

N^o 1430.

J. CHAPELAIN à CHRISTIAAN HUYGENS.

9 JUILLET 1665.

*La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens.
Chr. Huygens y répondit par le No. 1444.*

MONSIEUR

J'ay veu dans vostre lettre a Monsieur Carcaui ¹⁾ la peine où vous estiés des dernières ²⁾ que vous m'aués escriites du 20. May ce qui me fait juger que vous n'aures pas receu mon ample responce ³⁾ ou entre autres choses je vous donnois auis que vostre Procuracion estoit arriuée à bon port et que je n'attendois que le retour de Monsieur Thuret pour essayer de traiter avec luy selon vos intentions. Il est fascheux que cette lettre se soit perduë pour moy qui auray trauaillé en vain et pour vous qui serés demeuré tout ce temps là en doute si j'ay moins de chaleur pour vostre interese maintenant que par le passé. Apparemment le valer de Monsieur Theuenot qui les porta a Monsieur Van Beuning en son quartier de Chatou nait ouuert mon paquet et n'en ait egaré vne partie car j'apprens de Monsieur Vossius que Monsieur Bisdommer ⁴⁾ luy auoit fait rendre celle ⁵⁾ que je luy escriuois sous la mesme enuelope. Il y en auoit encore vne dimportance ⁶⁾ à Monsieur Heinsius, qui ne vous aura non plus esté portée pour la faire tenir a nostre Ami en Suede dans la despesche de Messieurs les Estats. Quant a celle qui sadreessoit à vous je vous en enuoye la copie ⁷⁾ que mon homme auoit eu ordre de retenir a toutes fins, de sorte que le naufrage naura pas esté entier. J'ay veu depuis Monsieur Thuret et luy ay declare le pouuoir que j'auois d'entrer en negotiation avec luy sil continuoit à vouloir entendre à la Proposition que luy mesme mauoit le premier faite. Sa responce a esté premièrement qu'il vous estoit tres-obligé de la preference que vous estiés resolu de luy donner, qui estoit toute la grace quil pretendoit de vostre bonté. Mais qu'auant que d'entrer en matiere il seroit bon que la machine fust icy et qu'il la pust voir, apres quoy on parleroit des conditions. On a escrit de vos quartiers, par enuie sans doute, que vous mesme

¹⁾ Nous n'avons trouvé nulle part la minute de cette lettre de Chr. Huygens à P. de Carcavy. Consultez la Lettre N^o. 1426, note 10.

²⁾ Voir la lettre N^o. 1408.

³⁾ Cette réponse est la Lettre N^o. 1417.

⁴⁾ Sur Bisdommer, voir la Lettre N^o. 863, note 1.

⁵⁾ Chapelain avait écrit, le 31 mai 1665, à Vossius sur la suppression du Journal des Scavants. Consultez Ph. Tamizey de Larroque, Lettres de J. Chapelain T. II. 1883.

⁶⁾ Cette lettre de Chapelain à Heinsius, datée du 1er juin 1665, avait pour objet de lui demander les exemplaires d'hommage de son édition de Claudianus.

⁷⁾ Nous ne possédons point cette copie de la Lettre N^o. 1417, mais bien la lettre originale.

auiés trouué des defauts dans vostre Inuention qui vous empeschoient de la publier, et de deça vous aués trouué des gens malofficieux qui ont semé la mesme calomnie; ce qui tient en suspens l'esprit de cette personne cy. Je ne laiffay pas dans l'entretien que j'eus avec luy ensuite de descouuir son intention qui alloit à vous tenir conte d'un certain profit pour chaque horloge des vostres qu'il fabriquerait sans vous obliger ni luy a vn temps limité, afin que si la vente en reussiffoit bonne vous pussiés hauffer le prix de la conuention et si au contraire la vente n'en reussiffoit pas il en pust demander le rabais ou la dissolution. Il doïtoit pour monstfer la justice de sa pensée qu'aussi bien vous estiés trop homme d'honneur pour le vouloir engager a vn Traité qui luy pust estre ruineux, et luy trop raisonnable pour que vous liassiés les mains en sa faueur et a vostre dommage. Sur le point des feuretés il me dit quil vous les donneroit telles que vous le voudriés pourueu qu'elles fussent en sa puissance. Luy ayant jetté le propos de marques, sans luy declarer ce que vous m'en auiés escrit par ce que je n'y voyois pas affés d'assurance pour vous, il me fit cette ouuerture que vous series faire vn poinçon d'acier graue en bosse de vos armes ou de vostre chiffre composé de la maniere la plus difficile a contrefaire pour le frapper sur la principale table de ses horloges, et que de son costé il auroit de mesme vn poinçon gravé du sien quil frapperoit sur la mesme table, ce qui regarde la fraude que les Estrangers y pourroient faire en les contrefaisant et qui faute d'auoir ces poinçons ne les contreferoient que fort imparfaitement et par là donneroient lieu a la confiscation et aux amandes. Pour la fraude qu'on pourroit soupçonner qu'il fust capable dy faire elle luy seroit impossible aussi bien qu'aux autres par ce quil n'auroit pas vostre poinçon que par exemple vous m'auries confié ou a quelquatre de vos Amis. Qu'oultre cela pour se precautionner contre luy vous mettriés vne si grande peine qu'il vous plairoit comme de deux ou trois cens pistoles au cas qu'il fust conuaincu de vous auoir trompé a quoy il se soumettroit dans son Traité sans repugnance, et d'autant plus librement qu'estant impossible quil en pust vendre de contrefaits vne dixaine sans estre descouuert et quen ce cas la il perdrait plus oultre la reputation qu'il ne gagneroit dans le debit d'une cinquantaine mesme. Si vous naues rien imaginé de mieux cette precaution ne me sembleroit pas mauuaise. Vous y penserés et en decideres, car je ne me suis point ouuert la dessus.

L'importance est que vos horloges pour la terre et pour la mer soient icy et qu'on les puisse voir. Selon cela on fera plus ou moins hardi à faire l'affaire, et dans le doute dont je vous ay parlé deuant, on n'entrera pas aisement en pour-parler de rien. Ne penserés vous point au reste à la publication de ces Traités que vous destinastes des l'année passée pour offrande au Roy, et que j'ay promis a Monsieur Colbert qui paroïtront bientôt, sur ce que vous men escriuistes dans vos precedentes? N'y perdés point de temps si vous m'en croyés. Je scauois la pensée de sa Majeste pour vous euoquer en ce pais, mais je ne vous en auois rien voulu escrire parce que je lauois en confidence, et je ne vous en eusse mesme

rien dit icy si Monsieur Vossius ne m'auoit point mandé en s'en resjouissant que vous le luy auies appris. Je luy mande que c'est vn Secret qui n'a pas encore toute sa façon et qu'il est à propos de le garder jusques a ce que de deça on ait trouué a propos de le laisser connoître. Si cela s'accomplit quelle joye pour moy d'auoir fait le premier connoître a nostre Cour ce que vous valés et jetté les fondemens d'une affaire qui vous attireroit à nous et qui en mon particulier me feroit d'une consolation extreme. Je ne souhайте rien dauantage et suis avec mon ordinaire passion

MONSIEUR

Vostre tres humble et tresobeissant seruiteur

CHAPELAIN.

De Paris, ce 9 juillet 1665.

N^o 1431.

J. HUDDE à CHRISTIAAN HUYGENS.

20 JUILLET 1665.

La lettre se trouve à Leyden, coll. Huygens.

Elle est la réponse au No. 1427. Chr. Huygens y répondit par le No. 1434.

MIJN HEER

In mijne laatste *) meenden ik zo verkeert te wezen van alles wel te hebben gerekent, steunende, gelijk ik UEdelheijt schreef, op twe verkeerde calculatien

Traduction:

MONSIEUR

Dans ma dernière *) je croyais être si sûr d'avoir bien calculé le tout (m'appuyant, comme je vous l'écrivais, sur deux calculations diverses faites suivant deux voies diffé-

*) Consultez la Lettre N^o. 1422.

door twe verkeerde wegen gemaakt, en zijnde geen nieuwe maar dezelfde daar ik de voornaamste quaestien in uw Tractaatjen van Rekening in spelen van geluk begrepen, door hadde gecalculeert, en selfde uitkompften met UEdelheijt bevonden; dat ik geen correctie van mijne gevonden uitkompften te gemoet heb gezien, maar wel in tegendeel hadde verwacht, dat UEdelheijt de foute van zijne verschillende uitkompften, gelijk ik de mijne aangaande d're quaestie hadde ondekt en UEdelheijt bekent gemaakt, ook zouw hebben uitgevonden, en datwe alsoe eens accorderende, met UEdelheijts antwoord een einde van deze dobbelrekeningen zouwden hebben gemaakt: Maar ik bekent, noit is mij iets meerder ontschooten, nochte onverwachter voorgekoomen, als UEdelheijts laatste vanden 7 dezer zijnde d'antwoord op deze mijne voorgaande, in welke dat ik zie dat UEdelheijt de moeite heeft genomen van zijne meditatie, die door eenige tufschekomende tijd hem eenigzints ontschooten waaren, weder met lust te hervatten, en echter eindelijk dezelfde uitkompfte van $\frac{207}{343}$, in plaats van de

mijne $\frac{9}{245}$, wederom als vooren hadde bekoomen, voegende daar bij dat hij niet en twijfelde, of ik zouwde, mijn rekeninge naziende, zijne uitkompft waar bevinden. daarenboven dat zijn Edelheijt in mijne voorgestelde quaestie van Gelijkwaardig spel wel hadde bevonden dat zijne eerste gegeven facit, toevoegende aan B een gelijk getal van witte als swarte schijven, onrecht was, maar ook daar

