

指向性音源に対する防音壁挿入損失に関する研究

松本, 源生

<https://doi.org/10.11501/3181892>

出版情報：九州芸術工科大学, 2000, 博士（工学）, 課程博士
バージョン：
権利関係：

付 録 B 工場建屋形状への境界要素法の 適用

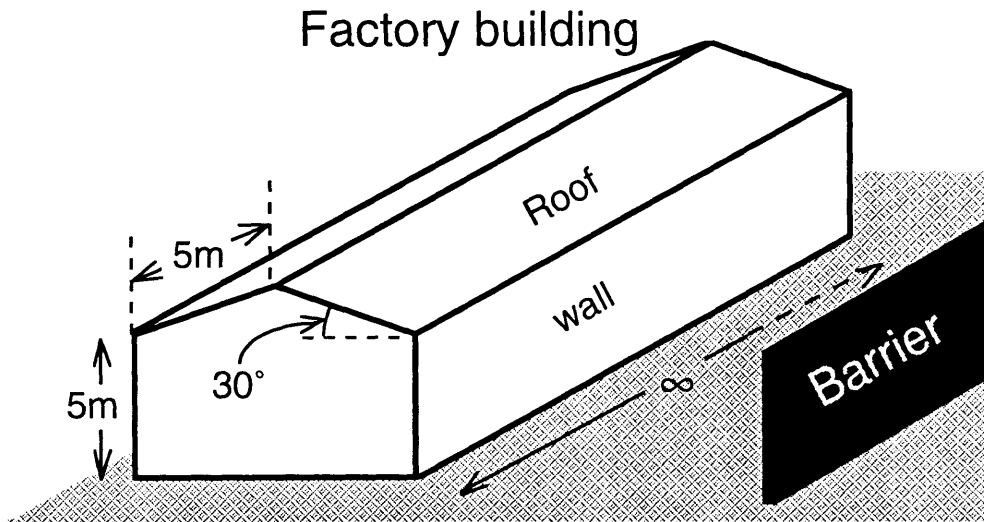


Fig. B.1 本章で検討する音場

境界要素法により工場建屋周辺の音場解析を行う。ここで、計算対象とした建屋の形状は前章での検討と同じ、Fig. B.1に示すような側壁高さおよび屋根の幅を5m、屋根は水平方向から $\pi/6$ 傾いており、更に防音壁も設置されている状況を想定している。この場合、A.3節において示した定式化に基づく従来通りの境界要素法では、正しく音場の再現はできないことが判った。この問題について解説した後、対処方法について述べる。

B.1 解が一意でなくなる固有周波数の存在

まず、防音壁を設置していない状態を想定し、Fig. B.1の断面としてFig. B.2のように音源・受音点を置く。このときの音圧レベルの周波数応答を計算した結果を、Fig. B.3に示す。ただし、基準音圧は自由音場における音源から1mの距離のものとした。境界要素法によるとピークとディップが激しく出現する結果となった。一方、Fig. B.2のような稜線を持つ散乱体の回折音場の計算は、幾何光学的回折理論の計算適用範囲であり、これを適用して計算した音圧レベルの周波数応答はFig. B.4に示すようにほぼ直線的に低下していることが判る。

幾何光学的回折理論によるものが3次元音場、境界要素法によるものが2次元音場であるため、音圧レベルでは基準値や距離減衰が異なるため、そのままの数値を並べての比較はできない。しかし、Hothersallら[41]は挿入損失に関して2次元音場でも3次元音場でもその値はほぼ一致することを示している。そこで、工場建屋に相当する散乱体を切妻型の障壁と見なして、挿入損失を算出しFig. B.5に示す。幾何光学的回折理論による挿入損失がほぼ直線的に減少しているの

に対して、境界要素法による挿入損失は激しく変動している。幾何光学的回折理論による挿入損失は、理論の適用範囲内の位置関係で計算しており、その計算結果は Fig. B.2 に示す通り高周波ほど挿入損失が増加するという妥当な結果となっている。つまり、境界要素法による解に問題があることとなる。外部音場問題に対して境界要素法を適用する場合、散乱体の断面積が小さいときは固有周波数が高周波域に押し上げられるが [42]、断面積が大きく傾斜のある形状の内部空間に対しては固有周波数が多数存在し、その周波数周辺で境界要素法の解が一意でなくなる。実際、Fig. B.2 に示す形状は、高さも厚みも小さくはなく断面積が 27.05 m^2 の六角形であり、内部問題に対して多数の固有周波数が存在する。そのため、周波数応答の解の精度が著しく低下する不具合が生じたと考えられる。

