幾何原本

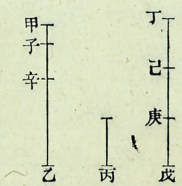
十二 十三 十四 十五

幾何原本第十二卷　[illegible]體二

英國　偉烈亞力　口譯

海甯　李善蘭　筆受

例有兩不等幾何大幾何累次去大半若干次後所餘必小於小幾何



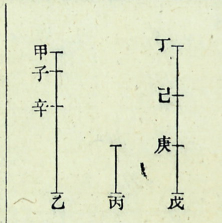
解曰設甲乙及丙二幾何甲乙大於丙例言甲乙丙去大半所餘又去大半累次去之必至小於小幾何丙

論曰若累次倍丙必至大於大幾何甲乙如丁戊爲丙之若干倍大於甲乙分丁戊爲丁己

幾何原本第十二卷 論體二

英國 偉烈亞力 口譯
海甯 李善蘭 筆受

例有兩不等幾何，大幾何累次去大半，若干次後，所餘必小於小幾何。

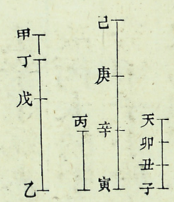


解曰：設甲乙及丙二幾何，甲乙大於丙，例言甲乙丙去大半，所餘又去大半，累次去之，必至小於小幾何丙。

論曰：若累次倍丙，必至大於大幾何甲乙，如丁戊爲丙之若干倍大於甲乙，分丁戊爲丁己己

庚庚戊三分各等於丙甲乙內去其大半乙辛乙辛內又去其大半辛子累次去之至甲乙內之幾分與丁戊內之幾分等卽甲子子辛辛乙若干分與丁己己庚庚戊若干分等丁戊既大於甲乙而丁戊所去戊庚爲小半甲乙所去乙辛爲大半則餘庚丁必大於辛甲又庚丁既大於辛甲而庚丁內所去庚己爲其半辛甲內所去辛子爲大半則餘丁己必大於甲子惟丁己等於丙故丙大於甲子而甲子小於丙所以大幾何甲乙之餘分甲子小於小幾何丙若累去大幾何之半理同

又論曰甲乙及丙二幾何丙小於甲乙累次倍丙必至所得幾何大於大幾何甲乙如所得幾何爲己寅分爲寅辛辛庚庚己三分皆等於丙甲乙內去大半乙戊戊甲內去大半戊丁累去之令甲乙若干分與己寅若干分等設爲乙戊戊丁丁甲三分另設子丑丑卯卯天諸分皆與丁甲等令子天內若干分與己寅內若干分等乙戊既爲甲乙之大半則乙戊必大於戊甲故乙戊甚大於丁甲惟天卯與丁甲等故乙戊大於天卯又戊丁既爲戊甲之大半則戊丁必大於丁甲惟卯丑與丁甲等故戊丁大於卯丑而丁乙大於天丑惟丑子

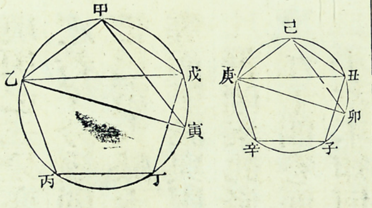


等於丁甲故甲乙大於天子惟寅己大於乙甲故寅己甚大於天子又天卯卯丑丑子三分既俱相等寅辛辛庚庚己三分亦俱相等而寅己丙之若干分與天子丙之若干分等則子丑與己庚比若天子與己寅比五卷十二惟己寅大於天子故己庚大於丑子五卷十四惟己庚與丙等而子丑與甲丁等所以丙大於甲丁

善蘭案此條卽十卷一題西國不足本或掣去七八九十四卷而本卷中有引此條處故改其題爲例列于首不知何時復闌入足本中今姑仍其舊

第一題

凡內切圓相似多邊形相與之比若徑線上正方之比



解曰甲丁乙己子庚爲二圓甲乙丙丁戊己庚辛子丑爲內切圓相似二多邊形乙寅庚卯爲二徑題言乙寅與庚卯上二正方比若二多邊形比

論曰試作乙戊甲寅庚丑己卯四線甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二多邊形既相似則乙甲戊角與庚己丑角等而乙甲與甲戊比若庚己與己丑比六卷界說一又此夾角之二邊既兩兩同比則甲乙戊己庚丑爲等角三角形六卷六