rentes et qui n'étaient pas nouvelles mais les mêmes par lesquelles j'avois calculé les principales questions comprises dans votre petit Traité de „Rekening in spelen van geluk“, et obtenu les mêmes résultats que vous), que je n'ai pas prévu de correction de mes résultats obtenus, mais que, bien au contraire, je m'étais attendu à ce que vous eussiez aussi découvert la faute de vos résultats différents, comme moi j'avois trouvé la mienne à l'égard de la 1^{re} question et vous en avais fait part, et que, en nous accordant une fois, nous aurions fait par votre réponse une fin à ces calculs de jeux de hasard. Mais j'avoue que jamais rien ne m'a frappé plus, ni paru plus inattendu, que votre dernière du 7 courant qui est la réponse à ma précédente; dans laquelle je vois que vous vous êtes donné la peine de reprendre avec ardeur vos méditations, qui vous étaient plus ou moins sorties de mémoire après quelque temps de relâche, et que pourtant à la fin vous avez trouvé le même résultat qu'auparavant de $\frac{207}{343}$, au lieu du mien $\frac{9}{245}$; vous y ajoutiez que vous ne doutiez aucunement que moi, en revifant mes calculs, je trouverais que votre résultat était le vrai. En outre, que dans la question de jeu équivalent, posée par moi, vous aviez bien trouvé que le premier résultat annoncé, de donner à B un même nombre de jetons blancs et de noirs, n'était pas juste, mais aussi que le mien, donnant

nevens dat het mijne, gevende aan B 3 swarte tegens 2 witte, niet en was het rechte, maar dat zijn Edelheijt, stellende de rede der witte tot de swarte schijven als c tot d , kreeg deze aequatie $c \propto \frac{1}{6}d + \frac{1}{6}\sqrt{37dd}$, zulx dat alhier de proportie der witte en swarte schijven in geen rationale getallen zouw konnen gegeven werden. Voorts, zo zijn Edelheijt de reden van de witte tot de swarte van A, die eerst werpt, met mij stelde te zijn als a tot b , en van B als c tot d , dat hij, om de kanzen gelijkwaardig te maaken, voor den generalen regel kreeg, deze aequatie $cc \propto \frac{dc + aadc}{ab + bb} + \frac{add}{b}$, in plaats van de mijne $c \propto \frac{ad}{a+b}$. En eindelijk dat dit groote verschil, nevens 't geene ik hadde geschreven dat mijne quaestie van gelijkwaardigh spel, na mijne methode, lichter viel 't ontbinden als zijne Edelheijts eerste van kruis of munt, hem dede vast gelooven dat wij gantsch verscheijde wegen volghde; doch dat zijn Edelheijt zo wel zich vertrouwde op deze zijne boventsaande regel, dat hij volgens dezelve wel een kans zouwde derven waagen, zullende neemen de partije van A of B die men hem zouwde willen geven; maar, indien ik van gelijken aan zijn Edelheijt presenteerde met mijnen regel te willen doen, dat hij vande winst zich zouwde verzekert houwden: want nemende de partije van A, en mij die van B latende, zo zouwder, zo men aan A 10 witte en 1 swarte gaf, volgens mijn regel voor B koomen 10 witte en 11 swarte schijven; waar uit (voegt er zijn Edelheijt bij) het

à B 3 jetons noirs contre 2 blancs, n'était pas le vrai non plus; mais qu'en supposant la proportion des jetons blancs aux noirs comme de c à d , vous obteniez cette équation $c \propto \frac{1}{6}d + \frac{1}{6}\sqrt{37dd}$, de forte que dans ce cas-ci la proportion des jetons blancs et noirs ne saurait être trouvée en nombres rationnels. Puis, eu supposant avec moi que pour A, qui jette le premier, la raison des jetons blancs et noirs était comme a à b et pour B comme c à d , vous aviez trouvé, comme règle générale pour rendre les chances équivalentes, cette équation $cc \propto \frac{dc + aadc}{ab + bb} + \frac{add}{b}$, au lieu de la mienne $c \propto \frac{ad}{a+b}$. Et enfin que cette grande différence, jointe à ce que j'avais écrit que ma question de jeu équivalent, suivant ma méthode, était plus facile à résoudre que votre première de croix ou pile — vous faisait croire fermement que nous suivions des voies tout à fait différentes; mais que vous aviez tant de confiance en votre sùluite règle, que vous oferiez bien risquer une chance suivant celle-là en prenant la partie de A ou de B qu'on voudrait vous donner; mais que vous seriez sûr du gain, si de même je vous offrais de le faire suivant ma règle; car en prenant la partie de A et me laissant celle de B, et en supposant qu'on donne à A 10 jetons blancs et 1 noir, il viendrait pour B, suivant ma règle, 10 jetons blancs et 11 noirs: de là

oogenschijnlijk blijkt, dat de kans van A beter is als die van B, ja noch beter als men de proportie der witte tot de swarte van A noch grooter steld: En dat A in deze van 10 tot 1, volgens den regel die zijn Edelheijt daar toe hadde, zouwde winnen $\frac{105}{131}$ van 't geen ieder reijse ingezet wiert. Edoch evenwel dat zijn Edelheijt eenzelve uitkompft met mij hadde gevonden op zijne laatste quaestie van kruis of munt om de kanzen van A en B gelijk te maaken, te weeten dat ieder van eersten aan $\frac{2}{3}$ van een ducet zouw moeten inzetten.

Wat meend U Edelheijt wel dat mijne gedachten waaren toen ik dit altemaal voor d'1^e mael quam te lezen? want ik zag toen voort wel dat wij in geen van onze 4 quaestien, schoon d'uitkompften der eerste en laatste wederzijts dezelve waaren, noch koften geoordeelt werden te accorderen, gemerkt de generale regel die U Edelheijt op diergelijke quaestien hadde, met de mijne niet en kost overkoomen, dewijl anders deze uwe twe uitkompften $\frac{207}{343}$, en deze laatste $\frac{105}{131}$, hadden moeten accorderen met de mijne $\frac{9}{245}$, en o. maar dat waarschijnlijk deze overeenkompft in deze eerste en laatste quaestie was ontfaan uit de gelijkheijt der voorzegde letters a, b, c, d , die in d'andere ongelijk werden gestelt.

(ajoutez-vous) il résulte évidemment que la chance de A est meilleure que celle de B, et qu'elle deviendrait encore meilleure, si l'on augmentait la proportion des jetons blancs aux noirs de A. Et que A, dans ce cas de 10 contre 1, suivant la règle que vous aviez pour cela, gagnerait $\frac{105}{131}$ de ce qui chaque fois avait été mis. Mais que pourtant dans votre dernière question de croix ou pile, pour rendre égales les chances de A et de B, vous aviez trouvé le même résultat que moi à favoir que dès le commencement chacun devait mettre $\frac{2}{3}$ d'un ducat.

Quelles purent bien être, croyez-vous, mes pensées, quand je vins à lire tout cela pour la 1^e fois? Car je vis bien tout de suite que nous ne pouvions plus être censés nous accorder dans aucune de nos 4 questions, quoique dans la première et la dernière les résultats fussent les mêmes de part et d'autre; attendu que la règle générale que vous aviez pour des questions semblables ne saurait être conforme à la mienne, puisque autrement vos deux résultats $\frac{207}{343}$ et ce dernier $\frac{105}{131}$, auraient dû concorder avec les miens $\frac{9}{245}$ et o; mais que probablement l'accord dans ces questions première et dernière était né de l'égalité des lettres sùlites a, b, c, d , qui dans les autres furent supposées inégales.

d'Eerste gedachten vielen op mijn zelfs, zouwd ik wel mij wederom hebben misrekent? daar is evenwel weynig waarschijnlijkheit, gemerkt ik alles door 2 verscheide methode, en die mij de rechte uitkomst hebben gegeven in andere quaestien, heb gerekent, en accorderende bevonden. Maar dat uw in d'1^{re} quaestie is gebeurt, kan uw dat niet wederom in d'andere ontmoeten? ja: maar ik weet ook dat 't fundament van die fout bij nacht, uw al half slapende, geleijt is, en dat ik met veel wakkerder zinnen d'andere rekeningen heb bijgewoont. Zal dan d'Heer van Zuilichem, hebbende nu mijnen generalen regel, zijnde, gelijk andere, vandie natuur, dat alleen een exempel onder oneindige, en welke gemeenlijk licht is te determineren, haar valscheijt, zo ze niet goet is, kan aanwysen, wederom op nieuws gemist hebben? Infonderheit, daar hij zijn voorgaande raiffonnementen bij na geheel vergeeten hebbende, de zaak met lust wederom hervat heeft? daar docht mij was noch minder waarschijnlijkheit in; te meer als ik te gelijk daar bij voegde die bijzondere oefening en geslepenheid van gedachten die UEdelheit omtrent de Speelen van Geluk boven anderen heeft bekoomen; en voor al zo ik met eenen quam te gedenken aan de rang die zijn Edelheit onder de Geleerde, en d'uitstekentste Wiskonstenaars dezer eeuw tegenwoordigh bekleet. Zeker, had ik toen gehouwen geweest een kansje op de boventaande conditien mer UEdelheit te waagen, ik had wel iets willen verliezen om ontslaagen te mogen wezen. ik zeg, wel iets, want toenmaels niet present hebbende