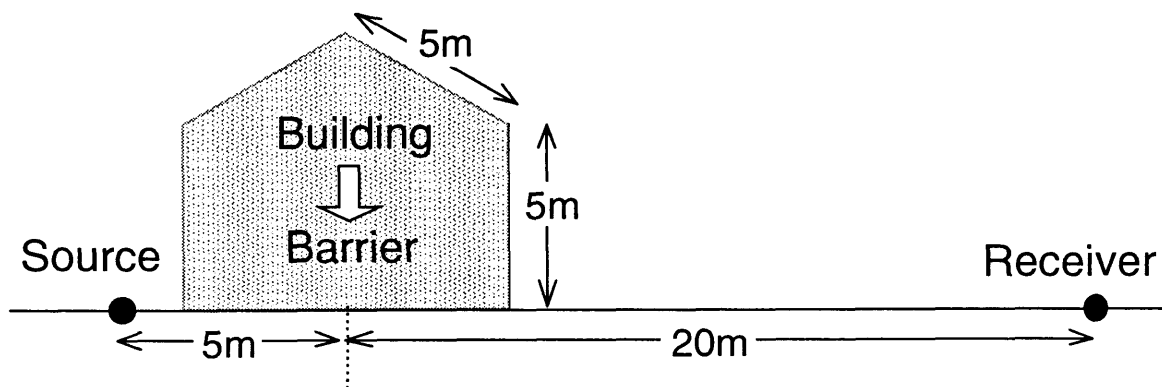


Fig. B.2 建屋を障壁とみなしたときの音源と受音点位置

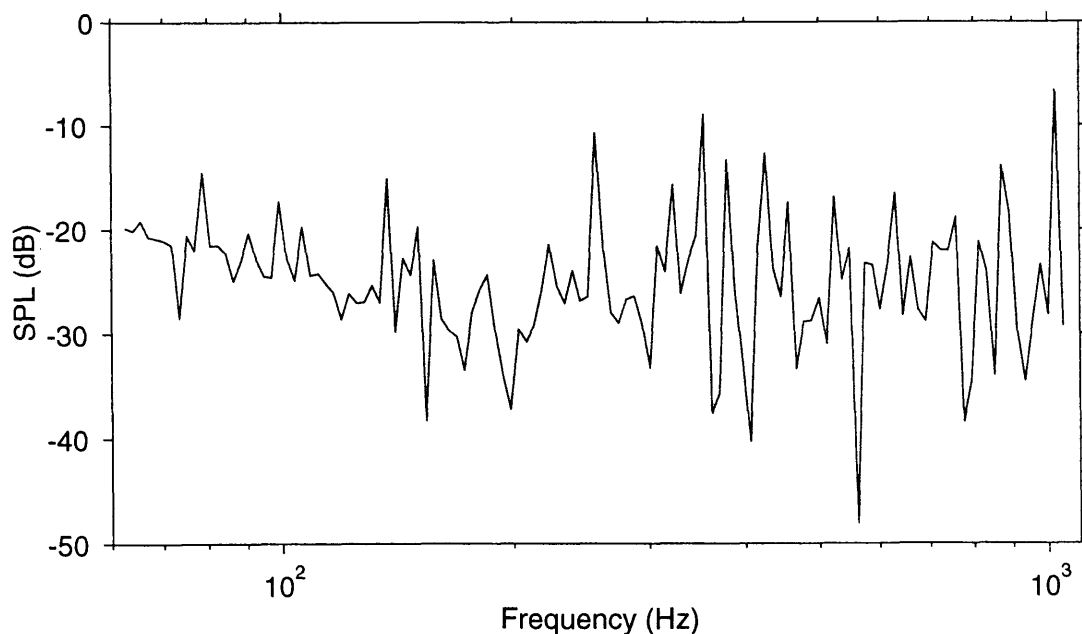


Fig. B.3 受音点における周波数応答 -境界要素法を適用-

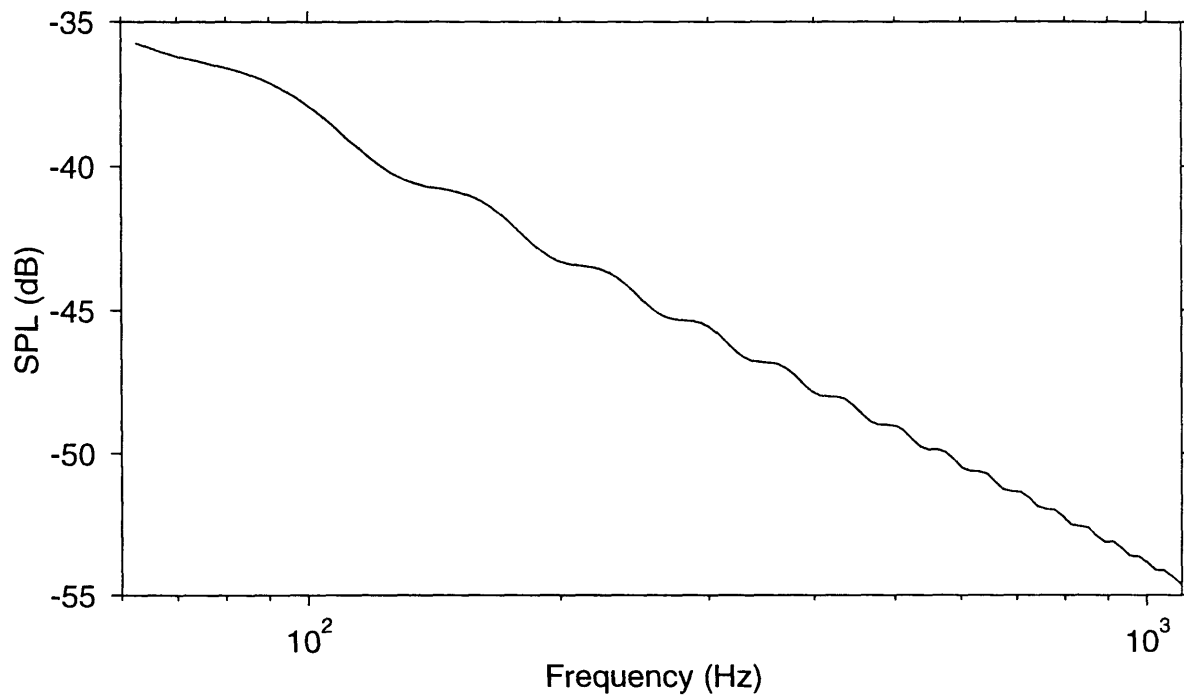


Fig. B.4 受信点における周波数応答—幾何光学的回折理論を適用—

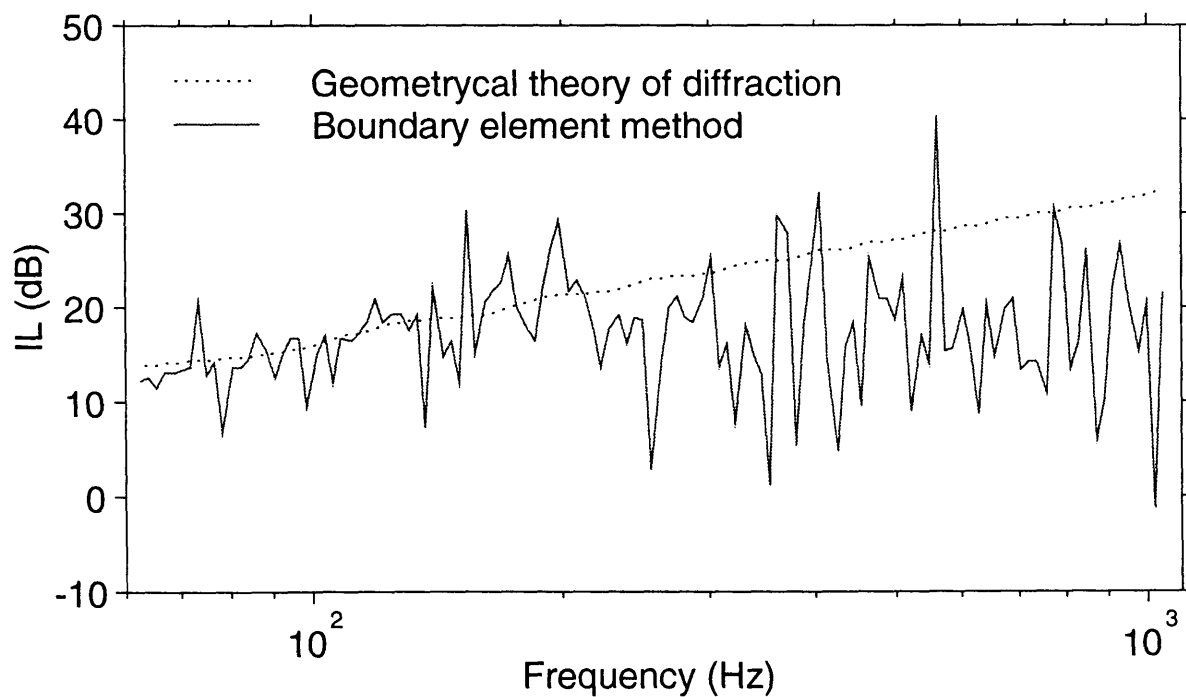


Fig. B.5 受信点における挿入損失の比較

このような散乱体の固有周波数の近傍で境界要素法による解が一意でなくなることは、以前から指摘されている。不整形で断面積が大きな形状の散乱体では、Schenck[43]が検討しているように散乱体の内部 Dirichlet 問題の固有周波数が多数存在し、その周波数では係数行列 A が階数不足を生じ、数学的には逆行列が存在しない非正則行列となり (A.57) 式の解が一意に決定できなくなる。また、計算機を用いた数値計算によると、連立方程式の解法は Gauss の消去法や LU 分解のアルゴリズムを適用する。そのために、近似解法であるため固有周波数だけでなく、その近傍の周波数においても、解が一意に決定できない事態が生じてしまう。

