

生産管理における在庫渋滞のモデル化

近藤, 宏樹
東京大学工学研究科

西成, 活裕
東京大学工学研究科、科学技術振興機構さきがけ

<https://doi.org/10.15017/14296>

出版情報：応用力学研究所研究集会報告. 20ME-S7 (24), 2009-02. Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University

バージョン：

権利関係：



応用力学研究所研究集会報告 No.20ME-S7
「非線形波動の数理と物理」(研究代表者 矢嶋 徹)
共催 九州大学グローバル COE プログラム
「マス・フォア・インダストリ教育研究拠点」

Reports of RIAM Symposium No.20ME-S7
Mathematics and Physics in Nonlinear Waves

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 6 - 8, 2008

Co-organized by
Kyushu University Global COE Program
Education and Research Hub for Mathematics - for - Industry

Article No. 24 (pp. 146-149)

生産管理における 在庫渋滞のモデル化

近藤 宏樹 (KONDO Hiroki),
西成 活裕 (NISHINARI Katsuhiko)

(Received February 2, 2009)



Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
February, 2009

生産管理における在庫渋滞のモデル化

東京大学 工学部 航空宇宙工学科

指導教員 西成 活裕 准教授

070320 近藤宏樹

概要

生産管理における在庫の渋滞現象 Bullwhip Effect のモデル化を試み、そのダイナミクスについて解析する。
また実例に基づいたリードタイム短縮アプローチも紹介する。

1 はじめに

広くモノを扱う企業にとって、在庫を抱えることの経済的損失は計り知れない。過剰な在庫は売れ筋商品の保管スペースを圧迫し、売れ残った製品は無駄に廃棄することになる。また在庫を抱えることは消費者ニーズへの対応が遅れる原因の一つとなり、これが企業にとって致命的な敗北要因ともなり得る。

ところで航空機産業は多種多様なサプライヤーが関係する巨大な製造業であると考えられる。しかも製造リードタイムは半年から1年近くと、最終製品である航空機が完成するまで非常に時間がかかる産業である。当然その過程には数多くの仕掛品が存在しているはずである。航空宇宙業界を専門的に扱う本学科において、航空産業全体を生産・流通管理の視点から考えてみる価値は大いにあるのではないだろうか。

2 在庫の渋滞現象「Bullwhip Effect」とは

Bullwhip Effect とは、サプライチェーンにおけるマーケットの需要変動や、サプライヤーの生産量の変動が、他のサプライヤーに増幅されて伝播されてしまい、結果としてあるサプライヤーが大量の在庫を抱えてしまう現象のことをさす。

3 Bullwhip モデル

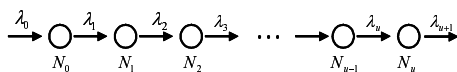


図 1: Bullwhip モデル

Bullwhip Effect を再現するモデル「Bullwhip モデル」の構築を試みる (図 1)。ここではモデルの単純化のため一次元のモデルを考える。 u 個のサプライヤーを仮定し、その中で b 番目のサプライヤーは上流のサプライヤー $b-1$ から製品を受け取り、下流のサプライヤー $b+1$ へ製品を送り出す。このときサプライヤー b の「在庫量」 N_b の増減は

$$\frac{dN_b(t)}{dt} = \lambda_b(t) - \lambda_{b+1}(t) \quad (1)$$

と表せる。ここで $\lambda_b(t)$ はサプライヤー $b-1$ がサプライヤー b に向けて製品を送り出す速度で「生産速度」と呼ぶことにする。 $\lambda_b(t)$ の増減は以下の式で表す。

