九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

適応度景観のフーリエ解析による進化的探索高速化の試み

裴，岩
九州大学大学院芸術工学府

高木，英行
九州大学大学院芸術工学研究院

https://hdl.handle.net/2324/1434423

出版情報：進化計算シンポジウム2011, pp.167-173, 2011-12. 進化計算学会
バージョン：
権利関係：

適応度景観のフーリエ解析による進化的探索高速化の試み

裴岩 †，高木英行 ††

九州大学大学院芸術工学府 †, 九州大学大学院芸術工学研究院 ††

1 はじめに

これまで数多くの進化計算高速化の研究が発表されてきた[9) 15)]．このような手法には，coding 方法[2) 4) 19) 11)]，個体群生成法[21)]，新しい進化計算演算の導入[12) 6)]，他手法とのハイブリッド・融合化方式[13) 14) 22)] などがある．新たな進化計算の高速化手法を考える場合，単に進化的演算の工夫だけでなく，それらの手法の背景にある思想も重要である．適応度景観の解析はこれらの演算や探索指針を正しく実行するための重要な情報原の１つであり，解析によって高速化のための情報を得ることも可能である．

フーリエ変換は直交三角関数で信号を周波数領域に変換する強力な数学的ツールであり，信号処理[10)] やバイオインフォマティクス[17)] など多くの分野で使われている．フーリエ変換はまた，進化計算のための数学的解析ツールにもなる．多項調和モデルの遺伝的プログラミングを考えて離散フーリエ変換でモデルパラメータを得る方法[7)] や，適応度景観の解析にフーリエ級数とテイラー級数を使うことの提案[18)] などがその例で，両者とも適応度景観を解析するための大局的アプローチと局所的アプローチとして使われている．逆に，進化計算もまた，信号処理での時間-周波数分析ツールとして使われている[3)]．しかし，フーリエ変換を進化計算の適応度景観分析に用い，フーリエ変換に基づく進化計算の収束高速化に利用する研究はほとんどない．

本論文の目的は，探索空間上の探索点を信号の標本点と見做して周波数解析を行い，主要成分から探索空間の大局的・局所的空間特性を得て探索空間を簡略近似し，進化計算の探索を加速する方法を試みることである．具体的には，探索空間上を等間隔に標本化した点の適応度を求め，フーリエ変換し，主要な周波数成分以外を削除した後に逆フーリエ変換を行うことで本来の適応度景観を近似し，単純化された近似景観から最適解近傍情報を得て探索の高速化に利用する．

本論文での提案手法では第2.3節で述べる主成分周波数とその成分のフィルタリングがキーポイントになる．主成分周波数を解析し，これらの周波数の成分のみから本来の適応度景観を三角関数で近似する．また，探索景観情報を得るために，探索空間全体を近似するための大域的標本化法と最良個体周辺の景観を近似するための局所的標本化法を提案する．両標本化法とも，得られた大域的および局所的周波数を基にエリート個体を生成して次世代で探索高速化に用いる．

以下，第2節でフーリエ変換を適応度景観解析に用い，主成分周波数を定義する．主成分周波数に基づく進化計算の高速化のために景観近似モデルを構築する．対応する周波数成分を得るために大局的周波数と局所的周波数の概念を含む探索空間の標本化法を第2.4節で提案する．第3節では，差分進化（DE）（DE/best/1/bin）を8つのベンチマーク関数に適用して提案手法を評価する．第4節では提案手法を詳しく解析し，今後の可能性のための考察を行う．最後に結論と今後の研究方向を述べる．

2 適応度景観のフーリエ解析と三角関数による景観近似

2.1 提案手法の考え方

進化計算の探索は個体の適応度に基づいて行われる．進化計算が利用できる探索情報は，探索曲面情報というよりは空間に分布する数少ない適応度だけなので，空間情報が少ないことが進化計算の探索性能の制約になっている．複雑な適応度景観の場合，数少ない適応度だけでは空間特性を表現できず探索方向を探し出すことが難しくなる．

もし探索過程で景観情報が利用できるのであ

Fourier Analysis of Fitness Landscape to Accelerate Evolutionary Search

† Yan Pei (peiyan@ieee.org)

