



幾何原本第八卷

英國 偉烈亞力 口譯  
海甯 李 善 蘭 筆受

第一題

若干連比例率首尾二率無等數則諸率為同比最小數  
解曰甲乙丙丁連比例率首尾甲丁無等數題言  
甲乙丙丁為同比最小數

論曰若云諸率非同比最小數則設戊己庚辛小  
于甲乙丙丁而與甲乙丙丁同比甲乙丙丁既與  
戊己庚辛同比而甲乙丙丁若干率與戊己庚辛若干

甲八乙一二丙一八丁三七  
戊一己一庚一一辛一一



率等則平理甲與丁比若戊與辛比七卷十四而甲丁無等數凡無等數之數必為同比最小數即可度他同比數前率度前率後率度後率等七卷二十一則甲度戊乃以大度小理所不能故戊己庚辛小于甲乙丙丁必不與甲乙丙丁同比而甲乙丙丁為同比最小數

第二題

有同比最小率求連比例最小數

法曰甲乙為同比最小率求若干連比例最小數如求四數則以甲自乘得丙以甲乘乙得丁以乙自乘得戊又以甲乘丙丁戊得己庚辛以乙乘戊得壬即得己庚

戊九 壬七  
甲二 丙四 己八  
乙三 丁六 庚二 辛一  
辛壬四數蓋甲既自乘得丙乘乙得丁是甲乘甲乙兩數生丙丁兩數故甲與乙比若丙與丁比七卷十七又甲乘乙得丁而乙自乘得戊是甲乙各乘乙得丁戊故甲與乙比若丁與戊比七卷十八

惟甲與乙比若丙與丁比故丙與丁比亦若丁與戊比甲乘丙丁得己庚則丙與丁比若己與庚比惟丙與丁比若甲與乙比故甲與乙比若己與庚比又甲乘丁戊生庚辛則丁與戊比若庚與辛比惟丁與戊比若甲與乙比故甲與乙比若庚與辛比而甲乙乘戊生辛壬則甲與乙比若辛與壬比惟甲與乙己與庚庚與辛俱同



比論故己與庚庚與辛辛與壬亦同比則丙丁戊及己  
 庚辛壬諸數俱為甲乙同比數亦為同比最小數蓋甲  
 乙既為同比最小數同比最小數為無等數之數七卷  
 三則甲乙無等數惟甲乙各自乘得丙戊各再乘得己  
 壬則丙戊與己壬俱無等數七卷二凡若干連比例率  
 首尾無等數必為同比最小數本卷則丙丁戊及己庚  
 辛壬為甲乙同比最小數  
 系知此理可明若連比例三率為同比最小數其首尾  
 為平方如四率則為立方