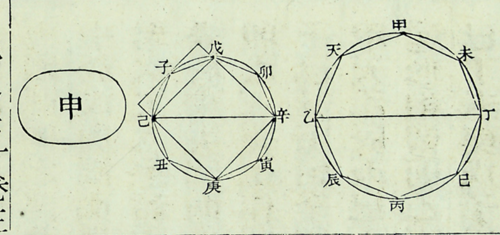
故甲戊乙角與己丑庚角等、而甲戊乙角與甲寅乙角亦等、因爲負圓等分角故也、己丑庚角與己卯庚角等、理同、三卷二十一又乙甲寅與庚己卯俱爲直角、三卷三十一則甲乙寅與己庚卯二餘角亦等、故甲乙寅己庚卯爲二等角三角形、而乙寅與庚卯比若乙甲與庚己比、六卷四惟乙寅與庚卯上兩正方之比例、爲乙寅與庚卯二次比例、三卷二十而甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二多邊形之比例、爲乙甲與庚己二次比例、六卷二十故乙寅與庚卯之二正方比、若甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二多邊形比、是以內切圓多邊形之比、若徑線上正方之比、

第二題

凡圓面之比若徑線上正方之比、

解曰、甲丙戊庚爲二圓面、乙丁己辛爲二徑線、題言乙丁與己辛二徑線之正方比若甲丙與戊庚二圓面比、

論曰、若云不然、而乙丁與己辛之二正方比若甲丙圓面與或大或小於戊庚圓面之面比、試先設申面小於戊庚面、內切戊庚圓周作戊己庚辛正方形、必大於戊庚圓面之半、蓋於戊己庚辛四點上作四切線相遇成外切圓正方、則戊己庚辛內切圓方形必爲外切圓方形之半、而圓面小於外切圓方形、一卷四十七三卷三十一所以戊



己庚辛方形，必大於戊庚圓面之半。圓周之四分戊己、己庚、庚辛、辛戊，各平分之於子丑寅卯四點，作戊子、子己、己丑、丑庚、庚寅、寅辛、辛卯、卯戊八直線，成戊子己、己丑庚、庚寅辛、辛卯戊四三角形，各大於同底圓分之半。蓋於子丑寅卯四點上作四切線，而於戊己、己庚、庚辛、辛戊四線上補成四矩形，則戊子己、己丑庚、庚寅辛、辛卯戊四三角形，各為矩形之半。一卷三十七惟各圓分小於各矩形，是以戊子己、己丑庚、庚寅辛、辛卯戊四三角形，各大於同底圓分之半。再以圓周之諸分平分之，而作通弦，累推之，必至圓分小於戊庚圓面與申面之較。蓋有二不等幾何，大幾何累次去大半，若干次後，所餘必小於小幾何故也。本題例設於戊庚圓面內，戊子、子己、己丑、丑庚、庚寅、寅辛、辛卯、卯戊八線上作圓分，小於戊庚圓面與申面之較，則戊子己丑庚寅辛卯多邊形，大於申面。又於甲丙圓內作甲天乙辰丙巳丁未多邊形，與戊子己丑庚寅辛卯多邊形相似，則乙丁與巳辛之二正方比，若甲天乙辰丙巳丁未與戊子己丑庚寅辛卯二多邊形比。本卷一今乙

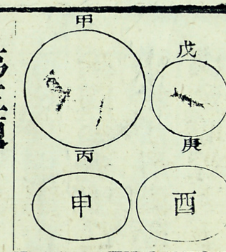
丁與巳辛之二正方比、若甲丙圓面與申面比、則甲丙圓面與申面比、若甲天乙辰丙巳丁未與戊子己丑庚寅辛卯二多邊形比、屬理、甲丙圓面與所容多邊形比、若申面與戊子己丑庚寅辛卯多邊形比、惟甲丙圓面大於所容之多邊形、則申面大於戊子己丑庚寅辛卯多邊形、而所設小於多邊形、於理不合、故乙丁與己辛之二正方比、非若甲丙圓面與小於戊庚圓面之面比、己辛與乙丁之二正方比、非若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比、理同。

次設乙丁與己辛之二正方比、若甲丙圓面與大於戊

庚圓面之面比、命大於戊庚之面爲申、反理、己辛與乙丁之二正方比、若申面與甲丙圓面比、惟申面與甲丙圓面比、若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比、是己辛與乙丁之二正方比、若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比、於理不合、本論故乙丁與己辛之二正方比、非若甲丙圓面與大於戊庚圓面之面比、亦非若甲丙圓面與小於戊庚圓面之面比、本論是以凡圓面比、若徑線上正方比。