†† Hideyuki Takagi (http://www.design.kyushu-u.ac.jp/~takagi/)

Graduate School of Design, Kyushu University (†)

Faculty of Design, Kyushu University (††)

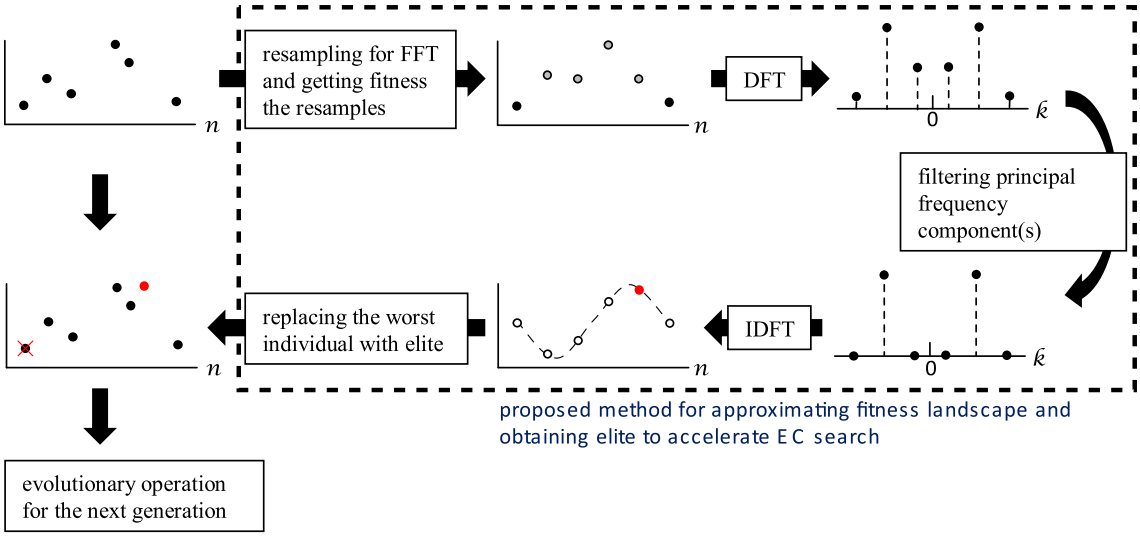

Fig. 1　提案手法のフローダイヤグラム．探索空間を等間隔に標本化し直して適応度を求め，フーリエ変換し，主成分周波数のみをフィルタリングして逆フーリエ変換することで，適応度景観を三角関数で近似する．近似景観からエリートを求めて，進化計算の探索個体群中の最悪個体と入れ替えることで探索の高速化を図る．

れば，進化計算の探索能力は向上し応用範囲も拡充できるであろう．したがって適応度景観情報を得ることは有用な研究方向と言える[9]．文献[5]では適応度景観の近似法と進化的探索の基本戦略が述べられている．

Fig. 1に提案手法の概要を示す．探索空間を等間隔に標本化した点の適応度を信号系列と見なしてフーリエ変換をすることで，適応度景観の周波数特性が得られる．この周波数領域でフィルタリングして逆フーリエ変換することで適応度景観の複雑度を軽減した近似が可能になる．フーリエ解析で探索する適応度景観を簡略化して高速化を狙う本提案手法は，三角関数の回帰モデル（式(1)）で適応度景観を近似する方法と言ってもよいであろう．

$$EC(x) = \sum_{i=0}^{N} a_i \sin(2\pi\omega_i X + B_i) \qquad (1)$$

2.2　適応度景観のフーリエ変換

進化計算の演算で生成される個体は等間隔になっていないが，フーリエ変換を行うには等しい標本点間隔でなければならない．そこで，等間隔になるように再標本化をし，標本点の適応度を計算し直す必要がある．

適応度景観の周波数特性をフーリエ変換で求める際に，重要な検討事項が3点ある．第1は周波数分解能を決める標本点数の決定である．第2は標本化周期（標本点の間隔）で，これで周波数分解能が決まる．第3は異なる次元での標本化データの扱いで，高次元データ処理と計算時間に関わってくる．