Mes premières pensées tombèrent sur moi-même. Me ferais-je peut-être de nouveau trompé dans mon calcul? Pourtant il y a peu de probabilité à cela, attendu que j'ai tout calculé par 2 méthodes différentes et qui m'avaient donné les vrais résultats dans d'autres questions, et que je les ai trouvées d'accord. Mais ce qui vous est arrivé dans la 1^{re} question, cela ne peut-il pas se rencontrer dans les autres? oui vraiment; mais je fais aussi que le fondement de cette faute a été posé dans la nuit, pendant que vous dormiez à moitié, et que moi j'ai été présent à mes autres calculs avec des sens beaucoup plus éveillés. Est-ce que le seigneur de Zuilichem, — étant maintenant en possession de ma règle générale qui, comme d'autres, est de telle nature qu'un seul exemple parmi un nombre infini, et d'ordinaire un exemple facile à déterminer, peut indiquer sa fausseté quand elle n'est pas bonne, — se serait donc encore mépris? Et cela lorsque, ayant presque totalement oublié ses raisonnements antérieurs, il a de nouveau repris l'affaire avec ardeur? Voilà qui me semblerait encore moins probable, en particulier si je tenais compte de cette habileté et finesse d'idées que vous avez acquises, à un plus haut degré que d'autres, en matière de jeux de hasard: et surtout quand en même temps je venais à considérer le rang que maintenant vous occupez parmi les sçavants et les plus excellents Mathématiciens de ce siècle. Certes, si alors j'avais été tenu à risquer une chance avec vous sous les conditions susdites, j'aurais bien voulu perdre quelque chose pour en être dispensé. Je dis: „quelque chose”, car n'ayant alors point

mijne redenkavlingen, en nietemin noch zeer wel indagtig zijnde wat aandagt ik daar omtrent hadde gehat, zo vertrouwde ik noch al iet op mijne eigene krachten. Echter op die tijd liet ik de zaak in medio, en schorte mijn oordeel op tot nader examen. Ik stond reijfwaardigh om land-waert mijn vermaak wat te zoeken, en buiten 't kriool en gewoel der stedelingen mijn zinnen wat te vergaaren, die naaft eenigen tijd door de rampzaligheden vande gemeene Staat zo vrij wat verstroijt en verwijdert waaren; ja een proef bij deze gelegenheit op mijn zelfs te doen, hoever ik mij in deze bekommerlijke tijden, gerust, en buiten alle vrees, souw konnen stellen. Maar ik zie dat de grootte bergen leggen tusschen doen en zeggen. datter niet lichter is als de weg tot de gerulheit uit te vinden, en niet fwaarders als die te bewandelen:

*Rex est qui metuit nihil.
Rex est qui que cupit nihil.*

'T zy zo, maar roeit de vrees en de begeerte eens uit. Hoc opus, hic labor est. Dit dan, mijn Heer, als mede eenige andere vermakelijke oefening, heeft mij een dagh 5 a 6 hier op 't land bezigh gehouden, en niet toegelaaten, dat ik deze antwoord UEdelheit eerder afvaardighde.

In't herlezen dan van UEdelheijts brief zo zijn mijn gedachten 't eerst gevallen

présents mes raiffonnemens, et néanmoins me souvenant fort bien de l'attention que j'y avais donnée, je me fais quelque peu à mes propres forces. Pourtant je laissai à ce moment la chose in medio et suspendis mon opinion jusqu'à nouvel examen. J'étais près de me rendre à la campagne, pour y chercher quelque délassement et, hors du fourmillement et de l'agitation des citadins, rassembler mes idées, qui depuis quelque temps avaient été bien distraites et dispersées par les malheurs de la République; et même pour faire une expérience sur moi-même, savoir jusqu'à quel point, dans ces temps troublés, je pourrais me tenir tranquille et exempt de toute crainte. Mais je vois que les plus hautes montagnes se trouvent entre le faire et le dire, que rien n'est plus facile que de découvrir le chemin qui mène à la tranquillité et rien plus difficile que de le suivre:

*Rex est qui metuit nihil.
Rex est qui que cupit nihil.*

Ainsi soit-il, mais déracinez un peu la peur et le désir. Hoc opus, hic labor est. Ceci donc, Monsieur, comme aussi quelque autre exercice amusant, m'a occupé ici à la campagne pendant 5 ou 6 jours, et n'a pas permis que je vous envoyasse plus tôt cette réponse.

En relisant votre lettre, mes pensées font d'abord tombées sur cet exemple dont

op dat exempel waar uit UEdelheijt zeijt *oogenfchijnlijk* te blijken, dat de kans van A (volgens mijn regel) beter is als die van B, en noch beter, almen de proportie der witte tot de fwarte van A noch grooter feld; welke kans nochtans volgens den eyfch gelijk moft zijn. Zulx dat d'ongoehteyt van mijnen regel hier dan oogenfchijnlijk zoude getoont weezen. Toen ik dit een wejnig had nagedagt, en niet konnende vinden dat zijn Edelheijt hier in gelijk hadde, maar wel recht in tegendeel, namentlijk, dat de goetheijt van mijnen regel zelfs oogenfchijnlijk in dit exempel, en ook zelfs noch beter als men de proportie der witte tot de fwarte fchijven van A noch grooter nam, niet alleenlijk bleek maar ook demonftratiefelijk d'ongoehteyt van zijn Edelheijts regel daar in uitfak, dat deed mij wederom wat beter moet krijgen, en mijn kans willigen, ook zowel, dat wij hadden moeten fpeelen na onfe regels, ik 't fpel egael na de mijne, maar groote winft na d' uwe, zouw gerekent hebben jndien UEdelheijt de kans van A, ik die van B hadde aangenoomen. Zulx dat ik op't ouwde geloof aan, (want op die tijd had ik mijn rekeninge en ratiocinaten omtrent dezelfde, noch niet overzien,) noch wel 2 kanfen op uwe gepreefenteerde conditien had durven en willen waagen.

Nu dat ik bij de kans van B, aan UEdelheijt die van A latende, voordeel zow hebben zowe na zijn Edelheijts regel fpeelde, is notoir, zo men alleenlijk let, datter noch bij A noch B kan verlooren werden ten zij A eerft een ducaet heeft ingezet: *Want zo A voor d' 1^{re} mael trekkende een witte fchijf aantrefst, zo is het fpel uit ^a*, en niemand verliet of wint daar iets bij, maar elk blijft in zijn geheel, ge-

il fuit *evidemment*, dites-vous, que la chance de A (fuivant ma règle) est meilleure que celle de B, et encore plus quand on fuppoſe encore plus grande la proportion des jetons blancs aux noirs de A, laquelle chance pourtant devrait être égale d'après les conditions. De forte qu'ainſi ferait démontrée à l'évidence la défecſuofité de ma règle. En y réfléchiffant quelque peu, je ne pus trouver que vous aviez raifon; bien au contraire, non feulement la juſteſſe de ma règle apparailſait à l'évidence dans cet exemple, et même encore plus quand on prenaît la proportion des jetons blancs aux noirs de A encore plus grande, mais auſſi la défecſuofité de votre règle y reſſortait d'une manière démonſtrative. Cela me rendit un peu de courage et me fit trouver ma chance meilleure, à tel point que, ſi nous avions dû jouer fuivant nos règles, j'aurais jugé la partie égale fuivant ma règle, mais très avantageuſe pour moi fuivant la vôtre, ſi vous aviez pris la chance de A, moi celle de B. De forte que fuivant ma foi ancienne (car à cette heure je n'aurais pas encore revu mes calculs et mes raifonnemens ſur cette queſtion) j'aurais bien ofé et voulu riſquer 2 chances aux conditions offertes par vous.

Qu'avec la chance de B, et en vous laiffant celle de A, j'aurais profité en jouant fuivant votre règle, cela est manifeſte, ſi feulement on fait attention que ni A ni B ne peuvent perdre, à moins que A n'ait mis premièrement un ducat. *Car lorsque A en tirant pour la 1^{re} fois amène un jeton blanc, le jeu est fini ^a* et perſonne ne perd ni ne gagne rien

merkt er in 't begin van 't fpel niets is ingezet, en datter gelijk-fpel wert gepreefupponceert, dat is, dat de conditien eer 't fpel is begonnen van A zo goet zijn als die van B, en in tegendeel die van B als die van A: Zo dat het dan eveneens is of A eerft trekt, dan of hij 1 ducaet inzet en B laat trekken. Jndien dan nu B meerder of maar gelijke kans heeft tot deze ducaet te trekken als tot een nieuwe bij te zetten, ofte dat het zelfde is, *meerder of maar evenveel witte als fwarte fchijven heeft, zo zal immers nootzaakelijk de conditien van B beter moeten zijn, en noch zoveel te beter als B meerder witte als fwarte heeft, dewijl de witte het fpel doen winnen.* Want laatenwe aan B maar eens toevoegen evenfoevol witte als fwarte fchijven; dewijl nu A een ducaet heeft ingezet, en dat B moet trekken, zo iſt notoir, na gelijk-fpel dat alsdan B met het trekken van een fwarte fchijf nootzaakelijk een ducaet moet verliezen, die A dan nevens de zijne zoude na zich haalen; maar zo nu beide deze op't trekken van een fwarte fchijf blijven ſtaan, zo kan A voor de 2^e mael trekkende, en een witte aantreffende, daar mede geen voordeel doen, maar alleenlijk genieten, 'tgeen hem alreets na gelijk-fpel toequam, maar een fwarte aantreffende, moet hij weder een ducaet bijzetten, zo dat B dan niet alleenlijk een trek behout van gelijke kans op deze nieuwe inleg van A, maar ook op de voorgaande 2 ducaten die aan A alreets toequaamen; zulx dat, zo B komt een witte te trekken hij alreets 2 ducaten meer als na gelijk-fpel zou winnen, zo een fwarte, komt hij alleenlijk een ducaet, die aan A nu al toekomt, bij te zetten.

