

Monodromies of splitting families for degenerations of Riemann surfaces

奥田, 喬之

<https://doi.org/10.15017/1441045>

出版情報 : 九州大学, 2013, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 : 全文ファイル公表済

論文審査の結果の要旨

リーマン面の退化とは、原点を中心とする開円板でパラメータ付けられた複素曲線族であって、原点上にのみ特異ファイバーがあるものである。種数 2 以上のリーマン面の退化に関しては、松本-Montesinos により、リーマン面の極小退化の位相同値類と、閉曲面の写像類群における負型擬周期的写像の共役類とが位相モノドロミーを通して一対一に対応することが知られている。一方、こうしたリーマン面の退化が与えられたとき、その分裂を調べることは重要である。開円板でパラメータ付けられた“複素曲線族”の族であって、原点には与えられたリーマン面の退化に対応するものを変形族と呼び、さらに原点以外に対応する複素曲線族が特異ファイバーを複数個持つものを分裂族と呼ぶ。こうした分裂族を考えることで高村は原子ファイバーの概念を定式化し、それを種数の小さい方から種数 5 まで分類することに成功している。

こうした背景のもと、本論文ではまず分裂族に対する位相モノドロミーを定式化している。そのためまず、変形パラメータ空間の原点以外に基点をとり、その上の複素曲線族を考えた上で、そのファイバーを保つ写像類群を定義している。次に、変形パラメータ空間内で基点から出発し、原点の周りを反時計回りに一周する単純閉曲線が誘導する、複素曲線族の自己同相写像を考え、これに対応する写像類を分裂族の位相モノドロミーとして定式化している。さらに、その全空間の自己同相写像を特異ファイバーの和集合へ制限すると、いくつかの特異ファイバーの組ごとに巡回置換として作用しており、そうした各組へ制限して得られる自己同相写像の組をモノドロミー組と定義している。こうした概念の定式化はこれまでになく、本論文で始めて導入されたものである。

本論文ではさらに、“はがし変形族”と呼ばれる分裂族に対するモノドロミー組について詳しい考察が行われている。はがし変形族とは、高村によって構築されたリーマン面退化の変形理論において構成された、重要な分裂族である。与えられたリーマン面の退化に対して、その特異ファイバーが *simple crust* と呼ばれる部分因子を含むならば、それに対応するはがし変形族が存在する。変形後のこの特異ファイバーを主ファイバーと呼び、そのうちはがれて新たに現れた既約成分を剥離成分、それ以外の既約成分を安定成分と呼ぶ。また、この変形によって主ファイバーの他に現れる特異ファイバーを付随ファイバーと呼ぶ。本論文では特に *tame simple crust* に対応するはがし変形族のモノドロミー組に関して、主ファイバーの位相モノドロミーの安定成分への制限が恒等写像とイソトピックになること、そして主ファイバーの位相モノドロミーの剥離成分への制限が、各剥離成分を巡回置換し、その有限冪を各剥離成分に制限すると負型擬周期写像とイソトピックになること、等が主結果として示されている。またその証明手法から、具体的に与えられたはがし変形族に対するモノドロミー組が実際に計算可能であることも分かる。

証明は、安定成分や、剥離成分から有限個の穴をあけたものを一般ファイバーに持つリーマン面の退化であって、その位相モノドロミーが、上述のモノドロミーと一致するものを巧みに構成することによって行われている。

本論文ではさらに、具体的なリーマン面の 1 つの退化に対する 2 つの分裂族であって、同じ特異ファイバーの組に分裂するが、分裂族としての位相モノドロミーが異なるものを構成している。この例により、分裂族の位相同値の研究において、本論文で導入された分

裂族の位相モノドロミーが重要な役割を果たすことが十分に期待される。特に、松本-Montesinos 型の定理が成り立つかが今後、当該分野において大きな問題となるであろう。

以上のように本学位論文では、新しい重要な概念を定式化し、さらにその本質的な性質についての結果を独自のアイデアに基づいて得ている。さらに、具体的計算も可能であり、重要な例も発見されている。こうした結果は、特異点論、代数幾何学、低次元トポロジー、複素解析、微分位相幾何学等において大変価値のある結果であり、将来の大きな発展も期待できる重要な業績である。よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。