$$\frac{d\lambda_b(t)}{dt} = a[W_b(t) - \lambda_b(t)] \quad (2)$$

$W_b(t)$ は「生産速度基準値関数」と呼び、その時点での生産速度の基準値を表す。各サプライヤーは任意に $W_b(t)$ を設定することができ、変化する状況を見ながら柔軟にこの値を変えているものと考えられる。パラメータ a は「感応度」と呼び $W_b(t)$ と現在の生産速度 $\lambda_b(t)$ の乖離具合を見て、目標値である $W_b(t)$ に敏感に反応しようとする度合いを表すパラメータとして捉えることができる。さて $W_b(t)$ であるが、一般のサプライヤーは上流、下流を含めた周囲の在庫量の状況と、自分の在庫量も考慮に入れながら $W_b(t)$ を決定しているはずである。自分を含めた周囲の在庫状況を $N_{(b)}$ とすると $W_b(t)$ は

$$W_b(t) = W(N_{(b)}(t)) \quad (3)$$

と表せる。式 (1) ~ 式 (3) により Bullwhip モデルは完結する。

3.1 シミュレーション

今回は任意に設定できる $W_b(t)$ を以下に述べる i),ii) の二通り設定した. シミュレーションを行うにあたり, 共通する条件を表 1 に示しておく.

表 1: シミュレーション共通条件

サプライヤー数	$u = 40$
初期在庫量	$N_b(0) = 2.0$
境界条件	$\lambda_{40} = \lambda_0(\text{ループ})$
擾乱	$t = 10.0$ において $\lambda_0 = 0$
計算終了時間	$t = 60.0$

i) 自分の在庫量のみを考慮するケース

自分の在庫量が少ない時は生産速度は遅く, 在庫量が多いときは生産速度は可能な限り早く設定.

$$W_b(t) = \tanh(N_b(t) - 2) + \tanh(2) \quad (4)$$

シミュレーション結果は以下の通り. 図 3 において Bullwhip Effect は下流側 (図右方向) へ伝播している.

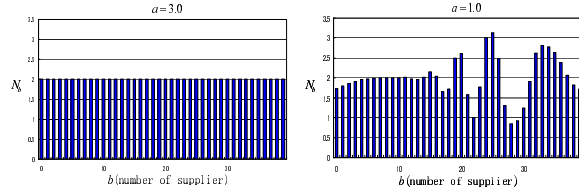


図 2: $a = 3.0, t = 60.0$

図 3: $a = 1.0, t = 60.0$

ii) 一つ下流のサプライヤーの在庫量を考慮するケース

一つ下流のサプライヤーの在庫量が少なければ, 可能な限り生産速度早くし, 逆の場合は生産速度を遅くする.

$$W_b(t) = -\tanh(N_{b+1}(t) - 2) + \tanh(2) \quad (5)$$

シミュレーション結果は以下の通り. 図 5 において Bullwhip Effect は上流側 (図左方向) へ伝播している.

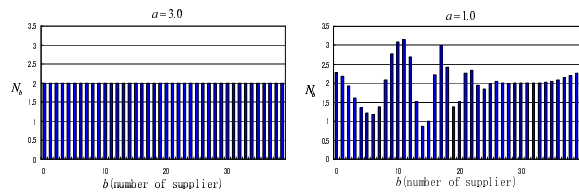


図 4: $a = 3.0, t = 60.0$

図 5: $a = 1.0, t = 60.0$

iii) 組み合わせ型の生産速度基準値関数を設定したケース

i),ii) の Bullwhip Effect の伝播方向に着目し, 両者のケースを半分づつ考慮した生産速度基準値関数 $W_b(t)$ を設定.

$$W_b(t) = \frac{W_{self}(N_b(t))}{2} + \frac{W_{next}(N_{b+1}(t))}{2} \quad (6)$$

$W_{self}(N_b(t))$ は式 (4) と, $W_{next}(N_{b+1}(t))$ は式 (5) と同様.

以下にシミュレーション結果を示す.i),ii) の $a = 1.0$ で発生していた Bullwhip Effect が解消されている.