en ce cas, mais chacun reſte dans ſon entier, attendu qu'au commencement du jeu rien n'a été mis, et que l'on a ſuppoſé jeu égal: c'est-à-dire, ſuppoſé qu'avant le commencement du jeu les conditions de A ſoient auſſi bonnes que celles de B, et réciproquement celles de B que celles de A. De forte qu'il est indifférent que A tire le premier, ou qu'il mette un ducat et laiffe tirer B. Si maintenant B a plus grande chance, ou feulement chance égale, de tirer ce ducat que d'en mettre un nouveau, ou, ce qui revient au même, *ſ'il a plus, ou feulement autant, de jetons blancs que de noirs*, alors certes la condition de B devra néceſſairement être la meilleure, et d'autant meilleure, que B a plus de jetons blancs en proportion des noirs, puiſque les blancs font gagner la partie. Car, donnons feulement à B autant de jetons blancs que de noirs; comme A a mis un ducat et que B doit tirer, il est manifeſte, à jeu égal, que B en tirant un jeton noir doit néceſſairement perdre un ducat, que A empocherait alors avec le ſien; mais ſi, après le tir d'un jeton noir, ces deux ducats reſtent au jeu, A en tirant la 2^e fois, et tombant ſur un jeton blanc, n'en aura pas de profit, mais jouira feulement de ce qui lui revenait déjà fuivant le jeu égal; mais amenant un jeton noir, il doit de nouveau mettre un ducat, de forte que B non feulement conferve un tour de chance égale ſur cette nouvelle miſe de A, mais encore ſur les 2 ducats qui déjà appartenaient à A; ce qui fait que ſi B vient à tirer un jeton blanc, il gagnerait déjà 2 ducats de plus que fuivant le jeu égal, mais ſ'il tire un jeton noir, il lui faut feulement mettre un ducat, qui maintenant déjà revient à A.

Waar uit dan blijkt dat B noch altijd zou behouden eenige portie in 't geen hij na Gelijkspel alreets verlooren had, en derhalven zoveel advantage daar bij hebben. Hoeveel te meerder advantage heeft B dan zo hem meerder witte als swarte schijven toegevoeght werden.

Zo men dan nu aan A geeft 10 witte en 1 swarte schijf, zo zullender voor B (volgens UEdelheijts regelte) meer als 9 mael zoveel witte als swarte koomen, en zo men aan A geeft 100 witte en 1 swarte, zo zullender voor B meer als 99 mael zoveel witte als swarte koomen, en zo voorts zal de proportie der witte tot de swarte schijven van B noch groter werden zo men de proportie der witte tot de swarte van A noch groter stelt, en derhalven de kans van B om te winnen ook geduurigh toeneemen. Zulx dat hier uit dan demonstratovelijk blijkt dat UEdelheijts bovenstaande regel nier goet kan zijn.

Voorts dat ook uit dezelfde exempelen *oogenfchijnelijk* de goetheit van mijnen regel gezien wort, blijkt hier uit, dat B voor eerst na dezelfde *noijt zoveel witte als swarte schijven kan hebben*, en dan voorts uit de nette proportie die 'er in d'exempels wort waargenoomen, die ons, gelijk ook de reden mebrengt, toonen, dat, hoe de proportie van de witte tot de swarte schijven van A groter is, hoe die van de witte tot de swarte van B gelijker wort: Want zo men aan A geeft 10 witte en 1 swarte, zo koomender voor B 10 witte en 11 swarte; zo men aan A geeft 100 witte en 1 swarte, zo koomender voor B 100 witte en 101 swarte; zo men aan A geeft 1000 witte en 1 swarte, zo koomender voor B 1000 witte en 1001

D'où il résulte que B garderait encore toujours quelque portion de ce qu'il avait déjà perdu d'après le jeu égal, et que, par conséquent, il y aurait avantage d'autant. Combien plus d'avantage aurait donc B, si on lui donnait plus de jetons blancs que de noirs.

Lorsque maintenant on donne à A 10 jetons blancs et 1 noir, il viendra pour B (suivant votre petite règle) plus de 9 fois autant de jetons blancs que de noirs, et si l'on donne à A 100 jetons blancs et 1 noir, il viendra pour B plus de 99 fois autant de jetons blancs que de noirs; et ainsi de suite, la proportion des jetons blancs aux noirs de B s'accroissant encore si l'on prend la proportion des jetons blancs aux noirs de A encore plus grande. De sorte que de ceci il résulte démonstratovelijk que votre règle susdite ne saurait être bonne.

Ensuite, que la justesse de ma règle est mise en évidence dans les mêmes exemples, c'est ce qui ressort, d'abord, de ce que, d'après eux, B ne saurait jamais avoir autant de jetons blancs que de noirs; et puis de la belle proportion que l'on observe dans les exemples, lesquels nous montrent, comme de raison, que plus la proportion des jetons blancs aux noirs de A est grande, plus aussi celle des jetons blancs aux noirs de B tend vers l'unité. Car si l'on donne à A 10 jetons blancs et 1 noir, il vient pour B 10 jetons blancs et 11 noirs; si l'on donne à A 100 jetons blancs et 1 noir, il vient pour B 100 jetons blancs et 101 noirs; si l'on donne à A 1000 jetons blancs et 1 noir, il vient pour B 1000 jetons blancs et 1001 noirs. Et l'on voit

swarte. En dat nu dit de reden ook leert, wort licht gezien, zo men alleenlijk 't voorgaande gedenkt, namentlijk datter niet gewonnen noch verloren kan werden ten zij A eerst een ducaet inzet; want B daar na trekkende moet zoveel te nader koomen aande gelijke kans om te winnen of een ducaet in te zetten, als A groeter kans heeft, B mis-trekkende, om te winnen.

Wat nu ook d'andere quaestie belangt daar UEdelheijt voor 't facit geeft $\frac{207}{343}$, daar zal hij ook klaar zien in gemist te hebben, zo hij alleenlijk maar eens geliefte te rekenen wat A van B souw winnen blijvende alle dezelfde conditien der quaestie uitgenoomen alleen dat A niet gehouwen zal zijn oit iets in te leggen, maar alleen B, die dan alleen ook maar zal kunnen verliezen. En een goede calculatie zal zijn Edelheijt als dan toonen, dat zelfs de conditien van A in deze gelegenheit nu A zelfs niets kan verliezen, en echter B eveneens verbonden blijft, geen $\frac{207}{343}$ van een ducaet waart is, maar niet meer als $\frac{12}{49}$. Infgelijx in dit laatste exempel daar A 10 witte en 1 swarte schijf heeft, en B 10 witte en 11 swarte, en daar volgens den regel die UEdelheijt daar tocheeft, A zoude winnen $\frac{105}{131}$ van 't geen ieder reijfse ingezet is, zoude A maar kunnen winnen van B, indien A,

facilement que la raison nous apprend la même chose, si seulement on se souvient de ce qui précède, savoir, qu'il ne peut y avoir ni gain ni perte avant que A n'ait mis d'abord un ducat; car B, tirant ensuite, doit approcher d'autant plus de la chance égale de gagner ou de mettre un ducat, que A a une chance plus grande de gagner, lorsque B tire à faux.

Quant à ce qui regarde l'autre question, pour laquelle vous donnez le facit $\frac{207}{343}$, vous verrez aussi clairement y avoir failli, si seulement vous voulez calculer ce que A gagnerait de B dans le cas où toutes les conditions de la question resteraient les mêmes, à cela près que A ne ferait point tenu de jamais mettre quelque chose, mais seulement B, qui alors ferait aussi le seul qui pourrait perdre. Et un bon calcul vous montrera que la condition de A dans cette circonstance, où A ne pourrait même rien perdre et où B reste engagé comme précédemment, ne vaut point $\frac{207}{343}$ d'un ducat, mais seulement $\frac{12}{49}$. Egalement dans ce dernier exemple, où A a 10 jetons blancs et 1 noir, et B 10 jetons blancs et 11 noirs, et où, suivant la règle, que vous avez pour cela, A gagnerait $\frac{105}{131}$ de ce qui a été mis chaque fois, vous verrez que A, lors même que, comme ci-devant, il ne ferait pas tenu de jamais mettre quelque

gelijk als vooren, zelfs niet gehouwen zouw zijn oit iets in te leggen, $\frac{21}{440}$ van 't geen ieder reijfe ingezet moet werden; en dienvolgens ist notoir dat A noch minder moet winnen indien hij daar nevens ook gehouwen zij in te zetten, dewijl dit aan A geen voordeel maar alleen verlies kan aanbrengen.

Dewijl nu UEdelheijts generalen Regel, die op deze laafte paf, ook nootzaaklijk applicabel moet zijn op de voorgaande, als mede op UEdelheijts eerfte quaefte van kruis of munt, zo blijkt klaarlijk datwe na dezelfde, in't facit van de eerfte, en bij gevolg ook vande laafte quaefte, die daar uit met zeer weijnigh verandering vloeit, bij geval ook maar eenfelvige uitkompften kunnen vinden.