第1に標本点数（M）を決定しなければフーリエ変換が実行できない．標本点数が多く（標本化周波数が高く）なれば周波数分解能は高くなるが，等間隔に再標本化した点（個体）で適応度を計算し直しための計算と高速フーリエ変換（FFT）の計算量（$M \log 2M$）は標本点数Mに比例するので，応用タスクの条件を考慮し計算時間と収束速度とのバランスから標本点数を決める必要がある．本論文の実験では，16点を等間隔に再標本化しFFTを適用する．

等間隔に再標本する際，2つの標本化方式が考えられる．各次元毎（各最適化変数毎）に標本化する方法（1次元標本化）と，n次元空間全体から標本化をする方法（n次元標本化）である．また，局所最適解周辺の標本化と全探索空間の標本化を行うが，これらを局所標本化と大局的標本化と呼ぶことにする．次節では，これらがどのように適応度景観近似に影響するかを予備実験で調べる．

第2の標本化周期は第1の標本化点数と標本化する範囲（近似する適応度景観の範囲）をどこ

にするかの2点に関わる．探索範囲の上限から下限までを近似する考えもあろうし，進化計算で順次狭まる探索範囲に合わせて近似範囲を狭める方法も考えられるし，局所的な範囲のみに限定することもあり得る．

局所探索と広域探索のバランスは進化計算の重要な探索要素であり，標本化も適応度景観の局所的探索，広域探索に分けて考え，2つの標本化方法を設計する．第1は全探索空間を等しく分けて標本点（GLB）を作ることである．大局的標本化と呼ぼう．第2は，最良個体の位置を中心とする近傍領域で標本点（LOC）を作成することである．局所標本化と呼ぼう．

第3の考慮事項は，適応度景観のどの次元の形状を近似するかという点である．各次元で独立に標本化する場合には，更に2つの方法が考えられる．単に1次元の近似景観が得られればよいのであれば，その変数軸でのみ標本点間隔を等しくし，他の次元ではそれぞれの次元の最良個体パラメータ値を採用する方法である．全次元の景観全体を得るのであれば，全次元の標本点をGLBかLOCとする．先の2通りの標本化と組み合わせて4通りの標本化が考えられ，本論文ではこれらの比較評価も行う．

2.3 周波数領域でのフィルタリング

近似景観の三角関数回帰モデル（式(1)）の中でも景観の主構造を決定する三角関数が最も重要であり，その三角関数は，最大パワースペクトラムの周波数とその周波数成分の位相で規定される．これらを主成分周波数と定義し，最大パワーの順に第1主成分周波数，第2主成分周波数，等と呼ぶことにしよう．

本来の適応度景観は2π周期ではないが，局所的な景観に限れば，任意の個数の三角関数を使うことで任意の精度で景観を近似できる．しかし，それに伴い計算コストが高くなるので，本論文では適応度景観近似には1つの三角関数だけ用いる，すなわち，第1主成分周波数だけを用いることにする．

主成分周波数によって適応度景観の主構造と形状が決まり，その主成分周波数は，標本化の範囲と標本化周波数によって決まる．この両者の関係を見るために，Table 2のベンチマーク関数の主成分周波数をTable 1に示す．

Table 1から次のことがうかがえる．

Table 1　ベンチマーク関数F1〜F8の第1主成分周波数．♡, ♣, ♢, ♠は各々，1次元局所標本化，1次元大局的標本化，n次元局所標本化，n次元大局的標本化を意味する．

Func.	0	1	2	3	4	5	6	7
F1		♡♣♠	♢					
F2	♢	♡♣♠	♡♣					
F3		♡♣♠	♡	♡	♢	♡		
F4	♢	♡♣♠	♡♣	♡	♡		♡	
F5		♡♣♢	♡		♡	♡♣♠	♡	
F6		♡♣♠	♡♢		♡	♡	♡	
F7	♡	♡	♡♣♠	♡	♡♣♢	♡	♡	
F8	♡	♡♣♠			♡♢			

