

幾何原本第五卷
有彼幾何如戊與此幾何丙為比例若丙與丁也此理推廣無礙於理有之不必舉其率也舉率之理備見後卷

幾何原本第五卷

本篇論比例 計三十四題

泰西 利瑪竇 口譯

吳淞 徐光啓 筆受

第一題

此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍於彼之各率則此之并率亦幾倍於彼之并率

解曰如甲乙丙丁此二幾何大於戊己彼二幾何各若干倍題言甲乙丙丁并大於戊己并亦若干倍

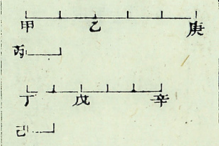
論曰如甲乙與丙丁既各三倍大於戊與己即以甲乙

三分之各與戊等為甲庚庚辛乙又以丙丁三分之各與己等為丙壬癸癸丁即甲乙與丙丁所分之數等而甲庚既與戊等丙壬既與己等即於甲庚加丙壬於戊加己其甲庚丙壬并與戊己并必等依顯庚辛壬癸并辛乙癸丁并與戊己并各等夫甲乙與丙丁之三分合於戊己皆等本卷界說二則甲乙丙丁并三倍大於戊己并

第二題

六幾何其第一倍第二之數等於第三倍第四之數而第五倍第二之數等於第六倍第四之數則第一第五并

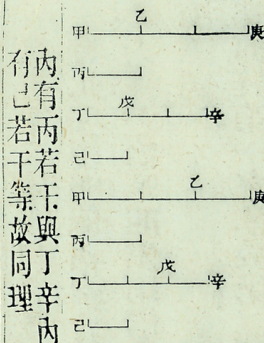
倍第二之數等於第三第六并倍第四之數



解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四己之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛倍四己之數題言一甲乙五乙庚并倍二丙之數若三丁戊六戊辛并倍四己之數

論曰甲乙丁戊之倍於丙己其數等則甲乙幾何內有丙幾何若干與丁戊幾何內有己幾何若干其數亦等本卷界說二依顯乙庚內有丙若干與戊辛內有己若干亦等次於甲乙丁戊兩等數率每加一等數之乙庚戊辛率則甲庚丁辛兩幾何內之分數等而一五并之甲庚

內有二丙若干與三六并之丁辛內有四己若干亦等
 注曰若第一第三兩幾何之數與第二第四兩幾何
 之數各等而第五倍第二之數等於第六倍第四之
 數或第一倍第二之數等於第三倍第四之數而第
 五第二兩幾何之數與第六第四兩幾何之數各等
 俱同本論如上一圖甲庚為
 第一第五之并率其倍二丙
 之數與丁辛為第三第六之
 并率其倍四己之數等也
 內有丙若干與丁辛內
 有己若干等故同理 他若第一第三兩幾何之數



第五第六兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各
 等此理更明何者第一第五并之倍第二若第三第
 六并之倍第四俱兩倍故

第三題

四幾何其第一之倍於第二若第三之倍於第四次倍第
 一又倍第三其數等則第一所倍之與第二若第三所
 倍之與第四

解曰一甲所倍於二乙若三丙所倍於四丁次作戊己
 兩幾何同若干倍於甲於丙題言以平理推戊倍乙之
 數若己倍丁

壬
辛
庚
戊

甲

乙
丙
丁
戊
己
庚
辛
壬
癸
子
丑
寅
卯
辰
巳
午
未
申
酉
戌
亥

即戊內有甲若干與己內有丙若干等

夫戊庚與甲己癸與丙既等而

甲之倍乙與丙之倍丁又等則戊庚倍乙若己癸倍丁

也依顯庚辛壬各所倍於乙若癸子子丑各所倍於

丁也夫一戊庚之倍二乙既若三己癸之倍四丁而五

庚辛之倍二乙亦若六癸子之倍四丁則一戊庚五庚

辛并之倍二乙若三己癸六癸子并之倍四丁也

本篇

又一戊辛之倍二乙既若三己子之倍四丁而五辛壬之倍二乙亦若六子丑之倍四丁則一戊辛五辛壬并之倍二乙若三己子六子丑并之倍四丁也辛壬子丑以上任作多分皆倣此論

第四題

其系為反理

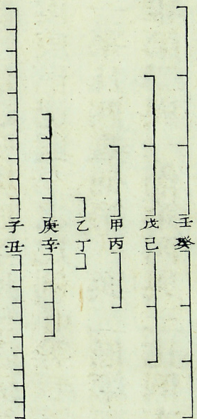
四幾何其第一與二偕第三與四比例等第一第三同任

為若干倍第二第四同任為若干倍則第一所倍與第

二所倍第三所倍與第四所倍此例亦等

解曰甲與乙偕丙與丁比例等次作戊與己同任若干

倍於一甲三丙別作庚與辛同任若干倍於二乙四丁



題言一甲所倍之戊
與二乙所倍之庚借
三丙所倍之己與四
丁所倍之辛比例亦
等。

論曰試以戊己二幾何同任倍之為壬為癸別以庚辛
同任倍之為子為丑其戊之倍甲既若己之倍丙而壬
之倍戊亦若癸之倍己即壬之倍甲亦若癸之倍丙也
本篇依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙借丙
與丁之比例既等而壬癸所倍於甲丙子丑所倍於乙