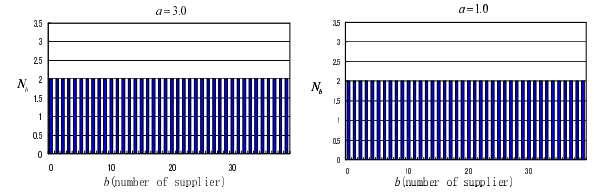


図 6: $a = 3.0, t = 60.0$

図 7: $a = 1.0, t = 60.0$

3.2 安定性解析

前節で行ったシミュレーションの安定性解析を行ってみる.

i) 自分の在庫量のみを考慮するケース

$$\frac{d\lambda_{b+2}(t)}{dt} = a \{W(N_{b+1}(t)) - \lambda_{b+2}(t)\} \quad (7)$$

$$\frac{d\lambda_{b+1}(t)}{dt} = a \{W(N_b(t)) - \lambda_{b+1}(t)\} \quad (8)$$

式 (8)– 式 (7), 式 (1) より

$$\frac{d^2 N_{b+1}(t)}{dt^2} = a \left\{ W(N_b(t)) - W(N_{b+1}(t)) - \frac{dN_{b+1}(t)}{dt} \right\} \quad (9)$$

定常状態における在庫量 $N_b^0(t) = \bar{N}$ とし ($\bar{N}$ は平均在庫量), 定常状態からの微小振動を $y_b(t)(N_b(t) = N_b^0(t) + y_b(t))$ とし, 式 (9) を一次の範囲で Taylor 展開した式は

$$\ddot{y}_{b+1}(t) = a \{W'(\bar{N})(y_b(t) - y_{b+1}(t)) - \dot{y}_{b+1}(t)\} \quad (10)$$

と記述できる. 安定性解析を行うため $y_b(t) = f_b e^{i\omega t}$ とモード展開し整理すると,

$$-\omega^2 f_{b+1} = aW'(\bar{N})(f_b - f_{b+1}) - ai\omega f_{b+1} \quad (11)$$

となり, これを解いて

$$f_b = \left(\frac{aW'(\bar{N})}{aW'(\bar{N}) - \omega^2 + i\omega a} \right)^b f_0 \quad (12)$$

となる。よって安定条件は以下のように定まる。

$$\left| \frac{aW'(\bar{N})}{aW'(\bar{N}) - \omega^2 + i\omega a} \right| < 1$$

$$\frac{\omega^2}{a^2} - \frac{2W'(\bar{N})}{a} + 1 > 1 \quad (13)$$

最も不安定な振動モード $\omega \sim 0$ において安定条件は

$$W'(\bar{N}) < \frac{a}{2} \quad (14)$$

となる。W が式 (4) の場合、安定条件は

$$a < \frac{2}{\cosh^2(\bar{N} - 2)} \quad (15)$$

となる。(図 8)

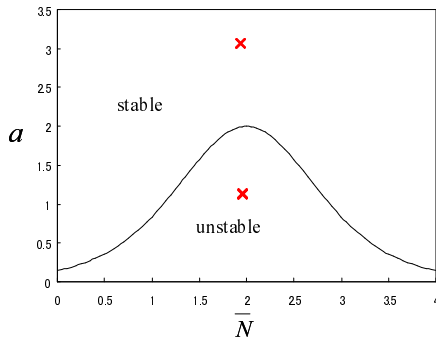


図 8: 相構造

ii) 一つ下流のサプライヤーの在庫量を考慮するケース

i) の場合と同様にして安定条件は以下のように求まる。

$$-W'(\bar{N}) < \frac{a}{2} \quad (16)$$

W が式 (5) の場合、安定条件は式 (15) と同様になり、同様の相図が描ける。(図 8)

iii) 組み合わせ型の生産速度基準値関数を設定したケース

i) と同様に進めると、以下のような三項漸化式を得る。

$$-\frac{aW'_{next}}{2} f_{b+2} + \left(\omega^2 - \frac{aW'_{self}}{2} + \frac{aW'_{next}}{2} - i\omega a \right) f_{b+1} + \frac{aW'_{self}}{2} f_b = 0 \quad (17)$$