1. 同じ探索問題であっても，通常，次元毎の景観は同じであるとは言えず，1次元標本化（♡と♣）の主要な主成分周波数は2つ以上あることがある．
2. 各ベンチマーク関数では，大局的と局所的な1次元標本化（♡と♣）での主成分周波数は同じであり，このことは，いずれからでも同じ探索景観が得られることを示している．
3. 大局的と局所的なn次元標本化（♢と♠）の主成分周波数は8つのベンチマーク関数すべてで異なっており，1次元局所標本化（♢）から適応度景観近似の情報を得た場合正しい情報が得られない可能性がある．

2.4 逆フーリエ変換による適応度景観の近似と探索の高速化

主成分周波数のフィルタリング後に逆フーリエ変換で回帰モデルを得ると，1次元あるいはn次元の局所的近似あるいは大局的近似の適応度景観が得られる．この近似景観特性からは，本来の少ない個体から得られる以上の探索情報が得られる．

進化計算高速化のための応用方法としては，三角関数回帰モデルで近似した適応度景観を解析して進化計算の探索方向決定に利用したり，新しいエリート個体を生成して次世代の探索に使う方法[16]が考えられる．最大値探索問題であれば，$k(1/4\omega)+b$ $(x>0)$ と $k(3/4\omega)+b$ $(x<0)$ 周辺に最適解があるのではと期待し，最小値探索問題であれば，$k(3/4\omega)+b$ $(x>0)$ と $k(1/4\omega)+b$ $(x<0)$ 周辺に最適解があるのではと期待して探索を行う．この位置に相当する本来の探索空間での個体を次世代へのエリート個体とすること

で，進化計算の収束を加速でき得る．次節の評価実験では，このエリート法を用いる．

3　評価実験

3.1　実験条件

提案手法の評価には，DeJongの5関数（F1 - F5）[1]，Rastrigin関数（F6），Schwefel関数（F7），Griewank関数（F8）[20] を最小値探索問題として用いる．これら関数の景観は，連続／不連続，非凸／凸，単峰／多峰，低次元／高次元，変数分離の可否（変数が加法的か否か）など多彩である．これら関数の特性，次元数，全変数の探索範囲等をTable 2に示す.

本提案手法，比較対象の進化計算高速化手法として筆者らが以前提案した手法[8]，および高速化手法のない通常進化計算，をこれらのベンチマーク関数に適用して性能比較する．

3.2　最適化手法と符号検定

進化計算には差分進化(DE/best/1/bin)を用い，50世代までの探索を50試行行う．その後符号検定で両手法の有意差検定を行う.

従来の高速化手法は，文献[8] と同じ略語を用いて， 2次のLagrange補間によるエリート選択＋差分進化をDE-LR，最小二乗法の直線近似によるエリート選択＋差分進化 をDE-LSとする．FFTで得た周波数特性を利用する本提案手法を，1次元での大域的標本化，n次元での大域的標本化，1次元での局所的標本化，n次元での局所的標本化に応じて各々DE-FR-GLB-1D, DE-FR-GLB-nD, DE-FR-LOC-1D, DE-FR-LOC-nD，そして何も高速化手法を加えない通常差分進化をDE-Nと略語表現する．これらの記号はFig. 2と3でも用いる.

Fig. 2は，これらの手法の最良個体の適応度の50回試行平均曲線を示し，Fig. 3は，通常のDE (DE-N)とこれらの手法との収束特性の間に有意な差があるかどうかを，各世代毎に符号検定した結果である.

3.3　性能評価結果

以上の実験結果から次のことが言える.

