戊己與乙丙二徑三次比例，而丑寅卯與甲乙丙二球比若丁戊己球與小於甲乙丙之球體比，蓋因丑寅卯球大於丁戊己球故也。是丁戊己球與小於甲乙丙之球體比爲戊己與乙丙三次比例，於理不合本論。所以甲乙丙球與大於丁戊己之球體比，非爲乙丙與戊己三次比例，又與小於丁戊己之球體比，亦非爲乙丙與戊己三次比例本論。是以甲乙丙與丁戊己二球之比爲乙丙與戊己三次比例。

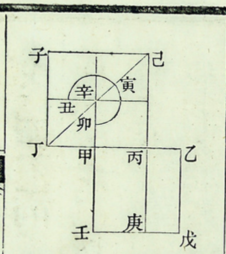
幾何原本第十三卷論體三

英國 偉烈亞力 口譯

海寧 李善蘭 筆受

第一題

凡理分中末線，大分與半全線和之正方，五倍半全線之正方。



解曰：甲乙直線，於丙點分爲中末線，甲丙爲大分，引長甲丙至丁點，令甲丁等於甲乙之半，題言丙丁之正方，五倍甲丁之正方。

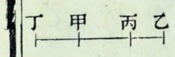
論曰作甲乙之正方甲戊作丁丙之正方丁己丁己爲本圖引長己丙至庚甲乙線旣於丙點分爲中末線則甲乙乙丙之矩形與甲丙之正方等六卷十七又界說三惟丙戊矩形等於甲乙乙丙之矩形甲丙之正方等於己辛正方故丙戊矩形等於己辛正方又甲乙旣倍於甲丁而甲乙等於甲壬甲丁等於甲辛則甲壬倍於甲辛惟甲壬與甲辛比若壬丙與辛丙二矩形比六卷一故壬丙倍於丙辛又子辛辛丙二矩形之和倍於丙辛矩形一卷四十三所以壬丙矩形等於子辛辛丙二矩形之和惟丙戊矩形等於己辛正方本論故甲戊全正方等於丑寅卯磬折形又乙甲旣倍於甲丁則乙甲之正方四倍甲丁之正方六卷二十題系即甲戊正方四倍丁辛正方惟甲戊正方等於丑寅卯磬折形故丑寅卯磬折形四倍丁辛正方所以丁己全正方五倍丁辛正方惟丁己爲丙丁之正方丁辛爲甲丁之正方所以丙丁之正方五倍甲丁之正方是以大分與半全線和之正方五倍半全線之正方

案凡算理或先知其當然求其所以然是謂反求或求其所以然乃知其當然是謂正求

不用圖依理反求之

甲乙直線、於丙點分爲中末線、以甲丙爲大分、設甲丁等於甲乙之半、今言丙丁之正方、五倍丁甲之正方、

論曰、丙丁之正方、既五倍丁甲之正方、而丙甲甲丁之二正方和、加倍丙甲甲丁之矩形、等於丙丁之正方、（二卷四）則丙甲甲丁之二正方和、加倍丙甲甲丁之矩形、爲五倍甲丁之正方、以分理推之、則丙甲之正方、加倍丙甲甲丁之矩形、爲四倍甲丁之正方、惟乙甲甲丙之矩形、等於倍丙甲甲丁之矩形、因乙甲倍於甲丁故也、而甲丙之正方、等於甲乙乙丙之矩形、因甲乙分爲中末線故也、（六卷十七）故甲乙甲丙之矩形、加甲



乙乙丙之矩形、爲四倍甲丁之正方、惟甲乙甲丙之矩形、加甲乙乙丙之矩形、爲甲乙之正方、（二卷二）而甲乙之正方、恰四倍甲丁之正方、因乙甲倍於甲丁故也、（六卷二十）卽得確証、

不用圖、依理正求之、

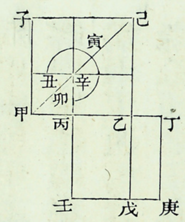
論曰、甲乙之正方、既四倍甲丁之正方、而甲乙之正方、爲乙甲甲丙之矩形、加甲乙乙丙之矩形、（二卷二）則乙甲甲丙之矩形、加甲乙乙丙之矩形、爲四倍甲丁之正方、惟乙甲甲丙之矩形、等於倍丁甲甲丙之矩形、而甲乙乙丙之矩形、等於甲丙之正方、故甲丙之正方、加倍丁