固有値近傍での解の改善方法としては、*CHIEF*(Combined Helmholtz Integral Equation Formulation) と *Burton and Miller method* がある。前者の *CHIEF* は Schenck[43] によるもので、Helmholtz-Huygens 積分方程式を用いて散乱体の外部問題を解くときに、散乱体表面の離散化により形成される係数行列 A に関して固有周波数周辺で生じる階数不足を補うために、散乱体内部の複数点も Helmholtz-Huygens 積分方程式を満たすという

$$0 = \varepsilon(\mathbf{q})p_d(\mathbf{r} : \mathbf{q}) - \int_{\partial S} \left\{ p(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r} : \mathbf{r}_0)}{\partial \mathbf{n}_0} - G(\mathbf{r} : \mathbf{r}_0) \frac{\partial p(\mathbf{r}_0)}{\partial \mathbf{n}_0} \right\} \quad (\text{B.1})$$

により表される内部 Helmholtz-Huygens 方程式を併用する。その手順は以下に示す通りである。

散乱体表面を N 個の要素 $\partial S_1, \dots, \partial S_N$ に分割し、それぞれの中点の座標を $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N$ とおくと、(A.56) 式において音源が地面上にあるときは $\varepsilon(\mathbf{q}) = 1$ となり、次式が成立する。

$$\sum_{j=1}^N p(\mathbf{r}_j) A_{S_j}(\mathbf{r}_i) + \frac{1}{2} p(\mathbf{r}) = p_d(\mathbf{r}_i), \quad (i = 1, \dots, m) \quad (\text{B.2})$$

ただし、 A_{ij} は要素 S_j と要素中点 \mathbf{r}_j の相対的な位置関係から決まる係数であり (A.55) 式により与えられる。ここで、散乱体内部に M 個の内点 $\mathbf{r}_{N+1}, \dots, \mathbf{r}_{N+M}$ を置くことにより、

$$\sum_{j=1}^N p(\mathbf{r}_j) A_{S_j}(\mathbf{r}_i) = p_d(\mathbf{r}_i), \quad (i = N+1, \dots, N+M) \quad (\text{B.3})$$

なる連立方程式が追加される。(B.2) 式と (B.3) 式より以下の行列表示が可能となる。

$$\begin{bmatrix} A_{11} + \frac{1}{2} & \dots & A_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & \dots & A_{NN} + \frac{1}{2} \\ A_{N+11} & \dots & A_{N+1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N+M1} & \dots & A_{N+MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(\mathbf{r}_1) \\ \vdots \\ p(\mathbf{r}_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_d(\mathbf{r}_1) \\ \vdots \\ p_d(\mathbf{r}_N) \\ p_d(\mathbf{r}_{N+1}) \\ \vdots \\ p_d(\mathbf{r}_{N+M}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

このように、係数行列が $(N+M) \times M$ の非正方マトリックスと大きくなる。係数行列の行を大きくすることにより、階数不足を補うことを可能としているわけである。藤塚ら [44] や Juhl ら [45] が、CHIEF を適用した結果を示しているが、必要な内点の個数や最適な内点の配置などについては成果は得られてはいない。ただ、「固有モードの節近傍に内点が位置したときには階数向上の役には立たないので、内点の選択には注意を要する。」という注意事項しか、これまでに得られていない。つまり、CHIEF 内点の選択には試行錯誤が必要となる。

CHIEF を適用した場合のマトリックス解法には、線形最小二乗法に直交分解を適用したもの [46] を用いれば良い。しかし、正方行列の解法に比べてコンピュータの計算時間が多大なものとなる欠点や、内点が多くなると計算機のリソースの制限上配列が多くなる高周波では簡単に容量オーバーとなる場合もあり、欠点も目立つ手法である。