1. F2を除き，提案手法は全ベンチマーク関数で収束の高速化を実現した.
2. 提案手法は，F2に対して有意な高速化を示さなかった.
3. 4手法の性能に大差はなく，あったとしてもタスク依存であった.

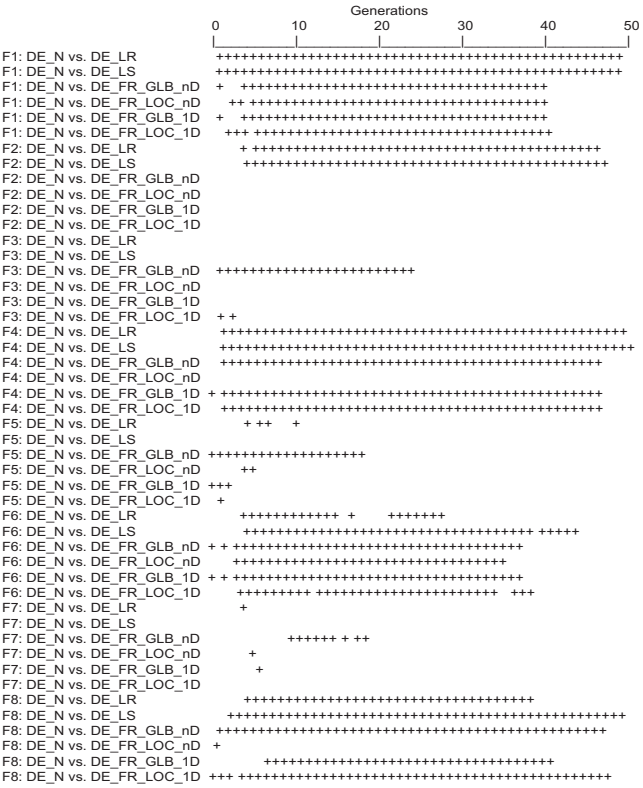

Fig. 3　(DE-N vs. DE-LR), (DE-N vs. DE-LS), (DE-N vs. DE-FR-GLB-1D), (DE-N vs. DE-FR-GLB-nD), (DE-N vs. DE-FR-LOC-1D), (DE-N vs. DE-FR-LOC-nD) の 50 試行平均収束曲線間の差を各世代毎に符号検定した結果．Fig. 2中のF1 - F8を参照のこと．(+, −)記号は，通常DEと比較して提案手法が危険率5%で有意に（早く／遅く）収束しているかを示す.

4. 提案手法DE-FR-GLB-nDは他の手法よりも性能が良かった．すなわち，大域的標本化は適応度景観全体情報を得ることに適した手法で，大域的最適値を効率良く探すことができる.
5. 提案手法は，F3, F5, F6, F7, F8の関数において，我々の以前の別提案手法[8] よりも良い性能を示した.

4　考察

提案4高速化手法（DE-FR-GLB-nD, DE-FR-GLB-1D, DE-FR-LOC-nD, DE-FR-LOC-1D）で適応度景観の周波数情報を求め，そのうちの主成分周波数を用いて適応度景観を近似した．大域的標本化と局所的標本化を比べると，DE-FR-GLB-nD と DE-FR-GLB-1Dは全探索空間の大域的探索に，DE-FR-LOC-nDとDE-FR-LOC-1Dは最良個体近

