & EF, haec curvas

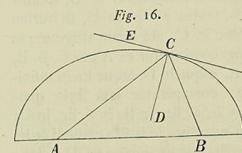


Fig. 16.

sint puncta, uti in fig. 16, five quæcumque curvae, veluti in fig. 17, five tandem curva quæcumque & punctum, quod fig. 18. exprimitur; si angulo ACB bifarium per lineam CD diviso, tunc exciteretur perpendicularis CE, haec curvam hæc ratione descripam in C tanget. Sint 3. in fig. 19 tria centra B, C, D, seu sint sola puncta, seu folæ curvæ, seu quævis curvæ, que

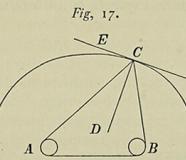


Fig. 17.

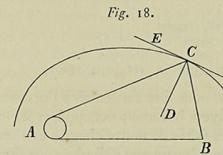


Fig. 18.

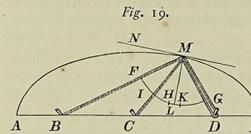


Fig. 19.

omnibus modis, pro nostro arbitrio, situm variant. Dividatur arcus FG extremerum filorum BM & DM bifarium in H. Dein arcus IG, interceptus inter filum intermedium CM & filum duplikatum DM in K. Denique arcus HK denub' bifarium in L. Ducatur tunc LM, & huic in extremitate M flatuatur perpendicularis MN; haec curvam AME in puncto M. tanget¹⁾). Atque ita possem progredi, offendendo ope ejusmodi continua bifectionis constante ratione in infinitum ad regulam ordinatæ millionum millionum curvarum tangentes exhiberi. Dabitur per totam mathemati univerfalius, aliudve utilius theorema, aut præstantior tangentes determinandi methodus? Quis crederet eam haftenuis alios latuiss', post tot diversos hæc in re conatus, postquam primum mathematicis, quantæ hæc sint utilitatis rectè innotuit? Sed facilia multa, ingeniosissimos etiamnum fugiunt, que tamè permagni sunt momenti. Oportet autem ut theorematis adeo generalis demon-

¹⁾ Afin de pouvoir suivre plus facilement la polémique qui va s'élèver sur la construction représentée dans la figure 19, il sera bon de remarquer dès l'abord en quoi elle diffère de la construction exacte, décrite par Fatio dans la pièce précédente, le N°. 2460.

D'après cette dernière construction, on doit assigner des masses égales aux points F et I et une masse double au point G (voir la figure). Pour déterminer ensuite le centre de gravité commun de ces masses, on peut commencer par composer la moitié de celle du point G avec la masse de F et l'autre moitié avec celle de I. On trouve ainsi les nouveaux centres de gravité H' et K', qui sont situés sur les bissectrices MH et MK des angles FMG et IMG.

Jusqu'ici les deux constructions peuvent être considérées comme identiques en tant qu'elles mènent à la bisection des mêmes angles, mais ensuite, pour achever la construction de la

stratio sit perquam facilis. Eam quibusdam ex parte explicui, & suo loco tradam, ubi porrò monstrabo²⁾.

N° 2462.

PH. DE LA HIRE À CHRISTIAAN HUYGENS.

1er JUIN 1687.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au N°. 2455.*

A Paris a l'Observatoire le 1er juin 1687.

Je ne doute pas Monsieur que les affaires qui vous font survenus à l'occasion de la mort de Monsieur vosfrère Père ne nous ayent beaucoup occupé, et les indispositions que nous ressentez sont peut-être des suites de votre chagrin et d'une trop grande application; cest aussi pour ce sujet que j'ay un peu différé à vous faire reponse, pour ne vous pas donner occasion de faire de nouvelles méditations sur la longueur du Pendule a secondes dont nous me parlez ce qui auroient pu peut-être intéresser votre santé. Puisque nous avez le voyage de Mr. Richer, je ne vous diray rien de son observation, mais pour celle de Mrs. Varin et des Hayes dans l'île de la Gadeloupe¹⁾, Mr. Cassini qui a fait imprimer leurs observations dit quelle y fut observée de 36 pouces 6 lig. $\frac{1}{2}$ quoique cette île ait 14 degrés de latitude et que dans la Cayenne qui n'a qu'environ 5 deg. de latitude elle ait été trouvée de 36 p. 7 l. $\frac{1}{2}$ qui deuroit étre beaucoup moins à proportion, cette irrégularité étant jointe avec ce que Mr. Picard auroit observé à Vranibourg et au cap deserte²⁾ et que nous avons encore vérifié ensemble à Bayonne ou l'on ne

normale, on doit la faire passer selon Tschirnhaus par le milieu L de l'arc HK et selon Fatio par le milieu de la droite H' K'.