固有値近傍での解の改善方法としては、CHIEF の他にも *Burton and Miller method* がある。Burton と Miller [47] が、Helmholtz-Huygens 積分方程式に加え、その法線方向微分型を用い、それらの線形結合により積分方程式を再定式化したものである。線形結合の係数に関しては、法線方向微分型の係数 α が複素数のときに、解が一意となることが証明されている。ただ、法線方向微分型において二次の微分項を含む積分が高次元の特異性を持つ難点がある。その点に関して、3次元音場においては、Cassot [48] や Meyer [49] らにより対処方法が提案されたが、寺井 [51] により高次元の特異性のある *surface integral* を特異性のない *contour integral* に変換する手法が最も広く利用されている [50]。しかし、肝心の 2次元音場では Yang [52] により内部問題を Laplace 方程式を用いることにより高次元の特異性をもつ積分を回避したうえで *Burton and Miller method* を適用する手法が提案されているが、スムーズな境界に対してのみ適用可能な点、積分項の計算が複雑となるため膨大な計算時間を要する点、Laplace 方程式に基づく係数行列の階数不足の問題に関する処理が曖昧なものとなっている点などに難点がある。そのため、*Burton and Miller method* は本検討では使用しないこととする。

このような理由から今回は、内点の選択方法に工夫が必要ではあるが CHIEF を適用することに決め、次に最適な CHIEF 内点選択についての検討を行う。

B.2 最適な CHIEF 内点の取り方

そこ内点の与え方については、経験的に波長の半分もしくは $1/3$ 程度に均一に与えることにより良い結果が得られたとの報告 [45] もみられるが、今回のモデルである Fig. B.2 の形状に関し

ては無効であり、更に細かな間隔で内点を配置しなければならないことが判明した。

境界要素を適用する際に、その要素長が問題となるが、境界要素長の検討は後ほど行うとして、一般的には $1/5$ 波長から $1/8$ 波長が適しているとされるので、ここでは境界要素長を $1/8$ 波長として計算を行った。この時、例えば 1000 Hz での境界要素数 472 個であるので、(B.4) 式の係数行列の階数は 472 を超えない。それに対して、内部全体にわたって $1/3$ 波長の格子間隔で与えた内点数は 1649 個であり、 472 より大きい数値であるため階数の不足分を超える内点数である。にも関わらず、ほとんど解の改善はされなかった。従って、多数の内点が固有モードの節の近傍に位置してしまっている、それほど固有モードの節は多数存在していることとなる。しかし、固有モードの節も含まれることは仕方がないこととして、更に多数の内点を細かな間隔で配置することにより、まだ改善の余地はあると考えた。つまり、内点の選択方法として (a) 格子状が良いのか、線状が良いのか、(b) 密に配置するにもコンピュータリソースの都合上限度があため、左右に対称な形状に対して、内点群を左右の片側に置くのと両側に置くのとで比較する、(c) 内点群の場所は中央がよいか周辺がよいか、という3点に関して、比較を行い最適な内点群の配置について検討を行う。

