

## 固定ピッチ翼風車の変動風下の出力について

烏谷, 隆  
九州大学応用力学研究所

大屋, 裕二  
九州大学応用力学研究所

渡辺, 公彦  
九州大学応用力学研究所

<https://doi.org/10.15017/14196>

---

出版情報 : 九州大学応用力学研究所所報. 135, pp.125-129, 2008-09. Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University

バージョン :

権利関係 :

# 固定ピッチ翼風車の変動風下の出力について

鳥谷 隆\*, 大屋 裕二\*, 渡辺 公彦\*

(2008 年 7 月 16 日受理)

## On the Output for a Wind Turbine of Fixed-Pitch Angle Wings in Variable Speed Wind

Takashi KARASUDANI, Yuji OHYA and Kimihiko WATANABE

E-mail of corresponding author: *karasu@riam.kyushu-u.ac.jp*

### Abstract

We studied on output power for a wind turbine, which has fixed-pitch angle wings, in variable speed wind. A mathematical model of the wind turbine is given, and numerical simulation was done. In the model, we assumed that the torque coefficient was characterized by a tip speed ratio only. We showed that the displacement of the tip speed ratio from the optimum value, at which the wind turbine had the maximum output power, due to a periodic change of wind speed can be analyzed well by a characteristic frequency. The characteristic frequency is given by the inverse of the response time, which was derived in the former report<sup>1)</sup>. Output power for a wind turbine in variable speed wind was given as a function of a power coefficient, averaged over the displacement of tip speed ratio, and the variance of a wind.

**Key words:** *wind turbine, torque coefficient, power coefficient, wind speed change, response time, displacement of tip speed ratio*

### 1. はじめに

近年, 再生可能エネルギーの一つである風力エネルギーは風車による風力発電として世界中で広く利用されている。多数の大型風車を備えたウィンドファームが各地に建設され, 利用拡大が進んできた。最近では, 身近にあるエネルギー源として利用することが図られており, 市街地や住宅地の街灯や非常灯などの局所電源とすることが考えられている。この目的を達成するために安全で効率が高く低騒音の小型風車の開発が盛んに行われている。

通常, 小型風車では固定ピッチ翼が使用されている。市街地などでの利用を想定したとき, 小型風車は激しい風速変動にさらされる。このため, 風車が風速の変動に対してどのように振る舞うの

かを知ることは大切である。

一定な風速下で運転されている時, 風車の翼は出力が最大となる最適周速比で定常的に回転している。この状況下で, 風速が変化したとすると翼の回転はどうなるのであろうか。風速が速くなったときは, 周速比が最適な値より小さくなる。一方, 風速の増加により回転を促すトルクが増加するため, 回転が速くなり周速比は最適な値に戻っていく。逆に, 風速が遅くなったときは, 周速比は最適な値より大きくなる。風速の減少によりトルクが減少するため, 回転が遅くなり周速比は最適な値に戻っていく。このようにして, 風速が変化しても周速比は一定に保たれようとする。しかしながら, これらの過程は, 翼と発電機の慣性のため, 瞬時に行われるわけではなく時間がかかる。そのため, 風速が変化していると周速比は最適な値とは異なってくる。風速が変動する時, 周速比を最

\* 九州大学応用力学研究所

適な値に保つことが困難な風車は効率が悪くなる  
と予想される理由である。

一方, 風車の出力は風速の3乗に比例するため,  
変動風の下では平均出力が平均風速と出力係数から  
予想される値より大きくなる可能性がある。こう  
した状況を詳細に調べるため, 数値モデルを用  
いてシミュレーションを行う。第2章では数値モ  
デルについて説明する。第3章では風速の変化に  
よる周速比の変化について検討する。4章では変  
動風の下での出力について検討する。第5章では  
4章の結果を検証する。第6章にまとめを記す。