案若申面大於戊庚圓面、則申面與甲丙圓面比、若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比、設申面與甲丙圓面

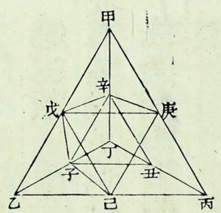
比若戊庚圓面與酉面比則酉面小於甲丙圓面葢申面與甲丙圓面比既若戊庚圓面與酉面比則申面與



戊庚圓面比若甲丙圓面與酉面比五卷十六惟申面大於戊庚圓面所以甲丙大於酉面故申面與甲丙圓面比若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比

第三題

凡三角底錐體可分為四體二為相似相等三角底錐體皆與全體相似二為相等平行稜體其和大於全體之半



解曰設錐體以甲乙丙三角形為底面丁為頂點題言甲乙丙丁錐體可分為四體二為相等相似三角底錐體各與全體相似二為相等平行稜體二平行稜體之和大於原體之半

論曰平分甲乙乙丙丙甲甲丁丁乙丁丙六線於戊己庚辛子丑六點甲戊既等於戊乙而甲辛與辛丁等則戊辛聯線與丁乙平行六卷二辛子與甲乙平行理同故辛戊乙子為平行邊形所以辛子與戊乙等一卷三十四惟戊乙與甲戊等故甲戊與辛子等惟甲辛與辛丁等故

甲戊甲辛二邊與子辛辛丁二邊兩兩相等而戊甲辛與子辛丁二角等一卷二十九戊辛與子丁二底邊亦等一卷四則甲戊辛辛子丁二三角形相似甲辛庚辛丁丑二三角形相等相似理同又戊辛庚二相遇線與子丁丁丑二相遇線非在一面而兩兩平行則所成之二角必等十一卷十故戊辛庚子丁丑二角等戊辛辛庚二邊與子丁丁丑二邊既兩兩相等戊辛庚與子丁丑二角又等則戊庚子丑二底邊必等故戊辛庚子丁丑二三角形相等相似又甲戊庚辛子丑二三角形相等相似所以甲戊庚辛與辛子丑丁二錐體相等相似又辛

子線既與甲丁乙形之甲乙邊平行則甲丁乙與辛丁子二三角形等角一卷二十九其相當邊亦同比六卷四故甲丁乙與辛丁子二三角形相似又丁乙丙與丁子丑二三角形相似甲丁丙與辛丁丑二三角形相似理同又乙甲甲丙二相遇線與子辛辛丑二相遇線非在一面而俱平行則所成之二角等十一卷十故乙甲丙與子辛丑二角等又乙甲與甲丙比若子辛與辛丑比故甲乙丙與辛子丑二三角形相似六卷六所以甲乙丙丁與辛子丑丁二錐體相似惟辛子丑丁與甲戊庚辛二錐體相等相似本論故甲戊庚辛子丑丁二錐體各與甲乙丙

丁原錐體相似乙己與己丙既相等則戊乙己庚平行邊形倍於庚己丙三角形十一卷四凡兩個等高三平行稜體一以平行邊形爲底面一以三角形爲底面平行邊形之面積倍於三角形之面積則二體等積十一卷四十故乙子己庚戊辛與庚己丙丑辛子二稜體相等一以戊乙己庚爲底面辛子爲頂邊一以庚己丙爲底面子丑辛爲頂面此二稜體俱大於甲戊庚辛及辛子丑丁二錐體理自明試作戊子戊己二線則戊乙己庚辛子稜體大於戊乙己子錐體惟戊乙己子與甲戊庚辛二錐體等十一卷界說十因各以相等相似面爲界故也故戊乙

己庚辛子稜體大於甲戊庚辛錐體惟戊乙己庚辛子與庚己丙辛子丑二稜體等而甲戊庚辛與辛子丑丁二錐體等故二稜體大於甲戊庚辛及辛子丑丁二錐體是以甲乙丙丁全錐體分爲四體二爲相等相似錐體俱與全體相似二爲相等平行稜體大於全體之半

第四題

有等高三角底面之錐體各分爲四體二爲相等錐體俱與全體相似二爲相等平行稜體其二錐體如前各分爲四體如此累分之彼此各等則二全錐體底面比若二體內諸平行稜體和積比