En nu geloof ik is UEdelheijt noch al zo zeer verwondert als ik was; want na ik merk, zo en verwachtte hij geene correctie op zijne correctien, fchoon hij het contrarie in't einde van zijn brief, doch al lachende, zeide. En zal nu wel-licht met mij wel wederom op nieuws eens mecs-muijen, ziende datwe zoveel brieven nopende deze dobbel-quaefien over en weer gewiffelt hebben, en datwe noch niet verder geraakt, maar veel eer terug gegaan zijn, gemerkt er nu niet eene quaefte overgebleven is, in welke wij ons kunnen verzekeren volkomentlijk met den anderen te accorderen. Maar mij dunkt evenwel dat het nu tijt begint te worden om een eind van deze zaak te maaken die ruim lang genoeg geduurt heeft. de kortfte wegh daar toe zal dan zijn, dat ik UEdelheijt toone een van

chofe, pourrait feulement gagner de B $\frac{21}{440}$ de ce qui chaque fois doit être mis; et par fuite il est manifeste que A devra gagner encore moins, si, en outre, il est tenu à mettre, parce que cela ne peut apporter du gain à A, mais feulement de la perte.

Or, comme votre règle générale qui s'adapte à cette dernière question doit nécessairement être applicable aussi aux précédentes, ainsi qu'à votre première question de croix ou pile, il s'enfuit clairement que d'après elle nous pouvons feulement par hafard trouver des résultats concordants dans le facit de la première question, et par conséquent aussi de la dernière, qui en découle avec très peu de changement.

Et maintenant je crois que vous êtes au moins aussi étonné, que je l'étais moi-même; car, à ce qu'il me semble, vous n'attendiez pas de correction à vos corrections, quoique vous disiez le contraire à la fin de votre lettre, mais feulement en badinant. Et peut-être fourirez vous maintenant de nouveau avec moi, en voyant que nous avons échangé tant de lettres de part et d'autre sur ces questions de jeux de hafard, et que nous n'en sommes pas plus avancés, mais que bien plutôt nous avons retrogradé, attendu que maintenant il n'est pas resté une seule question, dans laquelle nous puiffions affurer être tout à fait d'accord. Mais il me semble cependant qu'il commence à devenir temps de faire une fin à cette affaire, qui a duré bien affez longtemps. Le plus court chemin pour y arriver fera bien que je vous montre une de mes

mijne Methode, waar door ik alle onze voorgestelde dobbel-quaefien, welke in ordre de volgende 4 zijn, hebbe gefolveert, en waar door ik met eenen te gelijk zal kunnen aanwijfen 't geen ik hier boven aangaande UEdelheijts uitkompften $\frac{207}{343}$, en $\frac{105}{131}$ hebbe gezeijt.

1^e Quaefte bij UEdelheijt voorgestelt.

A en B werpen op met beurten kruis of munt op conditie dat die munt werpt een ducaet zal inzetten, maar die kruis werpt, zal alles strijken dat ingezet is. En A werpt eerft zijnde noch niets ingezet. de vrage is, hoeveel dat A verliest als hij dit spel aangaet, ofte hoeveel hij aan B zouwde kunnen geven om daar uit te mogen fcheijden? Tot antwoord hebben wij hier op wederzijts gegeven dat A hier bij fouwde verliesen $\frac{4}{27}$ van 1 ducaet.

2^e Quaefte bij mij UEdelheijt voorgestelt.

A en B trekken blindelinx bij beurten, A altijt uit 3 fchijven 1, van welke twe wit zijn en een fwart; B infgelijx altijt uit een zeker getal van witte en fwarte fchijven waar van de ratio onveranderlijk blijft; op conditie, dat die een

Méthodes, par laquelle j'ai résolu toutes les questions de jeux de hafard que nous avons proposées, qui dans leur ordre font les 4 suivantes; et ainsi je pourrai démontrer en même temps ce que j'ai dit ci-dessus à l'égard de vos résultats $\frac{207}{343}$ et $\frac{105}{131}$.

1^e Question proposée par vous.

A et B jettent à tour de rôle à croix ou pile, sous condition que celui qui jette pile, mettra un ducat, mais que celui qui jette croix ramera tout ce qui a été mis. Et A jette le premier, alors que rien encore n'a été mis. On demande, quel est le déavantage de A lorsqu'il engage cette partie, ou combien il devrait donner à B pour pouvoir en finir?

Nous avons tous les deux donné pour réponse, que A perdrait ainsi $\frac{4}{27}$ d'un ducat.

2^e Question proposée par moi.

A et B tirent à tour de rôle à l'aveuglette, A toujours un de 3 jetons, desquels deux font blancs et un noir; B également toujours d'un certain nombre de jetons blancs et noirs, dont la ratio reste invariable; sous condition que celui qui tire un jeton blanc

witte schijf trekt alles watter infaet genieten zal, maar die in tegendeel een swarte aantref, alijt een ducaet zal bijzetten, en A zal eerst trekken zijnde noch niets ingezet. de vrage is, zomen de conditie wederzijts gelijk-waardigh wil hebben, zulx datter, als A zal beginnen te trekken geen voordeel bij d'een noch d'ander zij, wat ratio datter zal moeten wezen tusschen de voorsejide witte en swarte schijven?

Deze begeerde ratio zeijt UEdelheijt te zijn als c tot d , zijnde $c \propto \frac{1}{6}d + \frac{1}{6}\sqrt{37dd}$; ofte generalijk $cc \propto \frac{dc + aadc}{ab + bb} + \frac{add}{b}$ zomen de reden der witte tot de swarte van A, die eerst werpt ⁴⁾, stelt te zijn als a tot b . En ik stelze als 2 tot 3, ofte generalijk $c \propto \frac{ad}{a+b}$.

3^e Quaestie bij UEdelheijt voorgestelt.

Indien in deze tweede quaestie B 2 swarte en 1 witte schijve heeft, de rest gestelt als daar; hoeveel wint of verliest A dan? UEdelheijt zegt dat A alsdan zouw winnen $\frac{207}{343}$ van een ducaet, en ik niet meer als $\frac{9}{245}$.

jouira de tout ce qui a été mis, mais que celui au contraire qui amène un jeton noir, ajoutera toujours un ducat; et A tirera le premier, lorsque rien n'a encore été mis. Si maintenant on veut avoir la condition équivalente de part et d'autre, de telle sorte que, A commençant à tirer, il n'y ait pas d'avantage pour l'un ni pour l'autre, on demande quelle ratio il devra exister entre les suldits jetons blancs et noirs?

Vous dites que cette ratio requise est comme c à d , c étant $\propto \frac{1}{6}d + \frac{1}{6}\sqrt{37dd}$; ou généralement $cc \propto \frac{dc + aadc}{ab + bb} + \frac{add}{b}$, lorsqu'on suppose que la raison des jetons blancs aux noirs de A, qui jette ⁵⁾ le premier, est comme a à b . Et moi je la trouve comme 2 à 3, ou généralement $c \propto \frac{ad}{a+b}$.

3^e Question proposée par vous.

Lorsque dans cette deuxième question B a 2 jetons noirs et 1 jeton blanc, le reste étant posé comme précédemment; combien est-ce que A gagne ou perd alors? Vous dites que A gagnerait alors $\frac{207}{343}$ d'un ducat, et moi pas plus de $\frac{9}{245}$.

⁴⁾ Lisez: trekt.

⁵⁾ Lisez: tire.

4^e Quaestie bij UEdelheijt voorgestelt.

A en B werpen op met beurten kruis of munt, op conditie dat die munt werpt een ducaet zal inzetten, maar die kruis werpt zal alles strijken dat ingezet is; en A zal eerst werpen. de vrage is, hoeveel dat A en B zouwden behooren van eersten aan in te zetten, te weten ieder een gelijke zomme, om te maaken dat de conditie van A en B gelijk wierden?

Hier op geven wij wederzijts een gelijke solutie, namentlijk $\frac{2}{3}$ van een ducaet voor ieders inlegh apart.

Om dan UEdelheijt mer eenen te toonen dat mijn voorgestelde quaestie van gelijk-spel lichter valt na mijn methode te calculeren als UEdelheijts eerste van kruis of munt, gelijk ik gestelt hadde, zo zal ik van dezelve beginnen, stellende de ratio der witte en swarte schijven zo van A als B, gelijk boven, en noemende, 't geen op 't trekken van een swarte schijf ingezet moet werden r . Ik confidereer dan voor 1. Datter wederzijts in dit Gelijk-Spel noch gewonnen noch verlooren kan worden ten zij A, die eerst werpt, kooome een swarte schijf te trekken ⁶⁾, en also r in te zetten: en derhalven dat het eveneens is of A eerst werpt ⁶⁾, dan of

4^e Question proposée par vous.

A et B jettent à tour de rôle à croix ou pile, sous condition que celui qui jette pile mettra un ducat, mais que celui qui jette croix râflera tout ce qui a été mis; et A jettera le premier. On demande, combien A et B devraient mettre en commençant, c'est-à-dire chacun une somme égale, pour faire que les conditions de A et de B deviennent égales?

Ici nous donnons tous les deux la même solution, favoir $\frac{2}{3}$ d'un ducat pour la mise de chacun à part.

Afin de vous montrer en même temps que la question de jeu égal que j'ai proposée, est plus aisée à calculer, suivant ma méthode, que votre première de croix ou pile, ainsi que je l'avais représenté, je commencerai par celle-là, en posant la ratio des jetons blancs et noirs comme plus haut, tant de A que de B, et en appelant r ce qui doit être mis après qu'on a tiré un jeton noir. Or, je considère 1^o Que dans ce jeu égal on ne peut gagner ni perdre de part et d'autre à moins que A, qui jette le premier, vienne à tirer un jeton noir ⁷⁾ et ainsi à mettre r ; et par conséquent qu'il est tout un, que A jette ⁷⁾ le

⁶⁾ Lisez: trekt.