## 2. 数値モデル

本論文では, 風速を一定に保ち測定された, 言  
わば静的な空力特性を基に, 風速が変化したとき  
の風車の振る舞いを調べる。風速が変化したとき  
翼の周りの流れは, 過渡的状態を経て風速に応じた  
流れになる。静的な空力特性を用いた議論では,  
過渡的状態を無視していることになる。また, 風  
向の変化によるヨー運動も考慮していない。この  
場合, 風車の運動は固定軸周りの回転運動系とし  
て次式で記述できる。

$$I \frac{d\omega}{dt} = T_U - T_L \quad (1)$$

上式において,  $\omega$  は翼の回転角速度,  $I$  は翼と発電  
機による慣性モーメント,  $T_U$  は風による翼の回転  
を促すトルク,  $T_L$  は負荷による回転を抑制するト  
ルクである。 $T_U$  はトルク係数  $C_T$  により

$$T_U = C_T(\lambda) (1/2) \rho \pi r^3 U^2 \quad (2)$$

と表すことができる。 $\rho$  は空気密度,  $r$  は翼の半  
径,  $U$  は風速である。 $\lambda$  は周速比である<sup>2)</sup>。

$$\lambda = r\omega / U \quad (3)$$

トルク係数は周速比にのみ依存すると仮定してい  
る。この仮定は, 翼のレイノルズ数が大きいとき  
( $10^5$ 以上) によく成り立つ。

翼の出力は翼のトルクと回転角速度の積である。  
翼の出力と風車に流入する風のエネルギー流速と  
の比を出力係数  $C_w$  と呼ぶ。

$$C_w(\lambda) = T_U \omega / ((1/2) \rho \pi r^2 U^3) \quad (4)$$

式(2),(3),(4)より, 出力係数とトルク係数の間には  
次式の関係があることがわかる。

$$C_w(\lambda) = C_T(\lambda) \lambda \quad (5)$$

式(1)を数値積分するためには  $T_U$  を決める必要が  
ある。 $T_U$  を求めるために必要なトルク係数は出力  
係数より式(5)の関係から決定した。出力係数は,  
実験結果などを参考に複数の値の周速比において  
係数値を定め, それらの点を自然スプラインによ

り滑らかに接続することで係数とした<sup>3)</sup>。式(5)によ  
るトルク係数の決定では  $\lambda=0$  で特異点となるため,  
 $\lambda=0$  のトルク係数は固定値 0.02 とした。Fig.1 に計算  
に用いたトルク係数と出力係数の例を示す。この  
例では最大の出力係数を 0.40 そのときの周速比を  
5.0 とした。

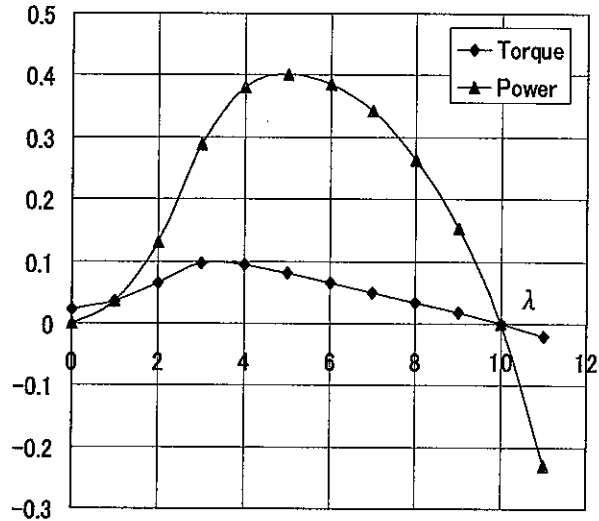


Fig.1 Curves of the torque and power coefficients.

負荷トルク  $T_L$  は, 翼が定常回転しているなら  
ば, 翼のトルクに等しくなるので, 出力係数が最  
大となる周速比を  $\lambda_w$  とすると, その時のトルクは

$$\begin{aligned} T_L &= T_U(\lambda_w, U) \\ &= (1/2) \rho A C_T(\lambda_w) r^3 \omega^2 / \lambda_w^2 \\ &= \beta \omega^2 \end{aligned} \quad (6)$$

