Asymptotic Analysis of Laplace Integrals by use of Newton Polyhedra

檜﨑, 政宏

https://doi.org/10.15017/1441050

出版情報：九州大学, 2013, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：

様式7

論文審査の結果の要旨

ラプラス積分の挙動の解析は、調和解析学において非常に重要なテーマであり、現在までに盛んに研究されている。また、ラプラス積分は数学や数理科学の多くの分野に自然に現れ、その性質を調べることは様々な形で必要とされ、多くの興味深い結果が得られている。今回、檜﨑政宏氏の行った研究のそもそもの動機は、多変数複素解析学や複素幾何学で重要な積分核であるベルグマン核の漸近挙動に関する研究に端を発したものである。実際に論文「Asymptotics of the Bergman functions for semi-positive holomorophic linebundles」（趙、神本、野瀬著）にその明確な関連性が見出せる。

ラプラス積分の挙動は、停留位相の法則から相関数の特異点の性質に強く依存することが知られている。まず、その特異点が非退化な場合には、モースの補題を用いるとラプラス積分の漸近展開がきれいに計算できる。実際に、この場合はラプラス積分は次元に非常に依存する位数で減衰する。しかし、特異点が退化した場合には、モースの補題に類似するようなものが存在しないため、漸近挙動を調べることは非常に困難になる。ところが、古典的な解析でよく現れるメラン変換を用いると、相関数が単項式のような形でかけるとき、その漸近挙動が計算できるということが示されたことにより、相関数を単項式の形で表すことが重要となることが解る。実際、「広中の特異点解消定理」として知られた大定理を用いると、ラプラス積分の漸近展開の形が明確に得られる。このことは、類似する研究として，振動積分の場合は，マルグランジュなどにより示された。さらに、詳しい結果としては、１９７０年代にヴァルチェンコによって得られた振動積分の挙動を相関数のニュートン多面体の幾何学的な情報を用いて表すというものがある。この結果は、振動積分の挙動と相関数の特異点の位相幾何学的な情報が密接に関わっているということを示す非常に顕著なものである。具体的には、トーリック多様体の理論を用いると、定量的な形で相関数の特異点解消が行われ、結果として、相関数のニュートン図形の非常に解りやすい情報から振動積分の挙動が表現されるというものである。また、その後、アメリカのフォーンやシュタインをはじめとする調和解析のグループにより、振動積分や振動積分作用素に関する研究の優れた進展がみられ、ニュートン多面体の重要性が強く認識されている。

さて、檜﨑氏の行った研究は、上で述べたヴァルチェンコの研究をラプラス積分の場合について類似する研究を行ったものである。さらに、相関数の実解析性という条件を一般化して、あるクラスの無限階微分可能性をもつ関数のクラスに属する相関数についてもヴァルチェンコの仕事の類似する結果が得られた。このことは、単に一般化したということだけではなく、本質的にラプラス積分に必要な情報がどのクラスまで自然に拡張されるのかということの限界を示したものである。実解析性を持たない関数のある種の特異点解消を行ったところが非常に興味深い点である。また、ただし、これらの問題は非常に繊細な部分が多く、解析が非常に困難であるが、檜﨑氏は、非常に深い理解の基で精密な解析を行っていることを特筆しておく。

以上説明した彼の行った研究は、複素解析や調和解析の分野において価値のある業績と認められる。

よって、本研究者は博士（数理学）の学位受ける資格があるものと認める。