甲甲丙之矩形爲四倍丁甲之正方而丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形爲五倍丁甲之正方惟丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形爲丁丙之正方（二卷四）故丁丙之正方爲五倍丁甲之正方

第二題

直線之正方若五倍本線一分之正方則倍此一分而分爲中末線中末線之大分卽本線之餘分

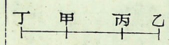
解曰甲乙線之正方五倍其一分甲丙之正方倍甲丙爲丙丁題言分丙丁爲中末線則大分丙乙卽本線之餘分



論曰作甲乙丙丁二線之正方甲己丙庚以甲己爲本圖引長己乙至戊甲乙之正方五倍甲丙之正方卽甲己正方五倍甲辛正方故丑寅卯磬折形四倍甲辛正方丁丙既倍於丙甲則丙丁之正方四倍丙甲之正方（六卷二十）卽丙庚正方四倍甲辛正方惟丑寅卯磬折形四倍甲辛正方（本論）故丑寅卯磬折形等於丙庚正方又丁丙既倍於甲丙而丁丙與丙壬等甲丙與丙辛等則丙壬倍於丙辛故壬乙矩形倍於乙辛矩形又子辛辛乙二矩形之和倍於辛乙矩形（一卷四十三）故壬乙矩

形等於子辛辛乙二矩形之和、而丑寅卯磬折形等於
丙庚全正方、故餘辛己正方、等於餘乙庚矩形、惟乙庚
爲丙丁丁乙之矩形、因丙丁等於丁庚故也、辛己爲乙
丙之正方、故丙丁丁乙之矩形、等於丙乙之正方、而丁
丙與丙乙比、若丙乙與乙丁比、六卷十七惟丁丙大於丙乙
故丙乙大於乙丁、卽分丙丁爲中末線、丙乙爲大分、是
以直線上正方、若五倍本線一分之正方、倍此一分、分
爲中末線、則本線之餘分、卽中末線之大分、
案、倍甲丙、必大於乙丙、上論如云不然、而乙丙倍於丙甲、
則乙丙之正方、四倍丙甲之正方、而乙丙丙甲之二正

方和、爲五倍丙甲之正方、惟乙甲之正方、五倍丙甲之
正方、是乙甲之正方、等乙丙丙甲之二正方和、於理不
合、二卷四故乙丙非倍於丙甲、又倍丙甲非小於乙丙、理
同、所以倍甲丙、必大於乙丙、
依理反求之、
丙丁直線之正方、五倍其一分甲丁之正方、甲乙爲倍
丁甲、於丙點分甲乙爲中末線、今言其大分甲丙爲丙
丁原線之餘分、



論曰、甲乙既分於丙點爲中末線、甲丙爲大分、則
甲乙乙丙之矩形、等於甲丙之正方、六卷十七惟乙甲

甲丙之矩形倍於丁甲甲丙之矩形因乙甲倍於丁甲故也又甲乙乙丙之矩形加乙甲甲丙之矩形即甲乙之正方二卷二亦卽倍丁甲甲丙之矩形加甲丙之正方惟甲乙之正方四倍丁甲之正方六卷二十所以倍丁甲甲丙之矩形加甲丙之正方四倍丁甲之正方故丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形卽丙丁之正方爲五倍甲丁之正方與題所設合

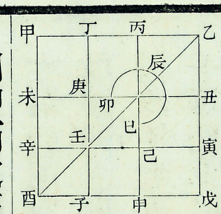
依理正求之

論曰丙丁之正方旣五倍丁甲之正方而丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形等於丙丁之正方則丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形爲五倍丁甲之正方二卷四以分理推之則倍丁甲甲丙之矩形加甲丙之正方爲四倍甲丁之正方惟甲乙之正方四倍甲丁之正方六卷二十所以倍丁甲甲丙之矩形卽乙甲甲丙之矩形又加甲丙之正方等於甲乙之正方惟甲乙之正方等於甲乙乙丙之矩形加乙甲甲丙之矩形二卷二故乙甲甲丙之矩形加甲乙乙丙之矩形等於乙甲甲丙之矩形加甲丙之正方去其公用乙甲甲丙之矩形則餘甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方故乙甲與甲丙比若甲丙與丙乙比六卷十七惟乙甲大於甲丙故