となる。この式から明らかなように, 係数  $\beta$  は風  
速に関係なく, 空気密度, 風車の大きさ, 翼のト  
ルク特性により定まる定数である。すなわち,  $\omega$   
に応じて負荷トルクが式(6)の値となるようにすれ  
ば, 風車は定常風下において最高の効率を示す周  
速比  $\lambda_w$  で動作していることになる。このいわゆる  
「オメガ二乗制御」を模擬するために, 数値積分  
の各ステップにおいて負荷を式(6)の値になるよう  
に調整した。負荷によるトルクの  $n$  ステップ目の  
値を  $T_L^n$  とすると,  $n+1$  ステップ目の値を次式で与  
えた。

$$T_L^{n+1} = T_L^n + \kappa(\beta \omega_n^2 - T_L^n) \quad (7)$$

比例定数  $\kappa$  は 0.5 とした。

数値積分にはルンゲ・クッタ法を用いた。時間  
刻みは 0.001 秒, 式(7)による制御は 0.05 秒間隔と  
した。

### 3. 風速変化による周速比の変化

風速の変化による出力の変化を評価するためには、風速の変化によって周速比がどのように変化するかを知る必要がある。数値モデルを用いて風速が変化したときの周速比の変化を求めた。計算に用いた風車は① $I=1[\text{kgm}^2]$ ,  $r=0.5[\text{m}]$ と② $I=0.2[\text{kgm}^2]$ ,  $r=1[\text{m}]$ の2種類である。また、②の風車に関しては、出力係数の最大値が0.35そのときの周速比が4.0の場合についても計算した。

風速を10[m/s]に維持し出力や周速比が一定になるまで待ち、その後、10[m/s]を中心に振幅0.5[m/s]で正弦振動させた。振動周波数 $f$ は0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 1, 2, 4, 8, 16[Hz]である。Fig.2に計算例を示す。

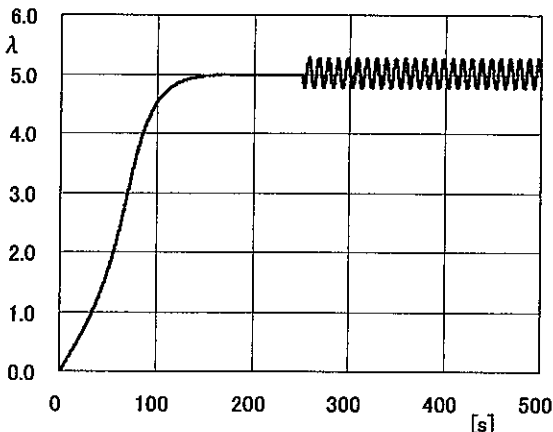


Fig.2 A sample of the simulation for  $I=1.0$  [ $\text{kgm}^2$ ],  $r=0.5[\text{m}]$ ,  $f=0.1$  [Hz].

風速が振動している間、周速比は設定値を中心に正弦的に変化した。設定値より大きい方への変位のほうが小さい方への変位より数%から10%程度大きい。この変化の様子を表すために変動の巾と偏倚の大きさを表す二つのパラメータを導入する。

風速がステップ的に $\Delta U(>0)$ 変化したとする。この時、周速比の変化は、 $\Delta U$ 増加したときと減少したときで、

$$\begin{aligned} \lambda_+ &= \frac{r\omega}{U+\Delta U} \\ &= \lambda_w - \lambda_w \frac{\Delta U}{U} + \lambda_w \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 - \lambda_w \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^3 + \dots \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_- &= \frac{r\omega}{U-\Delta U} \\ &= \lambda_w + \lambda_w \frac{\Delta U}{U} + \lambda_w \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \lambda_w \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^3 + \dots \quad (9) \end{aligned}$$

となる。この2式より、次の2つのパラメータで変動の巾と偏倚を表すことができることが分かる。

$$\Delta \lambda = \frac{1}{2}(\lambda_- - \lambda_+) \equiv \Delta \lambda_\infty g \quad (10)$$

$$\varepsilon \lambda = \frac{1}{2}(\lambda_- + \lambda_+) - \lambda_w \equiv \varepsilon \lambda_\infty h \quad (11)$$

$$\Delta \lambda_\infty \equiv \lambda_w \frac{\Delta U}{U}, \quad \varepsilon \lambda_\infty \equiv \lambda_w \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2$$