丁各等即三試之若倍甲之壬小於倍乙之子則倍丙
之癸亦小於倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等矣若
壬大於子即癸亦大於丑矣本卷界說六夫戊己之倍為壬
癸也庚辛之倍為子丑也不論幾許倍其等大小三試
之恆如是也則一戊所倍之壬與二庚所倍之子借三
己所倍之癸與四辛所倍之丑等大小皆同類也而戊
與庚借己與辛之比例必等本卷界說六
一系凡四幾何第一與二借第三第四比例等即可反
推第二與一借第四與三比例亦等何者如上倍甲之
壬與倍乙之子借倍丙之癸與倍丁之丑等大小俱同

類而顯甲與乙若丙與丁即可反說倍乙之子與倍甲之壬倍倍丁之丑與倍丙之癸等大小俱同類而乙與甲亦若丁與丙

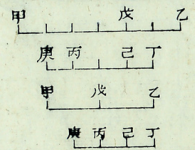
本卷界說六

二系別有一論亦本書中所恆用也曰若甲與乙倍丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍倍丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等做此以至無窮

第五題

大小兩幾何此全所倍於彼全若此全截取之分所倍於彼全截取之分則此全之分餘所倍於彼全之分餘亦

如之



解曰甲乙大幾何丙丁小幾何甲乙所倍於丙丁若甲乙之截分甲戊所倍於丙丁之截分丙己題言甲戊之分餘戊乙所倍於丙己之分餘己丁亦如其數

論曰試作一他幾何為庚丙合戊乙之倍庚丙若甲戊之倍丙己也本卷界說增甲戊戊乙之倍丙己庚丙其數等即其兩并甲乙之倍庚己亦若甲戊之倍丙己也本卷篇一而甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙己則丙丁與庚己等也次每減同用之丙己即庚丙與己丁亦等而戊乙

之倍己丁亦若戊乙之倍庚丙矣夫戊乙之倍庚丙既若甲戊之倍丙己則戊乙為甲戊之分餘所倍於己丁為丙己之分餘者亦若甲乙之倍丙丁也

又論曰試作一他幾何為庚甲令庚甲之倍

己丁若甲戊之倍丙己本卷界說二十即其兩并庚

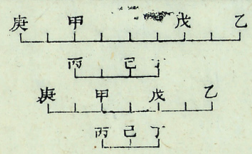
戊之倍丙丁亦若甲戊之倍丙己也本篇而

甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙己是庚戊

與甲乙等矣次每減同用之甲戊即庚甲與

戊乙等也而庚甲之倍己丁若甲乙之倍丙丁也則戊

乙之倍己丁亦若甲乙之倍丙丁也



第六題

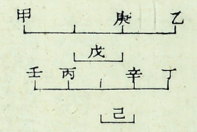
此兩幾何各倍於彼兩幾何其數等於此兩幾何每減一分其一分之各倍於所當彼幾何其數等則其分餘或各與彼幾何等或尚各倍於彼幾何其數亦等

解曰甲乙丙丁兩幾何各倍於戊己兩幾何

其數等每減一甲庚丙辛甲庚丙辛之倍戊

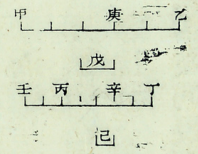
己其數等題言分餘庚乙辛丁或與戊己等

或尚各倍於戊己其數亦等



論曰甲乙全與其分甲庚既各多倍於戊則分餘庚乙與戊其或等或尚幾倍必矣何者庚乙與戊不等不幾

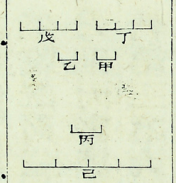
倍其加於甲庚不成為戊之多倍也然則庚乙與戊等
 曷為辛丁與己亦等試作壬丙與己等其一甲庚之倍
 二戊既若三丙辛之倍四己而五庚乙之等二戊又若
 六壬丙之等四己則第一第五并之甲乙所倍於二戊
 若第三第六并之壬辛所倍於四己也本篇而甲乙之
 倍戊元若丙丁之倍己即壬辛與丙丁亦等次每減同
 用之丙辛即壬丙與辛丁必等是辛丁與
 己亦等矣然則庚乙之倍戊曷為與辛丁
 之倍己等試作壬丙其倍己若庚乙之倍
 戊依前論甲乙之倍戊若壬辛之倍己本篇