⁷⁾ Lisez: tire.

hij r inzet, en B laat werpen. Ten 2^{de} zo reken ik wat B uit Aas, en in tegendeel A uit Bees possible inlegh toekomt. dat is, wat Bees conditie waart zouw zijn zo A alleen verplicht was op 't trekken van een swarte schijf, r in te zetten; en wederom in tegendeel wat Aas conditie waart zou zijn, zo B alleen tot het inzetten verplicht was. Ten 3^e confidereer ik dat deze waardens aan malkander gelijk moeten zijn. En eindelijk ten 4^{den}, dewijl deze wederzijtsche waardens uitgedrukt werden door twee oneindige progressien waar van de ratio der termen eenzelvig is, dat dan nootzaaklijk, om d'evengrootheid haarder zommen, de wederzijtsche eerste termen aan malkander ook gelijk moeten zijn. Zulx dat

$$\begin{array}{l} \text{Bees 1^e term} \qquad \qquad \text{Aas 1^e term} \\ \text{dan } \frac{ber}{ca + cb + ad} \infty \frac{adbr}{a + b \text{ met } ca + cb + ad} \\ \text{en derhalven } c \infty \frac{ad}{a + b} \end{array}$$

gelijk ik voor 't generale facit hadde gegeven; ofte toegesapt tot dit casus, alwaar a is gelijk 2, $b \infty 1$, zo krijgt men $c \infty \frac{2d}{3}$ ofte $3c \infty 2d$, en derhalve ook voor de begeerde ratio der witte en swarte schijven van B als boven.

Voorts om UEdelheijts 1^e quaestie generaalkijk te solveren zo moet ik, na die methodus, confidereren voor 1 de zom van beide deze gezeijde progressien, en dan

premier, ou bien qu'il mette r et laisse tirer B. 2^o Je calcule ce qui revient à B de la mise possible de A, et réciproquement ce qui revient à A de la mise possible de B; c'est-à-dire ce que vaudrait la condition de B, si A seul était obligé de mettre r en tirant un jeton noir; et encore réciproquement ce que vaudrait la condition de A, si B seul était obligé de mettre. 3^o Je confidère que ces valeurs doivent être égales entre elles. Et enfin 4^o, comme ces valeurs de part et d'autre sont exprimées par deux progressions infinies, dont la ratio des termes est de même forme, qu'il faut nécessairement, à cause de l'égalité de leurs sommes, que leur premiers termes de part et d'autre soient égaux. De forte que

$$\begin{array}{l} \text{1^{er} terme de B} \qquad \qquad \text{1^{er} terme de A} \\ \frac{ber}{ca + cb + ad} \infty \frac{adbr}{(a + b) \text{ par } (ca + cb + ad)} \\ \text{et par conséquent } c \infty \frac{ad}{a + b} \end{array}$$

comme je l'avois donné pour le facit général; ou bien, en appliquant la règle à ce cas-ci, où a est égal à 2, $b \infty 1$, on obtient $c \infty \frac{2d}{3}$ ou $3c \infty 2d$, et par conséquent aussi, pour la ratio demandée des jetons blancs et noirs de B, comme ci-devant.

Ensuite, pour résoudre votre 1^e question généralement, il me faut confidérer, d'après cette méthode, en 1^{er} lieu la somme de ces deux progressions susdites, et puis en second

ten anderen noch d' 1^e werp van A voorzoveel hij kruis kan werpen, en 't spel daar mede uitmaken. dat is, den geene die voordeel bij 't spel hadde, zovveel voordeels doen verliezen. en eindelijk, dat, noemende x de beter of slimmer kans van B, dat deze waarde van d' 1^e werp van A voorzoveel hij kruis kan werpen, plus 't geen hem uit de possible inleg van B zouw toekoomen, gezamentlijk afgetrokken van 't geen B uit de possible inleg van A zou toekomen, evengelijk moet zijn aan x , dat is

$$\begin{array}{l} \text{ber met } ad + bd + ac + bc \text{ (2^o 8^o) } \frac{adbr + abcd}{ca + cb + ad} \square e \div \frac{a}{a + b} x \infty x \\ \text{En derhalven } \frac{ber \text{ met } bd + ac + bc - \frac{add}{c}}{ca + cb + ad} \square e \infty 1 + \frac{a}{a + b} \text{ met } x. \end{array}$$

Dit is dan mijnen generaalen Regel^e) op zodanige quaestien als UEdelheijts 1^e en 3^e, zulx dat zomen a, b, c, d elk stelt $\infty 1$, volgens d'inhout van d' 1^e, zo krijgt men $\frac{2}{9} r \infty \frac{3}{2} x$ en $x \infty \frac{4}{27} r$. Insgelijx, zomen stelt $a \infty 2, b \infty 1, c \infty 1, d \infty 2$, volgens d' inhout van de 3^e, zo krijgt men $\div \frac{3}{49} r \infty \frac{5}{3} x$, en $x \infty \div$

lieu encore le 1^{er} coup de A, en tant qu'il peut jeter croix, et finir ainsi le jeu, c'est-à-dire faire perdre à celui qui avait avantage à ce jeu, tout cet avantage; et enfin que, si l'on nomme x la chance meilleure ou pire de B, cette valeur du 1^{er} coup de A, pour autant qu'il peut jeter croix, plus ce qui lui pourrait revenir de la mise possible de B, étant soustraits ensemble de ce qui reviendrait à B de la mise possible de A, la différence doit être égale à x , c'est-à-dire

$$\begin{array}{l} \text{ber par } (ad + bd + ac + bc \text{ (2^o 8^o)} \frac{adbr + abcd}{(ca + cb + ad) \text{ quadrate}} \div \frac{a}{a + b} x \infty x \\ \text{et par conséquent } \frac{ber \text{ par } (bd + ac + bc - \frac{add}{c})}{(ca + cb + ad) \text{ quadrate}} \infty 1 + \frac{a}{a + b} \text{ par } x. \end{array}$$

Telle est donc ma règle générale^e) pour les questions semblables comme votres 1^e et 3^e; ainsi, si l'on pose a, b, c, d chacun $\infty 1$, suivant le contenu de la 1^e, on obtient $\frac{2}{9} r \infty \frac{3}{2} x$ et $x \infty \frac{4}{27} r$. Et de même, lorsqu'on prend $a \infty 2, b \infty 1, c \infty 1, d \infty 2$, suivant le contenu de la 3^e, on obtient $\div \frac{3}{49} r \infty \frac{5}{3} x$ et $x \infty \div \frac{9}{245} r$.

⁸) Ce signe \div est le signe de soustraction.

$\frac{9}{245}r$. Zulx dat volgens d' 1^e quaestie B zoude winnen $\frac{4}{27}$ van een ducacet, en volgens d' andere $\frac{9}{245}$ van een ducacet verliezen. gelijkwe ook UEdelheijt hadden gefchreven.

En nu kan hier ook met enen gezien werden de waarheijt van 't geen ik hier vooren aangaande uw Edelheijts gevonden uitkompste $\frac{207}{343}$ en $\frac{105}{131}$ gefegt hebbe: Want zo men alles confidereert als in de quaestien, uitgenoomen dat A niet gehouwdens zal zijn iets in te leggen op 't trekken van een swarte schijf, zo zalmen bevinden dat dit aan A alleen zal waart zijn $\frac{addbr + abcd}{ca + cb + ad} \square e$, evenfoveel als hier boven gerekent is dat A uit de poffible inleg van B zouw toekoomen, twelk dan in dit casus van de 3^e quaestie niet meer is als $\frac{12}{49}r$, ofte $\frac{12}{49}$ van een ducacet. En zomen stelt $a \infty 10$, $b \infty 1$, $c \infty 10$, $d \infty 11$, gelijk in 't ander casus, daar UEdelheije volgens zijnen regel vind dat A zouwde winnen $\frac{105}{131}$ van een ducacet, daar zou 't aan A niet meer waart zijn als $\frac{21}{440}r$, alles accorderende met 't geene wij hier vooren gezeijt hebben.

De forte que suivant la 1^e question B gagnerait $\frac{4}{27}$ d'un ducat, et que suivant l'autre il perdrait $\frac{9}{245}$ d'un ducat; comme je vous l'avois écrit.

Et maintenant l'on peut voir aussi en même temps la vérité de ce que j'ai dit plus haut par rapport aux résultats $\frac{207}{343}$ et $\frac{105}{131}$ trouvés par vous: Car si l'on considère tout de la même manière que dans les questions, hormis que A ne fera pas obligé de mettre quelque chose s'il tire un jeton noir, on trouvera que cela vaudra à A seulement $\frac{addbr + abcd}{(ca + cb + aa) \square e}$ tout autant que, d'après le calcul ci-dessus, il reviendrait à A de la mise possible de B, ce qui dans ce cas de la 3^e question n'est pas plus de $\frac{12}{49}r$, ou $\frac{12}{49}$ d'un ducat. Et lorsqu'on prend $a \infty 10$, $b \infty 1$, $c \infty 10$, et $d \infty 11$, comme dans l'autre cas, où vous trouvez suivant votre règle que A gagnerait $\frac{105}{131}$ d'un ducat, cela ne vaudra à A pas plus de $\frac{21}{440}r$, le tout en accord avec ce que nous avons dit plus haut.