$\Delta \lambda_\infty$ ,  $\varepsilon \lambda_\infty$ は風速が瞬間的に変化したときの周速比の変化であるので、各パラメータの最大値になると期待される。式(10), (11)の $g, h$ は変動の周波数が高くなると1に近づく関数である。この関数をモデル計算の結果より求める。

式(1)で表される力学系の運動を特徴づける時間は風速変動に対する応答時間である<sup>1)</sup>。応答時間の逆数 $f_r$ がこの系を特徴づける応答振動数であるので、 $f_r$ により変動の振動数を規格化する。

$$f_r \equiv \frac{(3/2)\rho\pi r^4 C_w(\lambda_w)U}{I\lambda_w^2} \quad (12)$$

正弦振動に対する周速比の変化を求めた結果をFig.3, Fig.4に示す。図中の凡例の $\kappa=1$ は式(7)の比例係数を1に設定した結果である。 $tc=0.1$ は負荷の制御間隔を0.1秒に設定した結果である。

この図は風車の慣性モーメント、翼半径、出力係数や制御間隔にかかわらず風速の変化に対する周速比の変化は、 $\Delta \lambda_\infty$ と $f_r$ で規格化すると、一つの曲線で表すことができることを示している。この曲線は、回帰分析より、次のようになった。

$$\frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda_\infty} = 1.04(1 - \exp(-7.24 \frac{f}{f_r})) \quad (13)$$

$$\frac{\varepsilon \lambda}{\varepsilon \lambda_\infty} = 1.36(1 - \exp(-3.38 \frac{f}{f_r})) \quad (14)$$

Fig.3より、応答振動数の半分程度以上の振動数の変動に対して、周速比の変化巾はほぼ $\Delta \lambda_\infty$ の一定値になることが分かる。これらのパラメータを用いて、変動成分が振幅が $\Delta U/U$ 、振動数が $f$ で正弦振動する風に対する周速比の変化は

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \lambda_w - \Delta \lambda_\infty g(f/f_r) \sin(2\pi ft) \\ &\quad + \varepsilon \lambda_\infty h(f/f_r) \sin^2(2\pi ft) \quad (15) \end{aligned}$$

と近似できる。

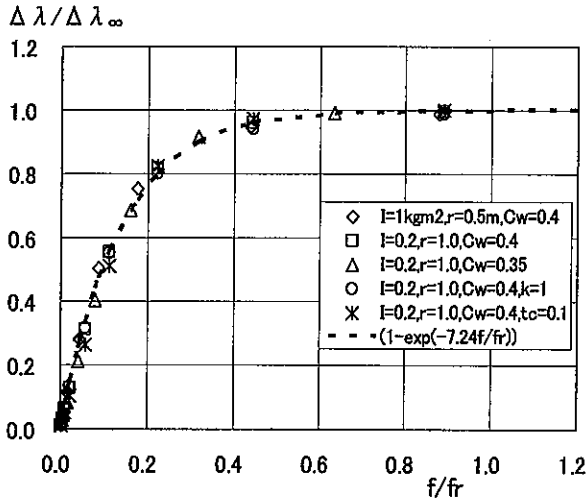


Fig.3 Deviation of tip speed ratio from the optimum value by the sinusoidal change of wind speed.

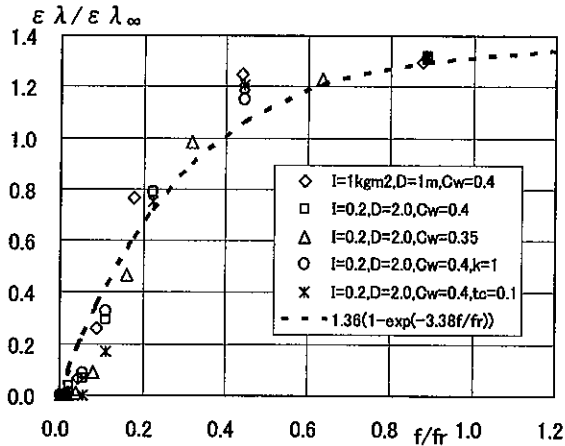


Fig.4 Deviation of tip speed ratio from the optimum value by the sinusoidal change of wind speed.