第三題

若干連比例率為同比最小數則首尾無等數

解曰甲乙丙丁連比例率為同比最小數題

言首甲尾丁無等數

論曰戊己為甲乙丙丁同比最小二數本卷

甲八乙一丙二丁一八二七  
 戊二己三  
 庚四辛六壬九  
 子八丑一寅一八卯二七

庚辛壬為同比最小三數推至最小諸數與

甲乙丙丁若干率等命此諸數為子丑寅卯則首子尾

卯無等數蓋戊己既無等數各自乘得庚壬各再乘得

子卯則庚壬子卯俱無等數七卷二甲乙丙丁既為同

比最小數而子丑寅卯為甲乙丙丁同比最小數甲乙

丙丁若干率與子丑寅卯若干率等則甲乙丙丁各數



與子丑寅卯各數等是以甲與子等丁與卯等子與卯  
既無等數則甲丁亦無等數

第四題

若干同比最小率求相連同比之最小數

法曰甲與乙丙與丁戊與己為各同比最小率

求相連同比最小數以辛為乙丙所度最小數

庚相等丙度辛得若干與丁度壬相等而戊或

度壬或不度壬若度壬則取子合戊度壬得若干與己

度子相等甲度庚得若干既與乙度辛得若干等則甲

甲二乙五丙三丁四戊五己六  
庚六辛一五壬二〇子二四  
丑一寅一卯一辰一

與乙比若庚與辛比七卷十三又丙與丁比若辛與壬比戊  
與己比若壬與子比理同故庚辛壬子為甲與乙丙與  
丁戊與己諸率相連同比之數亦為同比最小數若云  
非最小別有數小子庚辛壬子為丑寅卯辰則甲與乙  
比若丑與寅比而甲乙為最小數最小數可度諸同比  
數前率度前率後率度後率俱等七卷十一則乙度寅又  
丙亦度寅是乙丙度寅而乙丙所度之最小數亦度寅  
七卷三十七乙丙所度之最小數為辛故辛度寅然以大度  
小理所不能故無小于庚辛壬子與甲乙丙丁戊己同  
比者



甲四乙五丙二丁三戊四己三  
 庚八辛一〇壬一五  
 子三二丑四〇寅六〇卯四五  
 辰一一巳一一午一一未一一

幾何

設戊不度壬則取寅為戊壬所度最小數卷七  
 三十又取子丑卯令壬度寅得若干與庚辛  
 六度子丑得若干等戊度寅得若干與己度卯  
 得若干等庚度子得若干既與辛度丑得若  
 干等則庚與辛比若子與丑比七卷惟庚與  
 辛比若甲與乙比故甲與乙比若子與丑比  
 又丙與丁比若丑與寅比理同戊度寅得若干既與己  
 度卯得若干等則戊與己比若寅與卯比故子丑寅卯  
 為甲與乙丙與丁戊與己諸率相連同比之數亦為最  
 小數若云非最小而別有辰巳午未四數小子子丑寅

卯則辰與巳比若甲與乙比而甲乙為最小數最小數  
 度諸同比數前率度前率後率度後率俱等七卷二則  
 乙度巳而丙亦度巳故乙丙度巳而乙丙所度最小數  
 亦度巳七卷三辛為乙丙所度最小數故辛度巳又辛  
 與巳比若壬與午比七卷故壬度午七卷而戊亦度  
 午則戊壬度午戊壬所度最小數亦度午戊壬所度之  
 最小數為寅故寅度午然以大度小理所不能則無小  
 于子丑寅卯之數與甲乙丙丁戊己同比者是以子丑  
 寅卯為甲與乙丙與丁戊與己相連同比最小數

第五題

幾何

五



面數之比例為邊之相結比例

解曰甲乙為二面數丙丁為甲之二邊戊己為

乙之二邊題言甲乙之比例為丙丁戊己相結

之比例

論曰丙與戊丁與己各為比例率取庚辛壬為

相連同比最小數本卷令丙與戊比若庚與辛

比丁與己比若辛與壬比以子為丁戊乘得數丁乘丙

既生甲而乘戊生子七卷界說則丙與戊比若甲與子比

十七卷惟丙與戊比若庚與辛比論本故庚與辛比亦若甲

與子比又戊乘丁既生子而乘己生乙則丁與己比若

甲一二乙三〇丙三丁四戊五己六  
庚六辛一〇壬一五子二〇

子與乙比惟丁與己比若辛與壬比論本故辛與壬比亦  
若子與乙比又庚與辛比若甲與子比論本故庚與壬比  
若甲與乙比七卷夫庚與壬比為其邊之相結比例六卷  
界說是以甲與乙比亦為邊之相結比例五