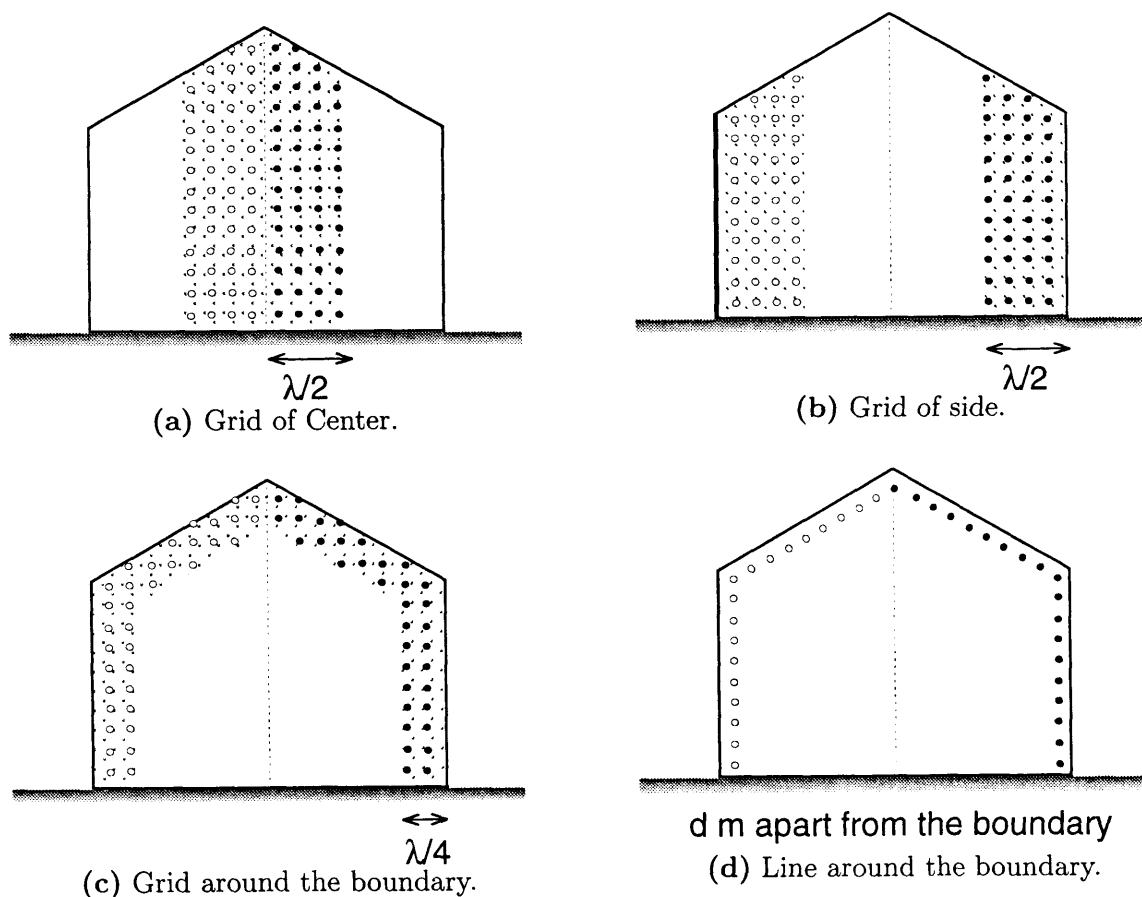


Fig. B.6 CHIEF 内点群の配置.

Fig. B.6 に示すように 4 通りの位置に内点群を設ける. (a), (b) および (c) は格子上のブロックとして内点を与え, (d) は線状に与えたものである. また, 散乱体形状が y-軸に関して対称であることを考慮して, (a), (b), (c) それぞれに対して,

- i) Right side $\lambda/10$: 右側に $\lambda/10$ 間隔に内点を配置
- ii) Right side $\lambda/7$: 右側に $7/\lambda$ 間隔に内点を配置
- iii) Each side $\lambda/7$: 左右, 両側に $7/\lambda$ 間隔に内点を配置

の場合を考える. 同じ領域内で Right side $\lambda/7$ よりも Right side $\lambda/7$ が内点数としては, ほぼ 2 倍となる. また, Right side $\lambda/7$ が片側の内点, Each side $\lambda/7$ が両側の内点を取ることとなる. そこで, R- $\lambda/10$ と RL- $\lambda/7$ を比較することにより, 内点を片側に選択する場合と両側で同数程度選択する場合の比較が可能となる. (d) に関しても,

- iv) Right side $\lambda/20$: 右側に $\lambda/20$ 間隔に内点を配置
- v) Each side $\lambda/20$: 左右, 両側に $\lambda/20$ 間隔に内点を配置

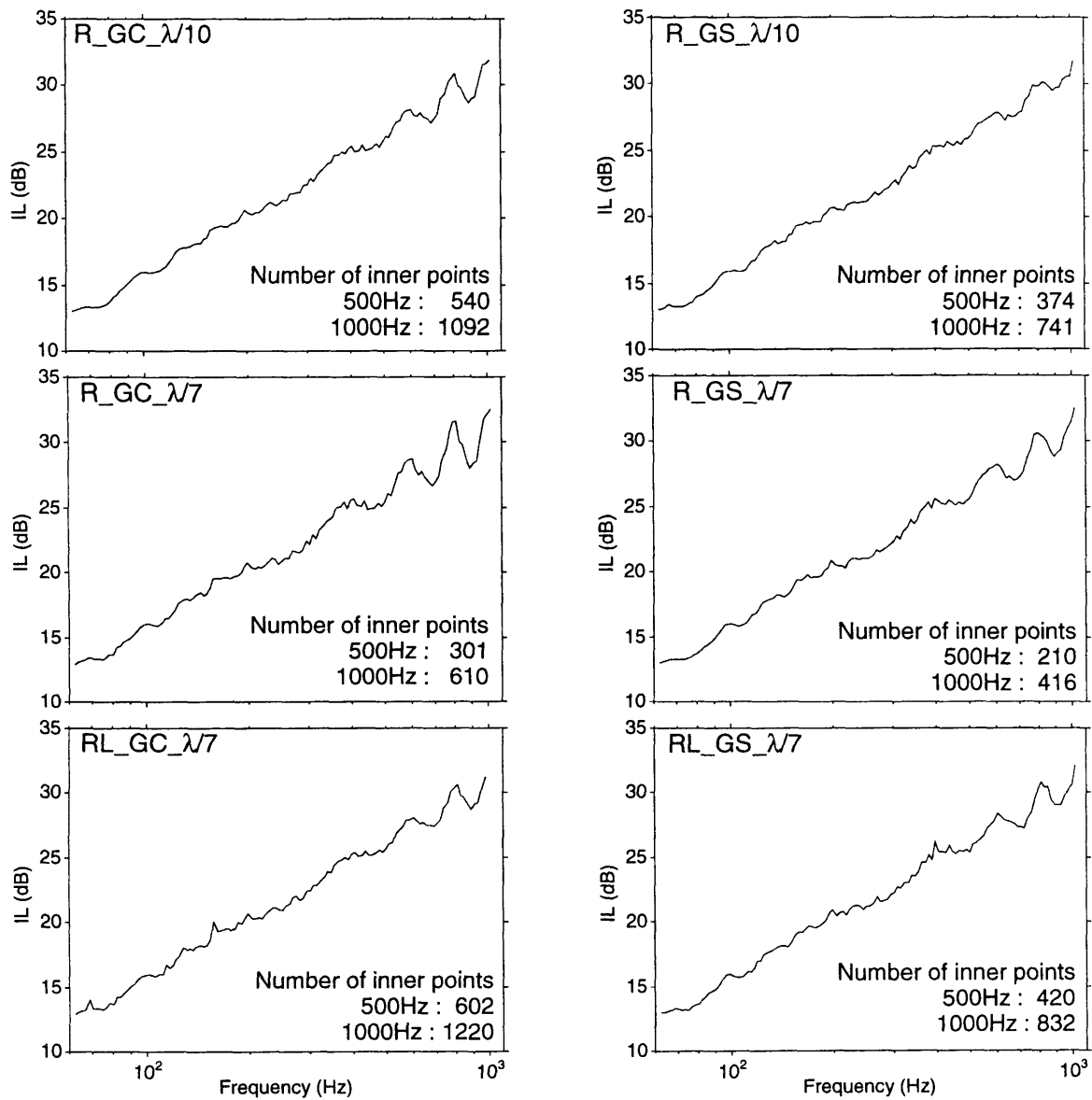
して, 片側, 両側に内点を置くことによる改善具合の変化を探ってみる. 以上, 整理すると, 下記の Table B.1 の示すように 11 通りの場合について挿入損失の計算を行うこととなる.

