面之比十一卷三十二十二卷五十六其底面相與若有等則其體亦有等本卷十若無等則其體亦無等

又案設有甲乙二圓面其上作二等高圓錐體則二體之比若二圓面之比其二圓面相與若有等則其體亦有等若無等則其體亦無等本卷十所以體之有等無等一如面與線也

幾何原本第十一卷之首

英國 偉烈亞力 口譯
海甯 李善蘭 筆受

界說二十九則

第一界

體者有長短厚薄廣狹

第二界

體之界爲面

第三界

線與平面內諸線成直角則爲面之垂線

第四界

二面相遇，此面內與遇線成直角之諸線，亦與彼面內之諸線成直角，則此面爲彼面之垂面。

第五界

凡線斜遇平面，任從斜線一點，作面之垂線，復自垂線底作平線，至斜線底，則平線與斜線相交之角度，卽斜線之倚度。

第六界

二面斜相遇，二面內有二線相遇，與面之遇線俱成直角，則此二線之倚度，卽二面之倚度。

第七界

有二面俱斜遇平面，俱如上有二相遇線，其倚度同，則二面之倚度亦同。

第八界

凡平行面，引而廣之至無盡界，永不相遇。

第九界

體之面數同，面勢亦同，謂之相似體。

第十界

體之面數同，面勢及大小俱同，謂之相等相似體。

第十一界

凡三線不在一个面內、相遇于一點、其遇角為體角、四線以上俱同、又三面以上相遇于一點、理亦同、

第十二界

凡諸邊形為底、其上各面、遇于一點、而成體角、謂之棱錐體、

第十三界

凡體有二面平行、相等相似、餘面俱為矩形、謂之平行棱體、

第十四界

以圓徑為心線、以半圓為界、旋轉成體、謂之球體、

第十五界

半圓旋轉成體、其心線不動、名球體軸線、

第十六界

半圓旋成之體、體之心點、即半圓之心點、

第十七界

凡線過球心之兩界、謂之徑線、

第十八界

以直角三角形之一邊為心線、旋轉成體、謂之圓錐體、如心線與餘邊相等、則為直角錐體、如小於餘邊、則為鈍角體、大于餘邊、則為銳角體、

第十九界

凡直角三角形旋轉成體其心線不動謂之圓錐軸線

第二十界

三角形之餘邊旋成員面即圓錐底

第二十一界

以長方形之一邊為心線旋轉成體謂之圓柱體

第二十二界

長方旋轉成體其心線不動謂之圓柱軸線

第二十三界

長方形之底邊旋成圓面即圓柱底

第二十四界

凡大小圓錐體或圓柱體其軸線與底之徑線比例同則謂之相似圓錐圓柱體

第二十五界

凡體以六個相等之正方為界謂之正六面體即立方體

第二十六界

凡體以四個相等等邊三角形為界謂之正四面體

第二十七界

凡體以八個相等等邊三角形為界謂之正八面體

第二十八界

凡體以十二個相等等邊等角五邊形爲界謂之正十二
面體

第二十九界

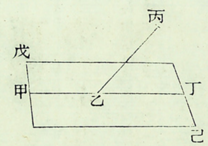
凡體以二十個相等等邊三角形爲界謂之正二十面體

幾何原本第十一卷　論體一

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

第一題

凡直線不能一分在面內一分在面外



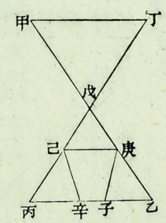
解曰戊己爲面甲乙爲面內之線丙爲面外之點題言甲乙丙不能爲直線

論曰若云甲乙丙爲直線其下甲乙一分在面內其上乙丙一分在面外試引長甲乙得面內之線乙丁是甲乙丙甲乙丁二直線俱有甲乙之

一分于理不合蓋彼此二直線相遇止有一點否則二直線合爲一是以凡直線不能一分在面內一分在面外

第二題

凡二直線相交則二線必在一面內又凡三角形亦必在一面內



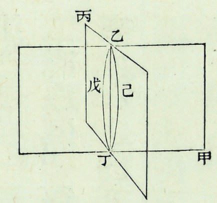
解曰甲乙丙丁二線交于戊點題言甲乙丙丁二線必在一個面內又凡三角形亦必在一個面內

論曰戊乙戊丙二線內取己庚二點作乙丙己庚二線又作己辛庚子二線則知戊乙丙三角形在一面內蓋戊乙丙三角形之一分己辛丙或庚乙子在一面內若其餘分在他面內則戊丙或戊乙二直線俱一分在一面內一分在面外又戊丙乙三角形之一分己丙乙庚在一面內若其餘分戊己庚在他面內則戊丙戊乙二直線俱一分在一面內一分在面外于理不合（本卷一）故戊乙丙三角形在一面內惟戊乙丙三角形所在之面卽戊丙戊乙二直線所在之面又戊丙戊乙二直線所在之面亦卽甲乙丙丁二直線所在之面（本卷一）是以相交之甲乙丙丁二直線必在一面