第六題

凡連比例率第一數不度第二數則後諸數皆不相度

解曰甲乙丙丁戊為連比例率如甲不度乙題言甲乙

丙丁戊皆不相度

論曰甲不度乙而甲亦不度餘諸數如甲不度丙是也

其理易明設有己庚辛若干率等子甲乙丙若干率而



甲一六乙二四丙三六丁五四戊八一  
己四庚六辛九

爲甲乙丙同比最小數七卷三十五己庚辛既與甲乙

丙爲同比數而甲乙丙與己庚辛之諸率相等則

甲與丙比若己與辛比七卷十四甲與乙比若己與庚

比而甲不度乙則己不度庚七卷二十故己非一因

一無數不可度故也七卷一而已辛無等數三本卷

故己不度辛七卷十二惟己與辛比若甲與丙比是以甲

不度丙準此可顯無數可度他數

第七題

若干連比例率首率度尾率則亦度第二率

解曰甲乙丙丁若干連比例率甲度丁題言甲亦度乙

甲一乙二丙三丁四論曰如甲不度乙則無數度他數本卷六與題不合因  
甲度丁故也故甲度丁則亦度乙

第八題

彼此各兩數同比此兩數間有若干連比例率則彼兩數  
間亦有若干連比例率

解曰甲乙兩數間有丙丁若干連比例率戊己

與甲乙同比題言甲乙間有若干連比例率戊

己間亦有若干連比例率

論曰庚辛壬子若干率與甲丙丁乙若干率等

亦爲甲丙丁乙同比最小數七卷十五則首庚尾子無等



數三本卷甲丙丁乙既與庚辛壬子同比而甲丙丁乙若  
 干率與庚辛壬子若干率等則甲與乙比若庚與子比  
七卷十四惟甲與乙比若戊與己比故庚與子比亦若戊與  
 己比乃庚子為同比最小數七卷二十三同比最小數可度  
 諸同比數前率度前率後率度後率俱等七卷二十一故庚  
 度戊若子度己又庚度戊得若干若辛壬各數度丑寅  
 各數得若干故庚辛壬子度戊丑寅己俱等而庚辛壬  
 子與戊丑寅己同比七卷界說二十惟庚辛壬子與甲丙丁乙  
 同比故甲丙丁乙亦與戊丑寅己同比而甲丙丁乙為  
 連比例率故戊丑寅己亦為連比例率是以甲乙間有

若干連比例率則戊己間亦有若干連比例率也

第九題

首尾兩無等數之數中間有若干連比例率則其首其尾  
 與一之中間亦各有若干連比例率

解曰甲乙兩無等數之數中間有丙丁若  
 干連比例率以戊為一題言甲乙間有若  
 干連比例率則甲戊及乙戊間亦各有若  
 干連比例率

論曰己庚為甲丙丁乙二同比率本卷辛壬子為三同  
 比率推至丑寅卯辰若干同比率與甲丙丁乙若干率

甲八丙一丁一八乙二七  
 戊一  
 己二庚三  
 辛四壬六子九  
 丑八寅一卯一八辰二七



等即顯己自乘生辛本卷己乘辛生丑庚自乘生子庚  
乘子生辰丑寅卯辰爲己庚同比最小數甲丙丁乙亦  
爲己庚同比最小數丑寅卯辰諸率與甲丙丁乙諸率  
等則丑寅卯辰各數與甲丙丁乙各數等故丑與甲等  
辰與乙等又己自乘生辛己度辛得己中之若干一而  
戊度己亦得己中之若干一故戊度己與己度辛等是  
以戊己之比若己辛之比七卷界說二十又己乘辛生丑則辛  
度丑得己中之若干一而戊度己亦得己中之若干一  
故戊度己與辛度丑等是以戊己之比若辛丑之比惟  
戊己之比若己辛之比本論故戊與己己與辛辛與丑俱

同比惟丑與甲相等故戊與己己與辛辛與甲爲同比  
又戊與庚庚與子子與乙爲同比理同是以甲乙間有  
若干連比例率則甲戊及乙戊間亦各有若干連比例  
率。

第十題

一與大小二數中間各有若干連比例率則此二數間亦  
有若干連比例率。

解曰丁戊及己庚各連比例率在甲丙乙丙間題言甲  
丙乙丙中間各有若干率則甲乙間亦有若干率  
論曰丁乘己得辛辛乘丁得壬辛乘己得子丙與丁比



甲八	壬一	子二	一八	乙七	二七
戊四	辛六	庚九	丁二	己三	丙一

既若丁與戊比則丙度丁若丁度戊惟丙度  
 丁得丁中之若干一故丁度戊亦得丁中之  
 若干一則丁自乘得戊又丙與丁比既若戊  
 與甲比則丙度丁若戊度甲惟丙度丁得丁  
 中之若干一故戊度甲亦得丁中之若干一則丁乘戊  
 生甲又己自乘生庚己乘庚生乙而丁自乘生戊乘己  
 生辛則丁與己比若戊與辛比十七卷又丁與己比若辛  
 與庚比故戊與辛比若辛與庚比又丁乘戊辛生甲壬  
 故戊與辛比若甲與壬比十七卷而戊與辛比若丁與己  
 比故丁與己比若甲與壬比又丁己乘辛生壬子故丁