Table B.1 内点群の名称

	Right side $\lambda/10$	Right side $\lambda/7$	Each side $\lambda/10$
Grid of Center	R-GC- $\lambda/10$	R-GC- $\lambda/7$	RL-GC- $\lambda/7$
Grid of side	R-GS- $\lambda/10$	R-GS- $\lambda/7$	RL-GS- $\lambda/7$
Grid around the boundary	R-GA- $\lambda/10$	R-GA- $\lambda/7$	RL-GA- $\lambda/7$
	-	Right side $\lambda/20$	Each side $\lambda/20$
Line around the boundary	-	R-LA- $\lambda/20$	RL-LA- $\lambda/20$

62.5 Hz から 1000 Hz におよぶ挿入損失の周波数応答の計算結果を, Fig. B.7 と Fig. B.8 に示す. また, 図中には, 500 Hz および 1000 Hz における内点の総数を示している

境界要素数は, 500 Hz において 236 個, 1000 Hz において 472 個であることを考えると, R-GC- $\lambda/7$ 以外の全てのケースで内点数が境界要素数を上回っている. R-GC- $\lambda/7$ のケースの内点数も 210 個であるので, 境界要素数と比較した内点数はどのケースでも極端に多く取っている



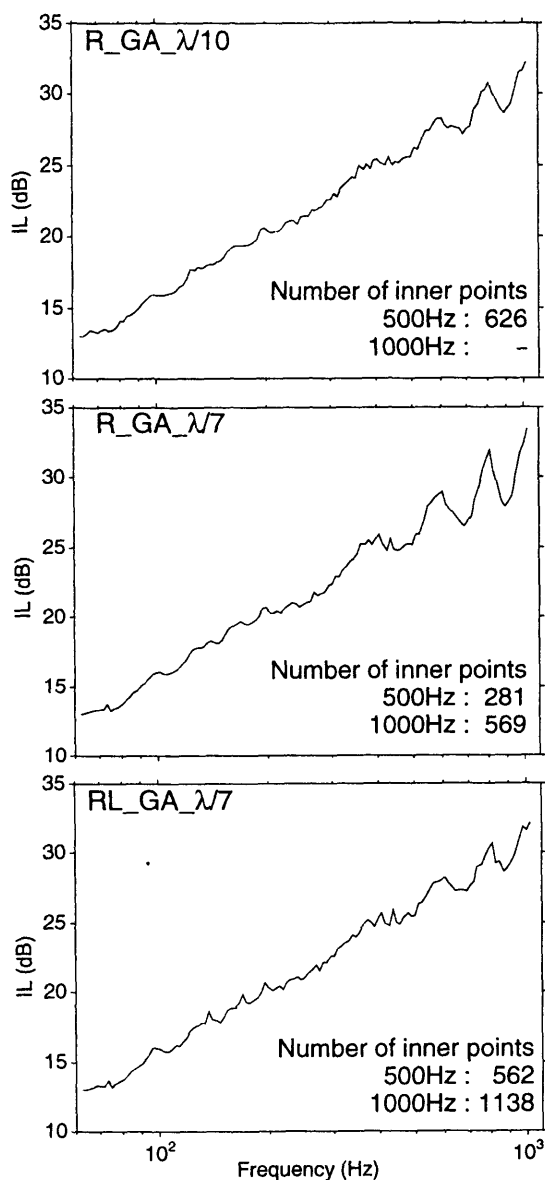
(a) Grid of center.

