



幾何原本第五卷之首

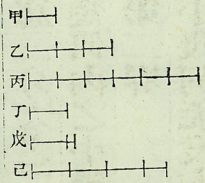
泰西 利瑪竇 口譯
 吳淞 徐光啓 筆受

界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多
 幾何同例相比者也而本卷則總說完幾何之同例相
 比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絕不及線面體諸
 類也第六卷則論線論角論圓界諸類及諸形之同例
 相比者也今先解向後所用名目為界說十九

第一界

分者幾何之幾何也小能度大以小為大之分



以小幾何度大幾何謂之分曰幾何之幾何者謂非此小幾何不能為此大幾何之分也如一點無分亦非幾何即不能為線之分也二線無廣狹之分非廣

狹之幾何即不能為面之分也二面無厚薄之分非厚薄之幾何即不能為體之分也曰能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者也如甲為乙為丙之分則甲為乙三分之一為丙六分之一無贏不足也若戊為丁之一即贏為二即不足己為丁之三即贏為四即不足

是小不盡大則丁不能為戊己之分也以數明之若四於八於十二於十六於二十諸數皆能盡分無贏不足也若四於六於七於九於十於十八於三十八諸數或贏或不足皆不能盡分者也本書所論皆指能盡分者故稱為分若不盡分者當稱幾分幾何之幾如四於六為三分六之二不得正名為分不稱小度大也不為大幾何內之小幾何也

第二界

若小幾何能度大者則大為小之幾倍

如第一界圖甲與乙能度丙則丙為甲與乙之幾倍若

丁戊不能盡己之分則己不爲丁戊之幾倍

第三界

比例者兩幾何以幾何相比之理

兩幾何者或兩數或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比例若線與面或數與線相比此異類不爲比例又若白線與黑線熱線與冷線相比雖同類不以幾何相比亦不爲比例也

比例之說在幾何爲正用亦有借用者如時如音如聲如所如動如稱之屬皆以比例論之

凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此幾何爲前率

所比之他幾何爲後率如以六尺之線比三尺之線則六尺爲前率三尺爲後率也反用之以三尺之線比六尺之線則三尺爲前率六尺爲後率也

比例爲用甚廣故詳論之如左

凡比例有二種有大合有小合以數可明者爲大合如二十尺之線比十尺之線是也其非數可明者爲小合如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而非數可明者是也

如上二種又有二名其大合者爲有兩度之線如二十尺比八尺兩線爲大合則二尺四尺皆可兩度之者是

也如此之類凡數之比例皆大合也何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者若七比九無他數可兩度之以一則可兩度之也其小合線為無兩度之線如直角方形之兩邊與其對角線為小合即分至萬分以及無數終無小線可以盡分能度兩率者是也

此論詳見十卷末題

小合之比例至十卷詳之本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者如二十比二十十尺之線比十尺之線是也有不等者如二十比十八比四十六尺之線比二尺之線是也

如上等者為相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也大合比例之以大不等者又有五種一為幾倍大一為等帶一分三為等帶幾分四為幾倍大帶一分五為幾倍大帶幾分

一為幾倍大者謂大幾何內有小幾何或二或三或十或八也如二十與四是二十內為四者五如三十尺之線與五尺之線是三十尺內為五尺者六則二十與四名為五倍大之比例也三十尺與五尺名為六倍大之比例也倣此為名可至無窮也

二為等帶一分者謂大幾何內既有小之一別帶一分此一分或元一之半或三分之一四分之二以至無窮者是也如三與二是三內既有二別帶一為二之半如十二尺與九尺之線是十二內既有九別帶三三為九三分之一則三與二名為等帶半也十二尺與九尺名為等帶三分之一也

三為等帶幾分者謂大幾何內既有小之一別帶幾分而此幾分不能合為一盡分者是也如八與五是八內既有五別帶三一每一各為五之分而三一不能合而為五之分也他如十與八其十內既有八別帶二一雖

每一各為八之分與前例相似而二一却能夠八四分之二是為帶一分屬在第二不屬三也則八與五名為等帶三分也又如二十二與十六即名為等帶六分也四為幾倍大帶一分者謂大幾何內既有小幾何之二之三之四等別帶一分此一分或元一之半或三四分之一以至無窮者是也如九與四是九內既有二四別帶一一為四四分之一則九與四名為二倍大帶四分之一也