4. 変動風下の風車出力の予測

風速が変化しているときの風車の性能を平均出力で評価する。平均する時間を  $T$  とすると平均出力  $P_A$  は

$$P_A = \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) \frac{1}{2} \rho \pi r^2 U^3(t) dt \quad (16)$$

と書ける。

風速を平均値  $U_A$  と変動値  $u$  の和として表し、式(16)に代入すると、 $P_A$  は次式のように分解できる。

$$\begin{aligned} \frac{P_A}{(1/2)\rho\pi r^2 U_A^3} &= \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) dt + \frac{3}{U_A} \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) u(t) dt \\ &+ \frac{3}{U_A^2} \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) u^2(t) dt + \frac{1}{U_A} \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) u^3(t) dt \quad (17) \end{aligned}$$

式(17)に式(15)を代入して一周期に渡って平均す

ることにより、変動風速下の平均出力を予測できる。

5. 予測法の確認

上述の予測法が的を得たものであるか否かを確認するため、分析に用いたものとは異なるモデルについてシミュレーションを行った。用いたモデルは  $I=15.0[\text{kgm}^2]$ ,  $r=2.0[\text{m}]$ ,  $\lambda_w = 5.10$ ,  $C_w(\lambda_w)=0.3993$ ,  $\rho=1.21[\text{kg/m}^3]$  である。出力係数とトルク係数の形状を Fig.5 に示す。

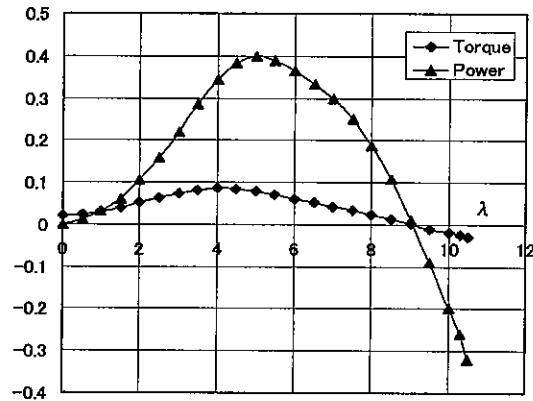


Fig.5 Curves of the torque and power coefficients of the numerical model for checking the formula.

平均風速は  $10[\text{m/s}]$ , 変動の振幅は  $2.0[\text{m/s}]$  に設定した。このモデルにおける応答振動数  $f_r$  は  $0.93[\text{Hz}]$  になる。式(17)右辺の各項を次のように表示し、結果を Table1 に示す。式(15)を用いて計算した値は “\_cal” をつけている。

$$C_w^A \equiv \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) dt \quad (18)$$

$$(3C_w u / U)^A \equiv \frac{3}{U} \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) u(t) dt \quad (19)$$

$$(3C_w u^2 / U^3)^A \equiv \frac{3}{U} \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) u^2(t) dt \quad (20)$$

$$(C_w u^3 / U^3)^A \equiv \frac{1}{U} \frac{1}{T} \int_0^T C_w(\lambda(t)) u^3(t) dt \quad (21)$$

応答周波数の半分以下の遅い変動に対しては、変動風下の出力の予測値(P[W])はシミュレーション結果とよく一致しているが、変動周波数が応答周波数より同程度以上になると出力の予測値は  $20[\text{W}]$  程度下回っている。出力係数( $C_w$ )に関しては全周波数領域で、シミュレーション結果と計算値はよく一致している。周速比の変化( $\Delta \lambda$ )についても両者はよく一致している。

風速の変動成分と出力係数との相関を無視する近似をすると、風速変動の1次の項は零になるので、出力は次式で推定できることになる。

$$\frac{P_A}{(1/2)\rho\pi r^2 U_A^3} \cong C_w^A \cdot (1+3\sigma^2) \quad (22)$$

$$\sigma^2 \cong \frac{1}{U_A^2} \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt$$