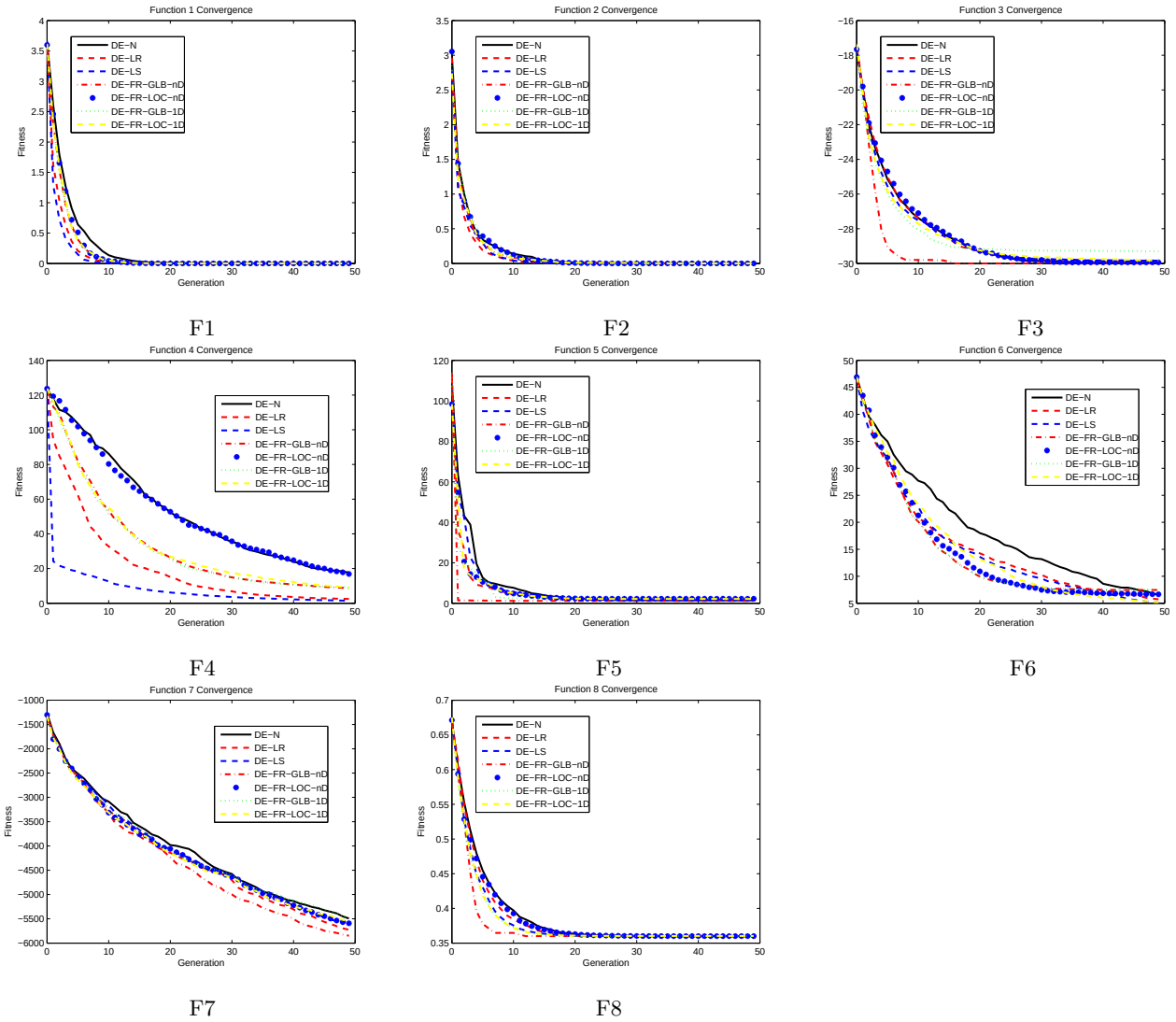

Fig. 2　50回試行平均の収束曲線．ベンチマーク関数F1〜F8はTable 2 を参照．

傍の局所探索に適している．

実験結果から，大域的標本化を行う方法(DE-FR-GLB-nDとDE-FR-GLB-1D)が良い性能を示した．これらの手法の方がより正確に周波数情報を得ることができるためで，現在の最適個体が局所最適領域にあってもDE-FR-GLB-nDとDE-FR-GLB-1Dで大局的最適領域の情報が得ることができる．

平均収束曲線とF1, F4, F6, F7, F8の符号検定結果から，局所標本化法（DE-FR-LOC-nDとDE-FR-LOC-1D）は局所的に谷構造を持つ問題に有効であることが判る．

F2の最適解領域は細長く放射状に平らな谷底状になっている．各次元も同じ周波数特性を持っているため，我々の提案手法はこのような形状の問題には適用できない．谷構造自体は平凡な形状に思えるが，大局的最適解への収束は難しい．今回の提案手法だけでは不十分で今後の改善の余地がある．

F4はガウス雑音重畳した関数で，ガウス関数の周波数スペクトルは0Hzに相当する$\omega = 0$をピークとする特性である．したがって主成分周波数はこの直流成分周辺の雑音パワーに影響されずに抽出されるため，重畳雑音の影響を激減できる．実験結果からは，全世代にわたって有意に高速化が実現できている．ただ，DE-FR-LOC-nDの場合，F4の局所領域は正弦波形でうまく近似できておらず，有意な高速化は実現できていない．