D'après les pièces N°. 2475 et N°. 2486, c'est surtout en faisant ressortir cette différence entre les deux constructions que de Volder a réussi enfin à faire reconnaître par Tschirnhaus l'erreur qu'il avoit commise.

²⁾ Cette démonstration ne se trouve ni dans la „Medicina Mentis“ ni ailleurs. Consultez la Lettre N°. 2457, pp. 143 et 144.

¹⁾ Voir la Lettre N°. 2447, note 5.

²⁾ Consultez la Lettre N°. 2455, notes 3 et 4.

trouue aucune différence sensible, ma toujours fort embarrassé, et iay soubçonné qu'une partie de cette irrégularité pouvoit étre causée par le filer qui auroit été plus rigide dans une observation que dans autre et peut étre un peu plus pesant, et si l'on nauroit pas fait l'observation au retour du voyage avec la même boule ie laurois soubçonné de quelque irrégularité. Mais outre ces causes celle qui pouvoit venir de la part de lait pourroir a ce qui me semble apporter un très grand changement, noicy fur ce sujet une observation qui a éte faite au cap uert par les mesmies obseruateurs de la Gadeloupe.

(Le Baromètre étoit ordinairement plus bas quand le Thermometre étoit plus haut, et généralement le Baromètre a éte plus haut la nuit que le jour de deux, trois ou quatre lignes, et il faisoit plus de changement du matin jusqu'au soir que du soir jusqu'au matin). Je crois que l'air qui est fort sec et fort humide dans la Zone Torride demanderoit un pendule plus court que dans la Zone tempérée. Vous ne deuez pas douter que les Ephemerides de Monsr. Cassini pour les satellites de Jupiter ne soient très exactes car il y apporte un très grand soin et il s'applique avec toute l'assiduité possible, cependant l'on trouue qu'il y a toujours quelque irrégularité dans les urays mouvements qui diffèrent en quelque chose des moyens auxquels il ne sera pas possible de rien changer après ce qu'il a fait en dernier lieu, et que l'on a résolu de joindre à la fin des voyages et cest peut étre ce qui pourroit empêcher encore un peu quils ne parussent en public³⁾.

Pour le Problème algébre dont vous me parlez on n'en a proposé qu'un à l'académie dont Mr. Rolle a donné une solution fort élégante et beaucoup plus générale que celle qui étoit requise, ce problème étoit différent de celuy que vous me marquez, mais ces sortes de questions ne paroissent pas difficiles à nos Algébristes. On continué toujours l'impression des ouvrages de feu Mr. Frencile⁴⁾ après quoy je donnerai ce que j'ay des mouvements composés de Mr. de Roberval, ce qui n'est pas long, cest pourquoi si vous pouuez sans inconvénient nous envoyer quelque chose en attendant que tout soit achevé, nous nous disposerons pour le faire imprimer. Jay rapporté à notre Académie ce que vous me mandez sur votre dioptrique laquelle fera sans doute un très grand honneur à nos ouvrages puisque vous ouvrez bien nous la donner, toute la compagnie vous en fai ses remerciemens, pour mon particulier vous ne deuez pas apprechender de me donner de la peine puisque je ne tiens pas de temps mieux employé que celuy que je passe à méditer

³⁾ Les Tables des Satellites de Jupiter ne parurent qu'en 1693, sous le titre :

Les Hypothèses et les Tables des Satellites de Jupiter, réformées sur les nouvelles observations par M. Cassini, Paris, 1693, in-4°. Elles furent réimprimées dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Depuis 1666 jusqu'à 1699. Tome VIII. Edition de Paris.

⁴⁾ Voir la Lettre N°. 2432, note 10.