甲丙大於丙乙所以甲乙線於丙點分為中末線甲丙為大分六卷界說三

第三題

凡直線分為中末線則小分與半大分和之正方五倍半大分之正方



解曰甲乙線於丙點分為中末線其大分甲丙平分於丁題言乙丁之正方五倍丁丙之正方

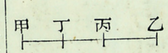
論曰作甲乙之正方甲戊甲丙倍於丙丁則甲丙之正方四倍丙丁之正方即未申正方四倍己庚正方又甲乙乙丙之矩形既等於甲丙之正方六卷十七亦等於丙戊矩形而甲丙之正方等於未申正方則丙戊矩形等於未申正方惟未申正方四倍己庚正方故丙戊矩形亦四倍己庚正方又甲丁既等於丁丙則辛壬等於壬己一卷三十四所以己庚正方等於辛子正方庚壬等於壬子即丑寅等於寅戊所以丑己矩形等於己戊矩形一卷三十六惟丑己矩形等於丙庚矩形一卷四十三所以丙庚矩形等於己戊矩形加公矩形丙寅則卯辰巳磬折形等於丙戊矩形惟丙戊矩形四倍己庚正方本論故卯辰巳磬折形亦四倍己庚正方所以丁寅正方五

倍己庚正方。惟丁寅爲丁乙之正方。庚己爲丁丙之正方。故丁乙之正方。五倍丁丙之正方。

依理反求之

甲乙線於丙點分爲中末線。其大分甲丙之半爲丙丁。

今言乙丁之正方。五倍丙丁之正方。



論曰。乙丁之正方。而乙丁之正方。等於甲乙乙丙之矩形加丙丁之正方。二卷六
論曰。乙丁之正方旣五倍丙丁之正方。而乙丁之正方。等於甲乙乙丙之矩形加丙丁之正方。二卷六故甲乙乙丙之矩形加丙丁之正方五倍丙丁之正方。以分理推之。則甲乙乙丙之矩形。四倍丙丁之正方。惟甲丙之正方。等於甲乙乙丙之矩形。因甲乙於丙

點分爲中末線故也。六卷十七而甲丙之正方。恰四倍丙丁之正方。因甲丙倍於丙丁故也。卽得確証

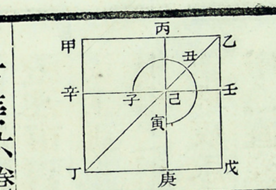
依理正求之。

論曰。甲丙旣倍於丙丁。則甲丙之正方。四倍丙丁之正方。惟甲丙之正方。等於甲乙乙丙之矩形。六卷十七故甲乙乙丙之矩形。四倍丙丁之正方。而甲乙乙丙之矩形。加丙丁之正方。卽丁乙之正方。所以丁乙之正方。五倍丙丁之正方。二卷六

第四題

凡直線分爲中末線。則全線及小分之二正方和。三倍大

分之正方

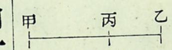


解曰甲乙直線於丙點分為中末線甲丙為大分題言甲乙乙丙之二正方和三倍甲丙之正方

論曰作甲乙之正方甲戊甲乙既於丙點分為中末線則甲乙乙丙之矩形與甲丙之正方等（六卷十七）甲壬即甲乙乙丙之矩形辛庚即甲丙之正方故甲壬等於辛庚又甲己矩形既等於己戊矩形加公方形丙壬則全形甲壬等於全形丙戊所以丙戊甲壬二矩形倍於甲壬矩形（一卷四十三）惟丙戊甲壬二矩形等於子丑寅磬折形加丙壬方形故子丑寅磬折形加丙壬方形倍於甲壬矩形又甲壬矩形等於辛庚正方（本論）故子丑寅磬折形加丙壬正方倍於辛庚正方所以子丑寅磬折形加丙壬辛庚二正方三倍庚辛正方夫子丑寅磬折形加丙壬辛庚二正方即全正方甲戊加丙壬正方亦即甲乙乙丙之二正方和而庚辛正方即甲丙之正方故甲乙乙丙之二正方和三倍甲丙正方