F5のような多峰性関数の場合，提案手法は初期の数世代では有意な高速化が見られるが，局

Table 2　評価実験に用いるベンチマーク関数．表中のRange, n, Cはそれぞれ，最適化するパラメータの探索範囲，関数の次元数，関数の特性を意味し，関数特性中のM, U, N, Sは，多峰性，単峰性，変数分離不可（非加法的），変数分離可（加法的），を示している．

No.	Name	Test function	Range	n	C
F1	Sphere	$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	[-5.12,5.12]	3	US
F2	Rosenbrock	$f(x) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2$	[-2.048,2.048]	2	UN
F3	DeJong-Step	$f(x) = \sum_{i=1}^{n} \lfloor x_i \rfloor$	[-5.12,5.12]	5	US
F4	Quantic & Noise	$f(x) = \sum_{i=1}^{n} i x_i^4 + Gauss(0,1)$	[-1.28,1.28]	30	US
F5	Shekel's Foxholes	$f(x) = [0.02 + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j+\sum_{i=1}^{2}(x_i - a_{ij})^6}]^{-1}$	[-65.536,65.536]	2	MS
F6	Rastrigin	$f(x) = (10n) + \sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i))$	[-5.12,5.12]	5	MS
F7	Schwefel 2.26	$f(x) = \sum_{i=1}^{n}(-x_i \sin(\sqrt{\lvert x \rvert}))$	[-512,512]	6	MS
F8	Griewank	$f(x) = 1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{n} \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})$	[-512,512]	5	MN

所最適解1点に探索が向かい個体群もこの近くに集中するため多様性が少なくなる．この近傍に近づくにつれて高速化のためのエリートの高速化性能は低下する．世代が進むにつれて個体群が一ヶ所に集中するようになると，それらの個体分布が形成する波形の周波数スペクトラムは，もはや適応度景観を近似するに足る情報を持たなくなる．

適応度景観の周波数特性から適応度景観を近似する情報を得て探索形状の複雑度を軽減することが本提案手法の目的である．景観を複雑にしている雑音を除去して単純化することが目的であり，広域探索と局所探索が提案進化制御法の特徴である．実験結果からは，提案手法が進化計算の収束を加速できることを示すことができた．

5　結論と今後

探索空間の適応度景観を離散フーリエ変換で解析し，主成分周波数を求めて，その成分の逆フーリエ変換で元々の適応度景観を近似して景観を単純化する方法を提案し，進化計算の高速化に利用した．8つのベンチマーク関数に本手法を適用して本手法の性能を評価した．また適応度景観の特徴と本手法の長所短所を考察した．

進化計算の適応度景観を解析するために，周波数分析に着目して，景観の近似と高速化に応用した点が本論文の主張点である．今回は第1主成分周波数のみを利用したが，複数の主成分周波数を利用することでより適応度景観の近似精度を上げることができ，より最適解に近いエリートを得て収束を更に高速化できると思われる．また，まだまったくの予想の範疇でしかないが，この手法は多目的最適化にも展開できるかもしれない．すなわち，これまでのパレートの概念ではなく，各目的景観を周波数領域に写像することで，周波数領域という１つの尺度の空間で複数目的を扱うことができるかもしれない．可能性検討を含め，これらの取り組みは今後の展開の一部である．

謝辞

本研究は科学研究費（課題番号23500279）の助成を受けたものである．筆者の裴岩は吉田奨学会からの奨学金を受けて本研究を遂行した．ここに感謝する．

参考文献

1) De Jong, K. A., “An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems”, Ph.D Dissertation, University of Michigan, USA (1975).

2) Eshelman, L., and Shaffer, J. D., “Real-coded Genetic Algorithms and Interval Schemata”, In Whitley(Ed.), Foundations of Genetic Algorithm 2, Los Altos, CA, pp.187–202, Morgan Kaufmann (1993).

3) Ferreira da Silva, A. R., “Evolutionary Time-Frequency Analysis”, Proceeding of congress on evolutionary computation 2000 (CEC2000), Vol.2, pp.1102–1109 San Diego, CA, USA (2000).

4) Goldberg, D. E., Korb, B., and Deb K., “Messy Genetic Algorithms: Motivation, Analysis, and First Result”, Complex System, Vol.3, 493–530 (1988).