Eindelijk en ten laaftten wat belangt de 4^e quaestie, die wort zo licht gehaalt uit deze voorgaande, dattet onnodigh is die 25 letters, die ik 'er omtrent toegebruik, hier bij te voegen. Wij zullen derhalven hier mede eindigen, en gelooven, dat w' ook 't eind van onze dobbel-quaestien hier mede fullen hebben bekoomen. ende blijven

MIJN HEER

VEdelheijts dienstwilligen dienaar

I. HUDDEN.

Den 20 Julij 1665 op't landt
even buiten de rook van Amsterdam.

^{a)} Dit wordt bij mij anders gestelt. [Chr. Huygens].

^{b)} Geenzins want A wint vrij wat, als hij ten eersten een witte treckt. [Chr. Huygens].

^{c)} desen Regel is valsch [Chr. Huygens].

En dernier lieu et finalement, pour ce qui regarde la 4^e question, on la déduit si aisément de cette précédente qu'il n'est pas nécessaire d'ajouter ici les 25 lettres que j'y emploie. Par conséquent nous terminerons ici, et croirons qu'ainsi nous sommes aussi parvenus au terme de nos questions de jeux de hasard. Je reste

MONSIEUR

Votre tres-humble serviteur

J. HUDDEN.

Ce 20 juillet 1665 à la campagne
justement hors de la fumée d'Amsterdam.

^{a)} Ceci je le prends autrement. [Chr. Huygens].

^{b)} Pas du tout, car A gagne assez notablement, lorsque au commencement il tire un jeton blanc. [Chr. Huygens].

^{c)} Cette règle est fautive. [Chr. Huygens].

N^o 1432.

CHRISTIAAN HUYGENS à LODEWIJK HUYGENS.

21 JUILLET 1665.

La lettre, la copie et la minute se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

A la Haye ce 21 Juillet 1665.

Voicy une horloge que nostre voisin vient de m'apporter et qui s'en ira demain par le bateau de . . . qui vous l'apportera a Zulichem.

Le frere de Zeelhem ¹⁾ avec Moggerphil ²⁾ et Monsieur van Leeuwen qui est parti hier pour les joindre a Hultt, feront un tour a Bruges et a Gand, ou l'on vend le cabinet de l'Evesque ³⁾ et feront de retour vers la fin de l'autre semaine comme je croy.

Pour mon voyage de France, voicy ce que Monsieur de Carcavy me mande aujourd'hui ⁴⁾.

Je luy ay mande ⁵⁾ la semaine paffee, que mon Pere m'ordonnoit de ne point partir qu'il ne fut de retour, et que cela estant bien juste, je n'esperois pas, qu'on me presseroit de venir si tost. Cependant si le Roy le desiroit, je ne scay s'il ne faudroit pas obeir. Mais il me tarde de veoir, ce que porteront ces ordres, car jusq' icy l'on ne particularize rien touchant les conditions et je ne scaurois en parler le premier, parce qu'il ne seroit pas honneste, et que je m'en suis remis a eux des le commencement.

la gazette que je mets icy dedans vous informera de ce qui se passe, les coutines Dorp pestent comme vous pouvez croire de ce que leur frere n'a pu rien obtenir ⁶⁾ ni pour la compagnie ni pour le major/chap que l'on a donné toutes deux a d'autres.

Mon Pere mande du 8^{me} qu'il faisoit estat de partir dans la semaine prochaine, pour Copet et de la en Bourgogne.

Mijn Heer Mijn Heer L. HUYGENS
op 't Huijs te Zuylichem
met een houte kassie gemerckt L. H. Z.

¹⁾ Constantyn Huygens.²⁾ Philips Doublet.³⁾ Carlo van den Bosch devint évêque de Bruges le 23 juillet 1650, et évêque de Gand le 8 juin 1660. Il mourut le 6 avril 1665 et laissa un beau cabinet de tableaux.⁴⁾ Voir l'Appendice N^o. 1433.⁵⁾ Nous n'avons pas trouvé la minute de cette lettre de Chr. Huygens à P. de Carcavy.⁶⁾ Consultez la Lettre N^o. 1437.N^o 1433.

P. DE CARCAVY à CHRISTIAAN HUYGENS.

[16 JUILLET 1665].

Appendice au N^o. 1432.*Extrait, qui se trouve à Leiden, coll. Huygens¹⁾.*

Depuis m'estre donné l'honneur de vous escrire par le dernier ordinaire ²⁾, j'ay veu Monsieur Colbert, qui m'a ordonné de vous mander que vous preniez la peine de disposer s'il vous plait de vos affaires, et des choses que vous jugerez necessaires pour vostre voiage, et qu'il vous envoie dans peu les ordres du Roy, la chose estant entierement arrestée, dont j'ay une joye particuliere &c.

N^o 1434.

CHRISTIAAN HUYGENS à J. HUDDE.

28 JUILLET 1665.

*La copie, la minute et le sommaire se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
La lettre est la réponse au No. 1431. J. Hudde y répondit par le No. 1445.*

Sommaire: Haest een eynd hebbe maer noch niet. Wonderlijke toevallen, ten deelen door mijn onachtzaamheyt, heb korts daer nac gedacht om de dubbelfinnigheyt, en foude het geschreven hebben.

Maer niet konnen gelooven dat hij in d'andere fin verfontden om dat in die fin komt $\frac{3}{2}$ Δ , maer sien nu dat hij het soo verstaen heeft.

In de fin die ick neem sal hij vinden dat alles accordeert, dat ick gefeght hebbe, en daer is swaerder. In sijn fin komt sijn eenen regel goed maer d'andere niet.

Miest aldus sijn. Verstaen sijn raiffonnement niet wel, noch de reden sijnner illustoir 't mijne is veel simpelder en kan hem niet onbekent sijn dewijl seer licht uijt mijn theoremeta werd geduceert en mede de progressien.

Refutatie van de sijne *a*, 1. *b*, 1. *c*, 1000. *d*, 1.

Hage den 28 Juli 1665.

MIJN HEER

Ick geloof dat wij nu haest een eynde fullen hebben van onse dobbelquestien, maer tot noch toe en hebben wij 't niet, ende ick sie met verwondering aen de

MONSIEUR

Je crois que maintenant nous aurons bientôt une fin à nos questions de jeux de hasard, mais jusq'ici nous ne l'avons point, et je vois avec étonnement les singuliers incidents,

¹⁾ Cette copie est de la main de Chr. Huygens.²⁾ Cette lettre de P. de Carcavy à Chr. Huygens, datée du 9 juillet 1665, ne s'est pas trouvée dans nos collections.

vreemde toevallen, die ons daer in soo langh ophouden. VE moet niet denken dat ick al lachende feyde in 't eynde van mijne laetste *) dat ick wederom eenighe correctie verwachtte, want ick vertroude noijt mij selfs soo veel toe als te gelooven dat ick in 't rekenen jae selfs in 't ratiocineren geen dwaelinghe onderworpen soude sijn; en ick ben nu noch veel blooder als te voren; siende dat de Heer Hudde naer dat hij sijn rekeninghe tot 2 a 3 maelen hadde overfien en met wackere sinen verbeteret 't geen hij al sluymerende gepeceert hadde, en alles door 2 verscheyde wegen uyt gevonden die hem de selfde uijtkomst gaven, siende, segh ick, dat hij niet tegenstaende dit alles sich heeft kunnen vergiffen. Hij sal hier van voorseecker vreemdt toe hooren, en noch meer als ick sal derven seggen dat in mijn rekeningen geen faut is geweest, en dat hij en ick op een selfde questie een selfde uytkomst krijgende, ick wel gereeckent hebbe en hij qualijck alle 't welcke ick nochtans onder correctie, alhier sal doen blijken. Ende beginnende van VE

$$\frac{bcr \text{ met } bd + ac + bc - \frac{add}{c}}{ca + cb + ad \text{ quadrate}} \infty 1 + \frac{a}{a+b}$$
 met x , soo segh ick dat VE volgens de selve spelende en de partije van A nemende apparent sijn gelt soude verliefen. want gevende aen A 1 witte en 1 swarte schijf, dat is stellende $a \infty 1$ en $b \infty 1$. maer aen B 1000 witte schijven en 1 swarte, so komt volgens

qui nous y retienent si longtemps. Vous ne devez pas penser que je badinais en disant à la fin de ma dernière *) que j'attendais de nouveau quelque correction, car jamais je n'ai eu une telle confiance en moi-même que de croire que dans le calcul et même dans le raisonnement je ne ferais pas sujet à l'erreur, et maintenant je fais encore bien plus timide que ci-devant, en voyant que Monsieur Hudde, après avoir revifié son calcul jusqu'à 2 ou 3 fois, et après avoir corrigé d'un esprit éveillé ce qu'il avait pêché en sommeillant, et ayant tout trouvé par 2 voies différentes, qui lui donnerent le même résultat — en voyant, dis-je, que nonobstant tout cela, il a pu se tromper. Il fera sans doute étrangement surpris d'entendre ceci, et encore plus quand j'oserai affirmer qu'il n'y a pas eu de faute dans mes calculs et que, lorsque lui et moi nous avons obtenu un même résultat pour une même question, moi j'ai calculé juste et lui mal. Tout cela je le ferai voir ici, pourtant sans correction.