依理反求之

甲乙直線於丙點分為中末線甲丙為大分今言甲乙乙丙之二正方和三倍甲丙之正方



論曰甲乙丙之二正方和旣三倍甲丙之正方
而甲乙乙丙之二正方和等於倍甲乙乙丙之矩
形加甲丙之正方二卷七則倍甲乙乙丙之矩形加
甲丙之正方三倍甲丙之正方以分理推之則倍甲乙
乙丙之矩形等於倍甲丙之正方故甲乙乙丙之矩形
等於甲丙之正方而所設甲乙直線於丙點分爲中末
線於理恰合

依理正求之

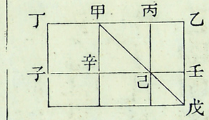
論曰甲乙線旣於丙點分爲中末線甲丙爲大分則甲
乙乙丙之矩形等於甲丙之正方六卷十七故倍甲乙乙丙

之矩形等於倍甲丙之正方然則倍甲乙乙丙之矩形
加甲丙之正方三倍甲丙之正方惟倍甲乙乙丙之矩
形加甲丙之正方等於甲乙乙丙之二正方和二卷七故
甲乙丙之二正方和三倍甲丙之正方

第五題

凡線分爲中末線又引長之如大分則全線亦爲中末線
而原線爲大分

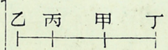
解曰甲乙線於丙點分爲中末線甲丙爲大分引長之
成甲丁與甲丙等題言全線丁乙於甲點分爲中末線
原線甲乙爲大分



論曰，作甲乙之正方甲戊，甲乙線既於丙點分為中末線，則甲乙丙之矩形等於甲丙之正方，六卷十七惟丙戊為甲乙丙之矩形，丙辛為甲丙之正方，故丙戊等於丙辛，惟丙戊等於辛戊，丙辛等於丁辛，一卷四十一所以丁辛等於辛戊，加公矩形辛乙，則全矩形丁壬等於全正方甲戊，惟丁壬為乙丁丁甲之矩形，因甲丁等於丁子故也，而甲戊為甲乙之正方，故乙丁丁甲之矩形等於甲乙之正方，而乙丁與乙甲比若乙甲與甲丁比，六卷十七惟乙丁大於乙甲，故乙甲大於甲丁，是以丁乙於甲點分為中末線，甲乙為大分。

依理反求之。

乙甲直線於丙點分為中末線，甲丙為大分，作甲丁與甲丙等，今言丁乙於甲點分為中末線，乙甲為大分。



論曰，丁乙既於甲點分為中末線，乙甲為大分，則丁乙與乙甲比若乙甲與甲丁比，六卷三十惟甲丁等於甲丙，故丁乙與乙甲比若乙甲與甲丙比，轉理，丁乙與甲丁比若乙甲與乙丙比，五卷十九題系分理，乙甲與甲丁比若甲丙與丙乙比，五卷十七題惟甲丁等於甲丙，故乙甲與甲丙比若甲丙與丙乙比，而所設甲乙於丙點

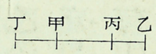
分為中末線於理恰合

依理正求之

甲乙既於丙點分為中末線則乙甲與甲丙比若甲丙與丙乙比惟甲丙等於甲丁故乙甲與甲丁比若甲丙與丙乙比合理丁乙與甲丁比若乙甲與丙乙比五卷十八轉理丁乙與乙甲比若乙甲與甲丙比五卷十九題系惟甲丙等於甲丁故丁乙與乙甲比若乙甲與甲丁比所以丁乙於甲點分為中末線六卷界說三甲乙為大分

第六題

凡有比例線分為中末線其兩分皆無比例為斷線



解曰甲乙為有比例線於丙點分為中末線甲丙為大分題言甲丙丙乙二分皆無比例為斷線

論曰甲乙引長之至丁合甲丁為乙甲之半甲乙既於丙點分為中末線其大分甲丙加甲乙之半甲丁則丙丁之正方五倍丁甲之正方本卷一故丙丁與丁甲之二正方有等十卷六惟丁甲之正方為有比例面因丁甲為甲乙有比例線之半亦有比例故也故丙丁之正方亦為有比例面十卷界說六而丙丁為有比例線十卷界說八又丙丁與丁甲之二正方比非若二平方數比故丙丁與丁甲二線長短無等十卷九所以丙丁丁甲為僅正方