五為幾倍大帶幾分者謂大幾何內既有小幾何之二之三之四等別帶幾分而此幾分不能合為一盡分者

是也如十一與三是十一內既有三三別帶二二每一各為三之分而二二不能合而為三之分也則十一與三名為三倍大帶二分也

大合比例之以小不等者亦有五種俱與上以大不等五種相反為名一為反幾倍大二為反等帶一分三為反等帶幾分四為反幾倍大帶一分五為反幾倍大帶幾分

凡比例諸種如前所設諸數俱有書法書法中有全數有分數全數者如一二三十百等是也分數者如分一以二以三以四等是也書全數依本數書之不必立法

書分數必有兩數一為命分數一為得分數即如分一以三而取其二則為三分之二即三為命分數二為得分數也分一為十九而取其七則為十九分之七即十九為命分數七為得分數也

書以大小不等各五種之比例其一幾倍大以全數書之如二十與四為五倍大之比例即書五是也若四倍即書四六倍即書六也其反幾倍大即用分數書之而以大比例之數為命分之數以一為得分之數如大為五倍大之比例則此書五之一是也若四倍即書四之一六倍即書六之一也

其二等帶一分之比例有兩數一全數一分數其全數恆爲一其分數則以分率之數爲命分數恆以一爲得分數如三與二名爲等帶半卽書一別書二之一也其反等帶一分則全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加一爲此之命分數如大爲等帶二之一卽此書三之二也又如等帶八分之一反書之卽書九之八也又如等帶一千分之一反書之卽書一千〇〇一之一千也

其三等帶幾分之比例亦有兩數一全數一分數其全數亦恆爲一其分數亦以分率之數爲命分數以所分

之數爲得分數如十與七名爲帶三分卽書一別書七之三也其反等帶幾分亦全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加大之得分數爲此之命分數如大爲等帶七之三命分數七得數三七加三爲十卽書十之七也又如等帶二十之三反書之二十加三卽書二十三之二十也

其四幾倍大帶一分之比例則以幾倍大之數爲全數以分率之數爲命分數恆以一爲得分數如二十二與七二十二內既有三七別帶一爲七七分之一名爲三倍大帶七分之一卽以三爲全數七爲命分數一爲

幾何五
得_分數書三別書七之一也其反幾倍大帶一分則以
大比例之命分數爲此之得分數以大之命分數乘大
之倍數加一爲此之命分數如大爲三帶七之一卽以
七乘三得二十一又加一爲命分數書二十二之七也
又如五帶九之一反書之九乘五得四十五加一爲四
十六卽書四十六之九也

其五幾倍大帶幾分之比例亦以幾倍大之數爲全數
以分率之數爲命分數以所分之數爲得分數如二十
九與八二十九內既有三八別帶五一名爲三倍大帶
五分卽以三爲全數八爲命分數五爲得分數書三別

書八之五也其反幾倍大帶幾分則以大比例之命分
數爲此之得分數以大比例之命分數乘大之倍數加
大之得分數爲此之命分數加大爲三帶八之五卽以
八乘三得二十四如五爲二十九書二十九之八也又
如四帶五之二卽書二十二之五也

已上大小十種定盡比例之凡不得加一減一

第四界

兩比例之理相似爲同理之比例

兩幾何相比謂之比例兩比例相比謂之同理之比例
如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其

理相似為同理之比例又若戊與己兩幾何之比例偕己與庚兩幾何之比例其理相似亦同理之比例

凡同理之比例有三種有數之比例有

量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比例也量法比例又有二種一為連比例連比例者相續不斷其中率與前後兩率遞相為比例而中率既為前率之後又為後率之前如後圖戊與己比己又與庚比是少二為斷比例斷比例者居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

第五界

兩幾何倍其身而能相勝者為有比例之幾何

上文言為比例之幾何必同類然同類中亦有無比例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即大於八尺之線是為有比例之線也又如直角方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而直角方形之一邊一倍之即大於對角線兩邊等三角形其兩邊并必大於一邊見一卷二是亦有小合比例之線也又圓之徑四倍之即大於圓之界則圓之徑與界亦有小合比例之線也圓之界當三徑

七分徑之一弱 又曲線與直線亦有比例如以大小兩

別見圖形書 曲線相合為初月形別作一直角方形與之等六卷三十三

增題 今附 卽曲直兩線相視有大有小亦有比例也又方形

與圓雖自古至今學士無數不能為相等之

形然兩形相視有大有小亦不可謂無比例

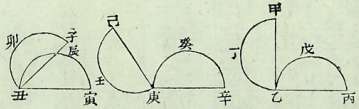
也又直線角與曲線角亦有比例如上圖直

角鈍角銳角皆有與曲線角等者若第一圖

甲乙丙直角在甲乙乙丙兩直線內而其間

設有甲乙丁與丙乙戊兩圓分角等卽於甲

乙丁角加甲乙戊角則丁乙戊曲線角與甲



乙丙直角等矣依顯壬庚癸曲線角與己庚辛鈍角等也又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角乃等圓分角各減同用之子丑丑辰內圓小分卽兩角亦等也此五者皆疑無比例而實有比例者也他若有窮之線與無窮之線雖則同類實無比例何者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面面與體各自為類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切圓角與直線銳角亦無比例何者依三卷十六題所說畢世倍切邊角不能勝至小之銳角故也此後諸篇中每有倍此幾何令至勝彼幾何者故備著其