En commençant par votre règle générale
$$\frac{bcr \text{ par } (bd + ac + bc - \frac{add}{c})}{(ca + cb + ad) \text{ quadrate}} \infty 1 + \frac{a}{a+b}$$
 par x , je dis que si vous jouiez suivant cette règle et preniez la partie de A, vous perdriez apparemment votre argent. Car donnant à A 1 jeton blanc et 1 noir, c'est-à-dire posant $a \infty 1$ et $b \infty 1$, mais donnant à B 1000 jetons blancs et 1 noir, il vient sui-

*) Consultez la Lettre N°. 1427.

defen regel $\frac{2000999}{4004001} r \infty \frac{3}{2} x$ dat is $\frac{4001998}{12012003} r \infty x$, soo dat x ofte de winste van B op ieder spel soude wesen min als $\frac{1}{2} r$, dat is $\frac{1}{2}$ van een ducate of van 't geen op het trecken van een swarte schijve ieder reyfe werdt ingeser. Als B dan aen A in 't begin van ieder spel $\frac{1}{2}$ van een ducate gaf soo soude VE meenen dat A wel toe quam. Maer dewijl A van eersten aen een kans tegen een heeft om gelijk te gaen, of om een ducate in te moeten setten, dat is, of om een ducate foo goedt als quijt te sijn, dewijl het 1000 tegen 1 is of B sal die wegstrijken, soo volght uijt het 1. voortfel van mijn Tractaten van dobbel rekeningen dat A seer weynigh min verliest als $\frac{1}{2}$ ducate, soo dat met het aennemen van $\frac{1}{2}$ ducate hij ontrent $\frac{1}{2}$ ducate op ieder spel soude toegeven. VE kan dan hier uijt verfaen dat sijn regel niet recht is, doch waer uijt eygentlijk de faute ontfaen is, en kan ick uijt het gheene hij van sijne methode maer ten halven heeft gelieven te explicieren, niet nae speuren. Maer door de mijne, die seer simpel is, en VE qualijck kan onbekent sijn, dewijl alleen het 3de voortfel van mijn voorzegde tractatien, beneffens de kenniffe der oneindige progressien daer toe van nooden is, door dese dan vind ick dat de waeren regel is

$$\frac{bcr \text{ met } bd + ac + bc - \frac{add}{c}}{ca + cb + ad \text{ quadrate}} \infty x$$

vant cette règle $\frac{2000999}{4004001} r \infty \frac{3}{2} x$, c'est-à-dire $\frac{4001998}{12012003} r \infty x$, de sorte que x ou le gain de B à chaque jeu serait moins que $\frac{1}{2} r$, c'est-à-dire moins que $\frac{1}{2}$ d'un ducat, ou de ce qui est mis chaque fois lorsqu'on tire un jeton noir. Si B donnoit donc à A au commencement de chaque jeu $\frac{1}{2}$ ducat vous penseriez que cela suffirait bien à A. Mais comme dès l'abord A a une chance contre une de rester au même point ou de devoir mettre un ducat, c'est-à-dire de perdre quasiment ce ducat puis-qu'il y a 1000 à parier contre 1 que B l'enlèvera, il suit du problème de mon petit traité des calculs de jeux de hasard, que A perd très peu moins d'un demi ducat, de sorte qu'en acceptant $\frac{1}{2}$ de ducat, il ferait à chaque jeu une remise d'environ $\frac{1}{2}$ de ducat. Vous pouvez comprendre par là que votre règle n'est pas bonne, mais quant à la vraie source de la faute, je ne puis la rechercher d'après ce que vous n'avez voulu expliquer qu'à demi de votre méthode.

Mais par la mienne, qui est fort simple et qui peut difficilement vous être inconnue, puisqu'il y faut seulement le 3me problème de mon petit traité suffist, avec la connaissance des progressions infinies, — par la mienne je trouve que la vraie règle est

$$\frac{bcr \text{ par } (bd + ac + bc - \frac{add}{c})}{(ca + cb + ad) \text{ quadrate}} \infty x.$$

volgens welke het verlies van A in mijn eerste questie van kruijs of munt geen $\frac{4}{27} r$ is maer $\frac{2}{9} r$. En in de 3^{de} questie de winst van A geen $\frac{9}{245}$ maer $\frac{3}{49}$.

Maer dewijl ick mede inde eerste questie hebbe gevonden als VE $\frac{4}{27} r$, en

inde 3^{de} $\frac{207}{343} r$ foo staet nu te seggen hoe ick wel gerekent hebbe. VE dan moet weten dat ick int voorstellen van mijne questien door inadvertentie naer gelaten hebende int eynde daer bij te voegen dat ick *verstondt dat het spel niet en eyndigde sonder dat van d'een of d'ander sijde iets was ingeslet*, soo is daer uyt gevolght dat VE gestelt heeft dat A ten eersten kruijs werpende of een wirtte schijf treckende het spel daer mede uijt was, en ick beken dat mijne slofficheijt hier d'eerste oorfaeck toe gegeven heeft. maer VE faute in 't rekenen heeft mij belet te bemerken dat daer eenigh misverstand uijt geresen was want korts naer het affenden van mijne laesten ²⁾ gewaer geworden sijnde dat dese omiffie konde een andere interpretatie veroorfaecken aen mijn Problemata, foo en konde ick nochtans niet vermoeden sulx in der daet gebeurt te sijn dewijl ick sagh dat VE met mij een selfde uytkomst vondt van $\frac{4}{27} r$ in de questie van kruijs of munt ³⁾, welke overeenkomst

suivant laquelle la perte de A dans ma première question de croix ou pile n'est pas $\frac{4}{27} r$, mais $\frac{2}{9} r$. Et dans la 3^e question le gain de A n'est pas $\frac{9}{245}$ mais $\frac{3}{49}$.

Mais comme j'ai aussi trouvé dans la première question $\frac{4}{27} r$ comme vous-même, et

dans la troisième $\frac{207}{343} r$, il reste à dire maintenant, comment j'ai bien calculé. Vous devez donc savoir qu'en posant mes questions j'ai omis par inadvertance d'y ajouter à la fin que *s'entendait que le jeu ne devait pas finir avant que quelque chose n'eût été mis de part ou d'autre*. Il s'en est suivi que vous avez supposé que si A au commencement jetait croix, ou bien tirait un jeton blanc, le jeu serait fini; et j'avoue que ma nonchalance en a été la cause première. Mais votre faute dans le calcul m'a empêché de remarquer qu'il en était provenu quelque malentendu, car m'étant aperçu peu de temps après avoir expédié ma dernière ²⁾ que cette omission pourrait donner lieu à une autre interprétation de mes problèmes, je ne pouvais pourtant pas présumer que cela était arrivé en effet, puisque je vis que vous aviez trouvé le même résultat que moi, de $\frac{4}{27} r$, dans la question de croix ou pile ³⁾: laquelle concordance

²⁾ Voir la Lettre N^o. 1427.

³⁾ Consultez la Lettre N^o. 1422.

in der daet seer selfsaem is. Ick gingh noch ten overvloedr, soo ick meende, dese selfde questie uijt rekenen volgens d'interpretatie daer ick sagh oorfaeck toe gegeven te hebben, doch vindende als dan $\frac{2}{9} r$ en geen $\frac{4}{27} r$, foo hielt ick mij ten vollen verseeckert dat VE de selfde fin als ick gevat hadde, en dachte daerom onnooigh VE iets dien aengaende te laren weten. Hier door is ook geschiedt dat ick de 2^{de} questie sijnde van gelijk spel niet mede op d'andere maniere geproofd hebbe te solveren, 't welck in dien gedaen hadde soude daer door gevonden hebben dat VE Regel van $c \infty \frac{ad}{a+b}$ in dien fin goedt was gelijk se in der daet is en daer door in bedencken gekomen sijn van de tweederley interpretatie. Ick hebbe dan alle onse questien met de boven verhaelde clausula altdijs geconfidreert, vafelijck gelovende om de reden hier gesecht dat VE van gelijcke dede. Ende VE sal vinden dat mijn regel van $cc \infty - dc + \frac{aadc}{ab+bb} + \frac{add}{b}$, goet is, volgens den fin die ick mij ingeebelt hadde, ende foo mede mijn getallen in de andere questien gevonden, te weten $\frac{4}{27} r$, $\frac{207}{343} r$ en $\frac{105}{131} r$, bij aldien VE de moeijte wil nemen van 't selve nae te sien, ende sal te gelijk sien dat de generale solutie deser questien op dese manier wat meer moeytens heeft als wel op de manier foo se VE heeft genomen.

est certainement fort singulière. Par surcroit, à ce que je croyais, je calculai cette même question selon l'interprétation à laquelle je vis avoir donné occasion; mais trouvant dans ce cas $\frac{2}{9} r$ et non $\frac{4}{27} r$, je me tins pleinement assuré que vous l'aviez prise dans le même sens que moi, et par conséquent je ne jugeai pas nécessaire de vous en faire savoir quelque chose. Et par là il est arrivé aussi que je n'ai pas cherché à résoudre la 2^e question, celle de jeu égal, pareillement de l'autre manière; si je l'eusse fait, j'aurais trouvé que dans ce sens votre règle de $c \infty \frac{ad}{a+b}$ était bonne, comme elle l'est en effet, et ainsi l'idée me serait venue de l'interprétation double. J'ai donc toujours considéré toutes nos questions avec la clausule susdite, croyant fermement, par la raison mentionnée, que vous faisiez de même. Vous trouverez que ma règle de $cc \infty - dc + \frac{aadc}{ab+bb} + \frac{add}{b}$ est bonne, selon le sens que j'avais imaginé, et que bons aussi sont les nombres que j'ai obtenus dans les autres questions, à savoir $\frac{4}{27} r$, $\frac{207}{343} r$ et $\frac{105}{131} r$, si vous voulez bien prendre la peine de les vérifier; et vous verrez, en même temps, que la solution générale de ces questions, de cette manière, donne un peu plus de peine que de la manière dont vous les avez prises.