九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

Unitary transformations and multivariate special orthogonal polynomials

渋川, 元樹

https://doi.org/10.15017/1441047

出版情報：九州大学, 2013, 博士（数理学）, 課程博士
バージョン：
権利関係：全文ファイル公表済

様式7

論文審査の結果の要旨

本論文は，管状領域，あるいはその有界対称領域上の正則関数のなす Hilbert 空間や Shilov 境界上の Hardy 空間等の関数空間と，それら相互間の Laplace 変換，Fourier 変換，Cayley 変換で与えられるユニタリ写像を用いて多変数の特殊直交多項式の研究を行ったものである．とくに，このような枠組みで直交多項式を捉えることにより２種類の新しい多変数直交多項式系を発見し，その基本的な性質を明らかにしたことはたいへん重要である．このことは，申請者の力量が光っていることを示すとともに，高く評価されるものである．以下，順にその内容を記す．

単位円周上のベキ関数は最も基本的な直交多項式系であるが，その 1-パラメータ変形に circular Jacobi（CJ）多項式というものがある．L.Shen はこの CJ 多項式が Laguerre 多項式の逆 Fourier 変換の逆 Cayley 変換であることを指摘した（2001 年）．本論文では調和解析の手法を用い，Shen の議論の多変数化及びさらなる 1-パラメータの変形を行い，多変数 circular Jacobi 多項式（Multivariate circular Jacobi（MCJ）多項式を定義し，その直交性，ノルム，母関数，更に MCJ 多項式の Cayley 変換が満たす擬微分関係式の解明に成功した．事実，MCJ 多項式系はつぎのような三つの著しい性質 i ）球多項式の 2-パラメータ変形である，ii ）擬微分関係式が成立する，iii) circular Jacobi アンサンブルを重み関数に持つ，という点で興味深いものである．加えて本論文では，i) に関連しては，MCJ 多項式が，いわゆるルートの重複度 d はそのままにした別の 2-パラメータで変形したタイプの一般化となっていることから，d を連続なパラメータに拡張して定義し直すことが可能であり，その意味で，Jack 多項式の 2-パラメータ変形を与える．じっさい，この一般化された MCJ 多項式が Jack 多項式とその直交性を真に含んだ拡張であり，本論文の内容の豊かさには目を見張るものがある．

本論文のもう一つのテーマは多変数 Meixner，Charlier，Krawtchouk 多項式の研究である．離散型の直交多項式系としてよく知られている Meixner，Charlier，Krawtchouk 多項式の多変数化は Griffiths，Tratnik et.al によりなされてきた．この多変数化は青本-Gelfand の超幾何関数で表示されるタイプの多変数化であるが，本論文で与えた一般二項係数を用いた多変数化はこれとは本質的に異なるものである．その上で，本論文ではそれらの双対性，母関数，直交性，差分関係式，退化極限等の一変数の場合において知られている基本的な性質を導出した．その際の鍵となるのは，「多変数の Meixner 多項式の母関数の母関数が多変数 Laguerre 多項式の母関数に一致する」ことの発見と利用である．この補題により，たとえば（多変数 Laguerre 多項式の微分方程式）＝（多変数 Meixner 多項式の差分方程式）というように多変数 Laguerre 多項式に関する性質から多変数 Meixner 多項式の種々の性質を導出することが可能になる．このことは同時に，これまで一変数においてさえ知られていなかった連続型と離散型の直交多項式系の母関数を通じた対応を与える，という点でも興味深い新しい視点からの研究がなされている．

上述のとおり，本論文における研究成果は新しい視点で直交多項式系の研究を展開し，この分野の今後の研究にも大いなる貢献するものである．学位論文として一級であり，博士（数理学）の授与に相応しいと判断する．