これを解くと以下ようになる。

$$f_b = 2^{-b} \left(\frac{-aW'_{self} + aW'_{next} - 2i\omega + 2\omega^2 - \sqrt{4a^2W'_{self}W'_{next} + (aW'_{self} - aW'_{next} + 2i\omega - 2\omega^2)^2}}{aW'_{next}} \right)^b f_1$$

$$+ 2^{-b} \left(\frac{-aW'_{self} + aW'_{next} - 2i\omega + 2\omega^2 + \sqrt{4a^2W'_{self}W'_{next} + (aW'_{self} - aW'_{next} + 2i\omega - 2\omega^2)^2}}{aW'_{next}} \right)^b f_2 \quad (18)$$

組み合わせ型の W_b を設定したケースではこれ以上の議論は進めることができておらず、更なる考察が必要である。

3.3 Bullwhip Effect のサプライヤー間伝播速度

Bullwhip Effect がサプライヤー間を伝わっていく早さについて取り上げる。Bullwhip Effect の伝播に関して一周分時間を T_{cycle} として、サプライヤー間伝播速度 ζ を以下のように定義する。

$$\zeta = \frac{u}{T_{cycle}} [\text{サプライヤー数/s}] \quad (19)$$

Bullwhip モデル i) 自分の在庫量のみを考慮しているケースにおいて、サプライヤー数 $u = 20$ 、初期 (平均) 在庫量を $N_b(0) = 1.5, N_b(0) = 2.0, N_b(0) = 2.5$ と変えた場合の、感応度 a に対する ζ の関係が図 9 である。

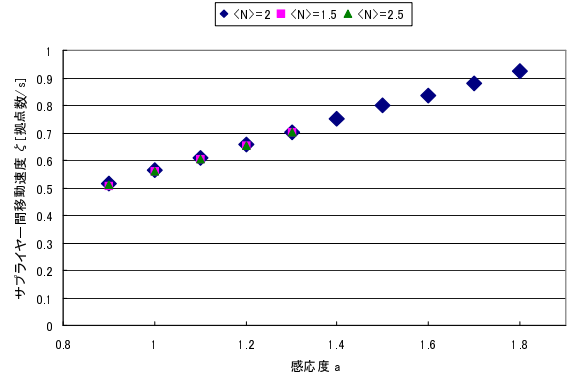


図 9: 感応度 a vs サプライヤー間伝播速度 ζ

図 9 を見ると、 ζ は平均在庫量 $\bar{N}$ の多寡によらない、感応度 a の関数であることが分かる。

4 生産工場内のリードタイム短縮

4.1 感応度 a の解釈

サプライヤーとして生産工場を考えた場合、感応度 a は現実的には何を意味するであろうか。感応度 a は目標とする生産速度が変わった際どれだけ敏感に反応するかに関わるパラメーターであった。一般に生産工場でこのような変動に敏感に対応する状態とは、在庫が少なく、リードタイムが短い状態であると認識することができる。Bullwhip Effect の発生条件が感応度 a に依存すること、さらに a が製品を加工する工程時間である「リードタイム」と結びつけて考えることができることから、生産工場内におけるリードタイム短縮に関して研究をしていくことは意義のあることである。

4.2 ボトルネック工程改善によるリードタイム短縮

リードタイムの短縮方法として、ボトルネック工程を改善することは容易に思いつき手取り早い方法である。鉄鋼系生産工場 A の一部の工程 (図 10) をモデルとして抽出し、これについて検証してみる。

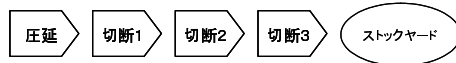


図 10: 生産工場 A の圧延及び切断工程

製品群	1ロット内個数(出荷比率)	圧延	切断1	切断2	切断3
1	17個(6.8%)	18	7	5	12
2	4個(1.6%)	18	7	9	19
3	3個(1.2%)	18	8	11	23
4	1個(0.4%)	18	12	16	35

