

第二十七題

二相似體數與二立方數同比

解曰甲乙為二相似體數題言甲與乙比若二立

方數比

論曰甲乙既為相似體數則中間有兩連比例率

甲一六丙三四丁三六乙五四  
戊八己一二庚一八辛二七

丙丁本卷乃取戊己庚辛若干率與甲丙丁乙若干率

等而戊己庚辛為甲丙丁乙同比最小數本卷則首戊

尾辛為立方數本卷惟戊與辛比若甲與乙比是以

甲與乙比若二立方數比

幾何原本第九卷

英國 偉烈亞力 口譯

海甯 李 善 蘭 筆受

第一題

兩相似面數相乘所得為平方數

解曰甲乙兩相似面數相乘得丙題言丙為平方數

論曰甲自乘得丁則丁為平方數甲既自乘得丁而乘

乙得丙則甲與乙比若丁與丙比十七卷甲乙既

異為相似面數則中間有一連比例率十八卷凡兩

數間有若干連比例率則同比兩數間亦有若干連比

例率<sup>八卷</sup>所以丁丙間亦有一連比例率惟丁為平方數是以丙亦為平方數<sup>八卷十二</sup>

第二題

兩數相乘得平方數則兩數為相似面數

解曰甲乙兩數相乘得平方數丙題言甲乙為相似面

<sup>乙二</sup>異數

<sup>甲三</sup>五論曰甲自乘得丁則丁為平方數甲既自乘得

丁而乘乙得丙則甲與乙比若丁與丙比<sup>七卷</sup>丁及丙

既皆為平方數則丁丙為相似面數故丁丙間有一連

比例率<sup>八卷十八</sup>惟甲與乙比若丁與丙比故甲乙間亦有

有一連比例率<sup>八卷</sup>凡兩數間有一連比例率則必為相似面數<sup>八卷二十</sup>故甲乙為相似面數

第三題

立方數自乘所得仍為立方數

解曰立方數甲自乘得乙題言乙為立方數

論曰置丙為甲之一邊丙自乘得丁丙乘丁得甲<sup>七卷</sup>

九丙自乘既得丁則丙內有若干一若丁內有若干丙

故一與丙比若丙與丁比<sup>七卷</sup>又丙乘丁得

甲則甲內有若干丁若丙內有若干一故一與

丙比若丁與甲比惟一與丙比若丙與丁比故

一與丙丙與丁丁與甲俱同比所以一與甲中間有丙  
丁兩連比例率今甲自乘得乙則甲內有若干一若乙  
內有若干甲故一與甲比若甲與乙比七卷界惟一與  
說二十甲中間有兩連比例率故甲與乙中間亦有兩連比例  
率八卷凡兩數間有兩連比例率第一率為立方則第  
四率亦為立方八卷二  
十三是以乙為立方數

第四題

兩立方數相乘所得亦為立方數

三解曰甲乙兩立方數相乘得丙題言丙為立方  
甲  
六數

論曰甲自乘得丁則丁為立方數本卷  
三甲既自乘得丁  
而乘乙得丙則甲與乙比若丁與丙比七卷  
十七甲乙既為  
立方數亦為相似體數則甲乙間有兩連比例率八卷  
十九  
故丁丙間亦有兩連比例率八卷  
八惟丁為立方數是以  
丙亦為立方數八卷二  
十三

第五題

立方數乘他數而得立方數則他數亦為立方數

三解曰立方數甲乘他數乙得立方數丙題言乙  
四  
六亦為立方數

論曰甲自乘得丁則丁為立方數本卷  
三甲既自乘得丁

而乘乙得丙則甲與乙比若丁與丙比七卷丁丙既俱為立方數則亦為相似體數故中間有兩連比例率八卷惟丁與丙比若甲與乙比故甲乙間亦有兩連比例率八卷惟甲為立方數是以乙亦為立方數八卷二

第六題

數自乘得立方數則原數為立方數

丙五解曰甲自乘得立方數乙題言甲為立方數  
乙四論曰設甲乘乙得丙甲自乘得乙乘乙得丙則丙為立方數七卷界又甲自乘得乙乘乙得丙則甲與乙比若乙與丙比七卷乙丙既俱為立方數則亦為相似

體數所以乙丙中間有兩連比例率八卷而乙與丙比若甲與乙比則甲乙間亦有兩連比例率八卷惟乙為立方數故甲亦為立方數八卷二

第七題

可約數乘他數所得為體數

丙三 戊二解曰甲為可約數乘他數乙得丙題言丙為體數  
乙七論曰甲既為可約數則有數可度七卷界設為丁甲內有若干丁若戊內有若干一故戊乘丁得甲甲既乘乙得丙而丁乘戊得甲是丁戊乘得數乘乙得丙也故乙

