

チャネル型ポテンシャルをもつ2次元非線形シュレディンガー方程式の数値計算

影山, 祐介

<https://doi.org/10.15017/1441278>

出版情報：九州大学, 2013, 博士（理学）, 課程博士
バージョン：
権利関係：全文ファイル公表済



氏 名：影山 祐介

論文題名：チャンネル型ポテンシャルをもつ2次元非線形シュレディンガー方程式の数値計算

区 分：甲

論 文 内 容 の 要 旨

光ファイバ内やボースアインシュタイン凝縮(BEC)中のソリトンの運動は非線形シュレディンガー方程式で記述できることが知られている。ソリトンは非線形シュレディンガー方程式の解の1つで解は他に Akhmediev breathers, Peregrine solution, Kuznetsov-Ma soliton などがある。それぞれの解がそれぞれと関連性を持ち、非常に興味深い特徴を持つ。近年注目を集めている Rogue wave は突然発生する振幅の大きい波で、Akhmediev breather 解や Peregrine solution はそのモデルとして考えられている。また Akhmediev breather と変調不安定性は密接な関係がある。

本研究では、2次元非線形シュレディンガー方程式のソリトンの運動と変調不安定性について調べた。光ファイバ内のソリトンは通信分野への応用のためよく研究されている。しかし光ファイバ内のネットワークでは分岐や再結合などの要素回路は重要であるもののあまり数理的な研究は行われていない。本研究では様々な形に設定したチャンネル型ポテンシャル中での2次元ソリトンの振る舞いについて調べた。一方2次元や3次元調和ポテンシャル中の GP 方程式は BEC に関連するために、多くの研究が行われている。しかし1次元的なポテンシャル中の研究は行われていない。本研究では、1次元的なポテンシャルでの変調不安定性について調べた。本論文の構成と得られた結果は以下の通りである。

第一章では、本研究の背景と目的について述べた。

第二章第一節では、本研究のモデル式である非線形シュレディンガー方程式をマクスウェル方程式から光ファイバ内での非線形効果の考察を行いながら導出した。次に、光ファイバ伝送の数値計算に広く用いられているスプリットステップフーリエ法についての説明を行った。

第二章第二節では、以下の様な形のポテンシャル中のソリトンの運動の数値計算と、ラグランジアンを用いた近似計算の妥当性について考察を行った。

(1) 狭まっていくポテンシャル

ソリトンは透過・反射する。チャンネルの幅がだんだん狭くなっていくにつれて、ソリトンの速度は遅くなり振幅は大きくなっていく。ソリトンの速度が速いと透過し、遅いと反射する。近似計算を行い数値計算との比較を行いよく一致してことがわかった。

(2) 分岐するポテンシャル

ソリトンは反射・分岐し進行する。ソリトンの速度が速いとソリトンは伝搬しながら2つに分裂する。速度が小さいとソリトンは反射する。近似計算を行い分岐するプロセスの考察を行った。さらに、デバイスへの応用を考えた場合、反射は望ましい現象ではない。ソリトンの速度が遅くても、反射現象を抑えるためのポテンシャルの設定の提案も行った。

(3) 直角にまがるポテンシャル

直角にチャンネルを接続し、接続の外側は曲率半径 r で滑らかに接続させる。このようなポテンシャルではソリトンは反射・透過・束縛（抜け出せなくなる）現象がおこる。この現象は曲率半径によって決まる。曲率半径が小さいとソリトンは反射し、大きいと透過する。またその中間の曲率半径ではソリトンは束縛され、カオス散乱のような運動をする。ソリトンの速度が大きい場合やノルムが小さい場合ではソリトンが分裂する現象も確認できた。また近似計算を行い同様の現象を確認できた。

(4) 分岐・再結合するポテンシャル

結合部で左右にわかれたソリトンに位相差（経路差）を与える。このようなポテンシャルでは合流点付近からソリトンの重心はジグザク運動をする。ソリトンの速度を遅くした場合には結合点前でソリトンは反射する。またソリトンが反射した時にソリトンは1つのチャンネルに統合される。また近似計算を行い反射する現象についての数値計算との比較を行い、このポテンシャルでの現象を理解することができた。

第二章第三節では、以下の形のポテンシャルでの変調不安定性について調べた。

(1) 調和振動子型ポテンシャル

2次元圧縮のため2次元非線形シュレディンガー方程式でのブリーザー運動は1次元の場合に比べより増幅された。また x 方向のブリーザー運動によって y 方向への変調不安定性が抑制できることを示し、初期条件が適切に設定されていれば、ノルムが閾値を越えていてもコラプスを回避できることを示した。

(2) チャンネル型ポテンシャル

1次元でのブリーザー運動の場合よりも広く変調振幅の値を取ることを示した。また、チャンネル幅を広くしていくと、増幅は小さくなりブリーザーの周期は大きくなっていき、最後にはブリーザー運動を起こさなくなる。チャンネルの深さを深くしていくと限度はあるものの増幅は大きくなることを示した。また1次元非線形シュレディンガー方程式の数値計算との比較も行った。

第三章では、本研究の成果を総括した。