この近似は3次の項に関しては全周波数領域で良い近似となっている。しかし、1次の項に関しては、変動周波数が応答周波数の半分以上になると、その値が2次の項の15%に達するため考慮する必要がある。

$\sigma^2$ は正であるので、変動風時の出力が平均風速が同じ定常風時の出力より増加するかあるいは低下するかは、平均出力係数  $C_w^A$  に依存することになる。風速変化の時間より応答時間が充分小さく周速比の変化がほとんどないほど素速く応答するならば  $C_w^A$  は定常時の出力係数に等しくなり、変動風下の出力は増加する。また、応答が遅く周速比が変化しても、最適周速比近傍において、出力係数があまり変化しなければ出力は増加する。通常、風速の変化速度に追従するほど素速く応答することはできないので、最適周速比の近傍における出力係数の曲がり具合が、変動風下の風車出力の増加/減少にとって要となる要素である。

## 6. まとめ

ピッチ角が固定された翼を持つ風車について、風速が変化するときの出力を予測する方法を検討した。風速の変動振動数と周速比の最適値からの変位を関係づける式を導いた。この変位領域内を正弦的に変化するとして平均した出力係数値と風速変動の分散で、変動風下の風車出力を近似する式を提案した。

## 謝 辞

一連の研究は、経済産業省大学発事業創出実用化研究開発事業、日本学術振興会科学研究費、吉田学術教育振興会、住友財団環境助成研究、原田記念財団流体機械自然科学研究、(株)九州電力、九州大学P&P研究プロジェクトの支援のもとに行われて来ました。ここに記して深く感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 鳥谷隆, 大屋裕二, 渡辺公彦: 風速あるいは負荷の変動に対する風車の応答, 九州大学応用力学研究所報, 第133号, (2007), pp. 121-124; 鳥谷隆, 大屋裕二, 渡辺公彦: 小型風車の風速および負荷の変動に対する応答について, 風力エネルギー協会誌, 31, No. 2, (2007), pp. 120-123.
- 2) 風車工学入門: 牛山泉, (株)森北出版, (2002).
- 3) 吉村和美, 高山文雄: パソコンによるスプライン関数, 東京電機大学出版局, (1989).

f[Hz]	f/f <sub>r</sub>	$\Delta\lambda$	P[W]	$C_w^A$	$(3C_w \cdot u/U)^A$	$(3C_w \cdot u^2/U^2)^A$	$(C_w \cdot u^3/U^3)^A$	$\Delta\lambda_{cal}$	$C_w^A_{cal}$	P[W]_{cal}
0.01	0.011	0.0726	3,216	0.399	2.22E-05	2.39E-02	1.79E-07	0.0761	0.399	3,214
0.05	0.054	0.341	3,197	0.396	4.08E-04	2.38E-02	3.77E-06	0.328	0.396	3,193
0.1	0.107	0.591	3,158	0.391	1.05E-03	2.35E-02	1.11E-05	0.550	0.392	3,155
0.5	0.535	1.02	3,058	0.377	3.06E-03	2.21E-02	3.22E-05	0.999	0.377	3,034
1.0	1.07	1.05	3,050	0.376	3.27E-03	2.19E-02	3.41E-05	1.02	0.376	3,027
2.0	2.14	1.06	3,047	0.376	3.33E-03	2.19E-02	3.47E-05	1.02	0.376	3,027
4.0	4.28	1.06	3,047	0.376	3.33E-03	2.19E-02	3.48E-05	1.02	0.376	3,027
8.0	8.57	1.06	3,047	0.376	3.36E-03	2.19E-02	3.48E-05	1.02	0.376	3,027
16.0	17.1	1.06	3,047	0.376	3.30E-03	2.19E-02	3.44E-05	1.02	0.376	3,027

Table1. The result of the simulation for the model:  $F=15.0$  [kgm<sup>2</sup>],  $r=2.0$ [m],  $\lambda_w=5.1$ ,  $C_w(\lambda_w)=0.3993$ ,  $\rho=1.21$ [kg/m<sup>3</sup>],  $U_A=10$ [m/s]. Response frequency is  $f_r=0.93$ [Hz], and nominal output power is 3,034[W].