乘丁戊乘得數亦得丙<sup>七卷</sup>是以丙為體數<sup>七卷</sup>其

邊丁戊乙

第八題

從一起有若干連比例率則每間一率為平方數每間二

率為立方數每間五率為平方數亦為立方數

解曰從一起有甲乙丙丁戊己若干連比例率題

言乙丁己為平方數丙己為立方數己為平方數

亦為立方數

論曰因一與甲比若甲與乙比故一度甲若甲度乙

界說<sup>二十</sup>惟甲中有若干一若乙中有若干甲則甲自乘得

甲三 乙九 丙二七 丁八 戊三 己九

乙故乙為平方數因乙丙丁為連比例率而乙為平方數故丁亦為平方數<sup>八卷</sup>己亦為平方數以上每間一率俱為平方數理同又第四率丙為立方數以上每間二率俱為立方數理亦同蓋一與甲比若乙與丙比一度甲若乙度丙<sup>七卷</sup>而甲內有若干一若丙內有若干乙則甲自乘得乙乘乙得丙故丙為立方數<sup>七卷</sup>九丙丁戊己既為連比例率而丙為立方數則己亦為立方數<sup>八卷</sup>而已亦為平方數<sup>本論</sup>是以第七率己為平方亦為立方也以上每間五率俱兼為平立方理同

第九題

從一起有若干連比例率若第二率為平方數則以上諸率俱為平方數若第二率為立方數則以上諸率俱為立方數

己四 解曰從一起有甲乙丙丁戊己諸連比例率若甲為平方數題言乙以上俱為平方數

丁二 論曰前題乙以上每間一率俱為平方數而此題

丙四 甲以上俱為平方數蓋甲乙丙既為連比例率而

乙六 甲為平方數則丙亦為平方數八卷二又乙丙丁

甲四 既為連比例率而乙為平方數則丁亦為平方數以上諸率俱為平方數理同

己四 又解曰若甲為立方數題言乙以上俱為立方數論曰前題四率以上每間二率為立方數此題諸率俱為立方數蓋一與甲比若甲與乙比七卷界說二十一度甲若甲度乙惟甲中有若干一若乙中有若干甲故甲自乘得乙今甲為立方數凡立方數自乘得數亦為立方數本卷故乙為立方數甲乙丙丁既為連比例四率而甲為立方數則丁亦為立方數八卷二甲乙俱為立方數則丙亦為立方數四戊亦為立方數以上至無窮率俱為立方數理同

第十題

從一起有若干連比例率若第二率非平方則每間一率之外俱非平方若第二率非立方則每間二率之外俱非立方

解曰從一起有甲乙丙丁戊己諸連比例率若甲非平方題言丙戊以上俱非平方

論曰乙本為平方數本卷設丙為平方數是乙與

丙比若兩平方數比而乙與丙比若甲與乙比是

甲與乙比亦若兩平方數比如此則甲乙為相似

面數七卷界說而乙為平方數故甲亦為平方數與題

不合所以丙非平方數丙以上每間一率俱非平方數

理同

又解曰若甲非立方數題言甲乙丁戊俱非立方數

論曰設丁為立方數第四率丙本為立方數本卷而丙

與丁比若乙與丙比是乙與丙比若兩立方比如此則

乙丙為相似體數七卷界說而丙為立方數故乙亦為

立方數又一與甲比若甲與乙比故甲內有若干一若

乙內有若干甲七卷界說是甲自乘而得立方數乙凡數

自乘而得立方數則原數亦必為立方數本卷是甲亦

為立方數與題不合是以丁非立方數除每間二率丙

己等外俱非立方數理同

第十一題

從一起有若干連比例率任以前率度後率可得諸率中之一率

戊八 解曰從甲一起有乙丙丁戊連比例諸率題言前  
丁七 率或乙或丙或丁度後率戊可得或丁或丙或乙  
丙九 論曰甲與乙比既若丁與戊比則甲度乙若丁度  
乙三 甲一 戊 七卷 故屬理甲度丁若乙度戊 十五卷 惟甲度  
甲一 丁即一度丁故丁內有若干一若戊內有若干乙是以  
 前率乙度後率戊而得諸率中之一率丁餘可類推  
 第十二題

從一起有若干連比例率任何數根度末率則亦度第二率

丁五六 己二八  
丙六四 庚三二  
乙一六 辛八  
甲四 戊二  
 解曰從一起有甲乙丙丁若干連比例率題  
 言任何數根度丁則亦度甲  
 論曰設數根戊度丁則戊亦度甲若云戊不  
 度甲凡數根與不度之數無等數 七卷 三  
 是戊甲為無等數之數而戊既度丁設戊度丁得己則戊  
 乘己得丁又甲度丁得丙 本卷 十二則甲乘丙得丁惟戊乘  
 己亦得丁所以甲乘丙戊乘己二得數等而甲與戊比  
 若己與丙比 七卷 十九今甲戊無等數凡無等數之數為同



比最小數七卷二凡同比最小數度諸同比數前後率俱相等七卷二設戊度丙得庚則戊乘庚得丙惟甲乘乙亦得丙則甲乙乘得數與戊庚乘得數等故甲與戊比若庚與乙比而甲戊無等數凡無等數之數為同比最小數七卷二設戊度乙得辛則戊乘辛得乙惟甲自乘亦得乙則辛乘戊與甲自乘二得數等故戊與甲比若甲與辛比七卷二是戊度甲若云不度甲與理不合所以甲戊非無等數而為可約數凡兩數非無等數則有數根可度七卷界說十四故甲戊有數根可度而戊本為數根凡數根一之外無數可度七卷界說十一故戊度甲戊即數根

