

REPRESENTATIONS OF CLANS AND THE BASIC RELATIVE INVARIANTS

中島, 秀斗

<https://doi.org/10.15017/1441049>

出版情報：九州大学, 2013, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：
権利関係：全文ファイル公表済

論文審査の結果の要旨

n 次実対称行列のなすベクトル空間で、正定値なものなす集合は開集合であり、凸錐にもなっている。さらにそこには行列の群 $GL(n, \mathbf{R})$ が自然な形で推移的に作用している。このような凸錐を一般化して、線型リー群の推移的な作用を持つ開凸錐を等質開凸錐と呼ぶ。等質開凸錐の研究は1963年の E. Vinberg 氏の論文で理論的な基礎付けがなされた。そこでは、クランと呼ばれる非結合的代数と等質開凸錐とが、同型を除いて、1対1に対応することが示され、代数的な研究手法が確立された。一方で、等質開凸錐は簡約可能でない概均質ベクトル空間の非常に多くの例を提供しており、また概均質ベクトル空間の理論においては、相対不変式が様々な解析的局面で重要な働きをしている。したがって、等質開凸錐の研究においても、相対不変式を知ることは、そこでの解析学を展開する上で大変重要な意味を持つてくる。

上述の Vinberg 氏の理論では、単純推移的に作用する分裂可解リー群を元に理論が展開されるので、相対不変性もこの分裂可解リー群によるものを考えるのが自然である。この場合、伊師英之氏の2001年の論文により、基本相対不変式と呼ばれる独立な生成元が存在すること、そして同氏と野村による2008年の論文により、それら生成元は、対応するクランの右乗法作用素の行列式の既約成分と丁度一致することが知られている。

中島氏の研究はこれらの先行研究を踏まえ、生成元である基本相対不変式の構成と明示的な記述を目指すものである。まず野村との共著である参考論文では、Euclid型 Jordan 代数とその自己共役表現から新たにクランを作り、それに単位元を添加して得られるクランに対応する等質開凸錐、およびその双対凸錐の基本相対不変式を、元の Euclid型 Jordan 代数の principal minors と表現に付随する2次形式を用いて記述した。この論文はすでに *Kyushu J. Math.*, **67** (2013), 163—202 として出版されている。

本学位論文では、参考論文の枠組みをさらに広げて、一般のクランとその表現から出発してクランを拡大し、そこに単位元を添加して得られるクランに対応する等質開凸錐で基本相対不変式の記述を得ている。そして、その基本相対不変式に対応する1次元表現を *parametrize* する乗数の明示的表示も得ており、中島氏の学位論文で確立された定理と公式は大変美しい形になっている。さらに参考論文において基本相対不変式を記述する際に不可避であった場合分けのより本質的理由も、表現に付随する2次形式の像と開凸錐の閉包における群軌道のタイプに因るものであることも、2014年に刊行されたばかりの P. Graczyk 氏と伊師英之氏の共著論文の結果を用いることで、解明されている。また本学位論文の手法は、一般の等質開凸錐における基本相対不変式の帰納的構成を与えるものであるとの指摘も受けており、その指摘は中島氏の手法と結果の一般性を裏打ちするものである。

以上のように、中島秀斗氏の本学位論文における成果は、その手法、得られた結果において、著しい独創性を持つものであり、当該分野への寄与も大きく、学問的価値のある業績である。よって本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格が十分にあるものと認める。