內、而凡三角形亦必在一面內、

第三題

凡二平面相交、其交線必為直線、



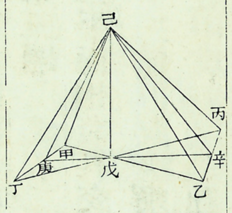
解曰、甲乙丙丁二平面相交于丁乙線、

題言丁乙必為直線、

論曰、若謂丁乙非直線、而于甲乙面內、從丁至乙作丁戊乙直線、丙丁面內、作丁己乙直線、則丁戊乙丁己乙二直線、同以丁乙二點為界、而函乙戊丁己面、于理不合、公論十二所以丁戊乙丁己乙皆非直線、丁乙二點界內、甲乙丙丁二面之交線丁乙之外、更無直線、是以二平面相交、其交線必為直線、

第四題

凡直線遇他二線于交點、各與成直角、則此直線與他二線所在之面、亦成直角、



解曰、戊己直線、遇甲乙丙丁二線于交點戊、各與成直角、題言戊己與甲乙丙丁所在之面、亦成直角、

論曰、設甲戊戊乙丙戊戊丁四直線兩兩相等、過戊點任作庚戊辛線、又作甲丁丙乙二線、

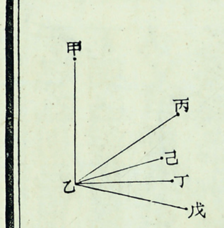
任取戊己線一點己、作己甲、己庚、己丁、己丙、己辛、己乙、諸線、甲戊戊丁二線、既與丙戊戊乙二線等、而其角亦等、一卷十五則甲丁底線、與乙丙底線亦必等、一卷四而甲戊丁三角形、與丙戊乙三角形等、丁甲戊角、與戊乙丙角等、甲戊庚角、與乙戊辛角亦等、一卷十五故甲庚戊乙辛戊兩三角形、彼此有二角相等、甲戊乙戊、各為二角所夾之邊亦相等、故彼此餘二邊亦相等、一卷二十三所以庚戊與戊辛等、甲庚與乙辛等、又甲戊與戊乙既相等、而己戊為二直角之公邊、則己甲與己乙二底邊等、一卷四己丙與己丁相等、理同、又甲丁既等于乙丙、而己甲等

于己乙、則己甲甲丁二邊與己乙乙丙二邊、各相等、己丁與己丙二底邊等、本論故己甲丁角與己乙丙角等、一卷八又甲庚與乙辛等、本論而己甲與己乙等、故己甲甲庚二邊、與己乙乙辛二邊、各相等、又己甲庚角與己乙辛角等、本論故己庚與己辛二底邊等、一卷四又庚戊與戊辛等、而戊己為公邊、本論則庚戊戊己二邊、與辛戊戊己二邊各相等、而己辛與己庚二底邊等、故庚戊己角與辛戊己角等、一卷八所以庚戊己辛戊己、俱為直角、故己戊任于何處遇戊點、必與庚辛成直角、而凡同面之線、與戊己線相遇、俱成直角、理同、凡線與面內之諸線成直

角。則爲面之垂線。本卷界說三 故戊己與甲乙丙丁二線所在之面成直角。是以凡直線與他二線交于一點各與成直角。則與二線所在面亦成直角。

第五題

凡直線與他三線遇于一點。且俱與成直角。則三線必在一個面內。



解曰。甲乙直線。與乙丙乙丁乙戊三線遇于乙點。各成直角。題言乙丙乙丁乙戊必在一個面內。

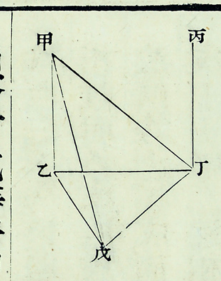
論曰。若云乙丁乙戊同在面內。而乙丙

在面外。試以此面爲平面。而以甲乙乙丙所在之面爲垂面。引而廣之。則二面相遇之線。爲平面內之直線。設爲乙己。本卷三 是甲乙乙丙乙己三線。皆在垂面內。又甲乙既與乙丁乙戊二線俱成直角。則必與乙丁乙戊二線所在之面。亦成直角。本卷四 惟乙丁乙戊所在之面爲平面。而甲乙爲平面之垂線。所以亦爲平面內所遇諸線之垂線。本卷界說三 惟乙己在平面內。而遇甲乙。故甲乙己爲直角。而甲乙丙角。題亦設爲直角。是甲乙己甲乙丙二角等。而乙丙不在平面內。于理不合。公論九 故乙丙非在平面之外。而乙丙乙丁乙戊皆在一個面內。是以