(b) Grid of side.

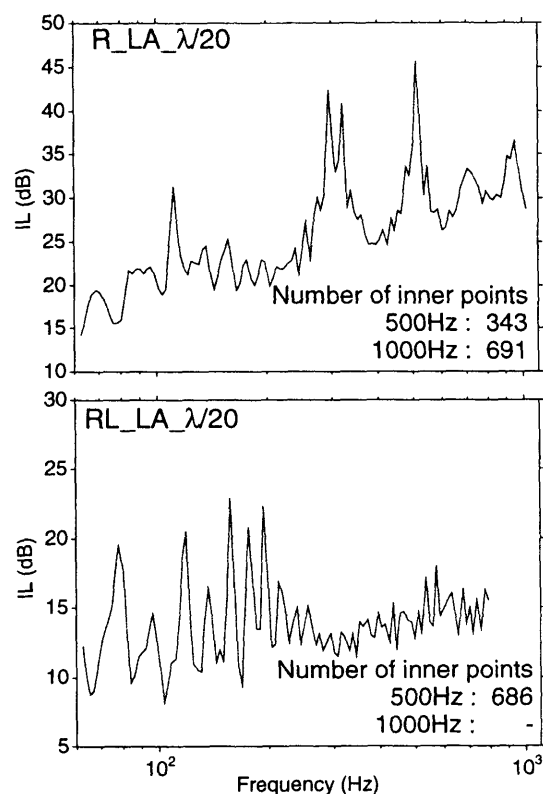
Fig. B.7 CHIEF による周波数応答の改善

にも関わらず、500 Hz を超える周波数から挿入損失の応答は揺らぎが目立っている。特に、(d) のグラフ、すなわち線状に内点を配置したケースではほとんど改善されてはいない。境界から $10/\lambda$ の線状に沿った内点に限らず、境界からの距離を変化させてもこの傾向には変化が見られなかった。従って、線状に内点を取ることは適さないことがわかった。

それに対して、格子状のブロックとして内点を配置した (a) から (c) 場合のほうが改善が見られる。この、内点群を格子状に配置したケースにおいて、i), ii), iii) の中で比較すると、



(c) Grid around the boundary.



(d) Line around the boundary.

Fig. B.8 CHIEFによる周波数応答の改善(続き)

i) < iii) < ii)

の順で改善度が向上している。これは、同数の内点数であれば、散乱体の左右に内点を配置するよりも、片側配置して格子間隔を密にするほうが効率的であることを意味する。また、

中心部に配置 < 境界に沿って配置 < 端部に配置

した順で改善度が向上している。つまり、内点群は中心部よりも周辺部に配置したほうが良い。このことは、固有モードの間隔が中心部の方が周辺部よりも密になることと良い対応関係を示して

いる。また、同一面積であれば、細い領域で内点を選択するよりも幅広い領域で内点を選択するほうが良いこともわかる。線状に選択する効果が小さいことより、線よりもより幅広い領帯状に選択することのほうが改善度が高くなることがわかった。

このように内点群は散乱体の周辺に広い帯状で配置するのが適している。Fig. B.2 に示す形状においては、Table B.1 の R-GC- $\lambda/10$ のケースで良い改善が見られたので、以後この内点群の配置ケースを用いて数値解析を行う。

ところで、以上の計算結果ならば、幾何光学的回折理論でも十分な精度で計算が可能である。しかし、幾何光学的回折理論によると防音壁が共存するときには、適用が困難となる。一方、CHIEF を適用した境界要素法において、工場建屋と受信点の間に、高さ 5m、厚さ 0.1m の薄い遮音壁を設置し、遮音壁に関しても内点を置いた場合と置かない場合について計算を行ったところ、62.5 Hz から 1000 Hz までの周波数帯で受信点における音圧レベル差は最大で 0.01dB で収まっていた。つまり、工場建屋に共存する防音壁に関しては CHIEF の適用は不要となる。実際のところ、高さ 5m 程度の薄い遮音壁に関しては 1000 Hz までの周波数では固有周波数は存在しなていない。係数行列の階数が不足する工場建屋に対してのみ、内点を追加すれば十分である。