図 11: 製品群毎の平均工程時間

図 11 は図 10 の各工程に要する時間を表示している。(一部数字を加工して表示) 図 11 を見て分かれるとおりボトルネック工程は、切断 3 工程である。ここでボトルネック工程の改善率 ν を以下のように定義する。

$$\nu_{bottle} = \frac{T_{bottle}^{before} - T_{bottle}^{after}}{T_{bottle}^{before}} \quad (20)$$

T_{bottle}^{before} は改善前の、 T_{bottle}^{after} は改善後のボトルネック工程の工程時間を表す。

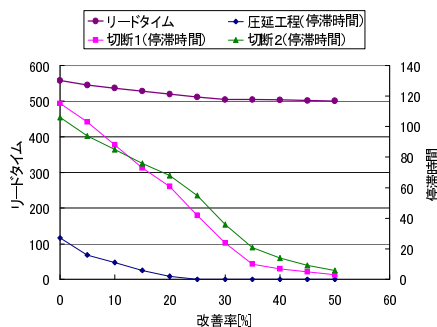


図 12: ν vs リードタイム及び各工程停滞時間

送り順 { 1,1,1,3,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,4,2,2,2,3,2,3 }

図 12 はボトルネック工程の改善率 ν_{bottle} に対するリードタイムと各工程停滞時間の推移である。製品の送り方とリードタイムの計測に関してであるが、配列の左から順にラインに乗せ、最後の製品 2 がストックヤードに入るまでの時間をリードタイムとみなしている。

さて通常ボトルネック工程の改善率は、第二ボトルネック工程である圧延工程の工程時間である 18 まで改善するべく $\nu_{bottle} = 0.5(50\%)$ 付近を目標に設定しがちである。しかし図 12 では改善率が 30% を過ぎたあたりからリードタイムの短縮への効果が薄れてきていることが分かる。先にも述べたとおり、工程時間の短縮は企業による設備投資のように大幅なコストがかかる場合が多い。上の結果から分かるとおり、 ν_{bottle} の設定の仕方によっては、無駄なコストをかけることになる場合もあるので以上のようなシミュレーションを行って、改善率の値にある程度目星をつけておくことが有効となってくる。

5 結論

Bullwhip モデルは、生産管理における在庫の渋滞現象である Bullwhip Effect を単純な式で表現できるモデルである。Bullwhip Effect の発生する条件は感応度 a 及び平均在庫量 $\bar{N}$ に依存し、どのサプライヤーの在庫量を考慮するかにより、その伝播の仕方は大きく異なる。サプライヤー間伝播速度 ζ は感応度 a に依るが平均在庫量 $\bar{N}$ には依らない。Bullwhip モデルは様々な拡張案が考えられ、今後の活発な研究が期待される。

Bullwhip モデルにおける感応度 a は、生産工場におけるリードタイムと結びつけて考えることが可能であり、Bullwhip の発生条件が感応度 a に依存する以上、リードタイムの短縮手法について研究することは意義のあることである。ボトルネック工程の改善によるリードタイム短縮を行う際は、過剰な設備投資によるコストの無駄遣いに注意が必要である。

参考文献

- [1] D. Helbing: "Modeling and optimization of production processes: Lessons from traffic dynamics", in G. Radons and R. Neugebauer (eds.) *Nonlinear Dynamics of Production Systems* (Wiley, New York, 2004).
- [2] 杉山雄規: "交通流の物理", ながれ, 22, pp.95-108, 2003.
- [3] Hau L. Lee, V. Padmanabhan, and Seungjin Whang: "The Bullwhip Effect in Supply Chains", SLOAN MANAGEMENT REVIEW, SPRING 1997(1997), pp.93-102