二而壬辛與丙丁等壬丙與辛丁亦等是辛丁之倍己
 亦若庚乙之倍戊矣

第七題 二支

此兩幾何等則與彼幾何各為比例必等而彼幾何與此
 相等之兩幾何各為比例亦等



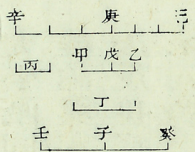
解曰甲乙兩幾何等彼幾何丙不論等
 大小於甲乙題言甲與丙偕乙與丙各
 為比例必等又反上言丙與甲偕丙與

乙各為比例亦等
 論曰試作丁戊兩率任同若干倍於甲乙即丁與戊等

別作己任若干倍於丙其丁戊既等即丁視己與戊視己或等或大或小必同類矣夫一甲三乙所倍之丁戊倍當二又當四之丙所倍之己其等大小既同類本卷界說六則一甲與二丙之比例若三乙與四丙矣反說之當一當三之丙所倍之己倍二甲四乙所倍之丁戊其等大小既同類則一丙與二甲之比例若三丙與四乙矣後論與本篇第四題之系同用反理如甲與丙若乙與丙反推之丙與甲亦若丙與乙也

第八題

大小兩幾何各與他幾何為比例則大與他之比例大於



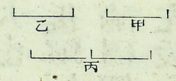
小與他之比例而他與小之比例大於他與大之比例
 解曰不等兩幾何甲乙大丙小又有他幾何丁不論等大小於甲乙於丙題言甲乙與丁之比例大於丙與丁之比例又反上言丁與丙之比例大於丁與甲乙之比例
 論曰試於大幾何甲乙丙分甲戊與小幾何丙等而戊乙為分餘次以甲戊戊乙作同若干倍之辛庚庚己而庚己為戊乙之倍必令大於丁辛庚為甲戊之倍必令大於丁或等於丁如不足以倍加之也其庚己辛庚之倍於戊乙甲戊既等即辛己之倍甲乙若辛庚之倍甲

戊矣本篇甲戊即丙也次作一壬癸為丁之倍令僅大
 於辛庚兩倍不足三之又不足任加之已大勿倍也次
 於壬癸截取子癸與丁等即壬子必不大於辛庚何者
 向作壬癸為丁之倍元令僅大於辛庚若壬子大於辛
 庚者何必又倍之為壬癸也故僅大之壬癸截去子癸
 者必不大於辛庚也則壬子或等或小於辛庚矣夫庚
 已既大於丁而子癸與丁等即庚已必大於子癸又辛
 庚不小於壬子或大或等即辛已亦大於壬癸也夫辛已辛
 庚同若干倍於第一甲乙第三丙也而壬癸之倍於當
 二之丁當四之丁又同一率也則第一所倍之辛已大

於第二所倍之壬癸而第三所倍之辛庚不大於第四
 所倍之壬癸於壬癸於辛庚元小是一甲乙與二丁之比例大於
 三丙與四丁矣本卷界說八次反上說一丁所倍之壬癸反說
 則丁當一當三丙二甲乙四大於二丙所倍之辛庚而三丁所倍之
 壬癸不大於四甲乙所倍之辛已於壬癸必小於辛已是一丁與
 二丙之比例大於三丁與四甲乙矣本卷界說八

第九題 二支

兩幾何與一幾何各為比例而等則兩幾何必等一幾何
 與兩幾何各為比例而等則兩幾何亦等
 先解曰甲乙兩幾何各與丙為比例等題言甲與乙等



論曰如云不然而甲大於乙即甲與丙之比例宜大於乙與丙本篇八何先設兩比例等也故比例等則甲與乙等

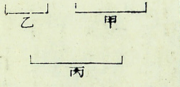
與乙等

論曰如云不然而甲大於乙即丙與乙之比例宜大於丙與甲本篇八何先設兩比例等也

第十題 二支

彼此兩幾何此幾何與他幾何之比例大於彼與他之比例則此幾何大於彼他幾何與彼幾何之比例大於他

與此之比例則彼幾何小於此



先解曰甲乙兩幾何復有丙幾何甲與丙之比例大於乙與丙題言甲大於乙

論曰如云不然而甲與乙等即所為兩比例宜等本篇七何先設甲與丙大也又不然若甲小於乙

即乙與丙之比例宜大於甲與丙本篇八何先設甲與丙大也

後解曰丙與乙之比例大於丙與甲題言乙小於甲論曰如云不然而乙與甲等即所為兩比例宜等本篇七何先設丙與乙大也又不然乙大於甲即丙與甲之比例