5) Jin, Y., “A Comprehensive Survey of Fitness Approximation in Evolutionary Computation”, Soft Computing, Springer, Vol.9, No.1, pp.3–12 (2005).

6) Kim, J.-H., Chae, H.-K., Jeon, J.-Y., and Lee, S.-W., “Identification and Control of Systems with Friction using Accelerated Evolutionary Programming”, IEEE Control Systems Magazine, Vol.16, pp 38–47 (1996).

7) Nikolaev, N. and Iba, H., “Genetic Programming of Polynomial Harmonic Models using the Discrete Fourier Transform”, Proceeding of congress on evolutionary computation 2001 (CEC2001), Vol.1, pp.267–274, Seoul, Korea (2001).

8) Pei, Y. and Takagi, H., “Accelerating Evolutionary Computation with Elite Obtained in Projected One-Dimensional Spaces”, 5th Int. Conf. on Genetic and Evolutionary Computing, Kimmen Taiwan (ICGEC2011), accepted (Aug. /Spt. , 2011).

9) Pei, Y. and Takagi, H. “A Survey on Accelerating Evolutionary Computation Approaches”, Proc. of 3rd Int. Conf. on Soft Computing and Pattern Recognition (SoCPaR2011), pp.201–206, Dalian, China (Oct., 2011).

10) Raungrong, S., Luis, F. Chaparro, and Aydin, A., “Discrete evolutionary transform for time frequency signal analysis”, Journal of the Franklin Institute, Vol.337, pp.347–364 (2000).

11) Schraudolph, N. N., and Belew, R. K., “Dynamic Parameter Encoding for Genetic Algorithms”, Machine Learning, Vol.9, No.1, pp.9–22 (1992).

12) Song, Y.H., and Chou, C.S.V. , “Advanced Engineered-Conditioning Genetic Approach to Power Economic Dispatch”, IEE Proc., Gener. Transm. Distrib., Vol.144, No.3, pp.285–292 (1997).

13) Lee, M. A. and Takagi, H., “Dynamic Control of Genetic Algorithms using Fuzzy Logic Techniques,” 5th Int. Conf. on Genetic Algorithms (ICGA’93), Urbana Champaign, IL, USA, pp.76–83 (July, 1993).

14) Takagi, H., “Fusion Technology of Neural Networks and Fuzzy Systems: A Chronicled Progression from the Laboratory to Our Daily Lives”, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, Vol.10, No.4, pp.647–673 (2000).

15) Takagi, H., “Interactive Evolutionary Computation: Fusion of the Capabilities of EC Optimization and Human Evaluation”, Proceedings of the IEEE, Vol.89, No.9, pp.1275–1296 (2001).

16) 高木英行, 印具毅雄, 大西圭「単峰性関数当てはめによるGA収束高速化」知能と情報（日本知能情報ファジィ学会誌）, Vol.15, No.2, pp.219–229 (2003).

17) Wang, S.Y., Tian, F.C., Liu, X. and Wang, J., “A Novel Representation Approach to DNA Sequence and Its Application”, IEEE signal processing letters, Vol.16, No.4, pp.275–278 (2009).

18) Weinberger, E., “Fourier and Taylor Series on Fitness Landscapes”, Biological Cybernetics, 65, pp.321–330 (1991).

19) Whitley, D., Mathias, K., and Fitzhorn, P., “Delta Coding: an Interative Search Strategy for Genetic Algorithms”, 4th Int. Conf. on Genetic Algorithms (ICGA1991), pp.77–84, San Mateo, CA (1991).

20) Whitley, D., Mathias, K., Rana, S., and Dzubera, J., “Building Better Test Functions”, 6th Int. Conf. on Genetic Algorithms (ICGA95), Pittsburgh, PA, USA, pp.239–246 (July, 1995).

21) Wong, K.P., Li, A., and Law, T.M.Y., “Advanced constrained genetic algorithm load flow method”, Generation, Transmission and Distribution, IEE Proc., Vol.146, No.6, pp.609–616 (1999).

22) Zadeh, L. A., “Fuzzy Logic, Neural Networks, and Soft Computing”, Communications of the ACM, Vol.37 No.3, pp.77–84 (1994).