與己比若壬與子比十七卷惟丁與己比若甲與壬比故  
 甲與壬比亦若壬與子比又己乘辛庚生子乙故辛與  
 庚比若子與乙比而辛與庚比若丁與己比故丁與己  
 比亦若子與乙比則丁與己甲與壬壬與子子與乙俱  
 同比本論即知甲壬子乙為連比例率是以甲丙及乙丙  
 間各有若干連比例率則甲乙間亦有若干連比例率  
 第十一題

兩平方間有一連比例率兩平方之比例為其邊二次比  
 例

解曰甲乙為兩平方數甲邊為丙乙邊為丁題言甲乙



乙九 丙三 間有一連比例率甲與乙之比例為丙與丁二次  
戊六 比例

甲四 丙二 論曰丁乘丙生戊甲之邊既為丙則丙自乘生甲  
說七 卷界 又丁自乘生乙理同丙乘丙丁既生甲戊則丙

與丁比若甲與戊比<sup>七卷</sup>又丙乘丁生戊而丁自乘生  
乙則丙丁兩數乘丁生戊乙兩數故丙與丁比若戊與

乙比<sup>七卷</sup>惟丙與丁比若甲與戊比故甲與戊比亦若  
戊與乙比是以甲乙間有一連比例率戊又甲與乙之

比例為丙與丁二次比例蓋甲戊乙既為連比例率則  
甲與乙之比例為甲與戊二次比例惟甲與戊比若丙

與丁比是以甲與乙之比例為丙與丁二次比例

第十二題

兩立方間有兩連比例率兩立方之比例為其邊三次比

例

解曰甲乙為兩立方數丙為甲邊丁為乙邊題

言甲乙間有兩連比例率甲乙之比例為丙丁

三次比例

論曰戊為丙之自乘數己為丙乘丁數庚為丁

自乘數辛壬為己乘丙丁數夫甲為立方數而丙為其

邊則丙自乘得戊丙乘戊得甲<sup>七卷</sup>又丁自乘得庚

甲八 辛一 壬二 乙七 丙九 丁三 戊四 己六 庚二



丁乘庚得乙丙乘丙丁兩數得戊己則丙與丁比若戊與己比七卷又丙與丁比若己與庚比理同又丙乘戊己兩數既得甲辛則戊與己比若甲與辛比而戊與己比若丙與丁比故丙與丁比若甲與辛比又丙丁兩數乘己既得辛壬則丙與丁比若辛與壬比七卷又丁乘己庚兩數得壬乙則己與庚比若壬與乙比惟己與庚比若丙與丁比故丙與丁比亦若壬與乙比則丙與丁甲與辛辛與壬壬與乙皆同比本論是以甲乙間有辛壬兩連比例率又甲與乙之比例為丙與丁三次比例蓋甲辛壬乙既為連比例率則甲與乙之比例為甲與辛

三次比例惟甲與辛比若丙與丁比是以甲與乙之比例為丙與丁三次比例

第十三題

若干連比例率其各率自乘所生各率仍為連比例率各率再乘所生各率仍為連比例率三乘以上皆同  
解曰甲乙丙三率甲與乙比若乙與丙比以甲乙丙各自乘得丁戊己以甲乙丙各乘丁戊己得庚辛壬題言丁戊己及庚辛壬俱為連比例率  
論曰甲乘乙得子子乘甲乙兩率得寅卯乙乘丙得丑丑乘乙丙兩率得辰巳丁子戊及庚寅卯辛為連比例