戊度甲亦度丁故戊兼度甲丁是以任何數根度丁則亦度甲也

第十三題

從一起有若干連比例率若第二率為數根則惟本比例諸率可相度他數不可度

解曰甲乙丙丁若干連比例率第二數甲為數

根題言甲乙丙之外無數度丁

論曰設戊度丁而戊與甲乙丙諸數不相等則

戊非數根設戊為數根而度丁則亦度數根甲

本卷而與甲不相等於理不合故戊非數根而為可約

數凡可約數有數根可度七卷三今斷為甲外無他數  
 根度戊蓋若有他數根度戊而戊度丁則他數根亦度  
 丁即亦度甲十二卷而與甲不相等於理不合所以惟甲  
 度戊設戊度丁得己則己與甲乙丙俱不相等設有相  
 等者是甲乙丙諸數中有數可度丁而得戊惟甲乙丙  
 每數度丁而得甲乙丙中之一數十一卷是戊與甲乙丙  
 中之一數相等於理不合所以己與甲乙丙俱不相等  
 己非數根而甲度己理同前蓋若為數根而度丁則亦  
 度數根甲十二卷而與甲不相等於理不合故己非數根  
 而為可約數有數根可度七卷三今斷為甲外無他數

根度己蓋若有他數根度己而已度丁他數根亦度丁  
 則亦度數根甲十二卷而與甲不相等於理不合所以惟  
 甲度己因戊度丁得己故乘己得丁甲乘丙亦得丁所  
 以甲丙相乘與戊己相乘兩得數等而甲與戊比若己  
 與丙比七卷十九惟甲度戊故己度丙七卷界說二十設得庚準前  
 庚與甲乙俱不相等而甲度庚因己度丙得庚故乘庚  
 得丙甲乘乙亦得丙故甲乙相乘與己庚相乘兩得數  
 等而甲與己比若庚與乙比惟甲度己故庚亦度乙設  
 得辛準前辛與甲不相等因庚度乙得辛故乘辛得乙  
 甲自乘亦得乙則辛庚相乘與甲自乘兩得數等而辛

與甲比若甲與庚比惟甲度庚故辛亦度數根甲而與甲不相等於理大不合是以甲乙丙而外無他數度丁第十四題

有若干數根可度之最小數此諸數根之外無他數根可度

五三 解曰甲為乙丙丁三數根所度之最小數題

甲三 丙三 言乙丙丁而外無他數根度甲

乙三 戊三 論曰若云有數根戊度甲而戊與乙丙丁俱不相等戊度甲設得己則戊乘己得甲而乙丙丁三數根俱度甲凡兩數乘得數為數根所度則數根亦度兩

原數之一七卷三故乙丙丁或度戊或度己戊既為數根而與乙丙丁不相等則不能度故度己而已小於甲於理不合蓋甲為乙丙丁所度之最小數故也是以乙丙丁而外無他數根度甲

第十五題

連比例三率為同比最小數任取二率之和與餘率無等數

丙六 乙二 甲九  
丁...戊...己  
解曰甲乙丙連比例三率為同比最小數題言或甲乙和與丙或甲丙和與乙或乙丙和與甲皆無等數

論曰設丁戊戊己為同比最小之二率則丁戊自乘得  
 甲乘戊己得乙戊己自乘得丙<sup>八卷</sup>丁戊戊己既為同  
 比最小數則為無等數之數<sup>七卷二</sup>凡兩數無等數則  
 兩數和與原兩數各無等數<sup>七卷十四</sup>故戊己丁戊兩數和  
 與戊己無等數凡二數與他數俱無等數則二數乘得  
 數與他數仍無等數<sup>七卷十六</sup>所以己丁丁戊乘得數與  
 戊己無等數凡兩數無等數此數自乘所得與彼數亦  
 無等數<sup>七卷十七</sup>故己丁乘丁戊所得與戊己自乘所得  
 無等數惟己丁丁戊乘得數與丁戊自乘丁戊戊己相  
 乘兩得數之和等故丁戊自乘丁戊戊己相乘兩得數

之和與戊己自乘亦無等數惟甲為丁戊自乘數乙為  
 丁戊戊己乘得數丙為戊己自乘數故甲乙之和與丙  
 無等數又乙丙和與甲無等數甲丙和與乙無等數理  
 俱同蓋丁己與丁戊戊己俱無等數<sup>七卷三十</sup>而丁己自乘  
 數與丁戊戊己乘得數無等數<sup>七卷六二十七</sup>惟丁己自乘  
 數與丁戊戊己兩數各自乘倍丁戊戊己相乘三得數  
 之和等<sup>二卷四</sup>所以丁戊戊己各自乘倍丁戊戊己相乘  
 三得數之和與丁戊戊己乘得數無等數分之丁戊戊  
 己各自乘丁戊戊己相乘三得數之和與丁戊戊己乘  
 得數無等數又分之丁戊戊己各自乘與丁戊戊己乘