凡直線與三線遇于一點且俱與成直角則三線必在一個面內

第六題

凡二線俱與一面成直角則二線必為平行線



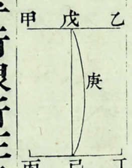
解曰甲乙丙丁二線俱與一面成直角題言甲乙丙丁必為平行線

論曰于所遇面之乙丁二點作乙丁直線又于面內作丁戊與乙丁成直角令丁戊等于甲乙又作乙戊甲戊甲丁三線甲乙既為面之垂線則亦為面內所遇諸線之垂線本卷界說三惟乙丁乙戊皆在面內而遇甲乙故甲乙丁甲乙戊皆為直角丙丁乙丙丁戊皆為直角理同又甲乙既等于丁戊而乙丁為公邊則甲乙乙丁二邊與戊丁丁乙二邊相等而各成直角故甲丁與乙戊二底邊等一卷四又甲乙既等于丁戊而甲丁等于乙戊則甲乙乙戊二邊與戊丁丁甲二邊相等二底邊同為甲戊故甲乙戊角與戊丁甲角等一卷八惟甲乙戊為直角故戊丁甲亦為直角所以戊丁為丁甲之垂線惟亦為乙丁丁丙二線之垂線故戊丁與乙丁丁甲丁丙三線俱成直角于丁點則乙丁丁甲丁丙必在一面內本卷五惟甲乙亦在乙丁

丁甲所在之面內、凡三角形必在一面內故也、本卷二所以甲乙乙丁丁丙三線、皆在一面內、而甲乙丁及丙丁乙俱爲直角、故甲乙與丙丁平行、一卷二十八是以凡二線俱與一面成直角、則二線必爲平行線、

第七題

凡二線平行、任于二線內各取一點作線聯之、此聯線必在二平行線所在之面、



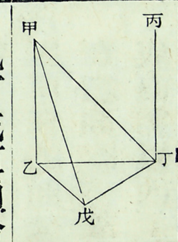
解曰、于甲乙丙丁二平行線內、取戊己二點作線聯之、題言戊己聯線必在二平行線所在之面、

論曰、若云戊己聯線在面之外、如戊庚己、依戊庚己作一平面、與二平行線所在之面相交、其交線爲直線戊己、本卷三則戊庚己戊己二直線中函一面、于理不合、公論十二故聯戊己二點之線、不能出甲乙丙丁二平行線所在之面外、是以于二平行線內各取一點、作聯線、此聯線必在二平行線所在之面、

第八題

凡二平行線、此線與面成直角、則彼線與面、亦成直角、

解曰、甲乙丙丁二平行線、甲乙與面成直角、題言丙丁與面、亦成直角、



論曰設甲乙丙丁與面遇于乙丁二點作乙丁線則甲乙丁丙丁乙三線必在一個面內(本卷七)于本面內作丁戊線與乙丁成直角令丁戊與甲乙等又作乙戊甲戊甲丁三線甲乙既爲本面之垂線則亦爲本面內所遇諸線之垂線(本卷界說三)故甲乙丁甲乙戊皆爲直角乙丁線既遇甲乙丙丁二平行線則甲乙丁丙丁乙二角必與二直角和等(一卷二十九)惟甲乙丁爲直角故丙丁乙亦爲直角所以丙丁爲乙丁之垂線又甲乙丁與戊丁乙同爲直角甲乙既等于丁戊而乙丁爲二角之公邊則甲丁底

邊與乙戊底邊亦等(一卷四)甲乙既等于丁戊而乙戊等于甲丁則甲乙戊丁甲二邊與戊丁乙二邊各相等而甲戊爲公邊所以甲乙戊角等于戊丁甲角惟甲乙戊爲直角故戊丁甲亦爲直角而戊丁爲丁甲之垂線惟戊丁亦爲丁乙之垂線故戊丁爲乙丁丁甲所在面之垂線(本卷四)則必爲面內所遇諸線之垂線惟丁丙在乙丁丁甲二線所在之面因甲乙乙丁二線皆在乙丁丁甲所在之面故也(本卷二)惟甲乙乙丁二線皆在丁丙所在之面(本卷七)故戊丁與丁丙成直角惟丁丙與乙丁亦成直角是丙丁與丁戊丁乙相交之二線成直角于丁